



## بهینه سازی سبد سرمایه گذاری با رویکرد نظریه ارزش فرین در بورس اوراق بهادار تهران

افسانه سینا<sup>۱</sup>

تاریخ دریافت مقاله : ۹۸/۰۳/۲۸ تاریخ پذیرش مقاله : ۹۸/۰۴/۱۹

میرفیض فلاح<sup>۲</sup>

### چکیده

همواره بر قراری رابطه تعادلی بین ریسک و بازده معیار اصلی برای تصمیمات سرمایه‌گذاری در بورس اوراق بهادار بوده است. هر سرمایه‌گذاری در صدد انتخاب ترکیب بهینه‌ای از سرمایه‌گذاری است که با توجه به میزان ریسک و بازده آن، تابع مطلوبیتش حداکثر گردد. در این تحقیق سعی بر آن بود که مدلی کارا تر از مدل‌های موجود و مرسوم برای بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری ارائه گردد. مدلی که با در نظر داشتن شرایط عدم قطعیت و ریسک سرمایه‌گذاری، بازدهی بیشتری را برای سرمایه‌گذاران فراهم نماید. به همین منظور از نظریه ارزش فرین برای سنجش ریسک سرمایه‌گذاری به عنوان یکی از جدیدترین سنج‌های ارزش در معرض ریسک استفاده شده است. قلمرو زمانی تحقیق از ابتدای سال ۱۳۹۲ تا پایان سال ۱۳۹۷ و جامعه آماری نیز ۵۰ شرکت برتر بورس اوراق بهادار تهران بوده است. در گام اول با استفاده روش گارچ و حداکثر سازی تابع درست‌نمایی، نوع توزیع بازده شرکت‌های فعال و برتر بورسی مشخص گردید و در گام بعد مرز کارا سرمایه‌گذاری ریسکی در بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از یک مدل برنامه‌ریزی کوآدرتیک با رویکرد ارزش فرین محاسبه و با مرز کارا مدل مارکوویتز مقایسه گردید. نتایج تحقیق حاکی از آن بود که تشکیل سبد سهام بهینه، با استفاده از نظریه ارزش فرین تفاوت چندانی با مدل میانگین - واریانس مارکوویتز ندارد.

### کلمات کلیدی

سبد سهام بهینه، تابع درست‌نمایی، نظریه ارزش فرین، ارزش در معرض ریسک

۱- گروه مدیریت مالی، واحد تهران مرکز، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران. Afsaneh\_Sina@yahoo.com  
۲- گروه مدیریت مالی، واحد تهران مرکز، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران. (نویسنده مسئول) fallahsahms@gmail.com

بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری با رویکرد نظریه ارزش فرین در بورس ... / افسانه سینا، میرفیض فلاح

مقدمه

انتخاب سبد سهام بهینه یکی از مسائلی بوده است که از دیرباز ذهن متخصصان امور سرمایه‌گذاری را به خود مشغول کرده است. به عبارتی همه سرمایه‌گذاران درصدد هستند تا بتوانند با رعایت معیارهای مؤثر در تصمیم سرمایه‌گذاری و با توجه به ترجیحات شخصی خود حتی الامکان به بهترین انتخاب‌های ممکن برسند تا ضمن حداقل کردن ریسک به ازای بازده مشخص، تا حدی هم ترجیحات خود مانند درجه ریسک‌گریزی را لحاظ کرده باشند. سرمایه‌گذارانی که نظریه نوین سبد سهام را پذیرفته‌اند و به کار می‌بندند بر این باورند که "حریف بازار" نیستند. بنابراین انواع گوناگونی از اوراق بهادار را نگهداری می‌نمایند، تا بازده شان با متوسط بازده بازار برابر شود. از آنجا که آنان توانایی پیش‌بینی ندارند، بنابراین می‌کشند "مجموعه ای متنوع" از اوراق بهادار نگهداری کنند، تا بتوانند به نرخ بازدهی مطلوب خود، که نزدیک به نرخ بازده بازار است، دست یابند. [۱]

مسئله اصلی هر سرمایه‌گذار تعیین مجموعه اوراق بهاداری است که مطلوبیت آن حداکثر است. این مسئله معادل انتخاب سبد سهام بهینه از مجموعه سبد سهام‌های ممکن می‌باشد، که تحت عنوان مسئله انتخاب سبد سهام نامیده می‌شود. مدل میانگین-واریانس که توسط مارکوویتز ارائه گردید، یکی از مدل‌هایی است که به طور گسترده در مسئله انتخاب سبد سهام مورد استفاده قرار می‌گیرد. باید توجه داشت که هر چند این مدل از لحاظ نظری با روش برنامه‌ریزی ریاضی قابل حل است اما در عمل مشکلاتی در این زمینه وجود دارد. اولاً، معیار واریانس با در نظر گرفتن شرایط دنیای واقعی و سایر معیارهای ریسک نمی‌تواند چندان معیار مناسبی برای ریسک باشد و علاوه بر این دیگر معیارهای ریسک در شرایط دیگر و با توجه به ترجیحات سرمایه‌گذاران در دنیای واقعی محدودیت‌هایی همچون اندازه سبد سهام را به مدل بهینه‌سازی خود می‌افزایند که این چنین محدودیت‌هایی یک مسأله برنامه‌ریزی درجه دو- عدد صحیح را تشکیل می‌دهد، که حل آن به مراتب مشکل‌تر از حل مدل اصلی است. [۲]

بر همین اساس مسأله اصلی این مقاله، ارائه مدلی برای بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری براساس تئوری ارزش حدی است. لذا در این تحقیق دو مدل بهینه‌سازی، یکی مدل بهینه‌سازی سبد سهام بر اساس مدل مارکوویتز و دیگری مدل بهینه‌سازی با رویکرد ارزش فرین مورد بررسی قرار گرفت. در این مقاله نویسندگان به دنبال آن هستند در حل مسأله بهینه‌سازی با در نظر گرفتن ملاحظات مدنظر سرمایه‌گذاران در انتخاب و تشکیل سبد سهام ضمن کاهش ریسک بازدهی سبد انتخابی را حداکثر نمایند. و در صدد هستند تا نشان دهند آیا استفاده از مدل ارزش فرین نسبت به مدل مارکوویتز در وضعیت بهتری قرار دارد یا خیر.

## مبانی نظری تحقیق و مروری بر پیشینه پژوهش

### نظریه مدرن سبد سهام

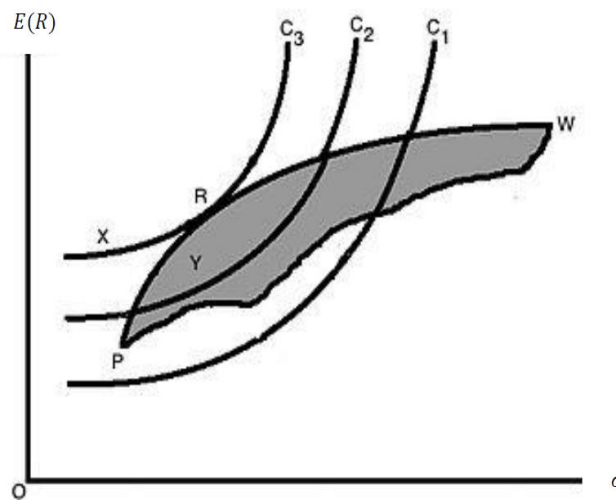
تا قبل از توسعه مدل‌های نوین سرمایه‌گذاری و مدیریت پرتفوی، سرمایه‌گذاران در پی افزایش سود حاصل از سرمایه‌گذاری بودند و توجهی به خطرات و ریسک‌های موجود در این زمینه نمی‌کردند. در واقع در رویکرد سنتی نظریه پرتفوی، فرد سرمایه‌گذار بازده مورد انتظار اوراق مختلف را تخمین می‌زد و سپس در اوراق بهاداری که بیشترین بازده مورد انتظار را داشتند، سرمایه‌گذاری می‌نمود. از نظر مارکویتز این روش غیرعقلایی است چرا که سرمایه‌گذار علاوه بر به حداکثر رساندن بازده، می‌بایست تا حد ممکن نسبت به تحقق این بازدهی مطمئن باشد. وی پیشنهاد نمود سرمایه‌گذار علاوه بر در نظر گرفتن بازده سرمایه‌گذاری، معیار ریسک را نیز در انتخاب دارایی‌ها جهت سرمایه‌گذاری در نظر گیرد. لذا مارکویتز در مدل خود تلاش می‌نماید میانگین بازده دارایی‌ها را افزایش دهد و از طرف دیگر ریسک بازدهی دارایی‌ها را کمینه کند. [۳]

بنابراین اگر اوراق بهادار ریسک‌دار باشند، مسله اصلی هر سرمایه‌گذار، تعیین سبکی از اوراق بهادار است که مطلوبیت آن حداکثر شود. این مسله معادل انتخاب سبد سهام بهینه از مجموعه سبد سهام‌های ممکن می‌باشد که تحت عنوان مسله انتخاب سبد سهام از آن یاد می‌شود. پیدایش تئوری مدرن سبد سهام<sup>۱</sup> به سال ۱۹۵۲ بر می‌گردد یعنی زمانی که هری مارکویتز<sup>۲</sup> مقاله‌ای تحت عنوان "انتخاب سبد سهام" را منتشر کرد. رویکرد مارکویتز برای انتخاب پرتفوی با این فرض شروع می‌شود که شخصی، مقدار معینی پول برای سرمایه‌گذاری در اختیار دارد. این مبلغ برای یک مدت زمان مشخص که "دوره نگهداری سرمایه" نامیده می‌شود. سرمایه‌گذاری خواهد شد. سپس مبلغ مورد نظر، مصرف و یا سرمایه‌گذاری مجدد خواهد شد. بنابراین رویکرد مارکویتز را می‌توان "رویکرد تک دوره‌ای" در سرمایه‌گذاری نامید که در آن آغاز دوره با  $t = 0$  و انتهای دوره با  $t = 1$  نمایش داده می‌شود. در  $t = 0$  سرمایه‌گذار بایستی تصمیم بگیرد کدام ورقه را خریداری و تا زمان  $t = 1$  نگهداری کند. مارکویتز بیان می‌کند که سرمایه‌گذاران به صورت همزمان به دو پدیده ریسک و بازده توجه می‌کنند. ریسک با نوسانات بازده مرتبط است و نوسانات توسط واریانس بازده اندازه‌گیری می‌شود. مطابق تئوری مدرن سبد سهام، سرمایه‌گذاری که در پی حداکثر نمودن بازده مورد انتظار و حداقل کردن عدم اطمینان یا ریسک است، دو هدف متضاد در پیش رو دارد که بایستی آنها را با متنوع سازی و تشکیل سبد سهام در برابر یکدیگر موازنه نماید. از دیدگاه مارکویتز، تنوع بخشی شامل ترکیب اوراق با حداقل همبستگی مثبت به منظور کاهش ریسک در سبد سهام، بدون از دست دادن بازده سبد سهام است.

بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری با رویکرد نظریه ارزش فرین در بورس ... / افسانه سینا، میرفیض فلاح

مفروضات اصلی مدل مارکوویتز عبارتند از :

- سرمایه‌گذاران ریسک‌گریزند و دارای مطلوبیت مورد انتظار افزایشی می‌باشند و منحنی مطلوبیت نهایی ثروت آنها کاهنده می‌باشد.
- سرمایه‌گذاران سبد سهام خود را بر مبنای میانگین و واریانس بازده مورد انتظار انتخاب می‌نمایند. بنابراین منحنی‌های بی‌تفاوتی آنها تابعی از نرخ بازده و واریانس مورد انتظار می‌باشد.
- هر گزینه سرمایه‌گذاری، تا بی‌نهایت قابل تقسیم است.
- سرمایه‌گذاران افق "زمانی" یک دوره‌ای داشته و این برای همه سرمایه‌گذاران مشابه است.
- سرمایه‌گذاران در یک سطح مشخصی از ریسک، بازده بالاتری را ترجیح می‌دهند و بالعکس برای یک سطح معین از بازدهی، خواهان کمترین ریسک می‌باشند. (فرض رکود ستیزی) [۴]
- همانطور که در شکل زیر ملاحظه می‌گردد، ترکیب بهینه پرتفوی برای هر سرمایه‌گذار نوعی نقطه‌ای بروی مرز کارآ است که با یکی از منحنی‌های بی‌تفاوتی وی مماس باشد. [۵]



شکل ۱- نمودار انتخاب پرتفوی بهینه سرمایه‌گذاری نوعی براساس منحنی بی‌تفاوتی سرمایه‌گذار [۵]  
 در مدل مارکوویتز هر سرمایه‌گذار می‌خواهد "بازده مورد انتظار" را که مطلوب است، در سطح "عدم اطمینان بازده" یا ریسک مشخص که نامطلوب است، حداکثر نماید. معیارهای انتخاب بهینه سبد سهام در مدل مارکوویتز میانگین بازده دارایی‌ها به عنوان بازده مورد انتظار و واریانس بازده دارایی‌ها می‌باشد.  
 مدل کلی میانگین - واریانس مارکوویتز برای یافتن مرز کارآ بصورت زیر است. [۵]

$$\text{maximize } U = \gamma E(R_p) + (1 - \gamma)\sigma_p$$

$$\text{st: } \sum_{i=1}^N x_i = 1$$

$$0 \leq \gamma \leq 1$$

شایان ذکر است که در حال حاضر از معیارهای مناسب تری برای اندازه‌گیری ریسک سبد سهام استفاده می‌شود. یکی از این معیارها ارزش حدی یا فرین می‌باشد.

### نظریه ارزش فرین

نظریه ارزش حدی برای مدل‌سازی ماکسیمم متغیرهای تصادفی همان نقش پایه‌ای را بر عهده دارد که نظریه حد مرکزی<sup>۴</sup> برای مدل‌سازی مجموع متغیرهای تصادفی. در هر دو حالت، این نظریه‌ها به ترتیب توزیع حدی ماکسیمم‌ها و مجموع متغیرهای تصادفی را تعیین می‌کنند. یک دارایی را در نظر بگیرید و بازده آن را در هر روز با  $r_t$  نشان دهید. یک سری  $\{r_1, r_2, \dots, r_n\}$  در نظر بگیرید. مینیمم این بازده‌ها را با  $r_{(1)}$  و ماکسیمم آن‌ها را با  $r_{(n)}$  نشان دهید. در نظریه ارزش حدی تمرکز بر روی ماکسیمم بازده‌ها یا  $r_{(n)}$  است. اگر چه این نظریه به راحتی با تغییر علامت بازده‌ها برای مینیمم بازده‌ها نیز قابل استفاده است. فرض کنید که بازده‌ها مستقل، با تابع توزیع تجمعی یکسان و دامنه  $u[l, u]$  بزرگ‌تر از 1 و هر دو اعداد حقیقی‌اند، باشند. تابع توزیع تجمعی  $r_{(n)}$  را با  $F_{n,n}$  نشان داده و به صورت زیر تعریف می‌کنیم: [۶]

$$F_{n,n}(x) = Pr[r_{(n)} \leq x]$$

اما با توجه به استقلال بازده‌ها و یکی بودن توزیع آن‌ها،  $F_{n,n}$  چنین محاسبه می‌شود:

$$F_{n,n}(x) = Pr(r_1 \leq x, r_2 \leq x, \dots, r_n \leq x)$$

$$= \prod_{j=1}^n Pr(r_j \leq x) = \prod_{j=1}^n F(x) = [F(x)]^n$$

با توجه به این که توزیع تجمعی  $r_t$  با  $F(x)$  نامشخص است،  $F_{n,n}$  نیز نامشخص است. زمانی که  $n$  به سمت بی‌نهایت میل می‌کند،  $F_{n,n}$  یک تابع ناتباهیده می‌شود. به عبارت دیگر در این حالت:

$$\begin{cases} F_{n,n}(x) \rightarrow 0 & \text{if } x < u \\ F_{n,n}(x) \rightarrow 1 & \text{if } x \geq u \end{cases}$$

بهبندسازی سبب سرمایه‌گذاری با رویکرد نظریه ارزش فرین در بورس .../افسانه سینا، میرفیض فلاح

که تابع تباهیده  $F_{n,n}$  فاقد ارزش می‌باشد. در نظریه ارزش حدی دو پارامتر  $\alpha_n$  و  $\beta_n$ ،  $\alpha_n > 0$  را طوری تعیین می‌کنند که توزیع حدی  $(r_{(n)} - \beta_n) / \alpha_n$  یک توزیع ناتباهیده باشد. به  $\alpha_n$  و  $\beta_n$  به ترتیب پارامترهای مکان و مقیاس گفته می‌شود. به  $\xi$  پارامتر شکل گفته می‌شود که تعیین‌کننده شکل دم توزیع است. به پارامتر  $\xi = 1/\alpha$  شاخص دم توزیع گفته می‌شود. به توزیع حدی با توجه به مقدار پارامتر شکل ( $\xi$ ) به سه گروه توزیع‌های زیر طبقه‌بندی می‌شوند. [۷]

گروه اول: به ازای  $\xi = 0$ ، خانواده گامبل، با توزیع:

$$F(x) = \exp(-\exp(-x)), \quad x \in R \quad -\infty < x < \infty$$

گروه دوم: به ازای  $\xi > 0$ ، خانواده فرچت، با توزیع:

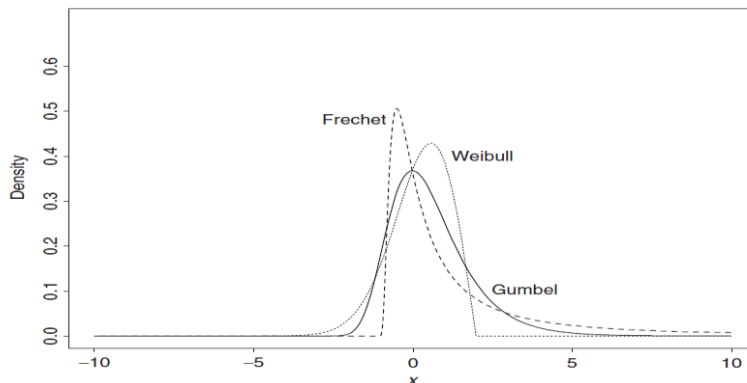
$$F(x) = \begin{cases} 0 & , \text{ otherwise} \\ \exp(-(1 + \xi x)^{\frac{1}{\xi}}), & x > -\frac{1}{\xi} \end{cases}$$

گروه سوم: به ازای  $\xi < 0$ ، خانواده ویبول، با توزیع:

$$F(x) = \begin{cases} \exp(-(1 + \xi x)^{\frac{1}{\xi}}), & x < -\frac{1}{\xi} \\ 1 & , \text{ otherwise} \end{cases}$$

در نمودار زیر تابع چگالی این سه توزیع نشان داده شده است. خط ممتد مربوط به توزیع گامبل، نقطه

چین مربوط به توزیع ویبول با  $\xi = -0.5$  و خط چین مربوط به توزیع فرچت با  $\xi = 0.9$  است. [۸]



شکل ۱- تابع چگالی احتمال توزیع ارزش حدی تعمیم یافته [۸]

فصلنامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار / شماره چهارم / پاییز ۱۳۹۸

همان طور که در شکل ۱ مشاهده می‌شود توزیع احتمال فرشه دارای دمی است که به صورت چندجمله‌ای کاهش می‌یابد بنابراین از نوع توزیع‌هایی با دم پهن است. دم توزیع احتمال گامبل به صورت نمایی کاهش پیدا می‌کند و از توزیع‌هایی با دم باریک است.

**پیشینه تحقیق**

نیکو مرام و همکاران (۱۳۹۷) به ارائه یک مدل بهینه سازی پرتفوی براساس ریسک نامطلوب و پتانسیل مطلوب و عوامل روانشناختی پرداختند. در این تحقیق با بررسی بازده ۱۸ صنعت از صنایع پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران در بازه ۱۲ ساله پرداخته شده است. نتایج تحقیق نشان می‌دهد که بازده پرتفوی بهینه مبتنی بر ریسک نامطلوب و پتانسیل مطلوب در حالتی که سرمایه گذار از ریسک نامطلوب گریزان و از پتانسیل مطلوب نیز گریزان می‌باشد و یا زمانیکه سرمایه گذار از ریسک نامطلوب گریزان و نسبت به پتانسیل مطلوب بی تفاوت (خنثی) می باشد، تفاوت معنی داری با بازده مدل کالسیک ندارند. در حالی که بازده پرتفوی بهینه در حالتی که سرمایه گذار از ریسک نامطلوب گریزان و در جستجوی پتانسیل مطلوب (پتانسیل پذیر) می باشد از بازده مدل کالسیک بالاتر می‌باشد. [۹]

صالح آبادی و همکاران (۱۳۹۷) به ارائه مدل LMP-Upm در سطوح مختلف ریسک و پتانسیل پذیری با استفاده از شاخصهای تمام صنایع جهت بهینه سازی پرتفوی پرداختند. دوره زمانی بهینه سازی از سال ۱۳۸۹ تا ۱۳۹۲ در نظر گرفته شده است و دوره پس از آن (۱۳۹۲ تا ۱۳۹۵) روند پرتفوی بهینه شده با مدل میانگین - واریانس مقایسه گردید مو عملکرد با استفاده از نسبت شارپ مقایسه گردید. نتایج پژوهش نشان می دهد مرز کارآ مدل LMP-Upm عملکرد بهتری دارد. [۱۰]

رهنمای رودپشتی و همکاران (۱۳۹۶) به ارائه یک مدل بهینه سازی پرتفوی براساس نسبت شارپ پایدار در بورس اوراق بهادار تهران پرداختند. نتایج این تحقیق حاکی از آن است که بازده واقعی در مدل شارپ تفاوت معنی داری با مدل مارکوئیتز ندارد. [۱۱]

فلاح شمس و غضنفری (۱۳۹۵) در تحقیقی به بررسی ریسک نامطلوب (مقدار ارزش حدی) و بازده در بورس اوراق بهادار تهران با رویکرد تئوری ارزش حدی پرداختند. مدل مورد استفاده برای تخمین مقدار ارزش حدی "مدل تئوری ارزش حدی" می باشد. از مدل GARCH و مدل AR و روش حداکثر درست نمایی به منظور تخمین پارامترهای مدل تئوری ارزش حدی استفاده گردید. نیز از مدل چهار عامله کارهارت برای بدست آوردن بازده اضافی استفاده شد. برای انجام تحقیق از داده های ارزش روزانه بازار سهام در فاصله زمانی ۱۳۸۲-۱۳۹۲ استفاده شد. در این تحقیق معنادار بودن رابطه بین مقدار ارزش حدی و بازده توسط مدل پنل دیتا انجام پذیرفت. در نهایت نتایج آزمون فرضیه بیانگر وجود ارتباط مثبت

بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری با رویکرد نظریه ارزش فرین در بورس .../افسانه سینا، میرفیض فلاح

و معنادار بین بازده اضافی و مقدار ارزش حدی (ریسک نامطلوب) برای نمونه مورد پژوهش راتایید کرد. همچنین نتایج رگرسیون پنل نشان داد که بین بازده مورد انتظار و مقدار ارزش حدی از نظر آماری رابطه معناداری وجود دارد. [۱۲]

دولو و دشتی (۱۳۹۶) در تحقیقی به بررسی و برآورد صرف ریسک نامطلوب حدی با استفاده از نظریه ارزش حدی پرداخت. یافته‌ها نشان می‌دهد که وجود ریسک نامطلوب در ایران تایید می‌شود. و بطور کلی می‌توان بیان داشت که قیمت گذاری در بسیاری از موارد با استفاده از حد ارزش و ریسک نامطلوب صورت می‌گیرد. [۱۳]

دست خوان (۱۳۹۲) در تحقیقی به بکارگیری تئوری مقادیر حدی در محاسبه ارزش در معرض ریسک قیمت نفت خام ایران پرداخت. نوسانات و تغییرات قیمت انرژی به طور اعم و نفت خام به طور اخص، به عنوان یکی از مهم‌ترین عناصر موجود در بازارهای کالایی، همواره مورد توجه و دغدغه قابل توجه مصرف کنندگان، تولیدکنندگان و دولت‌ها بوده است. لذا تغییرات قابل توجه در قیمت این محصول، می‌تواند اثرات قابل توجهی را بر درآمدهای این دولت‌ها گذاشته و بسیاری از فعالیت‌های جاری و عمرانی آن‌ها را با خدشه مواجه سازد. ارزش در معرض ریسک یک معیار ریسک است که مقدار مواجهه با ریسک (زیان) را در یک سطح اطمینان مشخص مورد ارزیابی قرار می‌دهد. با توجه به این که عمده متغیرهای موجود در بازارهای مالی و اقتصادی رفتار نرمالی را از خود نشان نمی‌دهند و احتمال بروز مقادیر حدی قابل توجه در این دسته از بازارها وجود دارد، لذا در این مقاله سعی شده است تا از تئوری مقادیر حدی به عنوان پایه محاسبه ارزش در معرض ریسک شرطی استفاده شود. نتایج حاصل از این مدل، با نتایج مقایسه حاصل از مدل نرمال بر اساس GARCH مقایسه شده و اهمیت بکارگیری رویکرد فیلترسازی مبتنی بر تئوری مقادیر حدی را نشان می‌دهد. [۱۴]

عباسی و همکاران (۱۳۸۸) در پژوهشی، به دنبال استفاده از ارزش در معرض ریسک، به عنوان یک معیار اندازه‌گیری ریسک در تشکیل سبد سهام بهینه در بازار بورس تهران بوده‌اند. در این پژوهش ارزش در معرض ریسک محاسبه شده به روش پارامتریک با استفاده از بازده‌های ۱۵ روزه ۱۰۰ شرکت از تاریخ ۱۳۸۰/۱/۱ تا تاریخ ۱۳۸۶/۹/۱، به عنوان یک محدودیت به مدل سبد سهام مارکوویتز، اضافه شده است. با تغییر پارامترهای ارزش در معرض ریسک مورد قبول سرمایه‌گذار و درصد اطمینان مورد قبول او، سبدهای بهینه مختلفی تشکیل شده‌اند. نتایج نشان می‌دهد که افزودن محدودیت ارزش در معرض ریسک به مدل مارکوویتز، ممکن است مرز کارا را محدود کرده، آن را به یک نقطه تبدیل کند و یا از بین



فصلنامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار / شماره چهارم / پاییز ۱۳۹۸

ببرد. نکات قابل توجه در این مقاله، در مقایسه با پژوهش‌های مشابه دیگر، استفاده از اعتبارسنجی بازخورد به شکلی نوین و مطالعه موردی بازار بورس تهران است. [۱۵]

گوپتا و همکاران (۲۰۱۳) یک مدل چند معیاره فازی انتخاب سبد سرمایه‌گذاری با بیشینه‌سازی بازده و نقدشوندگی و در نظر گرفتن ریسک به صورت فازی و به عنوان محدودیت ارائه دادند. در این مدل بودجه، محدودیت‌های کاردینالیته و در نظر گرفتن حد بالا و پایین برای سرمایه‌گذاری در هر سهم در نظر گرفته شده است که آن را با یک الگوریتم هیبریدی که شبیه سازی فازی را با الگوریتم ژنتیک ترکیب کرده است حل شده است. جانا و همکاران (۲۰۱۸) معیارهای بازده و ریسک را با اعداد فازی دوزنقه ای تعریف کرده و مدلی چندهدفه ارائه نمودند. آنها با تعریف مدل احتمالی، مسأله را قبل از حل، از حالت فازی خارج کرده و به روش برنامه‌ریزی فازی حل نمودند. [۱۶]

فرناندز و همکارانش (۲۰۰۷) در زمینه مدل انتخاب سبد سهام با بازده‌های فازی ارائه نمودند. در مدل آنها از دو رویکرد بهینه‌سازی تصادفی و رویکرد فازی استفاده شده بود. مدل ارائه شده توسط آنها یک مدل غیرخطی می‌باشد. مدل ارائه شده ابتدا توسط رویکرد محدودیت تصادفی به یک مدل معادل قطعی تبدیل می‌شود. سپس مدل که دارای آرمان‌های فازی می‌باشد با استفاده از رویکردهای رایج به صورت قطعی تبدیل می‌شود. [۱۷]

برمودز و همکاران (۲۰۱۲) از یک الگوریتم ژنتیک برای حل مدل میانگین - نیم واریانس پرتفو با بهره‌گیری از منطق فازی و وجود محدودیت کاردینالیته استفاده کردند و در آن برای در نظر گرفتن عدم قطعیت داده‌ها از اعداد فازی دوزنقه‌ای بهره گرفتند. گوپتا و همکاران (۲۰۱۳) یک مدل چند معیاره فازی انتخاب سبد سرمایه‌گذاری با بیشینه‌سازی بازده و نقدشوندگی و در نظر گرفتن ریسک به صورت فازی و به عنوان محدودیت ارائه دادند. در این مدل بودجه، محدودیت‌های کاردینالیته و در نظر گرفتن حد بالا و پایین برای سرمایه‌گذاری در هر سهم در نظر گرفته شده است که آن را با یک الگوریتم هیبریدی که شبیه سازی فازی را با الگوریتم ژنتیک ترکیب کرده است حل شده است. [۱۸]

پونال (2017)، با استفاده از ارزش در معرض ریسک و با فرض حداکثر سازی مطلوبیت انتظاری، اقدام به گزینش سبد سهام بهینه برای یک دارایی ریسکی و یک دارایی غیرریسکی در دو سناریو از دو سطح مختلف میانگین و انحراف معیار قیمت‌ها، نموده است. نتایج حاصل از این مطالعه نشان داد که در شرایط عدم اعمال محدودیت شاخص VaR، همواره سهم ثابتی از ارزش سبد سهام به دارایی ریسکی اختصاص داده می‌شود. با این حال، در صورت اعمال شاخص VaR، با طولانی‌تر شدن دوره سرمایه‌گذاری، حداکثر مقدار سرمایه‌گذاری در دارایی و ریسکی در سطح پایین تری از ارزش سبد سهام

بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری با رویکرد نظریه ارزش فرین در بورس ... / افسانه سینا، میرفیض فلاح

انجام می‌گیرد، به عبارت دیگر با افزایش طول دوره سرمایه‌گذاری، احتمال اینکه میزان کاهش ارزش سبد سهام از سطح مجاز VaR بیشتر شود افزایش می‌یابد. بنابراین در شرایط سرمایه‌گذاری‌های بلند مدت، در سطوح بالای ارزش سبد سهام، باید سرمایه‌گذاری کمتری در دارایی‌های ریسکی انجام گیرد. [۱۹]

**مدل تحقیق**

در پژوهش حاضر برای یافتن مرز کاراً سرمایه‌گذاری ریسکی در بورس اوراق بهادار تهران از ارزش فرین هر سهم به عنوان معیار ریسک استفاده شده است. و این مدل با مدل مارکوویتز مقایسه شده است. بنابراین مدل‌های ریاضی بکار رفته برای بهینه‌سازی سبد سهام بصورت زیر خواهد بود.

مدل میانگین - واریانس مارکوویتز :

$$\text{Minimize } \sigma_p^2 = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N X_i X_j \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j$$

St :

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n x_i &= 1 \\ \sum_{i=1}^n x_i \bar{R}_i &= \bar{R}_p^* \\ x_i &\geq 0 \end{aligned}$$

مدل نظریه ارزش حدی

$$\text{Minimize } EV_p = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N X_i X_j \rho_{ij} EV_i EV_j$$

St :

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n x_i &= 1 \\ \sum_{i=1}^n x_i \bar{R}_i &= \bar{R}_p^* \\ x_i &\geq 0 \end{aligned}$$

که در آن  $x_i$  ، وزن یا درصد سرمایه‌گذاری مربوط به سهم  $i$  ام در سبد سهام ،  $\bar{R}_i$  بازده مورد انتظار سهم  $i$  در سبد سهام  $\bar{R}_p^*$  بازده مورد انتظار سرمایه‌گذار نوعی از سبد سهام،  $EV_i$  ارزش فرین

فصلنامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار / شماره چهارم / پائیز ۱۳۹۸

توزیع بازده سهم  $i$  ام و  $EV_p$ ، ارزش فرین توزیع بازده سبد سهام و  $\rho_{ij}$ ، ضریب همبستگی بین توزیع بازده سهم  $i$  و  $j$  می باشد.

**فرضیه‌ها یا پرسش‌های پژوهشی**

سبد سهام بهینه مدل ارزش فرین از لحاظ ریسک و بازده (مرز کاراً) عملکرد بهتری از مدل مارکویتز خواهد داشت.

**روش شناسی پژوهش**

روش این پژوهش توصیفی و از نوع تحلیل همبستگی است. جامعه آماری، ۵۰ شرکت برتر بورس می باشد. نمونه‌گیری به روش برش مقطعی است و داده‌های روزانه بازدهی این شرکت‌ها طی دوره زمانی ابتدای سال ۱۳۹۰ تا پایان سال ۱۳۹۷ مورد بررسی قرار گرفت. در این تحقیق ابتدا داده‌های سری زمانی بازده شرکت‌های منتخب طی قلمرو زمانی گردآوری و سپس با استفاده از روش حداکثرسازی تابع درستنمایی، پارامترهای توزیع حد و مقدار حدی برآورد و در گام بعدی با مینیمم کردن ارزش حدی سبد سهام با رویکرد مدل مارکویتز مرز کاراً ترکیب بهینه سبد سهام سرمایه‌گذاری در ۵۰ شرکت برتر بورسی محاسبه و با مرز کاراً مارکویتز مقایسه می گردد.

**داده‌ها و روش تحلیل داده‌ها**

داده‌های این تحقیق بازده روزانه شرکت‌های منتخب بوده که از طریق سایت شرکت فن آوری بورس اوراق بهادار استخراج می‌شود. روش‌های مورد استفاده برای تحلیل داده‌ها شامل حداکثرسازی تابع درستنمایی برای برآورد پارامترهای توزیع حدی، روش ضریب لاگرانژ برای حل مدل‌ها بهینه‌سازی و آزمون‌های آماری ناپارامتریک مثل آزمون کرسکال والیس برای مقایسه عملکرد رویکرد ارزش فرین با رویکرد میانگین-واریانس می باشد.

**یافته‌های تحقیق**

در این تحقیق در گام اول پارامترهای توزیع تعمیم یافته ارزش فرین برای هر سهم با استفاده از مدل واریانس ناهمسانی شرطی و حداکثرسازی تابع درست‌نمایی تخمین زده شد. برای تخمین واریانس توزیع از روش رگرسیون GARCH استفاده گردید. برای انتخاب سبد سهام بهینه براساس نظریه ارزش فرین بسته به مثبت یا منفی یا صفر بودن ضرایب مدل گارچ توزیع بازده‌ها (به ترتیب توزیع فرچت، توزیع وایبل و توزیع گامبل) مشخص گردید و کوانتایل ۹۵ درصدی مربوط به هر یک از توزیع‌ها محاسبه شد. برای بررسی مانایی سری زمانی بازده از روش دیکی فولر تعمیم یافته استفاده گردید. یافته‌های تحقیق

بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری با رویکرد نظریه ارزش فرین در بورس .../افسانه سینا، میرفیض فلاح

بیانگر مانا بودن سری زمانی بازده تمامی سهم‌ها بوده است. در جدول زیر نوع توزیع سهم‌های منتخب در سبد سهام بهینه مشخص شده است.

جدول ۱- نوع توزیع حدی بازده سهام های منتخب در سبد سهام با کوانتایل ۹۵ درصدی

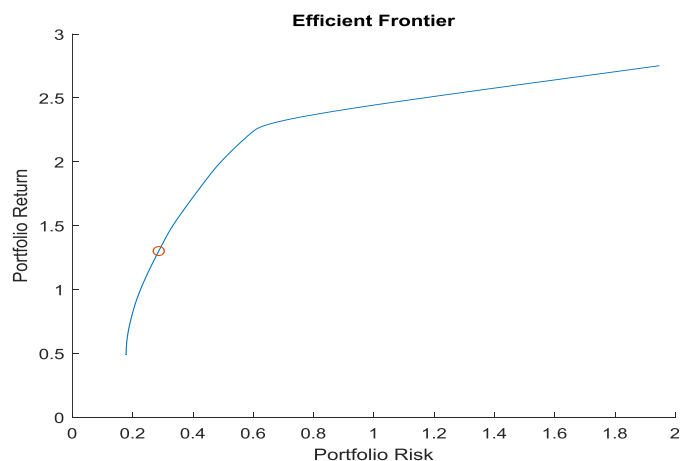
ردیف	نام شرکت	علامت ضریب مدل گارچ	نام توزیع	کوانتایل ۹۵ درصدی
۱	ایران ترانسفور	مثبت	فرچت	۱۷,۰۹۶
۶	پتروشیمی پردیس	مثبت	فرچت	۱۹,۵۴
۷	پتروشیمی خارک	منفی	ویبول	۸,۸۱۴
۱۰	پتروشیمی فن آوران	مثبت	فرچت	۱۱,۳۳۸
۱۶	سرمایه گذاری گروه توسعه ملی	مثبت	فرچت	۸,۸۸
۲۱	مدیریت سرمایه گذاری امید	صفر	گامبل	۷,۷۸۲
۲۵	همراه اول	مثبت	فرچت	۴,۳۹

در ادامه با فرموله کردن مدل بهینه سازی سبد سهام به واسطه حداقل کردن واریانس سبد سهام در مدل مارکوویتز و مدل ارزش فرین و به دست آوردن بهینه‌ترین میزان سرمایه‌گذاری از مدل برنامه‌ریزی غیر خطی کوآدرتیک در قالب کدهای نرم افزار متلب استفاده شد. سپس از ترکیب درصد وزنی سهم هر شرکت در هر یک از سبد سهام‌ها ترسیم و مرز کارا برای هر یک از مدل‌ها به صورت جداگانه ترسیم شد (شکل های ۲ و ۳). در جدول ۲ ترکیب سبد سهام بهینه با حداقل واریانس پرتفوی و در جدول ۳ نیز ترکیب بهینه سبد سهام با حداقل ارزش فرین سبد سهام ارائه شده است. همچنین در شکل های ۲ و ۳ بترتیب مرز کارا سرمایه گذاری ریسکی در بورس اوراق بهادار تهران براساس مدل مارکوویتز و مدل ارزش فرین ارائه شده است.

فصلنامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار / شماره چهارم / پاییز ۱۳۹۸

جدول ۲- ترکیب بهینه سبد سهام با حداقل واریانس براساس مدل مارکوویتز

ردیف	نام شرکت	میانگین بازده در طول دوره (%)	میانگین بازده سالانه (%)	میزان سرمایه گذاری (وزن بهینه سبد سهام)	بازده سالانه با احتساب وزن بهینه مدل مارکوویتز (%)
۱	ایران ترانسفور	۰,۳۷۲۱۵	۱۴۵,۱۷۷	۰,۰۵۵۲	۸,۰۱۳۷۷
۶	پتروشیمی پردیس	۰,۳۰۸	۱۱۰,۱۱۱	۰,۰۷۶۵	۸,۴۲۳۴۹۲
۷	پتروشیمی خارک	۰,۳۶۰۱۳	۱۳۸,۱۹۱	۰,۱۸۷۸	۲۵,۹۵۲۲۷
۱۰	پتروشیمی فن آوران	۰,۴۸۲۷۸	۲۱۹,۸۷۸	۰,۲۷۳۷	۶۰,۱۸۰۶۱
۱۶	سرمایه گذاری گروه توسعه ملی	۰,۲۷۶۸۱	۹۴,۹۱۳۳	۰,۰۸۲۱	۷,۷۹۲۳۸۲
۲۱	گروه مدیریت سرمایه گذاری امید	۰,۲۷۲۸۷	۹۳,۰۶۹۷	۰,۲۴۶۵	۲۲,۹۴۱۶۸
۲۵	همراه اول	۰,۱۵۳۲۷	۴۴,۷۳۸۸	۰,۰۷۸۴	۳,۵۰۷۵۲۲
۲۶	درصد معدل وزنی سبد سهام در دوره های زمانی (درصد بازده واقعی برای سبد سهام سرمایه گذاری)				۱۳۶,۸۱۱۷

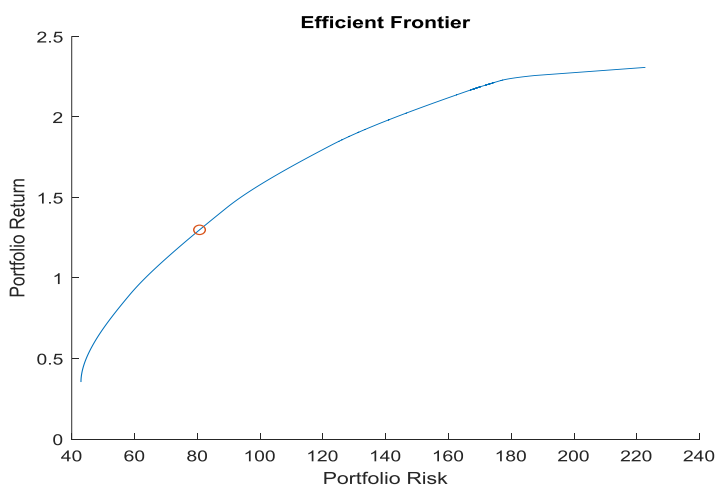


شکل ۲- مرز کارای مدل مارکوویتز

بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری با رویکرد نظریه ارزش فرین در بورس .../افسانه سینا، میرفیض فلاح

جدول ۳- ترکیب بهینه سبد سهام با حداقل ارزش فرین

ردیف	نام شرکت	میانگین بازده در طول دوره (%)	میانگین بازده سالانه (%)	میزان سرمایه‌گذاری (وزن بهینه سبد سهام مدل ارزش فرین)	بازده سالانه با احتساب وزن بهینه مدل ارزش فرین (%)
۱	ایران ترانسفور	۰,۳۷۲۱۵	۱۴۵,۱۷۷	۰,۰۷۲۶	۱۰,۵۳۹۸۵
۷	پتروشیمی خارک	۰,۳۶۰۱۳	۱۳۸,۱۹۱	۰,۲۵۳۱	۳۴,۹۷۶۱۴
۱۰	پتروشیمی فن آوران	۰,۴۸۲۷۸	۲۱۹,۸۷۸	۰,۲۶۰۷	۵۷,۳۲۲۱۹
۱۶	سرمایه‌گذاری گروه توسعه ملی	۰,۲۷۶۸۱	۹۴,۹۱۳۳	۰,۱۰۲۸	۹,۷۵۷۰۸۷
۲۱	گروه مدیریت سرمایه‌گذاری امید	۰,۲۷۲۸۷	۹۳,۰۶۹۷	۰,۲۱۱۳	۱۹,۶۶۵۶۳
۲۵	همراه اول	۰,۱۵۳۲۷	۴۴,۷۳۸۸	۰,۰۹۹۴	۴,۴۴۷۰۳۷
۲۷	درصد معدل وزنی سبد سهام در دوره‌های زمانی (درصد بازده واقعی برای سبد سهام سرمایه‌گذاری)				۱۳۶,۷۰۷۹



شکل ۳- مرز کارای مدل ارزش فرین

فصلنامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار / شماره چهارم / پاییز ۱۳۹۸

همانطور که ملاحظه می گردد، رویکرد ارزش فرین با مدل میانگین - واریانس مارکوویتز برای یافتن مرز کارآ و ترکیب بهینه سبد سهام تفاوت چندانی ندارند همچنین با توجه به نتایج حاصل از آزمون رتبه علامت دار ویلکاکسون برای مقایسه بازده واقعی پرتفویهای بهینه در دو مدل مارکوویتز و ارزش فرین ( $Z=-0,169$  و  $p=0,866$ ) مشاهده می شود دو مدل مذکور در طول دوره مورد مطالعه در مجموع بازدهی یکسانی برای مرز کارآ سرمایه گذاری ریسکی داشته اند.

**نتیجه گیری و جمع بندی**

در این تحقیق سعی بر آن بود که مدلی کارا تر از مدل‌های موجود و مرسوم برای بهینه سازی سبد سهام سهام ارائه نماید. مدلی که با در نظر داشتن شرایط عدم قطعیت و ریسک سرمایه گذاری، بازدهی بیشتری را برای سرمایه گذاران فراهم نماید. به همین منظور از نظریه ارزش فرین برای سنجش ریسک سرمایه گذاری به عنوان یکی از جدیدترین سنج‌های ارزش در معرض ریسک استفاده شده است. برای این منظور، در گام اول با استفاده از روش گارچ و حداکثر سازی تابع درستنمایی، نوع توزیع حدی بازدهی سهام شرکتهای فعال و برتر بورسی (۵۰ شرکت برتر بورس اوراق بهادار تهران) مشخص گردید و در گام بعد، مرز کارآ سرمایه گذاری ریسکی در بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از یک مدل برنامه ریزی کوآدرتیک با رویکرد ارزش فرین محاسبه و با مرز کارآ مدل مارکوویتز مقایسه گردید.، نتایج تحقیق حاکی از آن بود که تشکیل سبد سهام بهینه، با استفاده از نظریه ارزش فرین تفاوت چندانی با مدل میانگین - واریانس مارکوویتز ندارد. به منظور مطالعات آتی پیشنهاد می‌گردد که نظریه ارزش فرین برای یافتن مرز کارآ سرمایه گذاری ریسکی در بورس اوراق بهادار با مدل‌های جدیدتری از قبیل مدل‌های کاپیولا و مدل‌های ترکیبی ارزش فرین - کاپیولا مقایسه گردد.

بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری با رویکرد نظریه ارزش فرین در بورس .../افسانه سینا، میرفیض فلاح

فهرست منابع

- ۱) نجفی امیرعباس؛ پوراحمدی زهرا، بهینه‌سازی پویای سبد سرمایه‌گذاری با توجه به هزینه معاملات، فصلنامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، دوره ۹، شماره ۲۴، پاییز ۱۳۹۴،
- ۲) جونز، چارلز پی (۱۳۸۶). مدیریت سرمایه‌گذاری، ترجمه رضا تهرانی، عسگر نوربخش، تهران، انتشارات نگاه دانش، چاپ سوم
- ۳) ویلیام اف. شارپ، گوردون جی. الکساندر (۱۳۹۵)، مدیریت سرمایه‌گذاری، ترجمه سید مجید شریعت پناهی، ابوالفضل جعفری، انتشارات اتحاد. چاپ اول
- ۴) فرانک کی. رایلی، کیت سی. براون (۱۳۹۶)، تجزیه و تحلیل سرمایه‌گذاری و مدیریت سبد اوراق بهادار و مهندسی مالی (با تجدیدنظر کامل) ترجمه فریدون رهنمای رودپشتی، فرشاد هیبتی، انتشارات ترمه.
- ۵) راعی رضا، پوریان فر احمد (۱۳۹۶)، مدیریت سرمایه‌گذاری پیشرفته، سازمان مطالعه و تدوین کتب علوم انسانی دانشگاهها (سمت).
- 6) de Haan, Laurens, Ferreira, Ana F.(2006). Extreme Value Theory, Springer Series in Operations Research and Financial Engineering.
- 7) Younes Bensalah (2012), Asset Allocation Using Extreme Value Theory, Bank of Canada Working Paper 2012-2.
- 8) Fisher, R. and Tippett, L. (1928). Limiting forms of the frequency distribution of the largest and smallest member of a sample. Proc. Cambridge Phil. Soc., 24:180–190.
- ۹) نیکومرام هاشم، سعیدی علی، حق شناس فریده و میرعباسی یاور، بررسی کارایی بهینه‌سازی پرتفوی مبتنی بر ریسک نامطلوب و پتانسیل مطلوب و متغیرهای روانشناختی، مجله مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، شماره ۳۴، بهار ۱۳۹۷.
- ۱۰) صالح آبادی علی، سیار محسن و شهریاری مجتبی، بهینه‌سازی پرتفوی در چارچوب مدل پتانسیل مطلوب و ریسک نامطلوب، مجله مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، شماره ۳۶، پاییز ۱۳۹۷
- ۱۱) رهنمای رودپشتی فریدون، نیکومرام هاشم، طلوعی اشاقی عباس، حسین زاده لطفی فرهاد و بیات مرضیه، بررسی کارایی بهینه‌سازی پرتفوی با استفاده از ماکزیمم نسبت شارپ پایدار در مقایسه با بهینه‌سازی مارکوویتز، فصلنامه چشم انداز مدیریت، شماره ۱۸ تابستان ۱۳۹۶.



فصلنامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار / شماره چهارم / پاییز ۱۳۹۸

۱۲) فلاح شمس میرفیض ، غضنفری سمیرا ، بررسی رابطه ریسک نامطلوب بت بازده غیر عادی در بورس اوراق بهادار تهران با رویکرد نظریه ارزش حدی ، فصلنامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، شماره ۲۷ ، تابستان ۱۳۹۵.

۱۳) فرخ برزیده ، شریعت پناهی ، مجید، تقوی فرد محمد تقی ، بهینه سازی سازی پرتفوی با رویکرد فازی ، تحقیقات مالی ، دوره ۱۸ ، شماره ۱۲، بهار ۱۳۹۶.

۱۴) دولو مریم ، دشتی مهدیه، آزمون قیمت گذاری صرف ریسک نامطلوب مبتنی بر نظریه ارزش حدی، مجله مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، شماره ۳۳، زمستان ۱۳۹۶.

۱۵) دست خوان حسین ، بکارگیری تئوری مقادیر حدی در محاسبه ارزش در معرض ریسک قیمت نفت خام ایران، منتشر شده در دهمین کنفرانس بین المللی مهندسی صنایع در سال ۱۳۹۲.

۱۶) عباسی ابراهیم، تیمورپور بابک، برجسته ملکی منوچهر، کاربرد ارزش در معرض ریسک (VaR) در تشکیل سبد سهام بهینه در بورس اوراق بهادار تهران، فصلنامه تحقیقات اقتصادی، دوره ۴۴ شماره ۸۷ ، تابستان ۱۳۸۸.

17) Fernandez A., Gomez S, (2007), Portfolio selection using neural networks; Computer & Operations Research, 34.

18) Bermods, C., (2009), The Memetic Tree-based Genetic Algorithm and its application to Portfolio Optimization, Springer Series in Operations Research and Financial Engineering.

19) Rachel Pownall, (2017), Optimal portfolio selection in a Value-at-Risk framework, Journal of banking and finance , 25.

یادداشت ها :

---

1 Modern Portfolio Theory (MPT)

2 Harry Markowitz

3 Non station

4- Central limit theorem