

مدل سازی عددی بالاروی امواج بلند با استفاده از رهیافت نگاشت به فضای محاسباتی

علی مهدویⁱ؛ ناصر طالب بیدختیⁱⁱ

چکیده

از دیدگاه عددی، بیشتر مشکلات در شبیه سازی بالاروی امواج بلند در تعیین موقعیت خط ساحلی بروز پیدا می کند، چرا که خط ساحلی در خلال فرایندهای بالا-پایین روی موج، بر روی ساحل حرکت می نماید. به بیان دیگر بررسی بالاروی امواج بلند در محدوده مسائل با مرز متحرک می گنجد و در نتیجه سئوالی اصلی که بایستی به آن پاسخ داده شود چگونگی ردیابی این مرز متحرک است. به همین سبب برای تعریف موقعیت خط ساحلی در مدل عددی، بایستی تدبیر ویژه ای اتخاذ نمود. در مطالعه حاضر، دامنه فیزیکی زمانمند با استفاده از یک تبدیل لاگرانژی-ویلری به یک دامنه محاسباتی غیر زمانمند با طول ثابت مبدل می شود. به هر حال این نگاشت محاسباتی عبارتهای غیر خطی جدیدی را در معادلات حاکمه وارد می سازد. با اعمال شرایط مرزی مناسب بر خط ساحلی، معادلات تبدیل یافته به کمک الگوی عددی دو مرحله ای ریچمایر-کس-وندروف حل می گردند. تمامی محاسبات با استفاده از یک برنامه رایانه ای که به همین منظور توسط نویسندگان مقاله در محیط فرترن ۹۰ تهیه گردیده، صورت پذیرفته است. نیمرخ های شبیه سازی شده ی سطح آزاد، تطابق رضایت بخشی با جواب تحلیلی و داده های موجود آزمایشگاهی نشان می دهند.

کلمات کلیدی: معادلات غیر خطی آب کم عمق، مرز متحرک، تبدیل لاگرانژی-ویلری، موج منفرد

ⁱ کارشناس ارشد سازه های هیدرولیکی: amahdavi.ir@gmail.com

ⁱⁱ استاد بخش مهندسی راه و ساختمان، دانشکده مهندسی دانشگاه شیراز: taleb@shirazu.ac.ir

۱- مقدمه

آزمایشگاهی بوده است. تاکنون از معادلات غیر خطی آب کم عمق برای مدل سازی فرایندهای انتشار و بالاروی امواج بلند به طور گسترده استفاده گردیده است. برای اولین بار کریر و گرینسپن (۱۹۵۸) با استفاده از معادلات غیر خطی آب کم عمق، روشی برای تبدیل این معادلات به دستگامی از معادلات خطی با قابلیت حل تحلیلی پیشنهاد نمودند. این محققین به کمک روش خود به بررسی بالاروی امواج دوره ای با شکل موجهای اولیه گوناگون بر

بررسی فرایند انتشار و بالاروی امواج بلند بر روی ساحل شیب دار در زمره ی مسائل کلاسیک هیدرودینامیک سواحل به شمار می آید که معمولاً در مطالعه اثرات ناشی از امواج سونامی بر نواحی ساحلی مطرح می گردد. در سالهای اخیر، بررسی انتشار و بالاروی امواج بلند، موضوع بسیاری از مطالعات تحلیلی، عددی و

محسوب می‌گردد. در این مطالعه با اعمال یک نگاهت مختصاتی، معادلات و شرایط مرزی آن به فضای محاسباتی منتقل می‌گردند. در مختصات جدید، موقعیت خط ساحلی با زمان تغییر نمی‌نماید و اعمال شرایط مرزی تا حدودی ساده‌تر صورت می‌پذیرد. تمامی شبیه‌سازی‌ها توسط برنامه‌ای که به همین منظور در محیط فرترن ۹۰ نوشته شده است صورت می‌پذیرد. برای سنجش کارایی مدل عددی، نتایج حاصل از آن با جواب تحلیلی حاصل از تئوری کلاسیک امواج و داده‌های آزمایشگاهی سینولاکیس (۱۹۸۶) مقایسه می‌گردد.

۲- معادلات حاکم

همانطور که در بخش [۱- مقدمه] اشاره گردید، تاکنون محققین بسیاری برای مدل سازی انتشار و بالاروی امواج بلند از معادلات غیر خطی آب کم عمق استفاده نموده‌اند. این معادلات که در واقع بقای جرم و بقای اندازه حرکت را بیان می‌کنند، معمولاً برای مدل سازی جریان آزاد سیالی تراکم ناپذیر و غیر لزج تحت اثر نیروی گرانش به کار می‌روند. در این معادلات، سرعت به صورت متوسط‌گیری شده در عمق می‌باشد و توزیع فشار هیدرواستاتیک حاکم است و از اثر کشش سطحی صرف‌نظر می‌گردد. این معادلات در مواردی به کار می‌روند که بعد قائم جریان بسیار کوچکتر از بعد افقی آن است؛ نظیر انتشار امواج بلند که نسبت طول موج به عمق آب بیشتر از ۲۰ می‌باشد. چنین امواجی در مکانیک کلاسیک امواج بعنوان امواج آب کم عمق شناخته می‌شوند [۶]. معادلات غیر خطی آب کم عمق در حالت یک بعدی به صورت زیر نوشته می‌شوند [۸].

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial(u d)}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + g \frac{\partial \eta}{\partial x} = 0 \quad (2)$$

در روابط فوق g شتاب گرانش، x راستای انتشار موج، t زمان، $\eta = \eta(x, t)$ جابجایی قائم سطح آزاد نسبت به تراز مختل نشده (اولیه) آب و $u = u(x, t)$ سرعت افقی متوسط گیری شده در عمق در راستای انتشار موج می‌

روی سطح شیب دار پرداختند [۳]. تاک و هوانگ (۱۹۷۲) به توسعه تبدیل کریر و گرینسپین پرداختند و از آن برای حل بالا روی امواج بلند تحت پیکربندی‌های اولیه اختصاص داده شده به سطح آب استفاده نمودند [۹]. سینولاکیس (۱۹۸۶) بر اساس آزمایش‌های خود که در مقایسه با کارهای پیشین از تکنیک‌های دقیقتری در آنها استفاده شده بود، روابطی برای پیش بینی بیشینه بالاروی امواج منفرد غیر شکننده و شکننده ارائه داد [۷]. از آنجائیکه محققین بسیاری برای تعیین میزان دقت مدل‌های تحلیلی و عددی خود از نتایج آزمایشگاهی مذکور استفاده نموده‌اند، نتایج مدل ارائه شده در این تحقیق نیز با این داده‌ها مقایسه می‌گردد. تیتوف و سینولاکیس (۱۹۹۵) به کمک روش تفاضلات محدود به حل شکل مشخصاتی معادلات غیر خطی آب کم عمق پرداختند و از آن برای مدل سازی انتشار و بالاروی امواج منفرد استفاده نمودند. این محققین برای جلوگیری از بروز مسئله ناپایداری عددی، معادلات مشخصه را با الگوی عددی گودونوف حل کردند [۸]. در مدل آنها خط متحرک ساحلی با روش هیبرت و پرگرین (۱۹۷۹) [۵] یعنی افزودن و کم نمودن نقاط محاسباتی مطابق با موقعیت خط ساحلی شبیه سازی گردید. داد (۱۹۹۸) با حل معادلات غیر خطی آب کم عمق به کمک یک حل کننده تقریبی ریمان، بالاروی موج را بررسی نمود. در روش این محقق، یک عبارت برای بیان اتلاف انرژی در معادلات حاکمه اعمال شد و یک عمق موضعی حداقل d_{min} نیز تعریف گردید. چنانچه عمق سیال در یک سلول محاسباتی کمتر از d_{min} باشد آن سلول خشک و در غیر این صورت تر در نظر گرفته می‌شد. خط ساحلی به عنوان خطی که سلول‌های تر را از خشک جدا می‌کند، تعریف گردید. شبیه سازی‌های این محقق از تطابق خوبی با نتایج آزمایشگاهی برخوردار بود [۴].

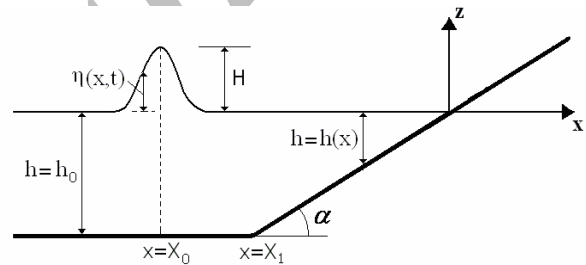
از آنجائیکه در مدل سازی عددی بالاروی موج، برخی از گره‌های محاسباتی قبل از رسیدن موج به آنها خشک هستند، تعیین طول ناحیه حل و به بیان دیگر، مکان‌یابی مرز متحرک خشک-تر در هر گام زمانی مشکلی عمده

باشند. همچنین عمق کل $d(x,t)$ برابر است با مجموع عمق اولیه آب $h(x)$ و $\eta(x,t)$ (شکل (۱)).

۳- شرایط مرزی بر روی خط ساحلی

حل عددی معادلات غیر خطی آب کم عمق مستلزم تعیین شرایط مرزی بر روی خط ساحلی می‌باشد. از آنجائیکه موقعیت خط ساحلی تنها تابعی از زمان است برای محاسبه سرعت خط ساحلی خواهیم داشت:

$$\frac{d\xi}{dt} = u^s \quad (3)$$



شکل (۱): تعریف پارامترهای مربوط به انتشار و بالاروی یک موج منفرد. (شکل بدون مقیاس است)

که در آن u^s سرعت جابجایی خط ساحل می‌باشد (از این پس بالانمون s نشانگر خط ساحلی است). همچنین عمق آب در هر لحظه در خط ساحل برابر با صفر است، بنابراین:

$$d^s = 0 \quad (4)$$

با جایگذاری معادله (۱) در معادله (۲) و بسط دادن مشتقات حاصله، بروچینی و همکاران (۲۰۰۲) شرط مرزی زیر را که بیانگر شتاب خط ساحلی است به دست آوردند [۲].

$$\frac{Du^s}{Dt} = -g \frac{\partial \eta^s}{\partial x} \quad (5)$$

که در آن مشتق کلی سرعت خط ساحلی نسبت به زمان به صورت زیر تعریف می‌گردد.

$$\frac{Du^s}{Dt} = \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)^s + \left(u \frac{\partial u}{\partial x} \right)^s \quad (6)$$

۴- تکنیک نگاشت به فضای محاسباتی

هنگام بکار بردن معادلات غیر خطی آب کم عمق برای تحلیل بالا روی موج مشکلاتی در زمینه تعیین موقعیت خط ساحلی پیش می‌آید. از آنجائیکه این موقعیت در خلال فرایند بالا روی ثابت نمی‌باشد، باید در مدل عددی تدبیر خاصی در جهت تعریف خط ساحلی اتخاذ نمود. در اینجا از تکنیک نگاشت به فضای محاسباتی که توسط ژانگ و همکاران (۲۰۰۱) معرفی گردید استفاده می‌گردد [۱۰]. در این روش سادگی روش اویلر حفظ می‌گردد و از رهیافت لاگرانژی برای تعیین موقعیت خط ساحلی استفاده می‌گردد. بدین منظور با استفاده از تبدیل مختصات زیر، معادلات (۱) و (۲) از فضای واقعی (x,t) ، به فضای محاسباتی (\bar{x}, \bar{t}) نگاشت می‌گردند.

$$x = g(\bar{x}) + \xi(\bar{t})f(\bar{x}), \quad (7)$$

$$t = \bar{t}.$$

که در آن $\xi(\bar{t})$ به موقعیت خط ساحلی در فضای واقعی اشاره دارد. توابع $g(\bar{x})$ و $f(\bar{x})$ به صورت زیر تعریف می‌گردند.

$$g(\bar{x}) = \bar{x}, \quad f(\bar{x}) = 1 + \frac{\bar{x}}{L}. \quad (8)$$

در رابطه فوق L طول اولیه ناحیه حل قبل از ورود موج به آن است. با استفاده از تبدیل فوق، ناحیه حل واقعی $-L \leq x \leq \xi(t)$ که طول آن با زمان تغییر می‌نماید به ناحیه‌ای با طول ثابت $-L \leq \bar{x} \leq 0$ در فضای محاسباتی تبدیل می‌گردد. تحت این تبدیل، خط ساحلی همواره بر $\bar{x} = 0$ منطبق است (شکل (۱)). با استفاده از معادلات (۷) و (۸) می‌توان نشان داد که روابط زیر بین مشتقات جزئی در فضای واقعی و فضای محاسباتی برقرار است.

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial \bar{x}}{\partial x} \frac{\partial}{\partial \bar{x}} \quad (9)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \bar{t}} - f(\bar{x}) \frac{d\xi(\bar{t})}{d\bar{t}} \frac{\partial}{\partial \bar{x}} \quad (10)$$

۴-۱- معادلات حاکمه و شرایط مرزی در فضای محاسباتی

با اعمال روابط (۹) و (۱۰) بر معادلات (۱) و (۲)، پس از

در رابطه فوق $\Delta \bar{x}$ و $\Delta \bar{t}$ به ترتیب گام‌های مکانی و زمانی در فضای محاسباتی‌اند. بالا نمون n گام زمانی قبل (معلوم) را نشان می‌دهد و اندیس m نیز بیانگر گره آخر در فضای (\bar{x}, \bar{t}) است که همواره با خط ساحلی متناظر می‌باشد [شکل ۲- (b)]. به مجرد تعیین سرعت خط ساحلی در گام زمانی جدید ($u^s(n+1)$)، با اعمال قاعده‌ی انتگرال-گیری دوزنقه‌ای بر رابطه (۳)، موقعیت جدید خط ساحلی به دست می‌آید.

$$\xi^{(n+1)} = \xi^{(n)} + \frac{1}{2} \Delta \bar{t} (u^s(n+1) + u^s(n)) \quad (15)$$

در مرز سمت دریا ($x = -L$) در شکل (۲) (a) که نوعی مرز غیر بازتابی (non-reflective) به شمار می‌آید، شرط مرزی انتقال‌دهنده (transmissive) اعمال می‌گردد. این شرط مرزی که خروج بدون انعکاس موج از دامنه محاسباتی را امکان‌پذیر می‌سازد، با افزودن گره‌ای خیالی (ghost grid point) به دامنه محاسباتی اعمال می‌شود. چنانچه اندیس این گره‌ی خیالی با (0) نشان داده شود، خواهیم داشت (شکل ۲) (b):

$$\eta_0 = \eta_1, \quad u_0 = u_1 \quad (16)$$

رابطه فوق بیان می‌کند که متغیرهای جریان نایبستی در راستای عمود بر مرز غیر بازتابی تغییر نمایند.

۴-۲- گسسته سازی معادلات

برای گسسته‌سازی معادلات تبدیل یافته، از الگوی تفاضل محدود دو مرحله‌ای ریچمایر-لکس-وندروف استفاده می‌گردد. این الگو در زمان و مکان دارای دقتی از مرتبه دو می‌باشد. مجموعه اول معادلات بر اساس این الگو به صورت زیر نوشته می‌شود [۱۱].

$$\eta_{i+1/2}^{(n+1/2)} = \frac{1}{2} (\eta_i^{(n)} + \eta_{i+1}^{(n)}) + \frac{\Delta \bar{t}}{2\Delta \bar{x}} c_1 u^s(n) (\eta_{i+1}^{(n)} - \eta_i^{(n)}) - \frac{\Delta \bar{t}}{2\Delta \bar{x}} c_2 \left[(h_{i+1} + \eta_{i+1}^{(n)}) u_{i+1}^{(n)} - (h_i + \eta_i^{(n)}) u_i^{(n)} \right], \quad (17)$$

اندکی عملیات جبری، معادلات بقای جرم و بقای اندازه حرکت به صورت زیر برای بکار بردن در فضای (\bar{x}, \bar{t}) اصلاح می‌گردند.

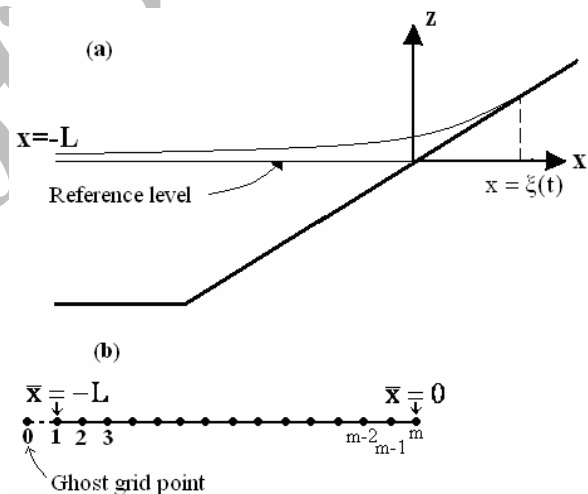
$$\frac{\partial \eta}{\partial \bar{t}} - c_1 u^s \frac{\partial \eta}{\partial \bar{x}} + c_2 \frac{\partial (ud)}{\partial \bar{x}} = 0 \quad (11)$$

$$\frac{\partial u}{\partial \bar{t}} - c_1 u^s \frac{\partial u}{\partial \bar{x}} + c_2 \left(u \frac{\partial u}{\partial \bar{x}} + g \frac{\partial \eta}{\partial \bar{x}} \right) = 0 \quad (12)$$

توابع c_1 و c_2 در روابط (۱۱) و (۱۲) به صورت زیر تعریف می‌گردند.

$$c_1 = c_1(\bar{x}, \bar{t}) = \frac{1 + \bar{x}/L}{1 + \xi(\bar{t})/L}, \quad (13)$$

$$c_2 = c_2(\bar{t}) = \frac{1}{1 + \xi(\bar{t})/L}$$



شکل (۲): (a) فضای واقعی و (b) ناحیه حل در مسئله بالاروی

همانطور که در معادلات تبدیل یافته (روابط (۱۱) و (۱۲)) مشاهده می‌شود، اعمال تبدیل لاگرانژی-اویلری، در عوض ایجاد ناحیه حل غیر زمانمند، عبارت‌های غیر خطی جدیدی را در معادلات غیر خطی آب کم عمق به وجود آورده است. رابطه (۵) پس از تبدیل مختصات و گسسته سازی به صورت زیر بیان می‌شود [۶].

$$u^s(n+1) = u^s(n) - g \frac{1}{1 + \frac{\xi^{(n)}}{L}} \times \frac{\Delta \bar{t}}{2\Delta \bar{x}} (3\eta_m^{(n)} - 4\eta_{m-1}^{(n)} + \eta_{m-2}^{(n)}) \quad (14)$$

می‌یابد، با رابطه زیر تعریف می‌گردد [6].

$$\eta(x, t) = H \operatorname{sech}^2 \left[\sqrt{\frac{3H}{4h_0^3}} (x - X_0 - ct) \right] \quad (21)$$

که در آن H ارتفاع اولیه موج منفرد، h_0 عمق ثابت اولیه آب، X_0 موقعیت اولیه قله موج و $c = \sqrt{g(H + h_0)}$ سرعت انتشار موج می‌باشد (شکل (۱)). مقادیر اولیه سرعت جریان از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$u(x, 0) = \eta(x, 0) \sqrt{g/h_0} \quad (22)$$

مطابق شکل (۱) فاصله میان موقعیت اولیه قله موج منفرد و نقطه شروع ساحل شیب‌دار (X_1) به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود [۸].

$$X_1 - X_0 = \sqrt{\frac{4h_0^3}{3H}} \operatorname{arccosh} \left(\sqrt{\frac{1}{0.05}} \right) \quad (23)$$

فاصله فوق الذکر در واقع نصف طول مشخصه‌ی موج منفرد می‌باشد.

۶- نتایج و بحث

در شکل (۳)، نتایج حاصل از مدل عددی با آنچه که تئوری امواج منفرد (رابطه (۲۱)) برای موج منفردی با ارتفاع بدون بعد $H/h_0 = 0.03$ بدست می‌دهد، مقایسه گردیده است. بر اساس این تئوری، موج منفرد بایستی بدون تغییر شکل، با سرعت ثابت بر روی عمق ثابت آب واقع بر بستر بدون اصطکاک افقی انتشار یابد. در شبیه سازی عددی، ناحیه حل به ۱۰۰ سلول محاسباتی تقسیم شده است همچنین قله موج در لحظه $t = 0$ ، در موقعیت $x = 0$ واقع است. با گذشت زمان موج بدون تغییر شکل از چپ به راست منتشر می‌گردد. به روشنی تطابق نتایج عددی با جواب تحلیلی حتی تا فاصله انتشار $x = 40h_0$ (لحظه $t = 12s$) در شکل (۳) حفظ گردیده است. نتایج این آزمون محاسباتی حاکی از دقت بالای مدل در پیش بینی انتشار موج منفرد بر روی عمق ثابتی از آب می‌باشد.

در سال (۱۹۸۶)، سینولاکسیس در آزمایش‌های خود، بالاروی موج غیر شکننده منفردی با ارتفاع بدون بعد $H/h_0 = 0.0185$ بر روی شیب 1:19.85 را بررسی

$$u_{i+1/2}^{(n+1/2)} = \frac{1}{2}(u_i^{(n)} + u_{i+1}^{(n)}) + \frac{\Delta \bar{t}}{2\Delta \bar{x}} c_1 u^{s(n)} (u_{i+1}^{(n)} - u_i^{(n)}) - \frac{\Delta \bar{t}}{2\Delta \bar{x}} c_2 \left[\frac{1}{2}(u_{i+1}^{(n)})^2 + g \eta_{i+1}^{(n)} - \frac{1}{2}(u_i^{(n)})^2 - g \eta_i^{(n)} \right], \quad (18)$$

در روابط (۱۷) و (۱۸)، c_1 و c_2 در گره $(i + 1/2)$ و گام زمانی n محاسبه می‌گردند. مجموعه دوم معادلات عبارت است از:

$$\eta_i^{(n+1)} = \eta_i^{(n)} + \frac{\Delta \bar{t}}{\Delta \bar{x}} c_1 u^{s(n)} (\eta_{i+1/2}^{(n+1/2)} - \eta_{i-1/2}^{(n+1/2)}) - \frac{\Delta \bar{t}}{\Delta \bar{x}} c_2 \left[(h_{i+1/2} + \eta_{i+1/2}^{(n+1/2)}) u_{i+1/2}^{(n+1/2)} - (h_{i-1/2} + \eta_{i-1/2}^{(n+1/2)}) u_{i-1/2}^{(n+1/2)} \right], \quad (19)$$

$$u_i^{(n+1)} = u_i^{(n)} + \frac{\Delta \bar{t}}{\Delta \bar{x}} c_1 u^{s(n)} (u_{i+1/2}^{(n+1/2)} - u_{i-1/2}^{(n+1/2)}) - \frac{\Delta \bar{t}}{\Delta \bar{x}} c_2 \left[\frac{1}{2}(u_{i+1/2}^{(n+1/2)})^2 + g \eta_{i+1/2}^{(n+1/2)} - \frac{1}{2}(u_{i-1/2}^{(n+1/2)})^2 - g \eta_{i-1/2}^{(n+1/2)} \right]. \quad (20)$$

مقادیر c_1 و c_2 در معادلات (۱۹) و (۲۰) در گره i و گام زمانی n تعیین گردیده‌اند. پس از حل معادلات (۱۷) تا (۲۰) به همراه شرایط مرزی (۱۴) تا (۱۶) و شرایط اولیه-ای که در بخش [۵-§] بیان می‌گردند، مقادیر گره‌ی u و η در گام زمانی جدید به دست می‌آیند. سپس این مقادیر به کمک نگاشت از فضای (\bar{x}, \bar{t}) به فضای فیزیکی (x, t) منتقل می‌شوند.

۵- شرایط اولیه در مدل سازی موج منفرد

یک موج منفرد، موجی است که تنها دارای یک قله است و فاقد شکم می‌باشد. مدل‌سازی انتشار این موج معمولاً با حل معادلات غیر خطی آب کم عمق و با اعمال نیمرخ موج در لحظه $t = 0$ به صورت مقادیر اولیه‌ی نیمرخ سطح آزاد ($\eta(x, 0)$) در مدل عددی صورت می‌پذیرد. بر اساس تئوری مرتبه‌ی اول امواج منفرد، نیمرخ یک موج منفرد که در جهت مثبت محور x انتشار

تبدیل ارائه شده، اعمال شرایط مرزی بر روی مرز خط ساحلی را آسانتر می‌سازد، ولی عبارتهای غیر خطی جدیدی را در معادلات حاکمه به وجود می‌آورد. البته این عبارتهای جدید تنها در حل مسائلی با مرز متحرک نظیر بالاروی امواج بلند یا انتشار موج ناشی از شکست سد بر بستر خشک، وارد محاسبات می‌گردند. به هر حال در محدوده‌ی شبیه‌سازی‌های انجام شده در این مطالعه، نتایج زیر حاصل گردید.

– معادلات غیر خطی آب کم عمق علیرغم فرض سرعت متوسط گیری شده در عمق، ابزاری توانمند جهت بررسی بالاروی امواج منفرد به شمار می‌آید.

– با افزایش ارتفاع بدون بعد اولیه موج (H/h_0) بیشینه بالاروی موج بر روی سطح شیب دار افزایش می‌یابد.

– با افزایش شیب سطح (زاویه α در شکل (۱)) بیشینه بالاروی موج غیرشکننده منفرد کاهش می‌یابد.

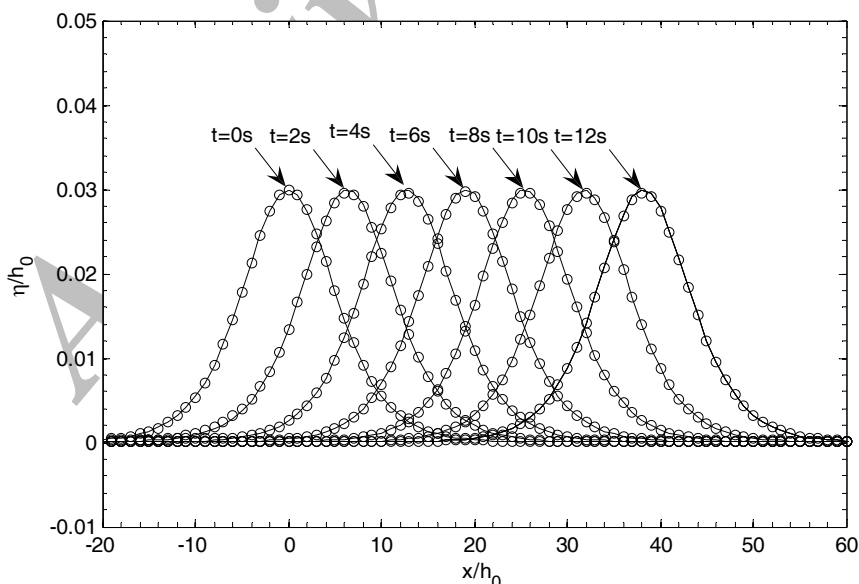
– موقعیت اولیه قرار گیری قله موج (نقطه $x = X_0$ در شکل (۱)) بر میزان بیشینه بالاروی موج تاثیر گذار است.

هر چه این نقطه دورتر از موقعیت اولیه خط ساحلی باشد، بیشینه بالاروی موج کاهش می‌یابد.

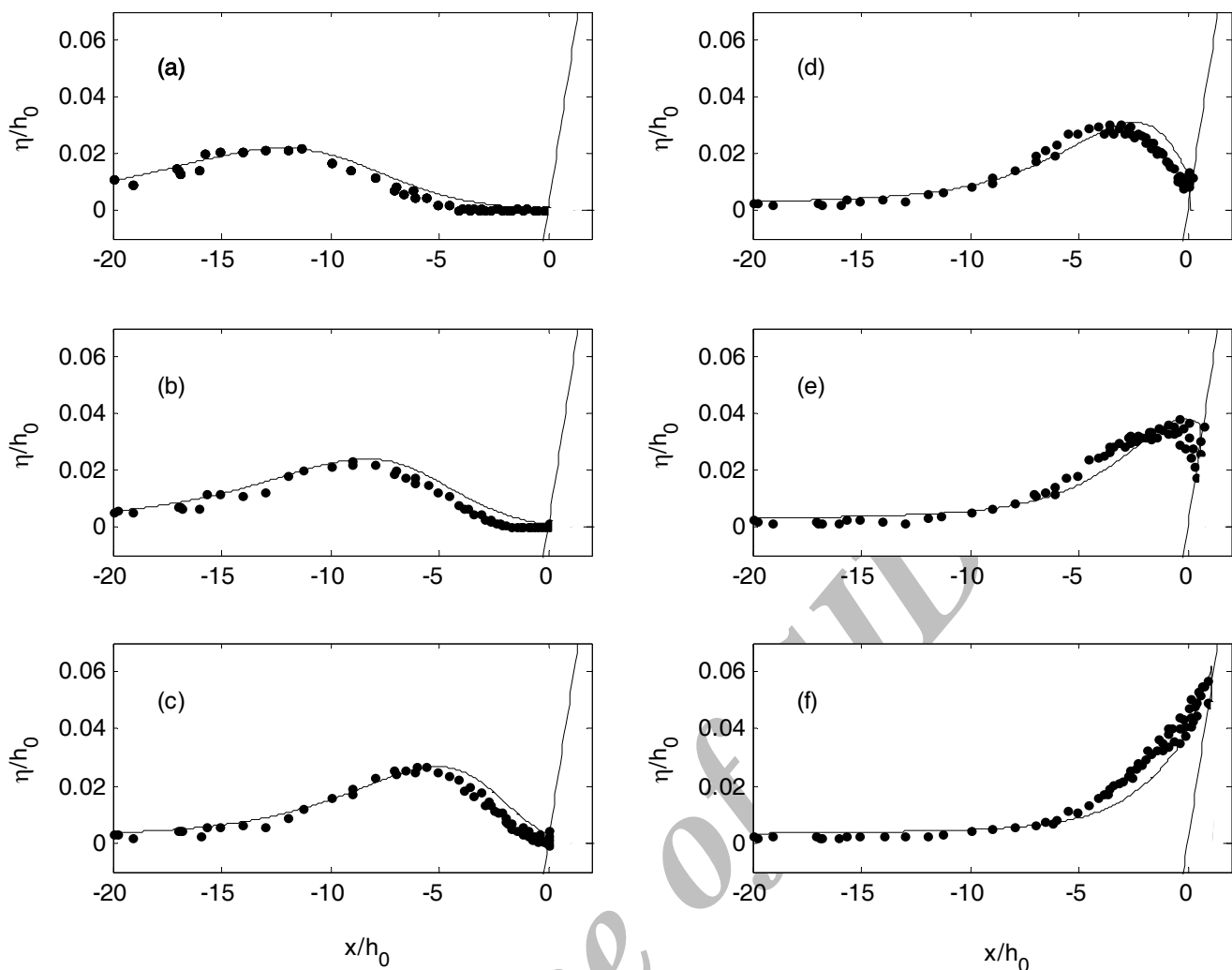
نمود. در شکل (۴) نتایج حاصل از مدل ارائه شده با نتایج آزمایشگاهی این محقق مقایسه گردیده است. برای هماهنگی با داده‌های آزمایشگاهی در این شکل زمان بدون بعد $t^* = t\sqrt{g/h_0}$ تعریف می‌گردد. لازم به ذکر است که موقعیت اولیه قله موج با استفاده از رابطه (۲۳) تعیین گردیده است. همچنین سرعت اولیه جریان بر اساس رابطه (۲۲) منظور شده است. چنانچه در لحظه $t^* = 0$ شرایط جریان ساکن ($u(x,0) = 0$) در مدل اعمال گردد، دو موج منفرد یکسان با ارتفاعی برابر با نصف ارتفاع اولیه موج تولید می‌شود که در جهت مخالف با هم منتشر می‌گردند. وقوع چنین حالتی توسط تیتوف و سینولاکیس نیز گزارش شده است [۸]. تطابق قابل قبول نتایج حاصل از شبیه‌سازی عددی و نتایج آزمایشگاهی، نشان دهنده دقت مدل در پیش بینی انتشار و بالاروی موج منفرد می‌باشد.

۷- جمع بندی و نتیجه گیری

در این مطالعه به تشریح مدلی عددی بر مبنای معادلات تبدیل یافته غیر خطی آب کم عمق پرداخته شد. هرچند که



شکل (۳): شکل موج در زمان‌های مختلف برای موج منفردی با $H/h_0 = 0.03$ که بر روی آبی با عمق ثابت h_0 منتشر می‌گردد. قله موج در لحظه $t = 0$ در $x = 0$ قرار دارد. حل دقیق با خطوط ممتد و نتایج مدل عددی با دایره توخالی مشخص گردیده است.



شکل (۴): بالاروی موج منفردی با $H/h_0 = 0.0185$ بر روی سطحی با شیب 1:19.85 در زمان‌های مختلف بدون بعد t^* برابر با 25: (a), 30: (b), 35: (c), 40: (d), 45: (e) و 50: (f). خطوط ممتد نتایج شبیه سازی عددی و نقاط توپر داده‌های آزمایشگاهی سینولاکیس (۱۹۸۶) را نشان می‌دهند.

Dodd, N. "Numerical model of wave run-up, overtopping, and regeneration." J. Waterway, Port, Coastal, Ocean Engineering. ASCE, Vol. 124, pp. 73–81, 1998.

Hibbert, S., Peregrine, D.H. "Surf and run-up on a beach: a uniform bore." J. Fluid Mechanics. , Vol. 95, pp. 323–345, 1979.

Sorensen, R.M. *Basic Coastal Engineering*. Third Edition. Springer science, New York. 2006.

Synolakis, C.E. "The run-up of long waves." PhD Thesis, California Institute of Technology, Pasadena, CA., 1986.

[۴]

[۵]

[۶]

[۷]

۸- مراجع

Brocchini, M. Personal communication, 2007. [۱]

Brocchini, M., Svendsen, I.A., Prasad, R.S., Bellotti, G. "A comparison of two different types of shoreline boundary conditions." J. Computational Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 191, pp. 4475–4496, 2002. [۲]

Carrier, G.F., Greenspan, H.P. "Water waves of finite amplitude on a sloping beach." J. Fluid Mechanics. , Vol. 4, pp. 97–109, 1958. [۳]

Zhang, J.E., Wu, T.Y., Hou, T.Y. “ *Coastal hydrodynamics of ocean waves on beach.* ” J. Advances in Applied Mechanics, Vol. 37, pp. 90–167, 2001.

Zhou, X., Hon, Y.C., Cheung, K.F. “*A grid-free nonlinear shallow water model with moving boundary*” J. Engineering Analysis with Boundary Elements, Vol. 28, pp. 967–973, 2004.

- [۱۰] Titov, V.V., Synolakis, C.E. “*Modeling of breaking and non-breaking long-wave evolution and run-up using VTCS-2.*” J. Waterway, Port, Coastal, Ocean Engineering. ASCE, Vol. 121, pp. 308–461, 1995. [۸]
- [۱۱] Tuck, E.O., Hwang, L.S. “*Long wave generation on a sloping beach.* ” J. Fluid Mechanics. , Vol. 51, pp. 449–461, 1972. [۹]

Archive of SID