

# تحلیل لرزه ای غیرخطی سدهای بتنی وزنی با در نظر گرفتن اندرکنش سد-مخزن-فونداسیون

زهرا حیرانی<sup>i</sup>؛ محسن قائمیان<sup>ii</sup>

## چکیده

بررسی رفتار لرزه ای سدهای بتنی و نیز ارزیابی ایمنی لرزه ای آنها، بدلیل اهمیت ایمنی سد در هنگام زلزله مورد توجه بسیاری از محققین بوده است. زیرا تخریب این سازه ها در اثر زلزله میتواند آثار سوء اقتصادی و اجتماعی در پی داشته باشد. در این تحقیق آنالیز دینامیکی غیر خطی سدهای بتنی وزنی با در نظر گرفتن اثر اندرکنش سد - مخزن - فونداسیون انجام می شود. از مدل ترک پخش شده (crack model Smeared) برای تحلیل غیر خطی سدهای بتنی وزنی و بررسی موقعیت و جهت ترک ها استفاده شده است. به منظور در نظر گرفتن اثر اندرکنش سد - مخزن از روش المان محدود برای مدل سازی دریاچه استفاده شده و برای حل معادلات کوپله ی سد و دریاچه که به روش  $\alpha$  نوشته شده است، از روش Staggered displacement استفاده می شود. در این مطالعه با تغییر پارامترهای فیزیکی سد، از جمله مدول الاستیسیته و مقاومت کششی، آنالیز دینامیکی غیر خطی سد بتنی وزنی از روش فونداسیون بدون جرم با اعمال شرایط مرزی مناسب انجام شده است. نتایج نشان می دهد که پروفیل های ترک ایجاد شده در سد، در مقایسه با فونداسیون جرم دار به میزان قابل توجهی افزایش می یابد. به عبارت دیگر جرم و میرایی هندسی فونداسیون، پایداری دینامیکی سیستم سد - مخزن - فونداسیون را تحت اثر زلزله افزایش می دهد.

**کلمات کلیدی:** سدهای بتنی وزنی، آنالیز دینامیکی غیر خطی، اندرکنش سد-مخزن-فونداسیون.

تاریخ پذیرش مقاله: ۸۹/۴/۱۶

تاریخ دریافت مقاله: ۸۸/۱۲/۱۵

<sup>i</sup> دانشجوی دکتری و عضو هیئت علمی دانشگاه آزاد اسلامی واحد پرند، zheirany@yahoo.com

<sup>ii</sup> دانشیار دانشگاه صنعتی شریف، ghaemian@sharif.edu

Koyna و سد Pine Flat مورد بررسی قرار گرفتند اما

اندرکنش دینامیکی مخزن و پی صرف نظر شدند. [۱]

اولین مطالعه با آنالیز غیر خطی به روش اجزاء محدود را میتوان به Pal نسبت داد که سد Koyna را تحلیل نموده است. در این تحلیل از رابطه غیرخطی برای منحنی تنش - کرنش، ضابطه مقاومت برای جوانه زنی و رشد ترک و مدل ترک اندود، با فرض صلب بودن پی و صرف نظر از اثر

## ۱- مقدمه

در بیشتر آنالیزهای غیرخطی سدهای بتنی وزنی، اندرکنش سد - مخزن با روش جرم افزوده مدل شده است. در مراحل اولیه تحلیل غیرخطی، Chopra و Chakrabarti موقعیت پروفیل های ترک را با استفاده از تحلیل الاستیک خطی پیش بینی نمودند. در این تحقیق سد

اندرکنش دینامیکی مخزن استفاده شده است. [۲]

و دینامیکی پیشنهاد نمودند. [۸]

## ۲- مدل ترک اندود

یک مدل عددی مناسب در تحلیل شکست باید قادر به شبیه سازی رفتار المان در شرایط مختلف بصورت زیر باشد:

- پیش از نرم شدگی

- بقای انرژی شکست

- رفتار غیر خطی در طول فاز نرم شدگی

- رفتار بسته/ باز شدن مجدد ترک

در تحلیل اجزاء محدود قبل از جوانه زنی ترک، رابطه تنش و کرنش در هر نقطه از جسم سد به صورت زیر بیان می شود:

$$\{\sigma\} = [D] \{\varepsilon\} \quad (1)$$

که  $[D]$  ماتریس مدول الاستیک،  $\{\sigma\}$  بردار مولفه های تنش و  $\{\varepsilon\}$  بردار مولفه های کرنش مطابق با تنش مربوطه است. برای رفتار ایزوتروپیک الاستیک خطی و تنش مسطح، ماتریس  $[D]$  بوسیله رابطه زیر بیان می شود:

$$[D] = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (2)$$

که  $E$  مدول یانگ و  $\nu$  نسبت پواسون می باشند. معیارهای مختلفی در کارهای تحقیقاتی افراد مختلف ارائه شده اند، اما از این میان انتخاب انرژی کرنش تک محوره بعنوان معیار شروع نرم شدگی در تحلیل دینامیکی و استاتیکی سدهای بتنی وزنی موفقیت آمیز بوده است. بر اساس این معیار، سطح زیر منحنی تنش - کرنش تک محوری تا نقطه ماکزیم تنش به عنوان ضابطه ای برای جوانه زنی ترک در نظر گرفته می شود. بدین ترتیب ترک زمانی شروع می شود که دانسیته انرژی کرنشی تک محوره  $\frac{1}{2} \varepsilon_1 \sigma_1$ ، بیش از مقدار  $U_0$  گردد.  $(\sigma_1$  و  $\varepsilon_1$  بترتیب تنش و کرنش اصلی المان می باشند)

$$U_0 = \int_0^{\varepsilon_1} \sigma d\varepsilon = \frac{\sigma_0 \varepsilon_0}{2} \quad (3)$$

تحت بارهای دینامیکی  $U_0$  در یک ضریب بزرگنمایی  $DMF_e$  بصورت زیر ضرب میشود:

Bhattacharjee و Leger یک روش برای تحلیل غیرخطی اندرکنش سد - مخزن - پی در سدهای بتنی وزنی ارائه نمودند. اثر مخزن با استفاده از ماتریس های جرم افزوده، میراگرها و فنرها مدل شده است. از آنجاییکه این ماتریسها در محدوده فرکانسی بوده، برای تحلیل غیر خطی وقت گیر، پیچیده و در نتیجه نامناسب به نظر می رسیدند. از اینرو آنها در تحقیق خود مدل ترک اندود را بکار بردند و با استفاده از مدل ترک چرخشی (CRCM) و فرض صلبیت برای پی، سد Koyuna را مدل نمودند. [۳] Ghrib و Tinawi تئوری مکانیک خرابی غیرایزوتروپیک<sup>۱</sup> را در تحلیل غیرخطی لرزه ای سدهای بتنی وزنی بکار بردند. این مدل قادر به توصیف باز و بسته شدن ترک با استفاده از مشخصات المان مانند مقاومت فشاری، مقاومت کششی و انرژی شکست می باشد. در مطالعه آنها مخزن به روش جرم افزوده مدل شد. [۷ و ۵]

Vargas-Loli و Fenves سد Pine Flat را با استفاده از مدل ترک اندود و معیار کشش بریتل بررسی نمودند که پروفیلهای ترک حاصل بسیار پراکنده بوده و بدلیل آزاد سازی ناگهانی انرژی در المانهای شکسته کوچک، ناپایداری عددی حاصل شد. [۴]

Ghaemian و Ghojarah در تحلیل سدهای بتنی تحت بارهای دینامیکی، روش staggered displacement را در فضای دو بعدی بکار بردند که نتایج خوبی نیز بدست آوردند. در این روش مخزن با استفاده از فشار سیال، بر اساس المانهای سیال مدل میگردد. [۹]

Mirzabozorg و Ghaemian و Kianoush در مطالعات خود یک مدل مکانیک خرابی غیر ایزوتروپیک بمنظور تحلیل پاسخ لرزه ای سدهای بتنی وزنی پیشنهاد نمودند. در این مدل، اندرکنش دینامیکی بین مخزن و سازه با استفاده از روش staggered displacement بررسی و در مقایسه با روش جرم افزوده، مشخص شد که پروفیلهای ترک بیشتر متمرکز میگرددند. [۶]

Mirzabozorg و Ghaemian یک مدل ترک اندود سه بعدی بمنظور تحلیل شکست کششی در شرایط استاتیکی

ترک چرخان استفاده شده است.

با توجه به آنچه Gylltoft توصیه کرده است، می‌توان کرنش کل المان را به دو قسمت الاستیک و غیرالاستیک بصورت زیر تقسیم بندی کرد: [۱۱]

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^{in} = \varepsilon^e + \lambda \varepsilon_{\max} \quad (6)$$

که در آن،  $\varepsilon_{\max}$  ماکزیم کرنش اصلی می‌باشد که المان به آن، در طول بارگذاری‌های گذشته رسیده است و  $\lambda$  بین صفر تا 1 تغییر می‌کند و مقدار 0/2 برای این پارامتر مناسب می‌باشد. البته در مدل ارائه شده در این مطالعه از ضریب  $\lambda = 0$  استفاده شده است.

### ۳- اندرکنش سد- مخزن

اثر اندرکنش سد- دریاچه، با نوشتن معادلات کوپله‌ی سد و دریاچه که شامل دو معادله دیفرانسیلی از مرتبه‌ی دوم است در نظر گرفته می‌شود. معادله دینامیکی سازه‌ی سد و دریاچه به صورت زیر تعریف می‌شود [۱۰]:

$$\begin{aligned} [M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} &= \\ \{f_1\} - [M]\{\ddot{u}_g\} + [Q]\{p\} &= \\ \{F_1\} + [Q]\{p\} & \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} [G]\{\ddot{p}\} + [C']\{\dot{p}\} + [K']\{p\} &= \\ \{F_2\} - \rho[Q]^T\{\ddot{u}\} & \end{aligned} \quad (8)$$

که در آن  $[M]$ ،  $[C]$  و  $[K]$  به ترتیب ماتریس جرم، میرایی و سختی سازه است. همچنین  $[G]$ ،  $[C']$  و  $[K']$  نشان دهنده ماتریس معادل جرم، میرایی و سختی دریاچه می‌باشد.  $Q$  ماتریس کوپله و  $\{f_1\}$  بردار مجموع نیروی هیدرواستاتیکی و نیروی حجمی (مانند وزن سازه‌ی سد) است، که به بدنه‌ی سازه‌ی سد وارد می‌شود.  $\{F_2\}$  مجموع نیروهایی است که در اثر شتاب پایه‌ی  $\{\ddot{u}_g\}$  در مرز سد- دریاچه و شتاب کل  $\{\ddot{U}\}$  در مرز سد- فونداسیون ایجاد می‌شود.  $\{p\}$  فشار هیدرودینامیک وارد بر مرز سد و دریاچه می‌باشد.  $\rho$  نیز چگالی آب دریاچه است.

### ۴- اندرکنش سد و فونداسیون:

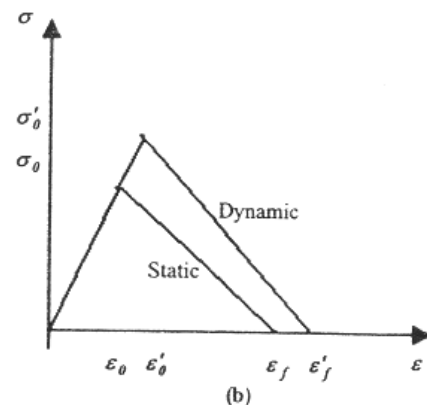
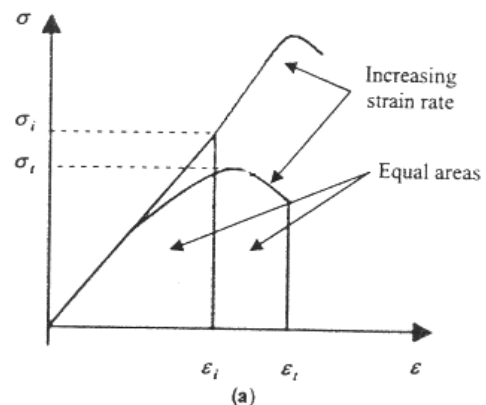
روشی که برای در نظر گرفتن اثر اندرکنش سد و فونداسیون در نظر گرفته شده بر اساس تحریک افزوده

$$U'_0 = \frac{\sigma_i^2}{E} = DMF_e^2 U_0 \quad (4)$$

که پارامترهای پریم دار مربوط به بارهای دینامیکی بوده و ضریب بزرگنمایی دینامیکی در حین تحلیل ثابت فرض می‌گردد. بمنظور ارضای اصل بقای انرژی و بنابراین تعیین شیب بخش نرم‌شدگی منحنی تنش - کرنش بتن، کرنش نهایی بتن تحت بارهای استاتیکی و دینامیکی بصورت زیر بدست می‌آید:

$$\begin{aligned} \varepsilon'_f &= \frac{2G'_f}{\sigma'_0 l_c} \\ \varepsilon_f &= \frac{2G_f}{\sigma_0 l_c} \end{aligned} \quad (5)$$

که در آن  $l_c$  طول ویژه می‌باشد.

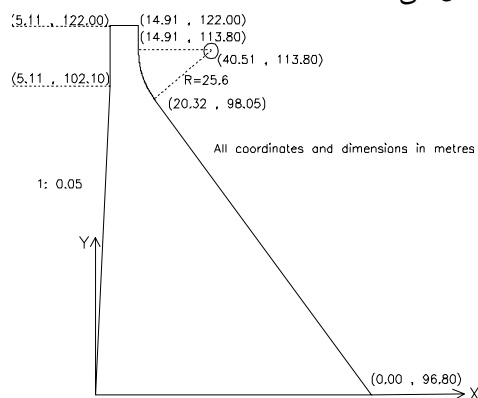


شکل (۱): رابطه‌ی غیر خطی تنش - کرنش در نزدیکی تنش پیک و اثر بارگذاری دینامیکی بر روی پارامترهای مختلف شکل ۱ قسمت b گویای رفتار بتن تحت بارهای استاتیکی و دینامیکی می‌باشد.

در این مطالعه از روش SMS ( Secant Modulus ) (Stiffness) برای شبیه سازی پدیده‌ی نرم‌شدگی استفاده شده است.

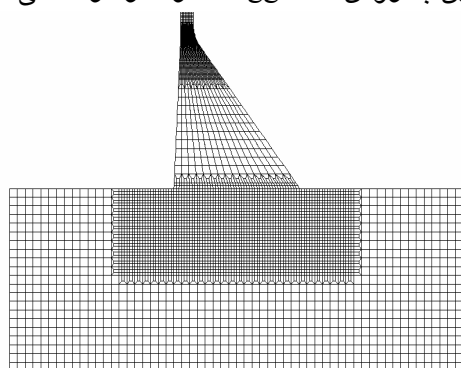
به منظور بررسی پدیده‌ی رویش ترک در سد نیز از روش

غیرخطی حل می‌کند.

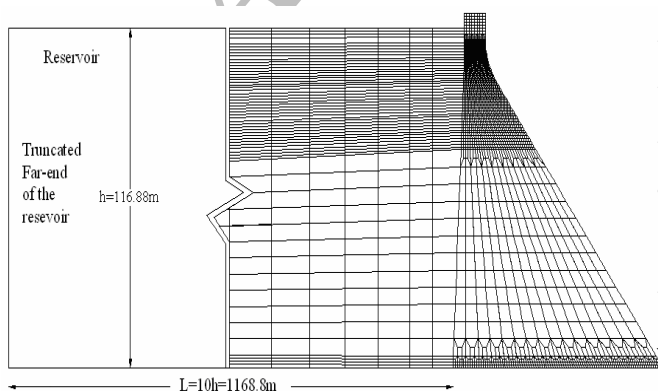


شکل (۲): مقطعی از بلندترین Monolith سد بتنی Pine Flat

نرم افزار مذکور برای حل غیرخطی سدهای بتنی از روش ترک پخش شده استفاده می‌کند. این روش مختص مدل کردن ترک در مواد شبه ترد مانند بتن است. همچنین برای حل عددی معادله‌ی حرکت در حوزه‌ی زمانی از روش حل ضمنی  $\alpha$  استفاده می‌شود. نرم‌افزار NSAG-DRI، برای مدل کردن اندرکنش سد و مخزن از معادله‌ی Helmholtz برای مخزن و معادله‌ی دینامیکی سد استفاده می‌کند. اثر اندرکنش با حل معادلات کوپله‌ی سد و مخزن به روش Staggered در نظر گرفته می‌شود.



شکل (۳): مدل المان محدود سد و فونداسیون



شکل (۴): مدل المان محدود سد و مخزن

رابطه سازی شده است. به عبارت دیگر، فونداسیون به عنوان بخشی از سازه‌ی اصلی سد تعریف می‌شود. این فرمول‌بندی دارای شکل ساده‌ی ریاضی است و در آن می‌توان از تحریک میدان آزاد (Free-Field Excitation) ناشی از امواج زلزله استفاده کرد. به شرطی که تحریک میدان آزاد در پایه‌ی سازه با فرض عدم وجود اثر اندرکنش خاک و سازه محاسبه شود.

بنابراین به منظور آنالیز دینامیکی غیر خطی سیستم سد- دریاچه - فونداسیون می‌بایست معادله (۷) توسط معادله (۹) جایگزین گردد. سمت راست معادله (۹) شامل جرم فونداسیون خواهد بود.

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + K\{u\} = -[m_s]\{\ddot{u}_g\} + \{f_1\} + [Q]\{p\} \quad (9)$$

در رابطه فوق،  $M$ ،  $C$  و  $K$  به ترتیب ماتریس جرم، میرایی و سختی کل سیستم سد- فونداسیون می‌باشد. همچنین  $[m_s]$  بیانگر ماتریس جرم بدنه سد است.  $\{\ddot{u}_g\}$  مولفه‌های شتاب در میدان آزاد (با فرض نبود سازه) است.

## ۵- مطالعه موردی سد Pine Flat:

سد Pine Flat در سال ۱۹۵۴ بر روی رودخانه‌ی Kings River در سی مایلی شرق Fresno ساخته شده است. هدف اصلی ساخت این سد، کنترل سیلاب و تامین آب کشاورزی است. همچنین دریاچه‌ی ایجاد شده در پشت این سد امکانات تفریحی فراوانی را برای بازدید کنندگان فراهم کرده است. این سد از نوع سدهای بتنی وزنی و حجم آب دریاچه‌ی سد برابر با  $1420 \text{ Mm}^3$  می‌باشد. سازه‌ی سد دارای طول تاجی برابر با  $560 \text{ m}$  بوده و از  $37$  بخش یا بلوک به عرض  $15/2 \text{ m}$  تشکیل شده است. برای آنالیز دینامیکی این سد از بلندترین بلوک آن که دارای ارتفاع  $122 \text{ m}$  می‌باشد (شکل ۲) استفاده شده است. سطح مقطع این بلوک برابر با  $5763,025$  متر مربع است. [۱۰].

ابزاری که برای تحلیل غیرخطی سد بتنی وزنی استفاده شده است، نرم‌افزار NSAG-DRI است. این نرم‌افزار معادله‌ی دینامیکی سد را در حالت دو بعدی و در میدان زمانی به روش اجزاء محدود و به دو صورت خطی و

## ۶- مدل‌سازی فونداسیون بدون جرم:

(شکل ۶).

### ۹- حساسیت نسبت به پارامتر $G_f$

به منظور بررسی اثر انرژی شکست ۶ حالت در نظر گرفته شده است که  $G_f$  بین مقادیر ۱۷۵، ۴۰۰، ۲۵۰، ۲۰۰ و ۱۰۰۰ تغییر می‌نماید. با توجه به مفهوم انرژی شکست ( $G_f$ )، با افزایش این پارامتر، انرژی که برای شکست واحد سطح المان نیاز است، افزایش می‌یابد و این به معنای پایداری بیشتر سیستم می‌باشد، در حالیکه در بررسی نتایج، تاثیر پارامتر  $G_f$  به این صورت مشاهده نمی‌شود. لذا میتوان نتیجه گرفت که در پایداری،  $G_f$  اثر مهمی را ایفا نمی‌نماید. (شکل ۷)

### ۱۰- حساسیت نسبت به پارامتر $f_t$

به منظور بررسی اثر مقاومت کششی ۵ حالت در نظر گرفته شده است که در این حالات  $f_t$  بین مقادیر ۲،۳/۲،۵، ۳/۵ و ۳/۹۵ مگا پاسکال تغییر میکند. (شکل ۸) همانگونه که انتظار می‌رود، با افزایش مقاومت کششی ( $f_t$ ) سازه باید به وضعیت پایداری برسد و با بررسی پروفیل‌های ترک این مساله تایید میگردد و ملاحظه میشود که با افزایش  $f_t$  و ثابت ماندن بقیه پارامترها، وضعیت پایداری بوده و در نتیجه تعداد پروفیل‌های ترک کم میگردد.

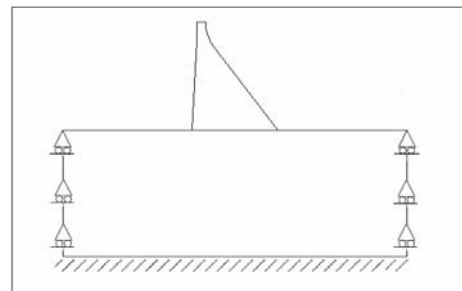
### ۱۱- نتیجه گیری

با استفاده از روش فونداسیون بدون جرم، تنها اثر انعطاف‌پذیری و میرایی سازه‌ای فونداسیون در اندرکنش سد - فونداسیون در نظر گرفته می‌شود و از اثرات اینرسی و میرایی هندسی فونداسیون صرف نظر خواهد شد. این امر باعث افزایش تاریخچه زمانی تغییر مکان گره‌ای تاج سد شده و میزان خسارت های ناشی از ترک خوردگی در سد را تشدید می‌کند. بنابراین می‌توان گفت که روش فونداسیون بدون جرم برای آنالیز دینامیکی غیر خطی سدهای بتنی وزنی روشی محافظه‌کارانه خواهد بود. با افزایش مدول الاستیسیته سد ( $E_s$ ) نسبت مدول الاستیسیته پی به مدول الاستیسیته سد ( $E_f/E_s$ ) دچار کاهش خواهد شد که هر چه این نسبت کمتر گردد، سازه پایداری می‌شود و با بررسی پروفیل‌های ترک این موضوع مشهودتر است

یکی از روش‌های مدل‌سازی اندرکنش سد- فونداسیون، مدل فونداسیون بدون جرم است. در این مدل تنها اثر میرایی سازه‌ای فونداسیون و انعطاف پذیری آن در نظر گرفته می‌شود و از اثر اینرسی و میرایی هندسی فونداسیون صرف‌نظر می‌شود. در این روش از تکیه‌گاه‌های غلتکی در دو پهلوی فونداسیون استفاده شده و از جابجایی کف فونداسیون به منظور حفظ پایداری کل سیستم صرف‌نظر شده است.

## ۷- آنالیز سد برای مدل فونداسیون بدون جرم

بمنظور بررسی عملکرد سدهای بتنی وزنی تحت نیروی زلزله، باید تاثیر تغییر شرایط مختلف بر روی رفتار لرزه ای سدها ارزیابی گردد. از اینرو در این بخش به بررسی اثر حساسیت پارامترهای مختلف در مدل ترک پخش شده می‌پردازیم. تاثیر پارامترهای فیزیکی سد شامل مدول الاستیسیته ( $E$ )، انرژی شکست ( $G_f$ )، مقاومت کششی ( $f_t$ ) در این آنالیز مورد ارزیابی قرار می‌گیرند.



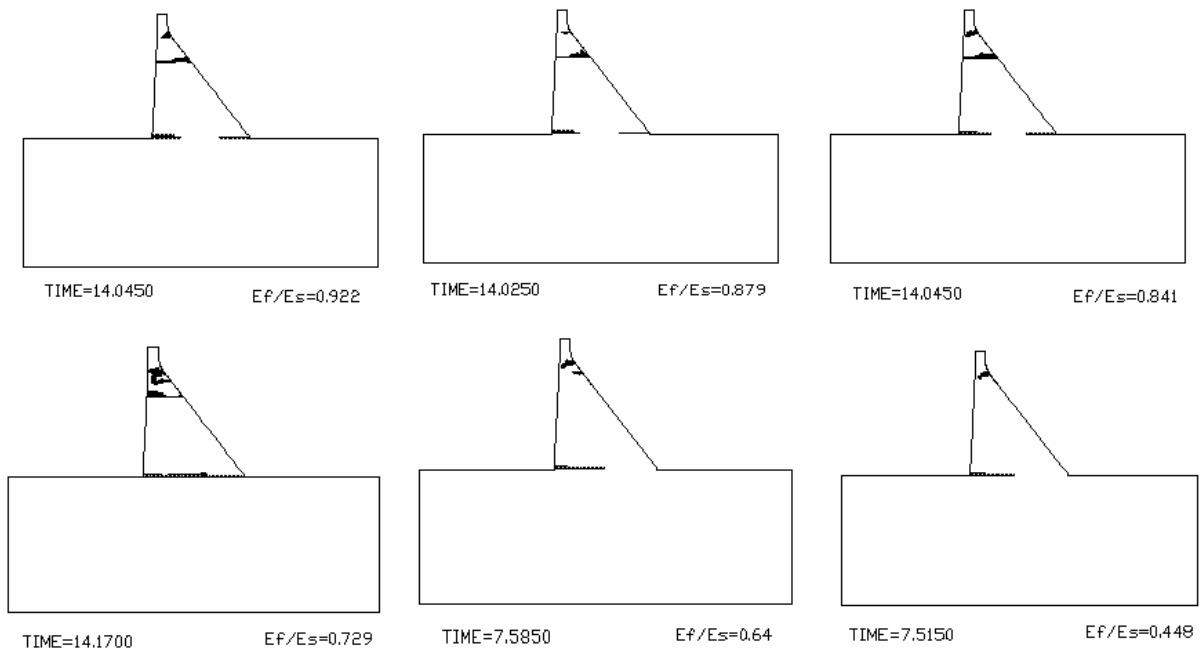
شکل (۵): مدل فونداسیون بدون جرم

### ۸- حساسیت نسبت به پارامتر $E$

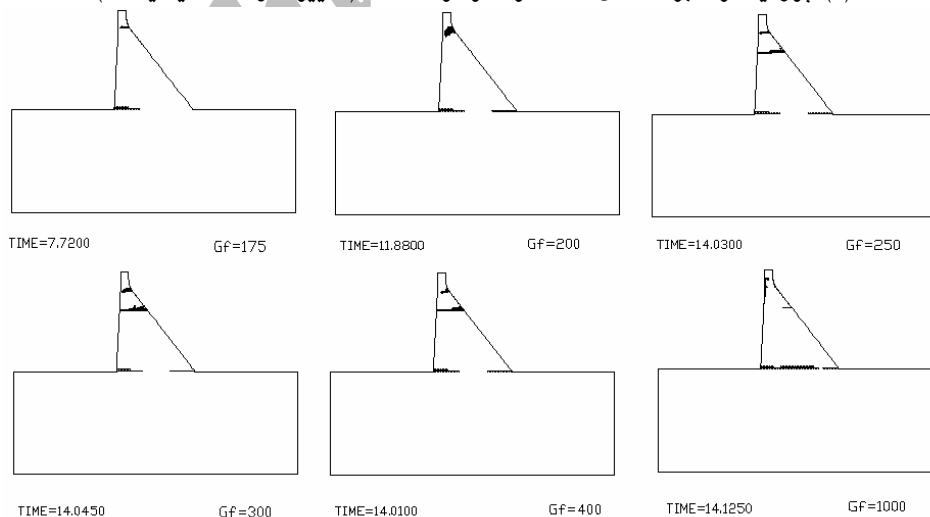
به منظور بررسی اثر مدول الاستیسیته ۶ حالت در نظر گرفته شده است. با توجه به افزایش مدول الاستیسیته سد ( $E_s$ ) بین مقادیر ۲۴/۳، ۲۵، ۲۶، ۲۷، ۲۸، ۲۹، ۳۰، ۳۵ و ۵۰ گیگا پاسکال، نسبت مدول الاستیسیته پی به مدول الاستیسیته سد ( $E_f/E_s$ ) از ۰/۹۲۲ تا ۰/۴۴۸ دچار کاهش خواهد شد که هر چه این نسبت کمتر گردد، سازه پایداری می‌شود و با بررسی پروفیل‌های ترک این موضوع مشهودتر است

پایدارتری برسد و با بررسی پروفیل‌های ترک این مساله تایید میگردد و ملاحظه میشود که با افزایش  $f_t$  و ثابت ماندن بقیه پارامترها، وضعیت پایدارتر بوده و در نتیجه تعداد پروفیل‌های ترک کم میگردد. میتوان نتیجه گرفت که  $f_t$  مهمترین نقش را بین ۳ پارامتر در نظر گرفته شده، در پایداری سدهای بتنی دارا می باشد.

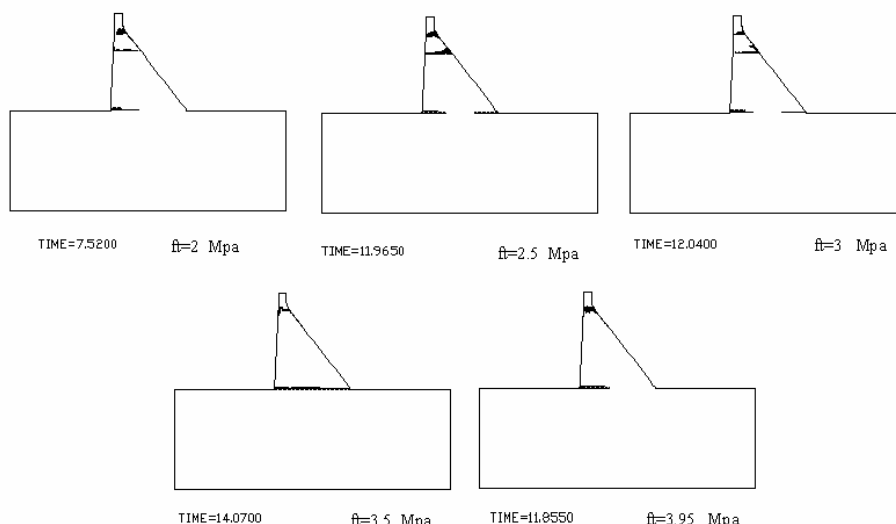
پایدارتر می شود. با توجه به مفهوم انرژی شکست ( $G_f$ )، با افزایش این پارامتر، انرژی که برای شکست واحد سطح المان نیاز است، افزایش می یابد و این به معنای پایداری بیشتر سیستم می باشد، در حالیکه در بررسی نتایج، تاثیر پارامتر  $G_f$  به این صورت مشاهده نمیشود. با افزایش مقاومت کششی ( $f_t$ ) سازه باید به وضعیت



شکل (۶): پروفیل ترک برای شش حالت در نظر گرفته شده (تغییر مدول الاستیسیته  $E_s$ )



شکل (۷): پروفیل ترک برای شش حالت در نظر گرفته شده (تغییر انرژی شکست  $G_f$ )



شکل (۸): پروفیل‌های ترک برای پنج حالت در نظر گرفته شده (تغییر مقاومت کششی  $f_t$ )

Mirzabozorg H, Ghaemian M, Kianoush M.R. [۶]  
 "Damage mechanics approach in seismic analysis of concrete gravity dams including dam-reservoir interaction", European Earthquake Engineering, Vol.3, pp17-24, 2004

Ghrib F, Tinawi R. [۷]  
 "Nonlinear behavior of concrete dams using damage mechanics", Journal of Engineering Mechanics, Vol.121, NO.4, 1995

Mirzabozorg H, Ghaemian M. [۸]  
 "Nonlinear behavior of mass concrete in three-dimensional problems using a smeared crack approach", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol.34, pp247-269, 2005

Ghaemian, M., Ghobarah, A. [۹]  
 "Staggered Solution Schemes for Dam-Reservoir Interaction", Journal of Fluid and Structures, Vol. 12, pp. 933-948, 1998.

Ghaemian, M., Ghobarah, A. [۱۰]  
 "Nonlinear Seismic Analysis of Concrete Gravity Dams including Dam-Reservoir Interaction", Engineering Structures 21(1999) 306-315.

Gylltoft, K. [۱۱]  
 "A fracture mechanics model for fatigue in concrete", Materials & Construction, 17, 55-58, 1984

## ۱۲- مراجع

Chopra A.K, Chakrabarti P. [۱]  
 "The earthquake experience at Koyna Dam and stresses in concrete gravity dams". Earthquake Engineering and Structural Dynamics 1972;1:151-164

Pal N. [۲]  
 "Nonlinear earthquake response of concrete gravity dams". Report NO. EERC 74-14, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, 1974

Bhattacharjee, S.S. and Leger, P. [۳]  
 "Seismic cracking and energy dissipation in concrete gravity dams", Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 22, 991-1007, 1993.

Fenves, G., Chopra, A.K. [۴]  
 "Earthquake Analysis of Concrete Gravity Dams Including Reservoir Bottom Absorption and Dam-Water-Foundation Rock Interaction", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 12, No.5, pp. 663-680, 1984.

Ghrib F, Tinawi R. [۵]  
 "An application of damage mechanics for seismic analysis of concrete gravity dams", Earthquake Engineering and Structural Dynamic , Vol.24, pp157-173, 1993