# طراحی کانتور نازل ابر صوتی با در نظر گرفتن جریان لزج گاز واقعی

محمد فرهت <sup>۲</sup>

محمد رضا سلطانی <sup>ا</sup>

دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات، دانشکده مهندسی مکانیک و هوافضا، گروه مهندسی هوافضا

دانشگاه صنعتی شریف، دانشکده مهندسی هوافضا

#### چکیدہ

در این مقاله طراحی بخش واگرای کانتور نازل دوبعدی تونل باد دمنده با ماکزیمم عدد ماخ آزمون ۷ صورت گرفته است. بر این اساس، ابتدا مشخصات یک نمونه تونل باد ابرصوتی جریان-لحظهای دمنده تشریح شده است. آنگاه با درنظر گرفتن هوا بعنوان سیال عامل این تونل باد، تاثیرات گاز واقعی و همچنین تأثیرات لزجت جریان، حایز اهمیّت شمرده شده و محاسبات مربوط به هر یک از این تأثیرات انجام پذیرفته است تا از نتایج بدست آمده از محاسبات مذکور، در روند طراحی کانتور نازل استفاده شود. در نهایت، با معرفی روش تحلیلی فولش، نتایج حاصل از یک کد محاسباتی که بر مبنای این روش تبیین شده است، در اختیار قرار گرفته است.

واژههای کلیدی: عدد ماخ، رژیم جریان ابرصوتی، نازل همگرا- واگرا، روش فولش، ضخامت جابجایی لایهی مرزی

# Hypersonic Nuzzle Design for Viscous Real Gas Flow

### M.R. Soltani

#### M. Farhat

Aerospace Eng. Dep't, Sharif Univ. of Tech., Tehran, Iran

Mechanical and Aerospace Eng. Dep't, Science and Research Branch, Islamic Azad Univ., Tehran, Iran

#### ABSTRACT

In this paper, the divergent part of a two dimension nozzle of an intermittent blow-down hypersonic wind tunnel capable for maximum Mach number of 7 is designed. The real gas and viscous effects are taken into account in determination of nozzle contour. Finally, by using Foelsch method as an analytical method for designing hypersonic nozzle contour, a CFD code has been presented and the results of this code are attached.

Key Words: Mach number, Hypersonic flow regime, Convergent-divergent nozzle, Foelsch's method, Boundary layer displacement thickness



۱ – استادیار

## ۱– مقدمه

یکی از اساسیترین مشکلات در طراحی تونلهای باد فوقصوتی و ابرصوتی، تخمین کانتور بخش واگرای نازل در این نوع تونل ها است، بگونه ای که بتوان از ایجاد جریانی یکنواخت با خطوط جریان هموار و موازی با محور تونل و با عدد ماخ مورد نظر در محفظهی آزمون، اطمینان حاصل نمود. از این رو، روشهای گوناگونی در این زمینه از سوی متخصصان آئروديناميك ارايه شده است كه از آن جمله مى توان به روش یرانتل و بوزمن (روش مشخصهها)، روش یاکت، روش شایپرو<sup>†</sup> و روش فولش اشاره نمود که تمامی این روشها بر اساس معادلات حاکم بر جریانهای تراکمپذیر، شکل گرفته اند [1]. عمده ترین دلیل انتخاب روش فولش جهت طراحی بخش واگرای نازل مد نظر در این مقاله آن است که این روش، علاوه بر تکیه بر مفاهیم ریاضی، در مقایسه با دیگر روشها دارای این مزیّت است که به سهولت، جنبهی فیزیکی و ماهیت گرافیکی مسئله را نیز در اختیار قرار میدهد؛ بدین معنی که با بهرهگیری از این روش، میتوان مستقیما به معادلهی کانتور نازل دست يافت [٢].

در روند طراحی، ابتدا با معرفی مشخصات یک مورد خاص از تونلهای باد ابرصوتی یعنی نوع جریان لحظهای دمنده، تصحیحات مربوط به تاثیرات گاز واقعی با استفاده از خواص ترمودینامیکی سیال عامل تونل باد، صورت پذیرفته و پس از آن، محاسبات مربوط به لایهی مرزی جهت اعمال تأثیرات لزجت جریان بر کانتور نازل، انجام میشود. در نهایت، با معرفی روش تحلیلی فولش، نتایج حاصل از کد محاسباتی مربوط به طراحی کانتور نازل با درنظر گرفتن جریان لزج گاز واقعی مورد بحث و بررسی قرار می گیرد.

## ۲- مشخصات تونل باد مورد نظر

تونل باد مد نظر این مقاله، از نوع جریان لحظهای دمنده میباشد که برای ایجاد ماکزیمم عدد ماخ برابر با ۷ طراحی شده است. مدت زمان انجام هر تست با استفاده از این تونل باد در حدود ۱۰ ثانیه درنظر گرفته شده و سطح مقطع آزمون آن، به شکل مربعی با ضلع ۰/۱ متر است. جریان ابرصوتی با عدد

<sup>1</sup> Prandtl-Busemann Method

ماخ مورد نظر در محفظهی آزمون این تونل باد، با بهره گیری از نسبت فشاری ایجاد می شود که توسط هوای فشرده شده در مخازن تحت فشار، فراهم شده است. با استفاده از نمودار تجربی زیر، نسبت فشار لازم به منظور برقرار ساختن جریانی با عدد ماخ ۷ در محفظه ی آزمون برابر با ۲۸۰ می باشد:



**شکل (۱):** نمودار تعیین نسبت فشار مجاز جهت راماندازی تونل باد [۳].

$$\lambda = \frac{p_t}{p_e} = 280 \tag{1}$$

از سوی دیگر، از آنجایی که تونل باد از نوع دمنده بوده و هوا را بصورت جریان جت آزاد، مستقیماً به اتمسفر تخلیه میکند، فشار خروجی تونل (p<sub>e</sub>) برابر با ۱ اتمسفر میباشد، بنابراین فشار کل تونل (p<sub>t</sub>) که برابر با فشار سکون هوای درون مخازن میباشد، بصورت زیر بدست میآید:

$$p_e = 14.696 \text{ (psia)}$$
 (7)

$$\mathbf{p}_{t} = \lambda \cdot \mathbf{p}_{e} \tag{(7)}$$



<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Method of Characteristics

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Puckett's Method <sup>4</sup> Shapiro's Method

$$p_t = 4114.88 \text{ (psia)}$$
 (\*)

اکنون با استفاده از رابطهی آیزنتروپیک زیر، مقدار فشار استاتیک هوا، پیش از ورود جریان به نازل، با جایگذاری مقادیر عدد ماخ برابر با ۲ و نسبت حرارت ویژهی هوا برابر با ۱/۴، بصورت زیر محاسبه میشود:

$$p = p_t (1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2)^{-\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$$
 ( $\Delta$ )

با استفاده از نتیجهی فوق و با درونیابی از نمودار (۲) که توسط فرد ال دام<sup>۱</sup> ارایه شده است، بهمنظور جلوگیری از وقوع پدیدهی میعان هوا در نازل (که درصورت وقوع تأثیرات بسیار نامطلوبی در پی خواهد داشت) حداقل دمای استاتیک هوا در نازل برابر است با ۱۱۲/۷۴ درجه ی رنکین که جهت حصول اطمینان از عدم وقوع پدیدهی میعان هوا در نازل، ۲۰ رنکین نیز به مقدار فوق افزوده می شود که در نتیجه داریم:

$$T = 132.74$$
 (°R) (%)



حال با استفاده از رابطهی آیزنتروپیک زیر، مقدار دمای کل یا دمای سکون هوا، با جایگذاری مقادیر عدد ماخ برابر با ۷ و نسبت حرارت ویژهی هوا برابر با ۱/۴، بصورت زیر محاسبه میشود:

$$T_t = T(1 + \frac{\gamma - 1}{2}M^2)$$
 (Y)

(λ)

در نظر گرفتن مقدار ثابت ۱/۴ برای نسبت حرارت ویژهی هوا، تا آنجا که دمای آن کمتر از ۱۰۰۰ رنکین (حدود ۵۵۶ کلوین) باشد، صحیح است. در چنین دماهایی، انرژیِ داخلی هوا، صرفا به میزان تحریک درجات آزادی انتقالی و چرخشی هر مولکول وابسته بوده و در نتیجه، نسبت حرارت ویژهی آن، ثابت باقی خواهد ماند. در دماهای بالاتر از ۱۰۰۰ رنکین، یک درجهی خواهد ماند. در مولکول ها برانگیخته میشود. در چنین شرایطی، توجهی، در مولکول ها برانگیخته میشود. در چنین شرایطی، مقدار γ بهتناسب افزایش دما، تغییر خواهد کرد. بر ایـن اسـاس، رابطـهی تجربی زیـر جهت تعییـن نسبت حرارت ویژهی هوا در حالتی که تأثیرات درجهی آزادی ارتعاشی مولکول های آن قابل توجه باشد، ارایه شده است [۳]:

$$\gamma = 1 + \frac{\gamma_p - 1}{1 + (\gamma_p - 1)(\frac{5500}{T_t})^2 \frac{\text{Exp}(5500/T_t)}{[\text{Exp}(5500/T_t) - 1]^2}} \quad (\text{A})$$

که در آن،  $\gamma_n$  نسبت حرارت ویژهی هوا به عنوان گاز کامل و برابر با ۱/۴ میباشد. روند تصحیح نسبت حرارت ویژه بدین صورت انجام می پذیرد که با قرار دادن مقدار  $T_{t}$  در معادلهی فوق، مقدار جدیدی برای نسبت حرارت ویژهی هوا بدست میآید. آن گاه با جایگذاری این مقدار جدید در کلیّهی محاسبات انجام شده در بخش قبل، از جمله محاسبهی فـشار استاتیک و دمای سکون، مقدار جدیدی برای دمای سکون بدست خواهد آمد که قـرار دادن ایـن مقـدار در معادلـهی (۸)، منجر به بدست آوردن مقدار جدیدی برای  $\gamma$  خواهـد شـد. ایـن روند تا زمانی که نسبت حرارت ویژهی بدست آمده از دو تکرار متوالی برابر شوند، ادامه مییابد. نسبت حرارت ویژهی نهایی، مقدار دقيقى است كه با در نظر گرفتن تاثيرات گاز واقعى محاسبه شدهاست. در نهایت، مقادیر فشار استاتیک، حداقل دمای استاتیک برای جلوگیری از میعان هوا در نازل و دمای سکون تونل باد، با استفاده از مقدار نهایی نسبت حرارت ویژه، محاسبه مىشوند. با توجـه بـه توضيحات فـوق، نتـايج نهـايى بصورت زیر بدست می آیند [۱]:

$$\gamma = 1.360868821$$
,

$$p=5.0381\times10^{-2} \text{ (atm)}$$
  
=7.4040×10<sup>-1</sup> (psia)=38.29 (mmHg) (9)

$$T = 109.97 \,^{\circ}R \approx 110.0 \,^{\circ}R$$
 (1.)

همانطور که پیشتر نیز ذکر شد، به منظور حصول اطمینان از عدم وقوع پدیدهی میعان در نازل، ۲۰ درجهی رنکین نیز به مقدار دمای استاتیک می شود و در نتیجه مقدار حداقل دمای استاتیک برای جلوگیری از میعان هوا در نازل برابر است با:

$$T = 130.0^{\circ}R = 72.2 \text{ K},$$
 (11)

 $T_t = 1279.3672 \ ^\circ R = 710.76 \ K$  (17)

## ۴- تاثیرات لزجت جریان بر کانتور نازل

روش متداول بهمنظور تصحیح کانتور نازل ابرصوتی جهت حذف تاثیرات نامطلوب ناشی از لایهی مرزی، استفاده از معادلهی پیوستگی میباشد که از این طریق، تصحیحات بر اساس ضخامت جابجایی لایهی مرزی<sup>۱</sup> ( $\delta$ )، صورت میگیرد [۳]. ضخامت جابجایی لایهی مرزی، طبق تعریف عبارت است از فاصلهای که در صورت جابجا شدن مرز جامد به آن اندازه، کاهش دبی جرمی جریان عبوری به سبب وجود لایهی مرزی، جبران خواهد شد. ضخامت جابجایی لایهی مرزی، بر اساس معادلهی پیوستگی و با استفاده از رابطهی زیر بدست میآید:

$$\rho_{\rm e}U_{\rm e}\delta^* = \int_0^\delta (\rho_{\rm e}U_{\rm e} - \rho U) dy , \qquad (17)$$

$$\delta^* = \int_0^{\delta} (1 - \frac{\rho U}{\rho_e U_e}) dy$$
 (14)

که در آن پانویس e معرف مقادیر خواص جریان در خروجی نازل است. اما رابطهی فوق صرفا جنبهی تئوری داشته و بدست آوردن ضخامت جابجایی لایهی مرزی از طریق آن، بطور مستقیم امکانپذیر نیست چرا که رابطهی میان تغییرات پروفیل سرعت با عدد رینولدز، عدد ماخ و گرادیان فشار در لایهی مرزی مغشوش تراکمپذیر، قابل اندازه گیری نیست. اما با استناد به نتایج تجربی موجود در مرجع [۴]، برای لایهی مرزی مغشوش تراکمپذیر، در حالتی که گرادیان فشار برابر با صفر

بوده و یا دارای مقداری منفی باشد، پروفیل سرعت را میتوان با استفاده از قانون توانی زیر محاسبه نمود:

$$\frac{U}{U_{e}} = \left(\frac{y}{\delta}\right)^{\frac{1}{N}},\tag{10}$$

که در آن، N را پارامتر پروفیل مینامند که تابعی است از عدد رینولدز جریان و مقدار آن با استفاده از رابطهی زیر محاسبه می شود:

$$N = 2.6 (Re_x)^{\frac{1}{14}}$$
 (19)

که با استناد به نتایج تجربی حاصل از نمونههای مشابه از تونلهای باد ابرصوتی جریان لحظهای دمنده، محدودهی عدد رینولدز جریان در این نوع تونلها، از مرتبهی 10<sup>6</sup> میباشد [1]، که در نتیجه، مقدار N برابر است با:

$$N = 2.6 \left( 10^6 \right)^{\frac{1}{14}} = 6.975 \approx 7 , \qquad (1Y)$$

از سوی دیگر با فرض آن که درون لایهی مرزی مغشوش تراکمپذیر، گرادیان فشار در جهت عمودی برابر با صفر باشد، یعنی داشته باشیم dp/dy = 0 ، آنگاه درون لایهی مرزی مغشوش تراکمپذیر، p = p خواهد بود و بنابراین، از معادلهی حالت نتیجهی زیر حاصل میشود:

$$\frac{\rho_{\rm e}}{\rho} = \frac{T}{T_{\rm e}},\tag{1}$$

از سوی دیگر، با فرض این که هیچگونه تبادل حرارتی میان سیال و دیواره وجود نداشته (جریان آدیاباتیک گاز کامل) و عدد پرانتل برابر با یک باشد، از معادلهی انرژی خواهیم داشت:

$$c_{p}T + \frac{1}{2}U^{2} = c_{p}T_{e} + \frac{1}{2}U_{e}^{2},$$
 (19)

همچنین میدانیم که طبق تعریف، معادلات زیر برای محاسبهی دو پارامتر نسبت حرارت ویژه در فشار ثابت و سرعت صوت ارایه شده اند [۵]:

$$c_{p} = \frac{\gamma R_{1}}{\gamma - 1}, \qquad (\Upsilon \cdot)$$

$$a^{2} = \frac{dp}{d\rho} = \frac{\gamma p}{\rho} = \gamma RT$$
 (11)

اکنون با استفاده از روابط (۱۹) تا (۲۱)، معادلهی (۱۸) بصورت زیر بازنویسی میشود:

$$\frac{\rho_{e}}{\rho} = \frac{T}{T} = 1 + \frac{U_{e}^{2}}{2c} \left[ 1 - \left(\frac{U}{U}\right)^{2} \right]$$
(YY)



<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Boundary Layer Displacement Thickness

کانتور نازل با استفاده از این روش، در شکل ۳ نشان داده شده



شکل (۳) طراحی کانتور نازل ابرصوتی با استفاده از روش فولش (جریان چشمهی شعاعی) [۲].

با توجه به شکل،  $C_{-}$  به عنوان خط مشخصهی عبوری از نقطهی  $(x_i, y_i)$  شناخته میشود که بصورت  $C_{-}$  مشخص شده است. ناحیهی پایین دست خط مشخصهی  $C_{-}$  مشخص خانوادهای از خطوط مشخصهی  $C_{+}$  در بر می گیرند. خط مشخصهی  $C_{+}$ ای که از نقطهی خروجی  $(x_e, y_e)$  می گذرد، با  $^{\circ}_{+}$  نشان داده شده است. جریان سیال در پایین دست  $^{\circ}_{+}$ . M با  $^{\circ}_{+}$  نشان داده شده است. جریان سیال در پایین دست  $^{\circ}_{+}$ . M با  $^{\circ}_{+}$  نشان داده شده است. جریان سیال در پایین دست  $^{\circ}_{+}$ . M با  $^{\circ}_{+}$  نشان داده شده است. جریان سیال در پایین دست  $^{\circ}_{+}$ . M بصورت یکنواخت، موازی با محور طولی و دارای عدد ماخ M میباشد. در این روش فرض بر آن است که جریان در ناحیهی میباشد. در این میان حایز اهمیّت است، چگونگی C نه شود. آنچه در این میان حایز اهمیّت است، چگونگی شکل گیری مرز IE است، بگونهای که مشخصههای  $_{+}$ 

در ناحیهای که جریان، فوقصوتی-ابرصوتی است یا بهعبارت دیگر \*r < r میباشد، خطوط جریان بصورت خطوط مستقیم همگرایی درنظر گرفته میشوند که از مبداء O انتشار یافته اند. در این حالت، با فرض جریان چشمهی یکنواخت، دبی جرمی جریان بر واحد رادیان، ثابت خواهد ماند:

 $\rho u = Constant$  (۲۹)

از سوی دیگر، از آنجایی که جریان روی سطوح هممرکز با چشمه، بصورت یکنواخت در نظر گرفته می شود، رابطهی سطح-عدد ماخ یک بعدی را می توان برای محاسبهی عدد ماخ در نقطه ای که به فاصلهی ۲ از مبداء واقع شده است، بصورت زیر بکار برد: (۲۳)

حال با بهـرهگیـری از روابـط (۱۳)، (۱۴)، (۱۵)، (۲۲) و (۲۳)، نسبت ضخامت جابجایی لایهی مرزی به ضخامت لایهی مرزی، بصورت زیر قابل محاسبه خواهد بود:

$$\frac{\delta}{\delta^*} = 1 - \int_0^1 \frac{N}{1 + \left(\frac{\gamma - 1}{2}\right) M_e^2} \cdot \frac{z^N dz}{1 - \frac{z^2}{b^2}}, \qquad (\Upsilon^{\epsilon})$$

که در آن

$$z = \frac{U}{U_e} = \left(\frac{y}{\delta}\right)^{\frac{1}{N}},$$
 (Y $\Delta$ )

$$b^{2} = \frac{1 + \left(\frac{\gamma - 1}{\gamma}\right) M_{e}^{2}}{\left(\frac{\gamma - 1}{2}\right) M_{e}^{2}}$$
(79)

و در نهایت، به ازای مقدار بدست آمده برای پارامتر پروفیل از رابطهی (۱۶)، معادلهی انتگرالی (۲۴) بشکل زیر ساده می شود:

$$\frac{\delta^*}{\delta} = 1 - \frac{7}{(\gamma - 1)M^2} \times [b^6 \log(\frac{b^2}{b^2 - 1}) - b^4 - \frac{1}{2}b^2 - \frac{1}{3}]$$
(YV)

که با جایگـذاری مقـادیر  $M_e = 7$  و  $\gamma = 1.360868821$  در آن، خواهیم داشت:

$$\frac{\delta^*}{\delta} = 0.6994039492 \tag{7}$$

با افزودن مقدار محاسبه شده برای ضخامت جابجایی لایهی مرزی بصورت نقطه به نقطه، به کانتوری که با استفاده از روش فولش بدست میآید، تاثیرات لزجت جریان سیّال در نازل، درنظر گرفته خواهد شد.

# ۵- روش فولش

همان گونه که در مقدمه ذکر شد، روش تحلیلی فولش یکی از روش هایی است که به منظور طراحی کانتور بخش واگرای نازل ابرصوتی بکار میرود تا از این طریق، جریان فوق صوتی-ابرصوتی شعاعی را به جریان ابرصوتی یکنواخت با خطوط جریان موازی با محور نازل که جهت انجام آزمون تونل باد مناسب است، تبدیل نماید. پارامترهای حایز اهمیت در طراحی که در نتیجه خواهیم داشت:

$$\theta_{\rm p} + \nu_{\rm p} = \theta_{\rm e} + \nu_{\rm e} \tag{(\%)}$$

با توجه به شکل **۳** و با استفاده از روابط استخراج شده، شیب خط مشخصهی <sub>+</sub>C، از رابطهی زیر بدست میآید:

$$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = \tan\left(\theta + \beta\right) \tag{79}$$

و در نتیجه، از معادلات (۳۴) و (۳۵) خواهیم داشت:

$$\mathbf{x} - \mathbf{x}' = \overline{\mathbf{QP}}\cos\left(\theta + \beta\right) \tag{(f.)}$$

$$y - y' = \overline{QP} \sin(\theta + \beta)$$
 (41)

از سوی دیگر، خط مشخصه  $C_{-}^{i}$ ، مرز پایین دست جریان چشمه ی شعاعی به شمار می رود. در این ناحیه نیز رابطه ی (۲۹) برقرار بوده و دبی جرمی جریان گذرنده از  $\overline{\mathrm{IQ}}$  از طریق رابطه ی  $\rho \mathrm{Vr}(\theta_{i} - \theta)$  بدست می آید. همچنین، همان گونه که ذکر شد، پارامترهای جریان در امتداد خط مشخصه ی مستقیم، ثابت بوده و دبی جرمی جریان عبوری از  $\overline{\mathrm{QP}}$  نیز، توسط رابطه ی  $(\beta)$   $\overline{\mathrm{QP}}\rho \mathrm{Vsin}(\beta)$  بیان می شود. اکنون بر اساس معادله ی پیوستگی، دبی جرمی جریان در عبور از  $\overline{\mathrm{QP}}$ باید یکسان باشد بنابراین خواهیم داشت:

$$\overline{QP}\sin\beta = r(\theta_i - \theta) \tag{47}$$

و با ترکیب رابطهی اخیر با روابط (۳۱) و (۳۲)، نتیجهی زیر حاصل میشود:

$$\overline{QP} = \frac{y^* A(M)}{\sin\beta} \cdot \left(\frac{\theta_i - \theta}{\theta}\right)$$
(FT)

با ترکیب معادلات (۴۰)، (۴۱) و (۴۳) برای محدودهی  $x_i \le x \le x_e$ ، یعنی بخش مستقیم ساز <sup>۱</sup> نازل، نتیجهی زیر بدست می آید:

$$\frac{x}{y^{*}} = \frac{A(M)}{\theta_{i}} \times \{\cos\theta + [\sqrt{M^{2} - 1}\cos\theta - (ff) \\ \sin\theta](\theta_{i} - \theta)\}$$

$$\frac{y}{y^{*}} = \frac{A(M)}{\theta_{i}} \times \{\sin \theta + [\sqrt{M^{2} - 1} \sin \theta - \cos \theta](\theta_{i} - \theta)\}$$
(¢ $\Delta$ )

$$\frac{\mathbf{A}}{\mathbf{A}^*} = \frac{1}{\mathbf{M}} \left[ \frac{1 + \left(\frac{\gamma - 1}{2}\right) \mathbf{M}^2}{\left(\frac{\gamma + 1}{2}\right)} \right]^{\frac{\gamma + 1}{2(\gamma - 1)}} \tag{(\mathcal{T} \cdot )}$$

$$=\frac{rbd\theta}{r^*bd\theta}=\frac{r}{r^*}=A(M) \tag{71}$$

در مقطعی بهفاصلهی \*r از مبداء، یعنی جایی که M=l است، سرعت و چگالی همان مقادیر متناظر در گلوگاه را خواهند داشت. با تعریف \*y بهعنوان نصف ارتفاع گلوگاه و با در نظر گرفتن معادلهی پیوستگی، دبی جرمی جریان عبوری از نازل با دبی جرمی جریان چشمه برابر است یعنی:

$$\rho^* V^* r^* \theta_i = \rho^* V^* y^* \tag{(T7)}$$

که در آن،

$$\mathbf{r}^* = \frac{\mathbf{y}^*}{\mathbf{\theta}_i} \tag{WT}$$

اکنون یک مشخصهی اختیاری  $C_+$  مانند خط  $\overline{QP}$  در شکل  $\mathbf{W}$  را در نظر بگیرید. مختصات نقطهی Q واقع بر خط مشخصهی  $i_-$ ، توسط مؤلفههای مکانی  $x' e^{y}$  و  $y' - e^{y}$ . نشان داده می شود:

$$\mathbf{x}' = \mathbf{r}\cos\theta \tag{37}$$

$$y' = r \sin \theta$$
 (TD)

و از آنجایی که پارامترهای جریان در امتداد خط مشخصهی مستقیم، ثابت اند، تساویهای زیر بدست خواهند آمد:

$$\begin{split} \theta_{Q} &= \theta_{P} = \theta, \\ \nu_{Q} &= \nu_{P} = \nu, \\ \beta_{Q} &= \beta_{P} = \beta, \\ \rho_{Q} &= \rho_{P} = \beta, \\ M_{Q} &= M_{P} = \rho, \\ M_{Q} &= M_{P} = M, \\ V_{Q} &= V_{P} = V \\ &: \\ &: \\ \theta + \nu = \text{Constant} \end{split}$$
(77)

<sup>1</sup> Straightening Part



و

بهمنظور طراحی بخش انبساطی اولیهی<sup>۱</sup> نازل، روشهای مختلفی پیشنهاد شده اند که بر اساس نتایج تجربیِ حاصل از طراحی نازل تونلهای باد ابرصوتی، استفاده از یک منحنی درجه سه با اعمال شرایط مرزی، روشی مناسب جهت طراحی این بخش از نازل بهنظر میرسد. معادلهی منحنی درجه سه و شرایط مرزی که بدین منظور درنظر گرفته میشوند، عبارتند از [7]:

$$y = y^{*} + C_{1}(x - x^{*}) + C_{2}(x - x^{*})^{2} + C_{3}(x - x^{*})^{3}$$
(\*?)

$$y(x^{*}) = y^{*}$$
  

$$y'(x^{*}) = 0$$
  

$$y'(x_{i}) = \tan \theta_{i}$$
  

$$y''(x_{i}) = 0$$
  
(fV)

با اِعمال شرایط مرزی در معادلـهی (۲۶)، ضرایب ثابـت  $C_1$ ،  $C_1$  درجه  $C_2$  و  $C_3$  محاسبه شده و در نتیجه، معادلهی منحنی درجه سه کانتور نازل در بخش انبساطی اولیـه، بـصورت زیـر بدسـت می آید:

$$y = y^{*} + \frac{\tan \theta_{i}}{x_{i} - x^{*}} (x - x^{*})^{2} - \frac{\tan \theta_{i}}{3(x_{i} - x^{*})^{2}} (x - x^{*})^{3} \quad (f \Lambda)$$

و يا:

$$\frac{y}{y^{*}} = 1 + \frac{y^{*} \tan \theta_{i}}{x_{i} - x^{*}} \times \left[ 1 - \frac{x - x^{*}}{3(x_{i} - x^{*})} \right] \cdot \left( \frac{x - x^{*}}{y^{*}} \right)^{2}$$
(49)

 $y = y_i$  از دیگر سو، هنگامی که  $x = x_i$  باشد، آنگاه  $y = y_i$ 

$$\frac{\mathbf{x}^*}{\mathbf{y}^*} = \frac{\mathbf{x}_i}{\mathbf{y}^*} - \frac{3}{2\tan\theta_i} \cdot \left(\frac{\mathbf{y}_i}{\mathbf{y}^*} - 1\right)$$
 ( $\Delta \cdot$ )

همچنین، با توجه به معادلات (۴۴) و (۴۵) داریم:

$$\frac{\mathbf{x}_{i}}{\mathbf{y}^{*}} = \frac{\mathbf{A}(\mathbf{M}_{i})}{\theta_{i}} \cos \theta_{i}, \qquad (\Delta 1)$$

$$\frac{y_i}{y^*} = \frac{A(M_i)}{\theta_i} \sin \theta_i$$
 (57)

$$\mathbf{y}_{i} = \mathbf{x}_{i} \tan \boldsymbol{\theta}_{i} \tag{\Delta W}$$

<sup>1</sup> Initial Expanding Part

در نهایت، مقـدار <sup>\*</sup> ۲ بـا اسـتفاده از رابطـهی اخیـر قابـل محاسبه بـوده و بـا جایگـذاری ایـن مقـدار در معادلـهی (۲۸)، کانتور نازل در ناحیهی x<sup>\*</sup> ≤ X ≤ X، یعنی ناحیهی انبـساطی اولیّه، بدست خواهد آمد.

بهمنظور جمعبندی هر آنچه در این بخش آمد، مراحل طراحی بخش واگرای یک نازل ابرصوتی با استفاده از روش فولش را میتوان در مراحل زیر خلاصه نمود: ۱- با قرار دادن مقدار عدد ماخ آزمون و مساحت مقطع آزمون

در معادلهی (۳۰)، مساحت گلوگاه و به تبع آن، ارتفاع گلوگاه، محاسبه می شود.

۲- یک مقدار اولیه برای زاویه ی انبساطی نازل بصورت  $P_{\rm T} \geq i_{\rm R} = i_{\rm R} = i_{\rm R}$  انتخاب می شود. به منظور جلوگیری از جدایش جریان از دیواره ی نازل، بهتر است از زوایای انبساطی کوچک تر
از مقدار ماکزیمم بهره جست؛ اگرچه انتخاب زاویه ی انبساطی کوچک تر
کوچک تر باعث افزایش طول نازل و در نتیجه، افزایش ضخامت لایه ی مرزی لزج خواهد شد، اما در مقابل، علاوه بر جلوگیری از
آدمون را تضمین می کند. در این موارد، از رابطه ی تجربی زیر

$$\theta_{i} = \frac{1}{2} \left( \frac{A^{*}}{A} \right)^{\frac{2}{9}} v_{T}$$
 (\Delta \Delta)

- مقادیر مختلفی برای $\theta$  در بازه<br/>ی $_{\rm i}^{} \Theta \geq \theta \geq 0$  انتخاب می<br/>شود.

 $x^* \le x \le x_i$  انبساطی اولیه کانتور نازل در بازهی  $x^* \le x \le x_i$  با استفاده از معادلات (۴۹) و (۵۴) بدست می آید؛

۵- مقدار A(M) را با قرار دادن عدد ماخ آزمون در رابطهی (M) را با قرار دادن عدد ماخ آزمون در رابطهی (۳۰) بدست آورده، آنگاه با جایگذاری آن در معادلات (۴۴) و (۴۴)، مختصات کانتور نازل در بخش مستقیمساز آن یعنی در بازهی  $x_i \le x \le x_e$ 





יר - דיש בי בי

با توجه به شکل **۵**، مختصات نقطهی انتهای کانتور، و $x = 5.394 \times 10^{-1}$  و $x = 5.394 \times 10^{-1}$  نشان دهندهی نصف ارتفاع محفظهی آزمون میباشد.

شکل ۶ کانتور بخش واگرای نازل را به تفکیک قسمتها نشان میدهد. همانطور که در شکل مشخص است، طول نازل از گلوکاه تا ابتدای محفظهی آزمون برابر با <sup>10</sup>-10×5.394 متر است.

بر اساس محاسبات انجام شده، نازل دوبعدی که منحنی سطح آن مطابق با چنین کانتوری طراحی و ساخته شود، قابلیت ایجاد جریانی یکنواخت با خطوط جریان هموار و موازی با محور تونل و دارای ماکزیمم عدد ماخ خروجی برابر با ۷ را خواهد داشت. علاوه بر آن، با توجه به شکل نازل و نسبت فشار راهاندازی تونل که در بخشهای پیشین محاسبه گردید، احتمال وقوع پدیدههایی نظیر جدایش جریان و یا خفه گی در مرحلهی راهاندازی تونل باد، به کلّی از میان می رود. در نهایت، شکل ۷ نیز نشان دهندهی کانتور یکپارچهی نازل است. ۶- نتايج

در مرحله نهایی از روند طراحی بخش واگرای نازل ابرصوتی، از یک کد محاسباتی استفاده میشود که الگوریتم آن بر اساس روش فولش سازمان یافته و در زبان برنامهنویسی فرترن تبیین شده و متن کامل آن در مرجع [۱] آمده است. این کد قسمتهای انبساطی اولیّه و مستقیمساز از کانتور مورد نظر در روش فولش را از طریق انجام محاسبات در ۱۰۰ نقطه، ترسیم میکند که در آن، تاثیرات گاز واقعی و لزجت جریان گنجانده شده است.

بر پایهی روش تحلیلی فولش و با استفاده از کد محاسباتی ارایه شده، معادلهی سطح هر یک از دو قسمت مذکور، با توجه به مقدار عدد ماخ آزمون، عدد ماخ موضعی، مساحت گلوگاه نازل، سطح مقطع آزمون و نسبت حرارت ویژه مساحت گلوگاه نازل، سطح مقطع آزمون و نسبت حرارت ویژه محاسبه گردید، از طریق روش سعی و خطا، بدست میآید. با بهره گیری از نتایج اجرای کد مورد نظر، کانتور قسمت انبساطی اولیه از بخش واگرای نازل، در شکل زیر نشان داده شده است:



شکل (۴) کانتور قسمت انبساطی اولیه از بخش واگرای نازل ابرصوتی [۱].

x = 0 با توجه شکل **۴**، مختصات نقط وی ابتدای کانتور x = 0 و  $e^{-5} 10^{-3}$  متر میباشد که مبیّن نصف ارتفاع گلوگاه نازل ابرصوتی ( $(^{*}y)$ ) است. همچنین نقطوی انتهایی در این کانتور در واقع نقطوی عطف نازل میباشد که از این نقطو به بعد، قسمت مستقیم ساز نازل آغاز می شود. کانتور قسمت مستقیم ساز از بخش و اگرای نازل، در شکل زیر نشان داده شده است:



کارشناسی ارشد، دانشکدهی مکانیک و هوافضای دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات تهران، ۱۳۸۸.

- 2. Crown, C.J. "Supersonic Nozzle Design", NACA
- Text No. 1651, Ames Aeronautical Laboratory, Moffett Field, Washington, June 1948.
- 3. Pope, A., and Goin, K.L. "High-Speed Wind Tunnel Testing", Robert E. Krieger Publishing Company, Malabar, Florida, Reprint Edition, 1978.
- Harris, J.E., and Blanchard, D.K. "Computer Program for Solving Laminar, Transitional, or Turbulent Compressible Boundary Layer Equations for Two-Dimensional and Axisymmetric Flow", NASA Text No. 83207, 1982.
- Anderson, J. D. "Modern Compressible Flow with Historical Perspective", McGraw-Hill, Third Edition, 2003.







در پایان، بهعنوان پیشنهاد در زمینه ی ادامهی کار در مرحلهی پیش از اقدام به ساخت چنین نازلی، می توان کانتور بدست آمده را از طریق نرمافزارهای مهندسی از قبیل نرمافزار فلوئنت مورد تحلیل قرار داد و از صحت عملکرد آن، اطمینان حاصل نمود.

#### مراجع

 ۱. فرهت، م. "طراحی تونل باد ابرصوتی جریان-لحظهای دمنده بهمنظور ساخت یک نمونهی آزمایشگاهی"، پایان نامه مقطع

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Fluent