

طراحی کانتور نازل ابر صوتی با در نظر گرفتن جریان لزج گاز واقعی

محمد رضا سلطانی^۱

دانشگاه صنعتی شریف، دانشکده مهندسی هوافضا

محمد فرहत^۲

دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات، دانشکده
مهندسی مکانیک و هوافضا، گروه مهندسی هوافضا

چکیده

در این مقاله طراحی بخش واگرای کانتور نازل دوبعدی تونل باد دمنده با ماکزیمم عدد ماخ آزمون ۷ صورت گرفته است. بر این اساس، ابتدا مشخصات یک نمونه تونل باد ابرصوتی جریان-لحظه‌ای دمنده تشریح شده است. آنگاه با در نظر گرفتن هوا بعنوان سیال عامل این تونل باد، تأثیرات گاز واقعی و همچنین تأثیرات لزجت جریان، حایز اهمیت شمرده شده و محاسبات مربوط به هر یک از این تأثیرات انجام پذیرفته است تا از نتایج بدست آمده از محاسبات مذکور، در روند طراحی کانتور نازل استفاده شود. در نهایت، با معرفی روش تحلیلی فولش، نتایج حاصل از یک کد محاسباتی که بر مبنای این روش تبیین شده است، در اختیار قرار گرفته است.

واژه‌های کلیدی: عدد ماخ، رژیم جریان ابرصوتی، نازل همگرا-واگرا، روش فولش، ضخامت جابجایی لایه‌ی مرزی

Hypersonic Nuzzle Design for Viscous Real Gas Flow

M.R. Soltani

Aerospace Eng. Dep't, Sharif Univ. of Tech., Tehran, Iran

M. Farhat

Mechanical and Aerospace Eng. Dep't, Science
and Research Branch, Islamic Azad Univ.,
Tehran, Iran

ABSTRACT

In this paper, the divergent part of a two dimension nozzle of an intermittent blow-down hypersonic wind tunnel capable for maximum Mach number of 7 is designed. The real gas and viscous effects are taken into account in determination of nozzle contour. Finally, by using Foelsch method as an analytical method for designing hypersonic nozzle contour, a CFD code has been presented and the results of this code are attached.

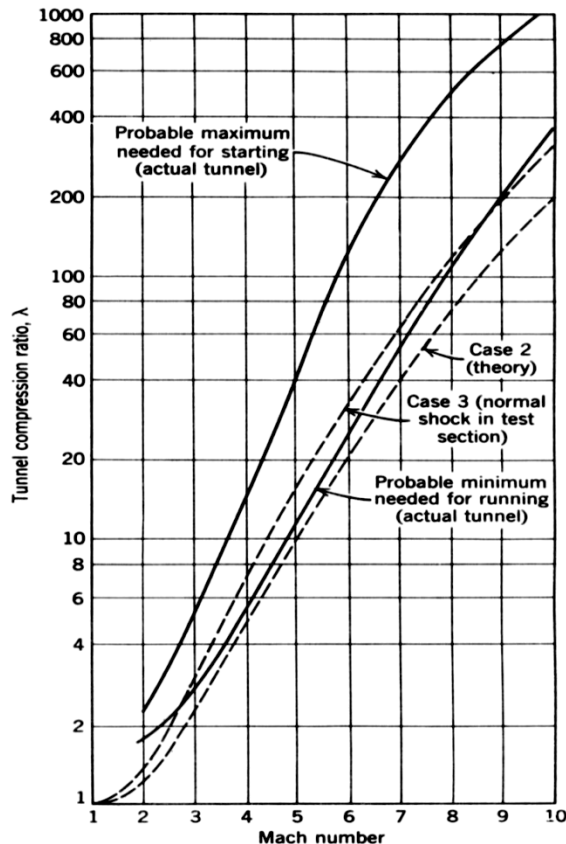
Key Words: Mach number, Hypersonic flow regime, Convergent-divergent nozzle, Foelsch's method, Boundary layer displacement thickness

۱- استادیار

۲- دانشجوی کارشناسی ارشد (نویسنده مخاطب): M.farhat@srbiau.ac.ir

۱- مقدمه

ماخ مورد نظر در محفظه‌ی آزمون این تونل باد، با بهره‌گیری از نسبت فشاری ایجاد می‌شود که توسط هوای فشرده شده در مخازن تحت فشار، فراهم شده است. با استفاده از نمودار تجربی زیر، نسبت فشار لازم به منظور برقرار ساختن جریانی با عدد ماخ ۷ در محفظه‌ی آزمون برابر با ۲۸۰ می‌باشد:



شکل (۱): نمودار تعیین نسبت فشار مجاز جهت راه‌اندازی تونل باد [۳].

$$\lambda = \frac{p_t}{p_e} = 280 \quad (1)$$

از سوی دیگر، از آنجایی که تونل باد از نوع دمنده بوده و هوا را بصورت جریان جت آزاد، مستقیماً به اتمسفر تخلیه می‌کند، فشار خروجی تونل (p_e) برابر با ۱ اتمسفر می‌باشد، بنابراین فشار کل تونل (p_t) که برابر با فشار سکون هوای درون مخازن می‌باشد، بصورت زیر بدست می‌آید:

$$p_e = 14.696 \text{ (psia)} \quad (2)$$

$$p_t = \lambda \cdot p_e \quad (3)$$

یکی از اساسی‌ترین مشکلات در طراحی تونل‌های باد فوق‌صوتی و ابرصوتی، تخمین کانتور بخش واگرای نازل در این نوع تونل‌ها است، بگونه‌ای که بتوان از ایجاد جریانی یکنواخت با خطوط جریان هموار و موازی با محور تونل و با عدد ماخ مورد نظر در محفظه‌ی آزمون، اطمینان حاصل نمود. از این رو، روش‌های گوناگونی در این زمینه از سوی متخصصان آئرودینامیک ارایه شده است که از آن جمله می‌توان به روش پرانتل و بوزمن^۱ (روش مشخصه‌ها^۲)، روش پاکت^۳، روش شاپیرو^۴ و روش فولش اشاره نمود که تمامی این روش‌ها بر اساس معادلات حاکم بر جریان‌های تراکم‌پذیر، شکل گرفته‌اند [۱]. عمده‌ترین دلیل انتخاب روش فولش جهت طراحی بخش واگرای نازل مد نظر در این مقاله آن است که این روش، علاوه بر تکیه بر مفاهیم ریاضی، در مقایسه با دیگر روش‌ها دارای این مزیت است که به سهولت، جنبه‌ی فیزیکی و ماهیت گرافیکی مسئله را نیز در اختیار قرار می‌دهد؛ بدین معنی که با بهره‌گیری از این روش، می‌توان مستقیماً به معادله‌ی کانتور نازل دست یافت [۲].

در روند طراحی، ابتدا با معرفی مشخصات یک مورد خاص از تونل‌های باد ابرصوتی یعنی نوع جریان لحظه‌ای دمنده، تصحیحات مربوط به تأثیرات گاز واقعی با استفاده از خواص ترمودینامیکی سیال عامل تونل باد، صورت پذیرفته و پس از آن، محاسبات مربوط به لایه‌ی مرزی جهت اعمال تأثیرات لزجت جریان بر کانتور نازل، انجام می‌شود. در نهایت، با معرفی روش تحلیلی فولش، نتایج حاصل از کد محاسباتی مربوط به طراحی کانتور نازل با در نظر گرفتن جریان لزج گاز واقعی مورد بحث و بررسی قرار می‌گیرد.

۲- مشخصات تونل باد مورد نظر

تونل باد مد نظر این مقاله، از نوع جریان لحظه‌ای دمنده می‌باشد که برای ایجاد ماکزیمم عدد ماخ برابر با ۷ طراحی شده است. مدت زمان انجام هر تست با استفاده از این تونل باد در حدود ۱۰ ثانیه در نظر گرفته شده و سطح مقطع آزمون آن، به شکل مربعی با ضلع ۰/۱ متر است. جریان ابرصوتی با عدد

¹ Prandtl-Busemann Method

² Method of Characteristics

³ Puckett's Method

⁴ Shapiro's Method

۳- تاثیرات گاز واقعی

در نظر گرفتن مقدار ثابت ۱/۴ برای نسبت حرارت ویژه هوا، تا آنجا که دمای آن کمتر از ۱۰۰۰ رنکین (حدود ۵۵۶ کلوین) باشد، صحیح است. در چنین دماهایی، انرژی داخلی هوا، صرفاً به میزان تحریک درجات آزادی انتقالی و چرخشی هر مولکول وابسته بوده و در نتیجه، نسبت حرارت ویژه آن، ثابت باقی خواهد ماند. در دماهای بالاتر از ۱۰۰۰ رنکین، یک درجه‌ی آزادی اضافی با عنوان درجه‌ی آزادی ارتعاشی، به میزان قابل توجهی، در مولکول‌ها برانگیخته می‌شود. در چنین شرایطی، مقدار γ به تناسب افزایش دما، تغییر خواهد کرد. بر این اساس، رابطه‌ی تجربی زیر جهت تعیین نسبت حرارت ویژه‌ی هوا در حالتی که تاثیرات درجه‌ی آزادی ارتعاشی مولکول‌های آن قابل توجه باشد، ارائه شده است [۳]:

$$\gamma = 1 + \frac{\gamma_p - 1}{1 + (\gamma_p - 1) \left(\frac{5500}{T_t} \right)^2 \frac{\text{Exp}(5500/T_t)}{[\text{Exp}(5500/T_t) - 1]^2}} \quad (۸)$$

که در آن، γ_p نسبت حرارت ویژه‌ی هوا به عنوان گاز کامل و برابر با ۱/۴ می‌باشد. روند تصحیح نسبت حرارت ویژه بدین صورت انجام می‌پذیرد که با قرار دادن مقدار T_t در معادله‌ی فوق، مقدار جدیدی برای نسبت حرارت ویژه‌ی هوا بدست می‌آید. آن‌گاه با جایگذاری این مقدار جدید در کلیه‌ی محاسبات انجام شده در بخش قبل، از جمله محاسبه‌ی فشار استاتیک و دمای سکون، مقدار جدیدی برای دمای سکون بدست خواهد آمد که قرار دادن این مقدار در معادله‌ی (۸)، منجر به بدست آوردن مقدار جدیدی برای γ خواهد شد. این روند تا زمانی که نسبت حرارت ویژه‌ی بدست آمده از دو تکرار متوالی برابر شوند، ادامه می‌یابد. نسبت حرارت ویژه‌ی نهایی، مقدار دقیقی است که با در نظر گرفتن تاثیرات گاز واقعی محاسبه شده‌است. در نهایت، مقادیر فشار استاتیک، حداقل دمای استاتیک برای جلوگیری از میعان هوا در نازل و دمای سکون تونل باد، با استفاده از مقدار نهایی نسبت حرارت ویژه، محاسبه می‌شوند. با توجه به توضیحات فوق، نتایج نهایی بصورت زیر بدست می‌آیند [۱]:

$$\gamma = 1.360868821, \quad (۸)$$

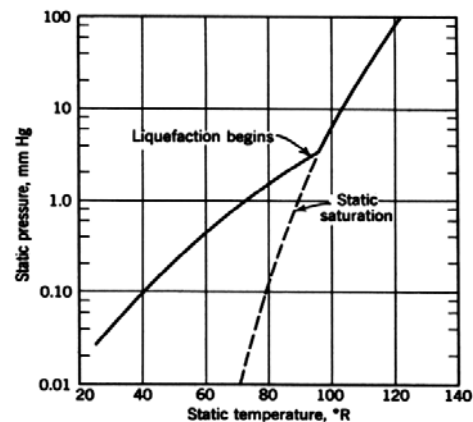
$$p_t = 4114.88 \text{ (psia)} \quad (۴)$$

اکنون با استفاده از رابطه‌ی آیزنتروپیک زیر، مقدار فشار استاتیک هوا، پیش از ورود جریان به نازل، با جایگذاری مقادیر عدد ماخ برابر با ۷ و نسبت حرارت ویژه‌ی هوا برابر با ۱/۴، بصورت زیر محاسبه می‌شود:

$$p = p_t \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} \quad (۵)$$

با استفاده از نتیجه‌ی فوق و با درون‌یابی از نمودار (۲) که توسط فرد ال دام^۱ ارائه شده است، به منظور جلوگیری از وقوع پدیده‌ی میعان هوا در نازل (که در صورت وقوع تاثیرات بسیار نامطلوبی در پی خواهد داشت) حداقل دمای استاتیک هوا در نازل برابر است با ۱۱۲/۷۴ درجه‌ی رنکین که جهت حصول اطمینان از عدم وقوع پدیده‌ی میعان هوا در نازل، ۲۰ رنکین نیز به مقدار فوق افزوده می‌شود که در نتیجه داریم:

$$T = 132.74 \text{ (}^\circ\text{R)} \quad (۶)$$



شکل (۲) نمودار تجربی تخمین دمای استاتیک در نازل بمنظور جلوگیری از میعان هوا [۳].

حال با استفاده از رابطه‌ی آیزنتروپیک زیر، مقدار دمای کل یا دمای سکون هوا، با جایگذاری مقادیر عدد ماخ برابر با ۷ و نسبت حرارت ویژه‌ی هوا برابر با ۱/۴، بصورت زیر محاسبه می‌شود:

$$T_t = T \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right) \quad (۷)$$

^۱ Fred L. Daum

بوده و یا دارای مقداری منفی باشد، پروفیل سرعت را می توان با استفاده از قانون توانی زیر محاسبه نمود:

$$\frac{U}{U_e} = \left(\frac{y}{\delta}\right)^{\frac{1}{N}}, \quad (15)$$

که در آن، N را پارامتر پروفیل می نامند که تابعی است از عدد رینولدز جریان و مقدار آن با استفاده از رابطه‌ی زیر محاسبه می شود:

$$N = 2.6(\text{Re}_x)^{\frac{1}{14}} \quad (16)$$

که با استناد به نتایج تجربی حاصل از نمونه‌های مشابه از تونل‌های باد ابرصوتی جریان لحظه‌ای دمنده، محدوده‌ی عدد رینولدز جریان در این نوع تونل‌ها، از مرتبه‌ی 10^6 می باشد [۱]، که در نتیجه، مقدار N برابر است با:

$$N = 2.6(10^6)^{\frac{1}{14}} = 6.975 \approx 7, \quad (17)$$

از سوی دیگر با فرض آن که درون لایه‌ی مرزی مغشوش تراکم پذیر، گرادیان فشار در جهت عمودی برابر با صفر باشد، یعنی داشته باشیم $dp/dy = 0$ ، آنگاه درون لایه‌ی مرزی مغشوش تراکم پذیر، $p = p_e$ خواهد بود و بنابراین، از معادله‌ی حالت نتیجه‌ی زیر حاصل می شود:

$$\frac{\rho_e}{\rho} = \frac{T}{T_e}, \quad (18)$$

از سوی دیگر، با فرض این که هیچ گونه تبادل حرارتی میان سیال و دیواره وجود نداشته (جریان آدیاباتیک گاز کامل) و عدد پراتل برابر با یک باشد، از معادله‌ی انرژی خواهیم داشت:

$$c_p T + \frac{1}{2} U^2 = c_p T_e + \frac{1}{2} U_e^2, \quad (19)$$

همچنین می دانیم که طبق تعریف، معادلات زیر برای محاسبه‌ی دو پارامتر نسبت حرارت ویژه در فشار ثابت و سرعت صوت ارایه شده اند [۵]:

$$c_p = \frac{\gamma R_1}{\gamma - 1}, \quad (20)$$

$$a^2 = \frac{dp}{d\rho} = \frac{\gamma p}{\rho} = \gamma RT \quad (21)$$

اکنون با استفاده از روابط (۱۹) تا (۲۱)، معادله‌ی (۱۸) بصورت زیر بازنویسی می شود:

$$\frac{\rho_e}{\rho} = \frac{T}{T_e} = 1 + \frac{U_e^2}{2c} \left[1 - \left(\frac{U}{U_e}\right)^2 \right] \quad (22)$$

$$p = 5.0381 \times 10^{-2} \text{ (atm)} \\ = 7.4040 \times 10^{-1} \text{ (psia)} = 38.29 \text{ (mmHg)} \quad (9)$$

$$T = 109.97^\circ \text{R} \approx 110.0^\circ \text{R} \quad (10)$$

همان طور که پیش تر نیز ذکر شد، به منظور حصول اطمینان از عدم وقوع پدیده‌ی میعان در نازل، ۲۰ درجه‌ی رنگین نیز به مقدار دمای استاتیک می شود و در نتیجه مقدار حداقل دمای استاتیک برای جلوگیری از میعان هوا در نازل برابر است با:

$$T = 130.0^\circ \text{R} = 72.2 \text{ K}, \quad (11)$$

$$T_t = 1279.3672^\circ \text{R} = 710.76 \text{ K} \quad (12)$$

۴- تاثیرات لزجت جریان بر کانتور نازل

روش متداول به منظور تصحیح کانتور نازل ابرصوتی جهت حذف تاثیرات نامطلوب ناشی از لایه‌ی مرزی، استفاده از معادله‌ی پیوستگی می باشد که از این طریق، تصحیحات بر اساس ضخامت جابجایی لایه‌ی مرزی (δ^*) ، صورت می گیرد [۳]. ضخامت جابجایی لایه‌ی مرزی، طبق تعریف عبارت است از فاصله‌ی که در صورت جابجا شدن مرز جامد به آن اندازه، کاهش دبی جرمی جریان عبوری به سبب وجود لایه‌ی مرزی، جبران خواهد شد. ضخامت جابجایی لایه‌ی مرزی، بر اساس معادله‌ی پیوستگی و با استفاده از رابطه‌ی زیر بدست می آید:

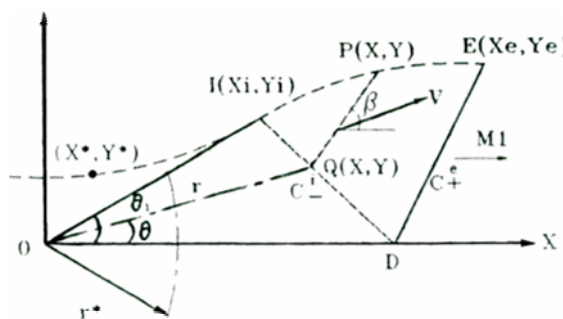
$$\rho_e U_e \delta^* = \int_0^{\delta} (\rho_e U_e - \rho U) dy, \quad (13)$$

$$\delta^* = \int_0^{\delta} \left(1 - \frac{\rho U}{\rho_e U_e}\right) dy \quad (14)$$

که در آن پانویس e معرف مقادیر خواص جریان در خروجی نازل است. اما رابطه‌ی فوق صرفاً جنبه‌ی تئوری داشته و بدست آوردن ضخامت جابجایی لایه‌ی مرزی از طریق آن، بطور مستقیم امکان پذیر نیست چرا که رابطه‌ی میان تغییرات پروفیل سرعت با عدد رینولدز، عدد ماخ و گرادیان فشار در لایه‌ی مرزی مغشوش تراکم پذیر، قابل اندازه گیری نیست. اما با استناد به نتایج تجربی موجود در مرجع [۴]، برای لایه‌ی مرزی مغشوش تراکم پذیر، در حالتی که گرادیان فشار برابر با صفر

¹ Boundary Layer Displacement Thickness

کانتور نازل با استفاده از این روش، در شکل ۳ نشان داده شده است:



شکل (۳) طراحی کانتور نازل ابرصوتی با استفاده از روش فولش (جریان چشمه‌ی شعاعی) [۲].

با توجه به شکل، C_- به عنوان خط مشخصه عبوری از نقطه‌ی (x_i, y_i) شناخته می‌شود که بصورت C_-^i مشخص شده است. ناحیه‌ی پایین دست خط مشخصه‌ی C_-^i را خانواده‌ای از خطوط مشخصه‌ی C_+ در بر می‌گیرند. خط مشخصه‌ی C_+ ای که از نقطه‌ی خروجی (x_e, y_e) می‌گذرد، با C_+^e نشان داده شده است. جریان سیال در پایین دست C_+^e بصورت یکنواخت، موازی با محور طولی و دارای عدد ماخ M می‌باشد. در این روش فرض بر آن است که جریان در ناحیه‌ی OID از شکل، می‌تواند بصورت جریان چشمه‌ی شعاعی تقریب زده شود. آنچه در این میان حایز اهمیت است، چگونگی شکل‌گیری مرز IE است، بگونه‌ای که مشخصه‌های C_+ برخوردی با آن، در ناحیه‌ی IDE حذف شوند.

در ناحیه‌ای که جریان، فوق‌صوتی-ابرصوتی است یا به عبارت دیگر $r > r^*$ می‌باشد، خطوط جریان بصورت خطوط مستقیم همگرایی در نظر گرفته می‌شوند که از مبداء O انتشار یافته‌اند. در این حالت، با فرض جریان چشمه‌ی یکنواخت، دبی جرمی جریان بر واحد رادیان، ثابت خواهد ماند:

$$\rho u = \text{Constant} \quad (29)$$

از سوی دیگر، از آنجایی که جریان روی سطوح هم‌مرکز با چشمه، بصورت یکنواخت در نظر گرفته می‌شود، رابطه‌ی سطح-عدد ماخ یک‌بعدی را می‌توان برای محاسبه‌ی عدد ماخ در نقطه‌ای که به فاصله‌ی r از مبداء واقع شده است، بصورت زیر بکار برد:

$$(23)$$

حال با بهره‌گیری از روابط (۱۳)، (۱۴)، (۱۵)، (۲۲) و (۲۳)، نسبت ضخامت جابجایی لایه‌ی مرزی به ضخامت لایه‌ی مرزی، بصورت زیر قابل محاسبه خواهد بود:

$$\frac{\delta}{\delta^*} = 1 - \int_0^1 \frac{N}{1 + \left(\frac{\gamma-1}{2}\right) M_e^2} \cdot \frac{z^N dz}{1 - \frac{z^2}{b^2}}, \quad (24)$$

که در آن

$$z = \frac{U}{U_e} = \left(\frac{y}{\delta}\right)^{\frac{1}{N}}, \quad (25)$$

$$b^2 = \frac{1 + \left(\frac{\gamma-1}{2}\right) M_e^2}{\left(\frac{\gamma-1}{2}\right) M_e^2} \quad (26)$$

و در نهایت، به ازای مقدار بدست آمده برای پارامتر پروفیل از رابطه‌ی (۱۶)، معادله‌ی انتگرالی (۲۴) بشکل زیر ساده می‌شود:

$$\frac{\delta^*}{\delta} = 1 - \frac{7}{(\gamma-1)M_e^2} \times [b^6 \log\left(\frac{b^2}{b^2-1}\right) - b^4 - \frac{1}{2}b^2 - \frac{1}{3}] \quad (27)$$

که با جایگذاری مقادیر $\gamma = 1.360868821$ و $M_e = 7$ در آن، خواهیم داشت:

$$\frac{\delta^*}{\delta} = 0.6994039492 \quad (28)$$

با افزودن مقدار محاسبه شده برای ضخامت جابجایی لایه‌ی مرزی بصورت نقطه به نقطه، به کانتوری که با استفاده از روش فولش بدست می‌آید، تاثیرات لزجت جریان سیال در نازل، در نظر گرفته خواهد شد.

۵- روش فولش

همان‌گونه که در مقدمه ذکر شد، روش تحلیلی فولش یکی از روش‌هایی است که به منظور طراحی کانتور بخش واگرای نازل ابرصوتی بکار می‌رود تا از این طریق، جریان فوق‌صوتی-ابرصوتی شعاعی را به جریان ابرصوتی یکنواخت با خطوط جریان موازی با محور نازل که جهت انجام آزمون تونل باد مناسب است، تبدیل نماید. پارامترهای حایز اهمیت در طراحی

که در نتیجه خواهیم داشت:

$$\theta_p + v_p = \theta_e + v_e \quad (38)$$

با توجه به شکل ۳ و با استفاده از روابط استخراج شده، شیب خط مشخصه C_+ ، از رابطه‌ی زیر بدست می‌آید:

$$\frac{dy}{dx} = \tan(\theta + \beta) \quad (39)$$

و در نتیجه، از معادلات (۳۴) و (۳۵) خواهیم داشت:

$$x - x' = \overline{QP} \cos(\theta + \beta) \quad (40)$$

$$y - y' = \overline{QP} \sin(\theta + \beta) \quad (41)$$

از سوی دیگر، خط مشخصه C_-^1 ، مرز پایین دست جریان چشمه‌ی شعاعی به‌شمار می‌رود. در این ناحیه نیز رابطه‌ی (۲۹) برقرار بوده و دبی جرمی جریان گذرنده از \overline{IQ} از طریق رابطه‌ی $\rho V r (\theta_i - \theta)$ بدست می‌آید. همچنین، همان‌گونه که ذکر شد، پارامترهای جریان در امتداد خط مشخصه‌ی مستقیم، ثابت بوده و دبی جرمی جریان عبوری از \overline{QP} نیز، توسط رابطه‌ی $\overline{QP} \rho V \sin(\beta)$ بیان می‌شود. اکنون بر اساس معادله‌ی پیوستگی، دبی جرمی در عبور از \overline{IQ} و \overline{QP} ، باید یکسان باشد بنابراین خواهیم داشت:

$$\overline{QP} \sin \beta = r (\theta_i - \theta) \quad (42)$$

و با ترکیب رابطه‌ی اخیر با روابط (۳۱) و (۳۲)، نتیجه‌ی زیر حاصل می‌شود:

$$\overline{QP} = \frac{y^* A(M)}{\sin \beta} \cdot \left(\frac{\theta_i - \theta}{\theta} \right) \quad (43)$$

با ترکیب معادلات (۴۰)، (۴۱) و (۴۳) برای محدوده‌ی $x_i \leq x \leq x_e$ ، یعنی بخش مستقیم‌ساز^۱ نازل، نتیجه‌ی زیر بدست می‌آید:

$$\frac{x}{y^*} = \frac{A(M)}{\theta_i} \times \{ \cos \theta + [\sqrt{M^2 - 1} \cos \theta - \sin \theta] (\theta_i - \theta) \} \quad (44)$$

$$\frac{y}{y^*} = \frac{A(M)}{\theta_i} \times \{ \sin \theta + [\sqrt{M^2 - 1} \sin \theta - \cos \theta] (\theta_i - \theta) \} \quad (45)$$

$$\frac{A}{A^*} = \frac{1}{M} \left[\frac{1 + \left(\frac{\gamma - 1}{2} \right) M^2}{\left(\frac{\gamma + 1}{2} \right)} \right]^{\frac{\gamma + 1}{2(\gamma - 1)}} \quad (30)$$

$$= \frac{r b d \theta}{r^* b d \theta} = \frac{r}{r^*} = A(M) \quad (31)$$

در مقطعی به‌فاصله‌ی r^* از مبدا، یعنی جایی که $M=1$ است، سرعت و چگالی همان مقادیر متناظر در گلوگاه را خواهند داشت. با تعریف y^* به‌عنوان نصف ارتفاع گلوگاه و با در نظر گرفتن معادله‌ی پیوستگی، دبی جرمی عبوری از نازل با دبی جرمی چشمه برابر است یعنی:

$$\rho^* V^* r^* \theta_i = \rho^* V^* y^* \quad (32)$$

که در آن،

$$r^* = \frac{y^*}{\theta_i} \quad (33)$$

اکنون یک مشخصه‌ی اختیاری C_+ مانند خط \overline{QP} در شکل ۳ را در نظر بگیرید. مختصات نقطه‌ی Q واقع بر خط مشخصه‌ی C_-^1 ، توسط مؤلفه‌های مکانی x' و y' بصورت زیر نشان داده می‌شود:

$$x' = r \cos \theta \quad (34)$$

$$y' = r \sin \theta \quad (35)$$

و از آنجایی که پارامترهای جریان در امتداد خط مشخصه‌ی مستقیم، ثابت اند، تساوی‌های زیر بدست خواهند آمد:

$$\begin{aligned} \theta_Q &= \theta_P = \theta, \\ v_Q &= v_P = v, \\ \beta_Q &= \beta_P = \beta, \end{aligned} \quad (36)$$

$$\begin{aligned} \rho_Q &= \rho_P = \rho, \\ M_Q &= M_P = M, \\ V_Q &= V_P = V \end{aligned}$$

و همچنین، در ناحیه‌ی IDE رابطه‌ی زیر برقرار است:

$$\theta + v = \text{Constant} \quad (37)$$

¹ Straightening Part

$$\frac{x^*}{y^*} = \frac{1}{2} \left(\frac{x_i}{y^*} - 3 \cot \theta_i \right) \quad (54)$$

در نهایت، مقدار x^* با استفاده از رابطه‌ی اخیر قابل محاسبه بوده و با جایگذاری این مقدار در معادله‌ی (۲۸)، کانتور نازل در ناحیه‌ی $x^* \leq x \leq x_i$ ، یعنی ناحیه‌ی انبساطی اولیه، بدست خواهد آمد.

به منظور جمع‌بندی هر آنچه در این بخش آمد، مراحل طراحی بخش واگرای یک نازل ابرصوتی با استفاده از روش فولش را می‌توان در مراحل زیر خلاصه نمود:

۱- با قرار دادن مقدار عدد ماخ آزمون و مساحت مقطع آزمون در معادله‌ی (۳۰)، مساحت گلوگاه و به تبع آن، ارتفاع گلوگاه، محاسبه می‌شود.

۲- یک مقدار اولیه برای زاویه‌ی انبساطی نازل بصورت $\theta_i \leq \frac{1}{2} \nu_T$ انتخاب می‌شود. به منظور جلوگیری از جدایش جریان از دیواره‌ی نازل، بهتر است از زوایای انبساطی کوچک‌تر از مقدار ماکزیمم بهره جست؛ اگرچه انتخاب زاویه‌ی انبساطی کوچک‌تر باعث افزایش طول نازل و در نتیجه، افزایش ضخامت لایه‌ی مرزی لزج خواهد شد، اما در مقابل، علاوه بر جلوگیری از امکان وقوع جدایش جریان، ایجاد جریانی یکنواخت در مقطع آزمون را تضمین می‌کند. در این موارد، از رابطه‌ی تجربی زیر جهت انتخاب زاویه‌ی انبساطی نازل استفاده می‌شود [۲]:

$$\theta_i = \frac{1}{2} \left(\frac{A^*}{A} \right)^{\frac{2}{9}} \nu_T \quad (55)$$

۳- مقادیر مختلفی برای θ در بازه‌ی $0 \leq \theta \leq \theta_i$ انتخاب می‌شود.

۴- بخش انبساطی اولیه‌ی کانتور نازل در بازه‌ی $x^* \leq x \leq x_i$ با استفاده از معادلات (۴۹) و (۵۴) بدست می‌آید؛

۵- مقدار $A(M)$ را با قرار دادن عدد ماخ آزمون در رابطه‌ی (۳۰) بدست آورده، آنگاه با جایگذاری آن در معادلات (۴۴) و (۴۵)، مختصات کانتور نازل در بخش مستقیم‌ساز آن یعنی در بازه‌ی $x_i \leq x \leq x_e$ ، تعیین می‌شود.

به منظور طراحی بخش انبساطی اولیه‌ی^۱ نازل، روش‌های مختلفی پیشنهاد شده اند که بر اساس نتایج تجربی حاصل از طراحی نازل تونل‌های باد ابرصوتی، استفاده از یک منحنی درجه سه با اعمال شرایط مرزی، روشی مناسب جهت طراحی این بخش از نازل به نظر می‌رسد. معادله‌ی منحنی درجه سه و شرایط مرزی که بدین منظور در نظر گرفته می‌شوند، عبارتند از [۲]:

$$y = y^* + C_1(x - x^*) + C_2(x - x^*)^2 + C_3(x - x^*)^3 \quad (46)$$

$$\begin{aligned} y(x^*) &= y^* \\ y'(x^*) &= 0 \\ y'(x_i) &= \tan \theta_i \\ y''(x_i) &= 0 \end{aligned} \quad (47)$$

با اعمال شرایط مرزی در معادله‌ی (۲۶)، ضرایب ثابت C_1 ، C_2 و C_3 محاسبه شده و در نتیجه، معادله‌ی منحنی درجه سه کانتور نازل در بخش انبساطی اولیه، بصورت زیر بدست می‌آید:

$$y = y^* + \frac{\tan \theta_i}{x_i - x^*} (x - x^*)^2 - \frac{\tan \theta_i}{3(x_i - x^*)^2} (x - x^*)^3 \quad (48)$$

و یا:

$$\frac{y}{y^*} = 1 + \frac{y^* \tan \theta_i}{x_i - x^*} \times \left[1 - \frac{x - x^*}{3(x_i - x^*)} \right] \cdot \left(\frac{x - x^*}{y^*} \right)^2 \quad (49)$$

از دیگر سو، هنگامی که $x = x_i$ باشد، آنگاه $y = y_i$ خواهد بود، بنابراین داریم:

$$\frac{x^*}{y^*} = \frac{x_i}{y^*} - \frac{3}{2 \tan \theta_i} \cdot \left(\frac{y_i}{y^*} - 1 \right) \quad (50)$$

همچنین، با توجه به معادلات (۴۴) و (۴۵) داریم:

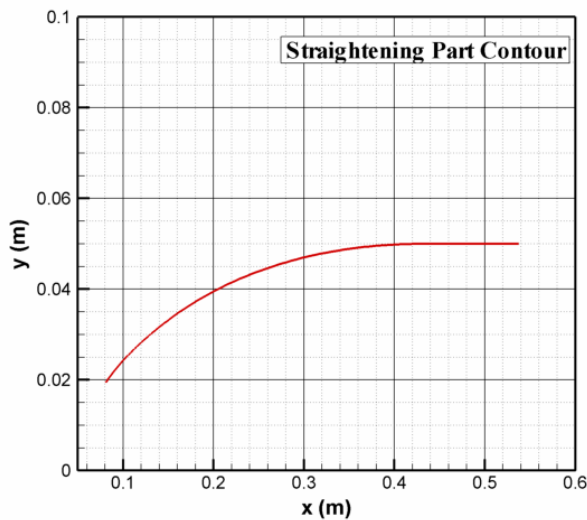
$$\frac{x_i}{y^*} = \frac{A(M_i)}{\theta_i} \cos \theta_i, \quad (51)$$

$$\frac{y_i}{y^*} = \frac{A(M_i)}{\theta_i} \sin \theta_i \quad (52)$$

$$y_i = x_i \tan \theta_i \quad (53)$$

و با توجه به معادلات اخیر، رابطه‌ی (۲۹) بصورت زیر بازنویسی می‌شود:

¹ Initial Expanding Part



شکل (۵): کانتور قسمت مستقیم‌ساز از بخش واگرای نازل ابرصوتی [۱].

با توجه به شکل ۵، مختصات نقطه‌ی انتهایی کانتور، $x = 5.394 \times 10^{-1}$ و $y = 5.0 \times 10^{-2}$ متر است که عرض آن، نشان دهنده‌ی نصف ارتفاع محفظه‌ی آزمون می‌باشد.

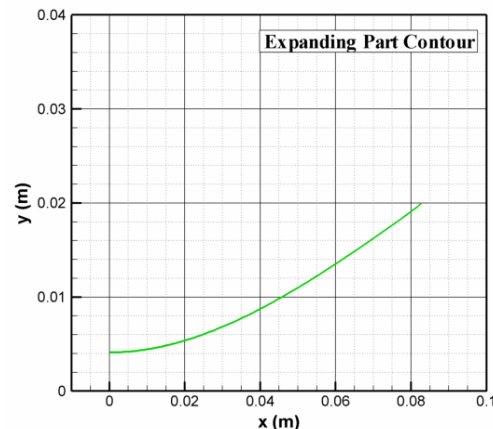
شکل ۶ کانتور بخش واگرای نازل را به تفکیک قسمت‌ها نشان می‌دهد. همان‌طور که در شکل مشخص است، طول نازل از گلوگاه تا ابتدای محفظه‌ی آزمون برابر با 5.394×10^{-1} متر است.

بر اساس محاسبات انجام شده، نازل دوبعدی که منحنی سطح آن مطابق با چنین کانتوری طراحی و ساخته شود، قابلیت ایجاد جریانی یکنواخت با خطوط جریان هموار و موازی با محور تونل و دارای ماکزیمم عدد ماخ خروجی برابر با ۷ را خواهد داشت. علاوه بر آن، با توجه به شکل نازل و نسبت فشار راه‌اندازی تونل که در بخش‌های پیشین محاسبه گردید، احتمال وقوع پدیده‌هایی نظیر جدایش جریان و یا خفه‌گی در مرحله‌ی راه‌اندازی تونل باد، به‌کلی از میان می‌رود. در نهایت، شکل ۷ نیز نشان دهنده‌ی کانتور یکپارچه‌ی نازل است.

۶- نتایج

در مرحله‌ی نهایی از روند طراحی بخش واگرای نازل ابرصوتی، از یک کد محاسباتی استفاده می‌شود که الگوریتم آن بر اساس روش فولش سازمان یافته و در زبان برنامه‌نویسی فرترن تبیین شده و متن کامل آن در مرجع [۱] آمده است. این کد قسمت‌های انبساطی اولیه و مستقیم‌ساز از کانتور مورد نظر در روش فولش را از طریق انجام محاسبات در ۱۰۰ نقطه، ترسیم می‌کند که در آن، تأثیرات گاز واقعی و لزجت جریان گنجانده شده است.

بر پایه‌ی روش تحلیلی فولش و با استفاده از کد محاسباتی ارائه شده، معادله‌ی سطح هر یک از دو قسمت مذکور، با توجه به مقدار عدد ماخ آزمون، عدد ماخ موضعی، مساحت گلوگاه نازل، سطح مقطع آزمون و نسبت حرارت ویژه (γ) که مقدار دقیق آن با توجه به اعمال تأثیرات گاز واقعی محاسبه گردید، از طریق روش سعی و خطا، بدست می‌آید. با بهره‌گیری از نتایج اجرای کد مورد نظر، کانتور قسمت انبساطی اولیه از بخش واگرای نازل، در شکل زیر نشان داده شده است:

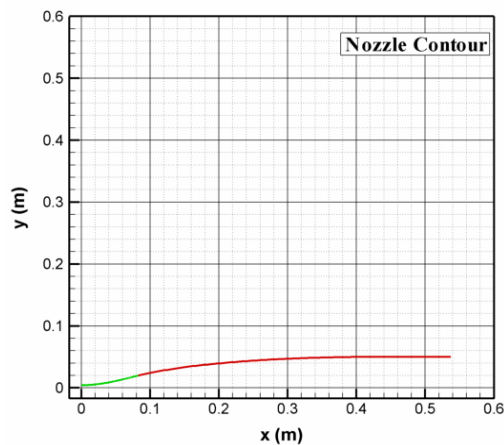


شکل (۴) کانتور قسمت انبساطی اولیه از بخش واگرای نازل ابرصوتی [۱].

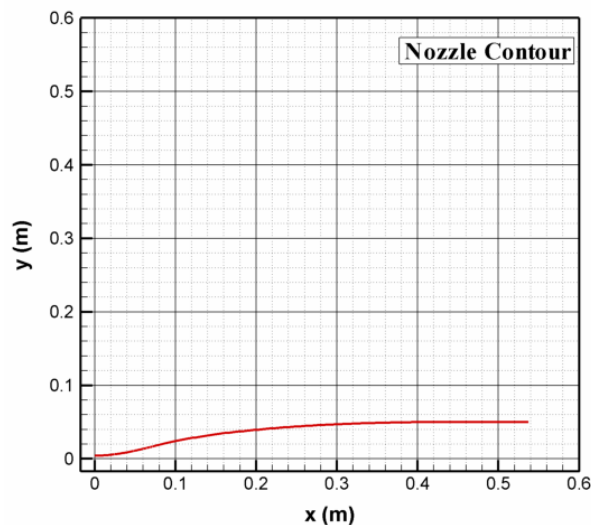
با توجه به شکل ۴، مختصات نقطه‌ی ابتدای کانتور $x = 0$ و $y = 4.1225 \times 10^{-3}$ متر می‌باشد که مابین نصف ارتفاع گلوگاه نازل ابرصوتی (y^*) است. همچنین نقطه‌ی انتهایی در این کانتور در واقع نقطه‌ی عطف نازل می‌باشد که از این نقطه به بعد، قسمت مستقیم‌ساز نازل آغاز می‌شود. کانتور قسمت مستقیم‌ساز از بخش واگرای نازل، در شکل زیر نشان داده شده است:

کارشناسی ارشد، دانشکده‌ی مکانیک و هوافضا، دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات تهران، ۱۳۸۸.

2. Crown, C.J. "Supersonic Nozzle Design", NACA Text No. 1651, Ames Aeronautical Laboratory, Moffett Field, Washington, June 1948.
3. Pope, A., and Goin, K.L. "High-Speed Wind Tunnel Testing", Robert E. Krieger Publishing Company, Malabar, Florida, Reprint Edition, 1978.
4. Harris, J.E., and Blanchard, D.K. "Computer Program for Solving Laminar, Transitional, or Turbulent Compressible Boundary Layer Equations for Two-Dimensional and Axisymmetric Flow", NASA Text No. 83207, 1982.
5. Anderson, J. D. "Modern Compressible Flow with Historical Perspective", McGraw-Hill, Third Edition, 2003.



شکل (۶): کانتور بخش واگرای نازل ابرصوتیبه تفکیک قسمت‌ها [۱].



شکل (۷): کانتور نهایی نازل ابرصوتی با ماکزیمم عدد ماخ خروجی برابر با ۷ [۱].

در پایان، به‌عنوان پیشنهاد در زمینه‌ی ادامه‌ی کار در مرحله‌ی پیش از اقدام به ساخت چنین نازلی، می‌توان کانتور بدست آمده را از طریق نرم‌افزارهای مهندسی از قبیل نرم‌افزار فلونت^۱ مورد تحلیل قرار داد و از صحت عملکرد آن، اطمینان حاصل نمود.

مراجع

۱. فرمت، م. "طراحی تونل باد ابرصوتی جریان-لحظه‌ای دمنده به‌منظور ساخت یک نمونه‌ی آزمایشگاهی"، پایان نامه مقطع

¹ Fluent