

بهینه سازی یک الگوریتم شبکه متحرک پیرامون ایرفول نوسانی

سید مهدی میرساجدی^۱

سید محمد حسین حسینی زارج^۲

دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات، دانشکده مهندسی مکانیک و هوافضا، گروه مهندسی هوافضا

چکیده

در این تحقیق الگوریتمی در زمینه شبکه متحرک دو بعدی جهت انجام حرکات نوسانی (دورانی) جسم بهبود می‌یابد. بدین منظور پیرامون جسم به دو ناحیه تقسیم می‌گردد. ناحیه اول بمنظور سادگی در انجام حرکات نوسانی دورانی جسم تعریف می‌شود. در این ناحیه پیرامون جسم تا یک مرز دایروی با استفاده از المان‌های مثلثی بی‌سازمان شبکه‌بندی می‌شود. در صورت نیاز به حرکات انتقالی جسم، می‌توان پیرامون ناحیه اول را تا یک مرز مربعی (ناحیه دوم) شبکه‌بندی نمود. بدین ترتیب هم امکان اعمال شرایط مرزی ساده‌تر می‌گردد و هم می‌توان با استفاده از یک شبکه زمینه حرکات انتقالی را نیز مدل نمود. بهینه‌سازی صورت گرفته در این روش عبارت‌است از تبدیل المان‌های مثلثی بین دو مرز دایروی به المان‌های چهارگوش که منجر به کاهش تعداد آنها به نصف می‌گردد. در این تحقیق بدلیل المان بندی مناسب صورت گرفته، به روش‌های جستجو در میدان نیاز نمی‌باشد. عدم نیاز به شبکه‌بندی مجدد، میان‌یابی، الگوریتم‌های جستجو و تست‌های بررسی کیفیت شبکه، جزء امتیازات قابل توجه روش معرفی شده است. جهت ارزیابی روش معرفی شده در این تحقیق، میدان جریان پیرامون جسم متحرک نیز حل شده‌است. بدین منظور از معادلات تراکم‌پذیر و گذرای اویلر استفاده شده است. با حل چندین مساله نمونه و مقایسه آن با نتایج تجربی و یا سایر نتایج عددی، قابلیت روش معرفی شده در زمینه شبکه متحرک به اثبات می‌رسد.

واژه‌های کلیدی: شبکه متحرک، میدان جریان، شبکه باسازمان، شبکه بی‌سازمان، حل عددی، معادلات تراکم‌پذیر و گذرای اولر

Improvement in Moving Mesh Algorithm around a Oscillational Airfoil

S.M. Mirsajedi

M.H. Hosseini Zarj

Mechanical and Aerospace Eng. Dep't, Science and Research Branch, Islamic Azad Univ., Tehran,
Iran

ABSTRACT

In this paper, a moving mesh concept originally introduced to model the general motion of a two-dimensional body is improved. The solution domain is divided into two zones. The first zone, with a circular boundary, includes the moving body and is intended to facilitate the vibrational rotation of the body. This zone is meshed by triangular elements which displace rigidly with the body. The proposed approach suggests replacing the triangular elements in the most exterior layer of the first zone by square ones which reduces their number by half. Present grid configuration also allows the number of nodal points and elements to remain constant. In order to demonstrate the effectiveness of the present method, unsteady and compressible form of the Euler equations are solved for flow over a moving body. The performance of the method is verified by several sample problems and comparing the results with existing numerical and experimental analyses in the literature.

Key words: moving mesh, flow field, structured grid, unstructured grid, numerical solution, unsteady and compressible Euler equation.

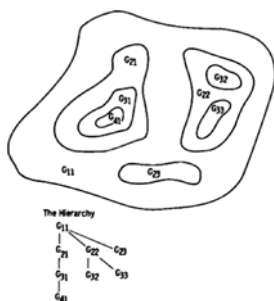
۱- استادیار: msajedi@srbiau.ac.ir

۲- دانشجوی کارشناسی ارشد: hosseinizarj@gmail.com

۱- مقدمه

و یا فاصله جسم از مرز دوردست، باید کوچک باشد. از طرف دیگر، حرکات موضعی بخصوص وقتی دو جسم به یکدیگر نزدیک باشند، می‌تواند به سرعت شکل شبکه را چنان نامنظم نماید که کارایی حل جریان را تحت تاثیر قرار دهد. ریشه این محدودیت را باید در استفاده از یک شبکه با شکل ثابت و غیر قابل تغییر بین مرزها جستجو نمود. راه کارهای متعددی برای پیشگیری از ایجاد مشکل بالا و یا دوری جستن از آن پیشنهاد شده است. استفاده از شبکه‌های بی‌سازمان کارترین که می‌تواند پس از هر قدم زمانی بطور محلی بازسازی شود، بخاطر سادگی ساختار اطلاعاتی آن یکی از راه‌حل‌های مناسب می‌باشد هر چند که سایر محدودیت‌های شبکه کارترین همچنان در این روش نیز باقی می‌ماند [۴-۶].

یکی دیگر از روش‌های حرکت شبکه بدون تغییر کیفیت شبکه در اطراف مرز متحرک، استفاده از دو شبکه زمینه و متحرک است. یکی از معروف‌ترین انواع این شبکه‌ها که در شکل ۱ ملاحظه می‌شود، شبکه کایمر [۷].



شکل (۱): شبکه کایمر [۷].

مبنای این روش حرکت یک شبکه متحرک محلی بهمراه مرز متحرک بر روی شبکه زمینه می‌باشد. هدف از این تحقیق تدوین یک الگوریتم مرز متحرک می‌باشد که بتواند حرکت هر جسم دو بعدی را که شامل نوسان (دوران) می‌باشد، مدل نماید. در این تحقیق فرض بر آن است که جسم متحرک، خود بصورت صلب حرکت کرده و بدون تغییر باقی می‌ماند. در این تحقیق عمده فعالیت بر روی شبکه متحرک خواهد بود و بر روی روش حل جریان به میزانی سرمایه گذاری می‌گردد که بوسیله آن بتوان صحت الگوریتم تدوین شده را مورد بررسی قرار داد.

۲- تدوین الگوریتم تولید شبکه متحرک دو بعدی

در این تحقیق، هدف ارائه الگویی است که بوسیله آن بتوان حداکثر نوسان جسم را بدون حذف و درج نقطه مدل‌سازی

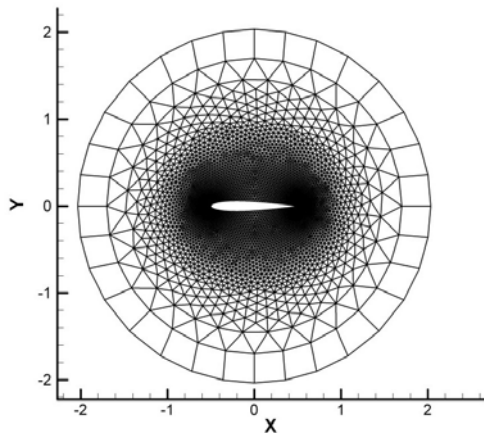
دینامیک سیالات محاسباتی (CFD) در سال‌های اخیر پیشرفت قابل ملاحظه‌ای داشته و بعنوان یک ابزار تکمیلی در کنار تحقیقات آزمایشگاهی قرار گرفته است. اگرچه در سال‌های اخیر محققین متعددی موفق به حل میدان‌های جریان سه-بعدی برای هندسه‌های مختلف شده‌اند، ولی تولید شبکه برای هندسه‌های پیچیده همواره یک بحث جدی بوده است.

در بحث تولید شبکه و حل میدان جریان، یکی از مسایل مهم، مواجهه با اجسام متحرک است. مسایلی مانند شبیه‌سازی تعامل بین نیروهای آیرودینامیکی و سازه‌ای (آیروالاستیسیته)، شبیه‌سازی جریان اطراف هواپیما هنگام پرواز آن در نزدیکی زمین، شبیه‌سازی جریان ناشی از حرکت نسبی دو جسم که بصورت تناوبی و پیوسته انجام می‌شود مانند روتور و استاتور، شبیه‌سازی بالستیک داخلی موتور سوخت جامد، شبیه‌سازی جریان اطراف راکت و یا بمب در حال جدایش از زیر بال هواپیما، شبیه‌سازی آیرودینامیک جدایش موشک، انجماد^۱ و یا ذوب^۲، جریان‌های با سطح آزاد، جریان‌های چند فازی و بسیاری از مسایل دیگر که همگی دارای مرز متحرک و یا مرز در حال تغییر شکل هستند، از جمله مسایل روز و مورد توجه می‌باشند.

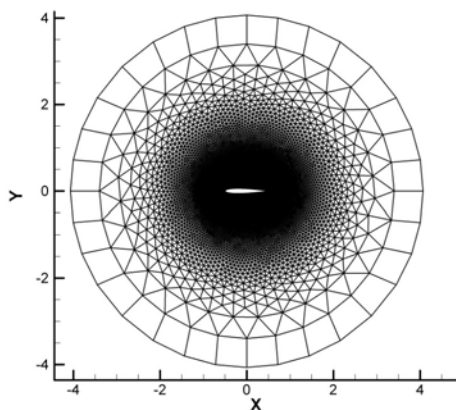
با توجه به اینکه شبکه‌های سازمان‌یافته دارای سابقه‌ای بمراتب بیشتر از شبکه‌های بی‌سازمان می‌باشند و بسیاری از روش‌های حل بصورت سنتی بر مبنای چنین شبکه‌هایی تهیه شده‌اند، روش‌های متعددی برای حرکت مرزها بر مبنای شبکه‌های سازمان یافته طراحی شده‌اند. در اغلب این روش‌ها پس از هر قدم زمانی، فضای بین مرزهای متحرک و ثابت را دوباره شبکه‌بندی می‌نمایند [۱]. اینگونه روش‌ها با توجه به لزوم تولید دوباره کل شبکه و انجام میانمایی‌های مکرر، دارای کارایی کمی بوده و برای مرزهای متحرک پیچیده، محدودیت‌های متعددی را ایجاد می‌نماید. در پاره‌ای از کاربردها نیز سعی شده است که کل شبکه بهمراه مرز متحرک حرکت نماید [۲]. با پیشرفت روش‌های تولید شبکه و معرفی شبکه‌های بی‌سازمان، مشکل مرزهای پیچیده با استفاده از شبکه‌های بی‌سازمان و یا سازمان‌یافته موضعی بطور قابل قبولی حل شدند [۳]. حرکت و یا تغییر شکل اجسام در مقایسه با اندازه فاصله دو جسم از هم

¹ Solidification

² Melting



شکل (۲): شعاع ناحیه ۲ برابر کورد



شکل (۳): شعاع ناحیه ۴ برابر کورد.

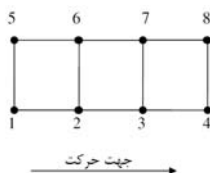
همانگونه که ذکر گردید، به فاصله تقریبی یک المان در نزدیکی مرز دایروی (مرز دایروی خارجی)، یک دایره مجازی (مرز دایروی داخلی) در نظر گرفته می شود. با حرکت جسم، تمامی المان های درون دایره مجازی با جسم حرکت می کنند اما نقاط بر روی مرز بیرونی ناحیه بدون حرکت باقی می مانند. بدین ترتیب المان های مابین دو دایره دچار تغییر شکل می شوند و در عوض در محل اتصال دو ناحیه اول و دوم، نقاط ثابت بوده و بر روی یکدیگر سر نمی خورند. تعداد نقاط بر روی دو دایره داخلی (دایره مجازی) و خارجی (مرز دایروی خارجی) بایستی یکسان و به یک تعداد باشد. اصطلاحاً این قسمت از ناحیه اول را که دربر گیرنده یک ردیف المان مابین دو دایره می باشد را لایه تغییر شکل پذیر می نامیم. شکل ۴ لایه تغییر شکل پذیر را با ۳۲ نقطه نشان می دهند.

نمود. بدین منظور با معرفی دو ناحیه پیرامون جسم و استفاده از قابلیت های هر دو نوع شبکه بی سازمان مثلثی و کارترین با سازمان و عبارت دیگر استفاده از یک شبکه هیبریدی، توانایی روش در جابجایی های بزرگ جسم به نمایش گذارده خواهد شد. در ناحیه اول پیرامون جسم تا یک مرز دایروی از المان های مثلثی بی سازمان پر می شود. تمامی حرکات نوسانی و یا دورانی جسم در این ناحیه خلاصه می شود. بمنظور جلوگیری از تخریب المان های نزدیک جسم در این حالت، تمامی المان های درون این منطقه به همراه جسم حرکت می نمایند. جهت تسریع و ساده سازی در اعمال شرایط مرزی و همچنین حرکات انتقالی جسم (در صورت استفاده از شبکه زمینه)، یک مرز مربعی پیرامون ناحیه اول در نظر گرفته می شود که ناحیه دوم نام دارد. لازم به ذکر است که چنانچه بخواهیم جسم دارای حرکت انتقالی نیز باشد می توان از یک شبکه زمینه نیز استفاده نمود که در آن صورت دو ناحیه اول و دوم بر روی شبکه زمینه قرار می گیرند. می توان نشان داد که با استفاده از یک چنین شبکه بندی، فرایند حذف و درج و میان یابی میان نقاط کاملاً از بین خواهد رفت.

۲-۱- ناحیه اول

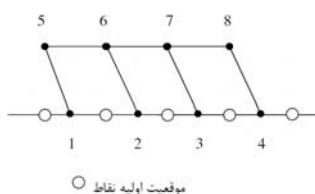
دلیل تعریف این ناحیه تسریع و تسهیل در حرکات دورانی/نوسانی جسم می باشد. این ناحیه با یک مرز بیرونی دایروی، در برگیرنده جسم می باشد. در واقع در این ناحیه مرز درونی، جسم و مرز بیرونی یک دایره می باشد. علت تعریف مرز دایروی نیز خصوصیتی است که می توان به دایره در حرکات دورانی نسبت داد. در اعمال حرکات دورانی جسم می توان به این صورت عمل نمود که به فاصله تقریبی یک المان در نزدیکی مرز دایروی، یک دایره مجازی در نظر گرفته می شود. با حرکت جسم، تمامی المان های درون دایره مجازی با جسم حرکت می کنند اما نقاط بر روی مرز بیرونی ناحیه بدون حرکت باقی می مانند. بدین ترتیب المان های مابین دو دایره دچار تغییر شکل می شوند و در عوض در محل اتصال دو ناحیه اول و دوم، نقاط ثابت بوده و بر روی یکدیگر سر نمی خورند. شکل های ۲ و ۳ ناحیه اول را که دربر گیرنده ایرفویل NACA 0012 می باشد با دو شعاع مختلف نشان می دهند.

یعنی قبل از شروع دوران باز می‌گردد. چند المان در ناحیه تغییر شکل پذیر را به همراه نقاط مربوط به خود که در شکل ۶ نمایش داده شده است، در نظر بگیرید.



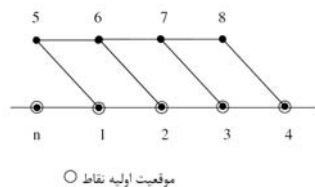
شکل (۶): مکان اولیه نقاط در لایه تغییر شکل پذیر.

همانگونه که در شکل ۷ مشاهده می‌شود با دوران جسم، المان‌های این ناحیه دچار تغییر شکل می‌شوند.



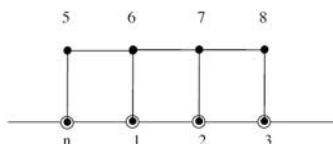
شکل (۷): نقاط درون ناحیه اول کمی جابجا شده‌اند.

بیشترین مقداری که المان‌های این لایه دچار تغییر شکل می‌شوند، در شکل ۸ نمایش داده شده است.

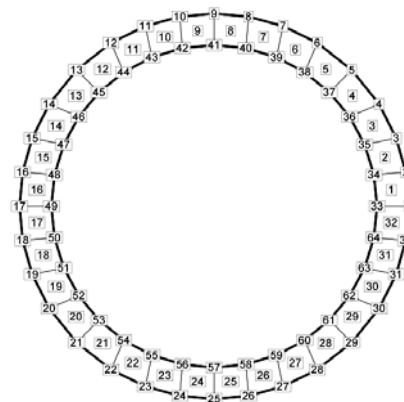


شکل (۸): بیشترین تغییر شکل المان‌ها در لایه.

در این حالت، همانگونه که شکل ۹ مشاهده می‌شود، با حفظ موقعیت نقاط، شماره گذاری المان‌های لایه تغییر شکل پذیر بگونه‌ای تغییر می‌کند که شکل المان‌ها به حالت اولیه قبل از شروع دوران باز گردد. بدین ترتیب جسم می‌تواند بدون آنکه تغییر شکل شدیدی در المان‌های آن ایجاد شود تا دامنه دلخواه نوسان کرده و یا حتی دوران کامل نماید.



شکل (۹): المان‌های لایه پس از شماره گذاری مجدد.

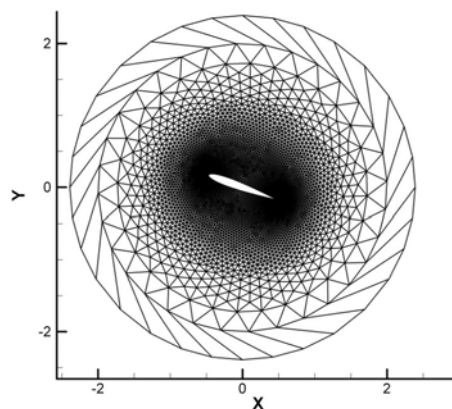


شکل (۴): لایه تغییر شکل پذیر را با ۳۲ نقطه.

با در نظر گرفتن ماتریس دوران بصورت زیر تمامی نقاط درون ناحیه، بجز نقاط بر روی مرز دایروی دوران می‌نمایند.

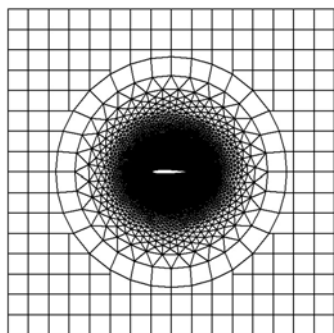
$$\begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \quad (1)$$

همانگونه که در شکل ۵ مشاهده می‌شود، با حرکت ایرفویل تمامی المان‌های درون دایره مجازی بصورت صلب به همراه جسم حرکت نموده‌اند و هیچگونه تغییر شکلی نداده‌اند. اما المان‌های حدواسط دایره مجازی و مرز ناحیه، به دلیل آنکه حداقل یک نقطه از آنها بر روی مرز دایروی بدون حرکت باقی می‌مانند، دچار تغییر شکل شدید شده‌اند.

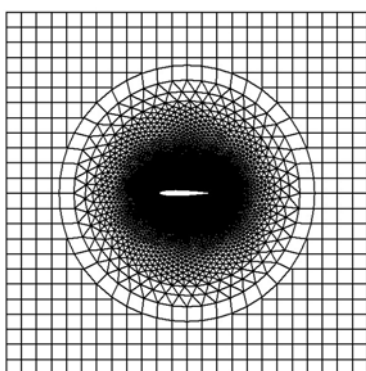


شکل (۵): ۲۰ درجه دوران ایرفویل (بدون اصلاح المان‌ها)

بمنظور رفع این مشکل در حالتیکه دامنه نوسان جسم از فاصله زاویه‌ای دو نقطه مجاور مرزی بیشتر باشد، به محض آنکه هر یک از نقاط مرزی به جای اولیه نقطه مجاور مرزی خود برسد، با حفظ موقعیت نقاط، شماره المان‌های تغییر شکل یافته، اصلاح شده و ترکیب المان‌های این لایه به حالت اول



شکل (۱۲): فرم نهایی المان‌های ناحیه دوم به همراه ناحیه اول با ۳۲ نقطه روی مرز دایروی.



شکل (۱۳): فرم نهایی المان‌های ناحیه دوم به همراه ناحیه اول با ۴۸ نقطه روی مرز دایروی.

۳- معادلات حاکم

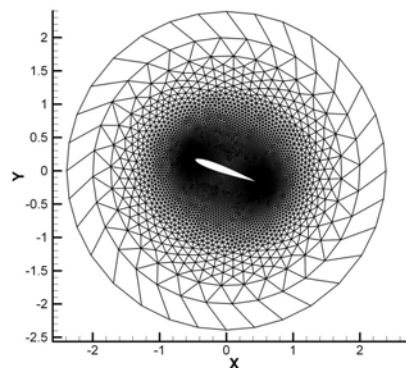
معادلات اویلر که با صرفنظر کردن از ترم‌های لزجی و انتقال حرارتی در معادلات ناویر-استوکس بدست می‌آیند، قادرند تا کلیه پدیده‌های جریان بجز آنهایی که در اثر لزجت جریان بوجود می‌آیند همانند لایه مرزی و جدایش جریان را مدل نمایند. نظر به سادگی نسبی و قابلیت خوب معادلات اویلر، در این تحقیق از معادلات اخیر جهت مدل سازی جریان تراکم‌پذیر، غیر لزج و ناپایا استفاده شده است. این معادلات در تمامی رژیم‌های جریان اعم از زیرصوت، گذر صوتی و بالای-صوت صادق بوده و پدیده‌هایی همچون شوک را بخوبی مدل می‌نمایند.

$$\partial_t \rho + \partial_j (\rho u_j) = 0. \quad (2)$$

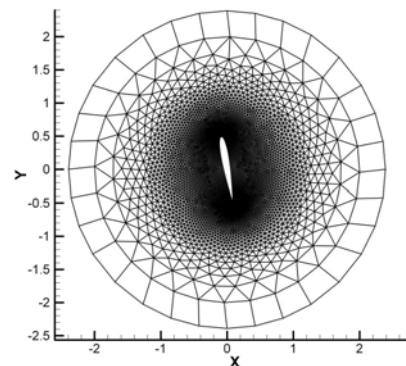
$$\partial_t (\rho u_i) + \partial_j (\rho u_i u_j) + \partial_i P = 0. \quad (3)$$

$$\partial_t (\rho E) + \partial_j (\rho u_j H) = 0. \quad (4)$$

با توجه به آنچه که در مورد شماره‌گذاری مجدد المان‌ها گفته شد اکنون می‌توان به سادگی و بدون آنکه المان‌ها دچار تغییر شکل شدید شوند، ایرفول را دوران داد. این موضوع در شکل‌های ۱۰ و ۱۱ نشان داده شده است.



شکل (۱۰): ۲۰ درجه دوران ایرفویل (با اصلاح المان‌ها).



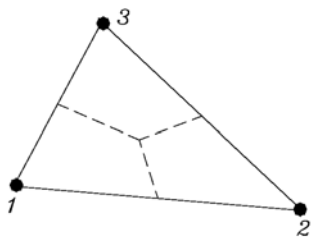
شکل (۱۱): ۸۰ درجه دوران ایرفویل (با اصلاح المان‌ها).

۲-۲- ناحیه دوم

با تعریف ناحیه اول، جسم توانایی حرکات دورانی و نوسانی را بطور کامل پیدا می‌کند. بمنظور تکمیل قابلیت حرکتی جسم و اعمال شرایط مرزی و توانایی انجام حرکات انتقالی (در صورت استفاده از شبکه زمینه)، پیرامون مرز دایروی اول تا یک مرز مربعی المان‌بندی می‌گردد. بمنظور استفاده از مزایای شبکه‌های کارتزین باسازمان، درون ناحیه دوم از این نوع شبکه استفاده می‌گردد. المان‌های ناحیه اول به همراه ناحیه دوم در شکل‌های ۱۲ و ۱۳ نشان داده شده اند.

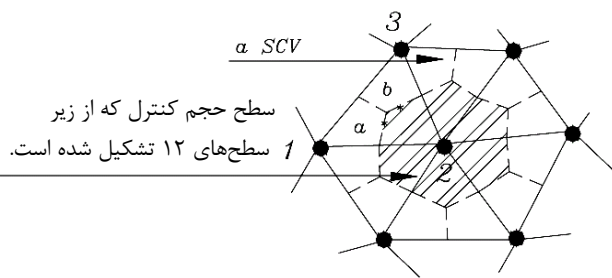
محدود^۱ گفته می‌شود. بدین ترتیب بدون آنکه نیازی به شناسایی المان‌های مجاور یک المان باشد، معادلات بر روی تک تک المان‌ها نوشته شده و مقادیر مربوط به هر نقطه بصورت خودکار با هم جمع می‌شود.

در این قسمت روش حجم محدود بر مبنای المان محدود با استفاده از حجم محدودهای Cell Vertex توضیح داده می‌شود. برای مثال در شکل ۱۴ یک المان مثلثی انتخاب شده و سه زیر بخش این المان که بعنوان زیر حجم محدود^۲ نامیده می‌شود از نقطه تلاقی میانه‌های مثلث بوجود آمده‌اند. در این حالت هر المان شامل بخشی از حجم محدودی است که حول نقطه گوشه هر المان تشکیل می‌شود.



شکل (۱۴): یک المان مثلثی به همراه زیر حجم محدودهای مربوط به آن.

مطابق با شکل ۱۵ با کنار هم قرار دادن المان‌ها، بخش‌های مربوط به حجم محدود هر نقطه از المان‌های مختلف در کنار هم قرار گرفته و حجم محدود کاملی برای هر نقطه تشکیل می‌شود.



شکل (۱۵): تشکیل حجم محدود پیرامون نقطه.

مزیت این روش آن است که در روند نوشتن معادلات برای حجم محدود کامل در هر نقطه، هر المان تنها یک بار بررسی شده و در محاسبه شارها، تنها از اطلاعات همان المان

که این مجموعه معادلات توسط دو معادله ذیل کامل می‌شوند.

$$\rho E = \frac{P}{\gamma - 1} + \frac{1}{2} \rho \vec{U}^2. \quad (5)$$

$$\rho H = \rho E + P. \quad (6)$$

در صورتی که معادلات اخیر به فرم برداری نوشته شوند:

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{F} = 0; \quad (7)$$

که در آن W و F عبارتند از:

$$W = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho E \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} \rho \vec{U} \\ \rho u \vec{U} + P \hat{i} \\ \rho v \vec{U} + P \hat{j} \\ \rho H \vec{U} \end{bmatrix}. \quad (8)$$

حال اگر F_n برابر با مقدار خالص شار عبوری از واحد

سطح کنترل فرض شود، می‌توان نوشت:

$$F_n = \begin{bmatrix} \rho(u_n - \omega_n) \\ \rho u(u_n - \omega_n) + P n_x \\ \rho v(u_n - \omega_n) + P n_y \\ \rho E(u_n - \omega_n) + P u_n \end{bmatrix}; \quad (9)$$

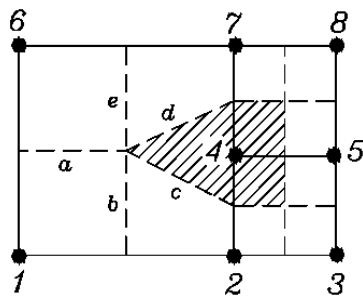
که در آن $u_n = \vec{U} \cdot \vec{n}$ عبارتست از مولفه قائم بر سطح سرعت سیال، $\omega_n = \vec{\omega} \cdot \vec{n}$ عبارتست از مولفه قائم بر سطح سرعت مرز و $n = n_x \hat{i} + n_y \hat{j}$ بردار قائم بر سطح حجم کنترل بوده که جهت آن به سمت خارج می‌باشد. بنابر این فرم نهایی معادلات حاکم بصورت زیر در می‌آید.

$$\frac{D}{Dt} \int_V W dV + \oint_s F_n ds = 0. \quad (10)$$

در روش حجم محدود که در این تحقیق مد نظر است کل میدان به المان‌های کوچک تقسیم شده و در هر یک از این المان‌ها، معادلات حاکم انتگرال‌گیری می‌شوند. یک روش برای محاسبه انتگرال هر حجم کنترل این است که یک حلقه اجزایی بر روی حجم کنترل‌ها قرار گیرد و در این حلقه هر بار مقدار شار عبوری از سطوح کنترل مورد نظر محاسبه شود. به این ترتیب که بر حسب نوع اطلاعات هندسی و البته نوع حجم محدود، حلقه اجزایی بر روی المان‌های هندسی بوده و در این حلقه هر بار مقدار شار عبوری از سطوح کنترلی که در المان هندسی مورد نظر قرار دارند محاسبه می‌شود و برای حجم کنترل‌های چپ و راست مربوط به همان سطح کنترل قرار می‌گیرند. به این روش، روش حجم محدود بر مبنای المان

¹ Control Volume based Finite Element

² Sub Control Volume (SCV)



شکل (۱۸): تشکیل زیر حجم محدودها در یک المان کارترین حاوی نقطه معلق.

بار دیگر به المان شکل ۱۴ توجه نمایید. این المان شامل سه زیر حجم محدود است و رئوس آن بصورت موضعی شماره گذاری شده اند. مستقل از اینکه این المان چه ارتباطی با المان های همسایه خود در کل میدان دارد از معادلات (۱۰) بر روی هر یک از این سه زیر حجم محدود انتگرال گیری می شود. چنانکه مشاهده خواهد شد، تنها اطلاعات مربوط به سه رأس المان برای انتگرال گیری کافی است و این مزیت روش حجم محدود بر مبنای المان محدود است. برای مدل سازی شار کمیت های بقایی در معادلات اویلر، از روش بالا دست AUSM^۲ استفاده گردیده است.

۴- نتایج حاصل از حل جریان

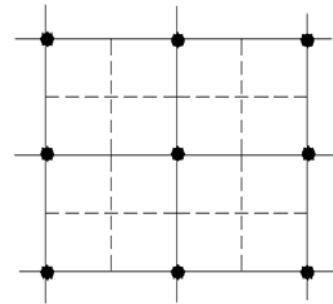
در این بخش، نتایج بدست آمده از تحقیق ارائه می شود. این نتایج شامل آزمایشاتی است که بمنظور اثبات روش ارائه شده در متحرک سازی میدان و روش بکار گرفته شده در حل معادلات حاکم، مورد توجه قرار می گیرند. به این منظور صحت عملکرد و دقت نتایج بدست آمده از روش نیز با مقایسه نتایج با مقادیر تجربی و یا سایر نتایج عددی مورد ارزیابی قرار می گیرد.

۴-۱- آزمایش اول: بررسی جریان غیردائم پیرامون ایرفویل

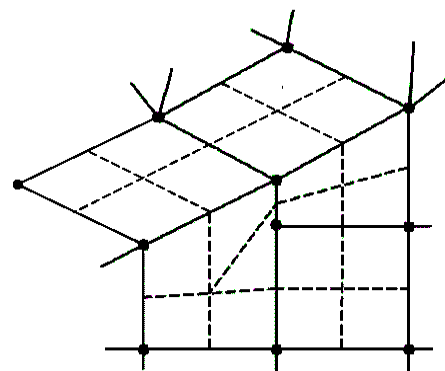
نوسانی، مدل CT1

در این قسمت به بررسی نتایج حاصل از متد در برخی جریان های غیر دائم پرداخته می شود. دلیل انتخاب این جریان ها، وجود نتایج تجربی است که در مجموعه مدل های مرجع [۸] به چشم می خورد. در این مجموعه مدلها از ایرفویل های نوسانی در جریان های گذر صوتی و ضرایب حمله مختلف

استفاده می شود. بدین ترتیب روند تشکیل معادلات برای حجم محدودها بسیار سریع و آسان انجام می پذیرد. همانگونه که در شکل ۱۴ مشاهده می شود در هر المان (برای مثال مثلثی)، هر المان با ترسیم خطوط میانه به سه بخش تقسیم می گردد. به هر یک از بخش های تولید شده یک زیر حجم محدود گفته می شود. چنانکه در شکل ۱۵ مشاهده می شود با کنار هم قرار گرفتن کلیه المان ها بصورت خودکار، حجم محدود در کنار یک نقطه تشکیل می شود. شایان ذکر است که این روش تقسیم بندی، هیچگونه محدودیتی در انتخاب نوع المان و تعداد المان های دربر گیرنده یک نقطه مشخص ندارد. برای مثال در شکل های ۱۶ تا ۱۸ حجم محدود در اطراف المان های کارترین، المانهای بریده شده^۱ حاوی نقطه معلق^۲ و المان کارترین حاوی نقطه معلق، مشاهده می شود.



شکل (۱۶): تشکیل زیر حجم محدودها در یک المان کارترین.

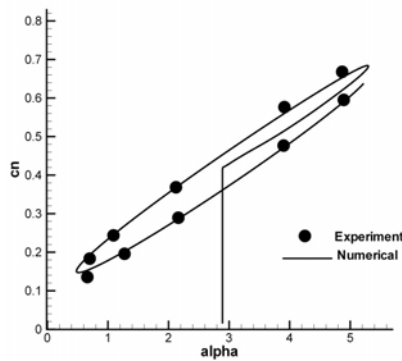


شکل (۱۷): تشکیل زیر حجم محدودها در یک المان بریده حاوی نقطه معلق.

³ Advection Upstream Splitting Method

¹ Cut Cell

² Hanging Node



شکل (۲۰): بررسی مقایسه ضریب نیروی نرمال در مدل CT1
۴-۲- آزمایش دوم: بررسی جریان غیر دائم پیرامون ایرفویل
نوسانی، مدل CT5.

مدل دومی که در این قسمت به آن اشاره می‌شود یکی دیگر از مدل‌های ایرفویل نوسانی از مجموعه تست‌های [۸]، یعنی مدل CT5 می‌باشد. ایرفویل در این حالت از نوع NACA 0012 بوده و در این حالت نوسان پیرامون یک چهارم وتر انجام شده است. در این مدل، که دلیل بالا بودن عدد ماخ از نمونه‌های مورد بحث در زمینه شبکه متحرک می‌باشد، جریان با ماخ ۰/۷۵۵ به ایرفویل NACA 0012 برخورد می‌نماید. شرایط جریان بصورت زیر می‌باشد.

$$M_{\infty} = 0.755, \alpha_0 = 0.016^{\circ}, \alpha_m = 2.51^{\circ}, k = 0.0814.$$

با دقت در ماخ جریان و مقایسه آن با حالت قبل، انتظار می‌رود که به دلیل بالا بودن ماخ در این مدل همچنین دامنه نوسانات، شوک قوی‌تری در مقایسه با قبل بصورت متناوب در بالا و پایین ایرفویل تشکیل گردد. این موضوع در شکل‌های ۲۱ و ۲۲ مشاهده می‌گردد.

صحت نتایج بدست آمده را می‌توان با مقایسه ضریب نیروی نرمال بر سطح ایرفویل در شکل ۲۳ با نتایج مرجع [۸] مشاهده نمود. با کمی تأمل در نتایج نکته جالبی حاصل می‌شود. همانگونه که اشاره شد، زاویه نصب در این مدل برابر ۰/۱۶ درجه می‌باشد. با توجه به کمی این مقدار، انتظار می‌رود تا تغییرات ضریب نیروی نرمال در مقابل زاویه حمله تقریباً متقارن باشد. در حالیکه نتایج تجربی، یک جابجایی به سمت بالا را نشان می‌دهد که حاکی از آن است که جریان با زاویه حمله بیشتری نسبت به آنچه که اشاره شده است به جسم برخورد نموده است. درستی این بیان را می‌توان بسادگی

استفاده شده است. حرکت ایرفویل در این مدل از نوع نوسانی بوده و تغییرات زاویه حمله در آن نسبت به زمان بر اساس رابطه زیر صورت می‌پذیرد.

$$\alpha(t) = \alpha_0 + \alpha_m \sin(\omega t); \quad (11)$$

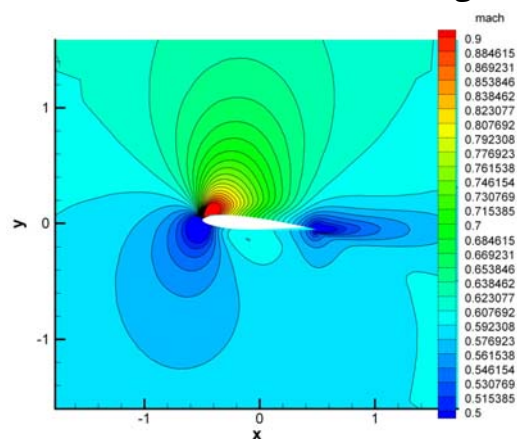
که در آن α_0 زاویه حمله متوسط، α_m دامنه نوسانات و ω سرعت زاویه ای حرکت نوسانی است. بین مقدار اخیر با فرکانس کاسته، k رابطه زیر برقرار است.

$$k = \frac{\omega c}{2U_{\infty}};$$

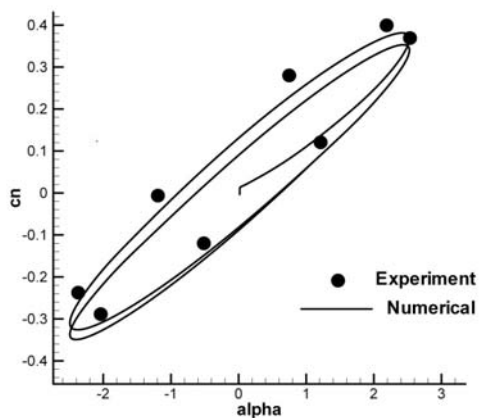
که در آن c طول وتر ایرفویل و U_{∞} سرعت جریان آزاد می‌باشد. اولین مدلی که در این قسمت به آن اشاره می‌شود یکی از مدل‌های ایرفویل نوسانی از مجموعه تست‌های مرجع [۸]، یعنی مدل CT1 می‌باشد. ایرفویل در این حالت از نوع NACA 0012 بوده و در این حالت نوسان پیرامون یک چهارم وتر انجام شده است. در این مدل، شرایط جریان بصورت زیر می‌باشد.

$$M_{\infty} = 0.6, \alpha_0 = 2.89^{\circ}, \alpha_m = 2.41^{\circ}, k = 0.0808.$$

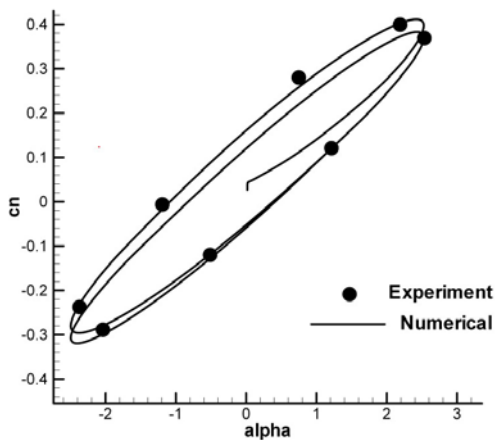
پیش بینی می‌شود که با نوسان ایرفویل، یک شوک در بالای ایرفویل تشکیل گردد که در شکل ۱۹ قابل مشاهده است. همچنین در مقایسه‌ای که میان نتایج بدست آمده در خصوص ضریب نیروی نرمال بر سطح بر حسب زاویه حمله از متد حاضر و مرجع [۸] صورت گرفته است، صحت عملکرد و دقت متد معرفی شده، مشاهده می‌شود. نتایج اخیر در شکل ۲۰ قابل مشاهده می‌باشند.



شکل (۱۹): خطوط هم‌تراز ماخ پیرامون ایرفویل مدل CT1.



شکل (۲۳): بررسی مقایسه ضریب نیروی نرمال در حرکت Pitch، مدل CT5.

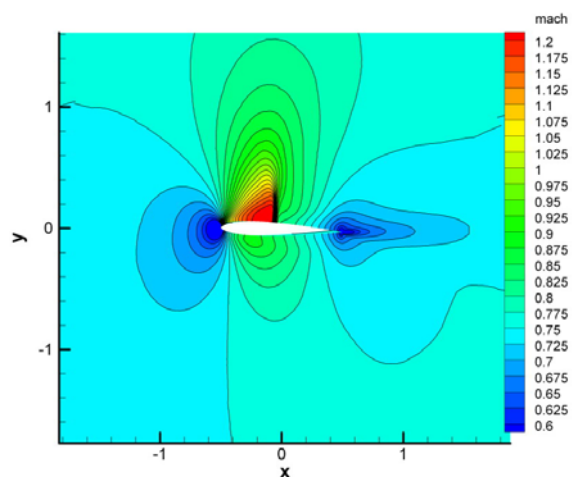


شکل (۲۴): بررسی مقایسه ضریب نیروی نرمال در حرکت Pitch، مدل CT5 تصحیح زاویه نصب به ۰/۲۵ درجه، مقایسه میان نتایج روش حاضر با مرجع [۸].

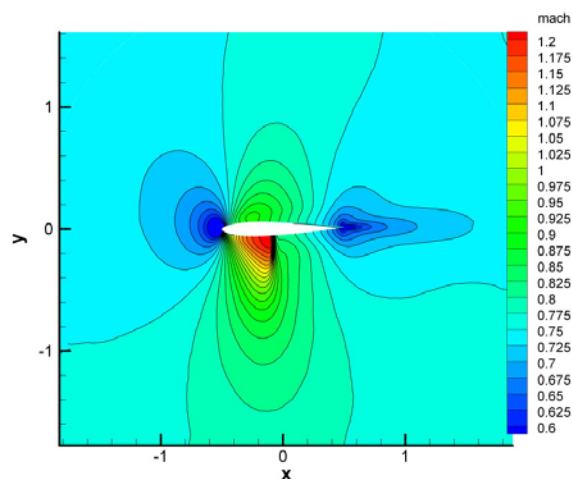
۳-۴- آزمایش سوم: بررسی عدم نیاز به میان‌یابی در حرکات

دورانی جسم وهمچنین بهینه بودن الگوریتم ارائه شده هدف از انجام این آزمایش اثبات این نکته است که در حرکات دورانی جسم که ممکن است فرایند شماره گذاری مجدد به دفعات تکرار شود، نیاز به انجام میان‌یابی میان المان‌های قدیم و جدید وجود ندارد. بعبارت دیگر بدون استفاده از هیچگونه میان‌یابی، دقت نتایج از بین نمی‌رود. همچنین سپس نتایج بدست آمده با نتایج مرجع [۹] مقایسه گردیده و میزان کاهش خطا ملاحظه می‌گردد. این نکته حائز اهمیت است چرا که در

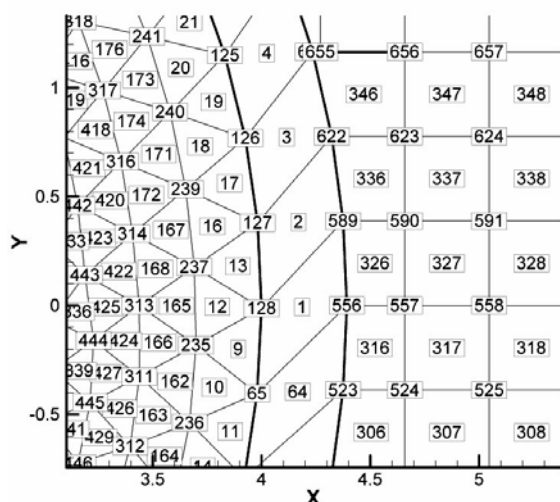
تحقیق نمود. در صورتیکه زاویه برخورد اولیه به جای ۰/۱۶ درجه، ۰/۲۵ درجه لحاظ شود، بر اساس شکل ۲۴، نتایج بدست آمده کاملاً با نتایج اشاره شده در مرجع مزبور منطبق می‌گردند. با توجه به آنکه زوایای اشاره شده در حد کوچکی می‌باشند، پدید آمدن خطا در اندازه‌گیری آنها بعید بنظر نمی‌رسد.



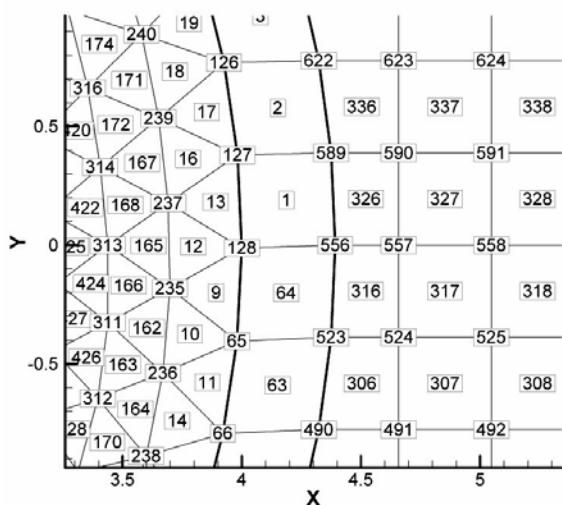
شکل (۲۱): خطوط همتراز ماخ پیرامون ایرفویل مدل CT5.



شکل (۲۲): خطوط همتراز ماخ پیرامون ایرفویل مدل CT5.



شکل (۲۵): بیشترین تغییر شکل در اندازه المانها تا زاویه ۵/۸ درجه، بدون شماره گذاری مجدد.



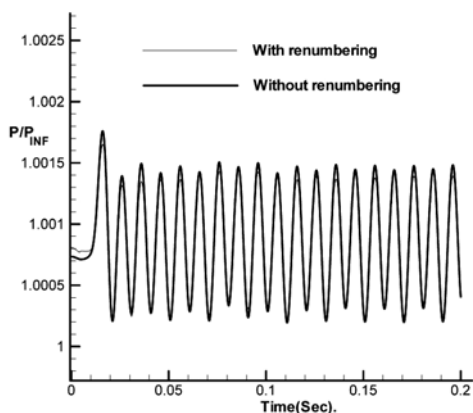
شکل (۲۶): بیشترین تغییر شکل در اندازه المانها تا زاویه ۵/۸ درجه، با شماره گذاری مجدد.

اکنون نتایج بدست آمده از این تحقیق با نتایج موجود در مرجع [۹] مقایسه می‌گردد. با بررسی این موضوع مشاهده می‌گردد که میزان خطای ایجاد شده در برخی موارد حتی تا نصف نیز کاهش پیدا کرده است. جدول ۱ مقایسه مقدار خطا بین روش حاضر و مرجع [۹] را بدون شماره گذاری مجدد المانها و جدول ۲ مقایسه مقدار خطا بین روش حاضر و مرجع [۹] را با شماره گذاری مجدد المانها نشان می‌دهد.

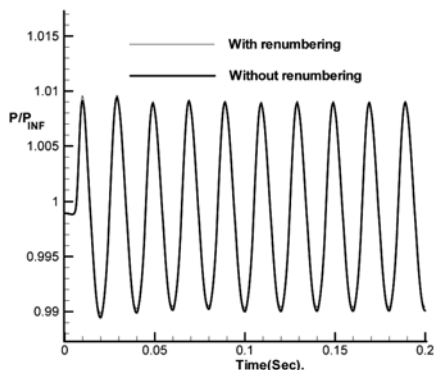
تمامی روش‌های موجود در زمینه شبکه متحرک، هنگامی که نوسان یا دوران جسم از یک زاویه معینی فراتر رود، فرایند حذف و درج نقطه و میان‌یابی از نقاط حذف شده به نقاط اضافه شده، امری اجتناب ناپذیر است. همانگونه که در قبل بدان اشاره شد از ویژگی‌های متد ارائه شده در این تحقیق آن است که در حرکات نوسانی و یا دورانی، نه تنها هیچ حذف و اضافی در خصوص نقاط صورت نمی‌گیرد، حتی احتیاجی به میان‌یابی نیز نمی‌باشد. ایرفویل NACA 0012 را در نظر بگیرید. بر روی مرز ناحیه اول، ۶۴ نقطه در نظر گرفته شده است. بدین ترتیب فاصله زاویه ای نقاط از یکدیگر ۵/۶۲۵ درجه خواهد بود. فرض کنید که ایرفویل بتواند با دامنه‌ای برابر با ۵/۸ درجه نوسان کند. در این حالت دو آزمایش مختلف تعریف می‌شود. در حالت اول فرض می‌شود که ایرفویل تا مقدار ماکزیمم دامنه خود نوسان کند بدون آنکه المان‌های مورد نظر در ناحیه اول شماره گذاری مجدد شوند. توجه دارید که بر اساس متد ارائه شده، اگر در حین نوسان، دامنه نوسان از فاصله زاویه‌ای بین نقاط مرزی در ناحیه اول بیشتر شود، فرایند شماره گذاری مجدد المان انجام می‌گیرد. در حقیقت در حالت اول اجازه داده می‌شود که المانها تا مقدار ماکزیمم دامنه نوسان حرکت کنند، اما شماره گذاری مجدد صورت نپذیرد. میزان تغییر شکل المانها تا زاویه ۵/۸ درجه در این حالت در شکل ۲۵ نمایش داده شده است. در حالت دوم به شیوه معمول متد عمل می‌شود. یعنی در حین نوسان، به محض آنکه زاویه نوسان به ۵/۶۲۵ درجه رسید، فرایند شماره گذاری مجدد المانها انجام می‌گیرد و سپس تا زاویه ۵/۸ درجه المانها به اندازه ۰/۱۷۵ درجه تغییر شکل پیدا می‌کنند. میزان تغییر شکل المانها تا زاویه ۵/۸ درجه در شکل ۲۶ نشان داده شده است. با فرض نوسان سینوسی، شرایط جریان بصورت زیر در نظر گرفته شده است.

$$M_{\infty} = 0.6, \alpha_0 = 0.0^{\circ}, \alpha_m = 5.8^{\circ}, k = 0.754.$$

بر روی دایره مجازی در ناحیه اول، چهار نقطه در موقعیت‌های ۰، ۹۰، ۱۸۰ و ۲۷۰ درجه در نظر بگیرید. این نقاط در حقیقت در سمت‌های لبه فرار، بخش بالایی، لبه حمله و بخش پایینی ایرفویل قرار دارند. توزیع فشار بر روی نقاط مزبور در دو حالت اشاره شده (با شماره گذاری مجدد المانها و بدون شماره گذاری مجدد) در شکل‌های ۲۷ تا ۳۰ ارائه شده‌اند.



شکل (۲۹): تغییرات فشار- زمان نقطه‌ای واقع در زاویه ۱۸۰ درجه بر روی دایره مجازی ناحیه اول.

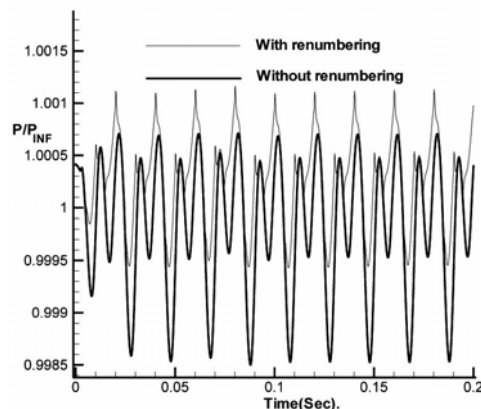


شکل (۳۰): تغییرات فشار- زمان نقطه‌ای واقع در زاویه ۲۷۰ درجه بر روی دایره مجازی ناحیه اول.

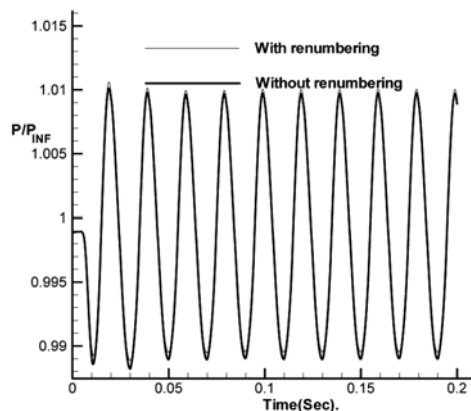
جدول (۱): مقایسه مقدار خطا بین روش حاضر و مرجع [۹] بدون شماره‌گذاری مجدد المان‌ها.

موقعیت زاویه‌ای نقاط بر روی دایره مجازی	درصد خطا (p/p_∞) نتایج مرجع [۹]	درصد خطا (p/p_∞) نتایج روش حاضر	درصد مقدار کاهش خطا
۰	٪ ۰/۲	٪ ۰/۱۴	٪ ۳۰
۹۰	٪ ۱/۸۵	٪ ۱/۲	٪ ۳۵/۱۳
۱۸۰	٪ ۰/۲۴	٪ ۰/۱۵	٪ ۳۷/۵
۲۷۰	٪ ۱/۷	٪ ۰/۹	٪ ۴۷/۰۶

البته بایستی به این نکته توجه نمود که میزان خطاهای ایجاد شده بسیار ناچیز هستند. دلیل این موضوع آن است که در متد ارائه شده از هیچگونه میان‌یابی استفاده نگردیده است. توجه به این نکته ضروری است که در شرایطی که حتی از بهترین روش‌های میان‌یابی نیز استفاده شود، علاوه بر صرف وقت، درصدی خطا در محاسبات وارد می‌گردد.



شکل (۲۷): تغییرات فشار- زمان نقطه‌ای واقع در زاویه صفر درجه بر روی دایره مجازی ناحیه اول.



شکل (۲۸): تغییرات فشار- زمان نقطه‌ای واقع در زاویه ۹۰ درجه بر روی دایره مجازی ناحیه اول.

6. Davis, R.L., and Dannenhoffer, J.F. "Three-Dimensional Adaptive Grid-Embedding Euler Technique", AIAA Journal, Vol. 32, No.6, June 1994.
7. Steger, J.L., Dougherty, F.C., and Beneck, J.A. "A Chimera Grid Scheme", Advances in Grid Generation, Edited by K. Ghia and U. Ghia, ASME FED-5, pp. 59-69, 1983.
8. Compendium of unsteady aerodynamic measurements. AGARD-R-702, 1982.
۹. میرساجدی، س.م. "تدوین الگوریتم حرکت شبکه دو بعدی و سه بعدی به منظور مدل سازی جریان پیرامون یک جسم با حرکت عمومی"، پایان نامه دکتری، دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی امیر کبیر، اسفند ۱۳۸۴.

جدول (۲): مقایسه مقدار خطا بین روش حاضر و مرجع [۹] با شماره گذاری مجدد المان ها.

موقعیت زاویه ای نقاط بر روی دایره مجازی	درصد خطا (p/p_∞) نتایج مرجع [۹]	درصد خطا (p/p_∞) نتایج روش حاضر	درصد مقدار کاهش خطا
۰	٪ ۰/۱۳۲	٪ ۰/۱۱۱	٪ ۱۵/۹
۹۰	٪ ۱/۸	٪ ۱/۱	٪ ۳۸/۹
۱۸۰	٪ ۰/۲۲	٪ ۰/۱۴	٪ ۳۶/۳۶
۲۷۰	٪ ۱/۶	٪ ۰/۸۱	٪ ۴۹/۳۷

۵- نتیجه گیری

در این تحقیق الگوریتمی در زمینه شبکه متحرک دوبعدی جهت انجام حرکات نوسانی (دورانی) جسم بهبود یافت. با آزمایش بعمل آمده مشاهده گردید که میزان خطای ایجاد شده بین روش حاضر و مرجع [۹] در برخی موارد حتی تا نصف نیز کاهش پیدا کرده است. البته بایستی به این نکته توجه نمود که میزان خطاهای ایجاد شده بسیار ناچیز هستند. دلیل این موضوع آن است که در متد ارائه شده از هیچگونه میان یابی استفاده نگردیده است.

مراجع

- Giaconda, A.L., and Fiddes, S.P. "A Three-Dimensional Moving Mesh Method for the Calculation of Unsteady Transonic Flows", Aeronautical Journal, Paper 2011, April 1995.
- Lin, C.Q., and Pahlke, K. "Numerical Solution for Euler Equations for Airfoils in Arbitrary Unsteady Motion", Aeronautical Journal, June/July 1994, Paper 1922.
- Batina, J.T. "Unsteady Euler Algorithm with Unstructured Dynamic Mesh for Complex Airfoil Aerodynamic Analysis", AIAA Paper 89-1189, 1989.
- Bayyuk, A.S., Powell, K.G., and Van Leer, B. "A Simulation Technique for 2-D Unsteady Inviscid Flows Around Arbitrary Moving and Deforming Bodies of Arbitrary Geometry", AIAA-933391-CP, 1993.
- Patel, A., Leonard, B., Delaunay, M., and Hirsch, C.H. "Unstructured Unsteady Adaptive Simulations for External Aerodynamics", ECCOMAS 2000, 11-14 September.