تأثیر اتصالات غیر صلب بر ناپایدارهای استاتیکی و دینامیکی تیرتیموشینکو سه مرحله‌ای تحت اثر نیروی تعقیب کننده

امیرحسین اثباتی[۱] و سعید ایرانی[۲]
دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

حمید موسی زاده[۳]
دانشکده فنی- مهندسی، دانشگاه تربیت مدرس

تاریخ دریافت: ۳ / ۸ / ۱۳۸۹ تاریخ پذیرش: ۱۴ / ۱۰ / ۱۳۸۹

چکیده

در این پژوهش، ناپایداری های استاتیکی و دینامیکی تیر پله‌ای سه مرحله‌ای تیموشینکو تحت اثر نیروی تعقیب کننده، با توجه به تغییر در سختی فنرهای اتصال دهنده، بررسی شده است. برای استخراج رابطه مولد از اصل همیلتون استفاده شده است. روابط انرژی برای تیر تیموشنکو نوشته شده و اینرسی دورانی و تغییر شکل برشی در نظر گرفته شده است. ترم های پایستار و ناپایستار نیروی تعقیب کننده و انرژی جنبشی جرم‌های متمرکز لحاظ شده اند. مشاهده می‌شود، با کمی تغییر در خواص جرمی و سختی تیر، نیروی بحرانی و نوع ناپایداری تغییر می‌کند. همچنین، با تغییر طول مراحل، مودهای تحریک تغییر جالب توجهی می‌کنند. در این حالت، ناپایداری دینامیکی از ادغام فرکانس‌های سوم و چهارم غیر صفر اتفاق می‌افتد، در حالی که فرکانس‌های اول و دوم پایدار می‌باشند.

واژه های کلیدی: تیر تیموشینکو، نیروی تعقیب کننده، اتصال غیر صلب، تیر سه مرحله‌ای با خواص متغیر

The Efect of Non-rigid Joints on the Static and Dynamic Instabilities of a Three-step Timoshinko Beam with Follower Force

A.H.Esbati & S. Irani
Aerospace Eng. Dep't.
Khajeh-Nasir Univ. & Tech.

H. Moosa-zadeh
Eng. School
Tarbiat Modarres Univ.

ABSTRACT
In this work, the static and dynamic instabilities of a three-step Timoshinko beam with follower force, considering changes in the stiffness of the joint springs, is investigated. To derive the related equations, Hamiltonian principle has been used. Energy relations are written for the Timoshinko beam considering the rotational inertia and shear deformation. Steady and unsteady follower forces and the kinetic energy of lumped masses and included. It is noted that minor changes in mass and stiffness properties of the beam effect the critical force and the type of istability considerably. Also changing the beam's length in different cases, critical modes change a considerable amount. Note, dynamic instability occurs because the third and fourth non-tend trequencies are combined, while the first and second frequencies stay stable.

Keywords: Timoshinko Beam, Follower Force, Non-rigid Joint, 3-step beam, Variable Property

---

[۱] کارشناس ارشد مهندسی هوافضا (نویسنده پاسخگو): (ah_esbati@sina.kntu.ac.ir)

[۲] استادیار

[۳] کارشناس

۱-مقدمه

مدل صحیح اعمال نیروی پیشران در سازه‌های هوافضایی، نیروی تعقیب کننده می‌باشد. از این رو بسیاری از سیستم-های الاستیک و پلاستیک تحت اثر نیروی پیشران مطالعه شده و مطالب منتشر شده در این راستا موجود می‌باشد. این مقالات بر روی پایداری تیر و پوسته تحت اثر نیروی پیشران تمرکز کرده‌اند و از آنجا که سازه‌های فضایی به حداقل وزن برای طراحی نیاز دارند، معمولاً این سازه‌ها منعطف می-باشند. در مدل سازی‌های که تاکنون انجام شده یا از تغییر در خواص سختی و جرمی صرف نظر نمودند و یا اتصال بین مراحل مختلف تیر را صلب فرض کرده‌اند. از این رو بررسی همزمان تغییر در خواص تیر و اتصالات غیرصلب که در این مقاله مطرح شده، قابل توجه می‌باشد.

برای محاسبه فرکانس طبیعی سیستم، تحت اثر نیروی پایستار فعالیت زیادی انجام شده که به بخشی از آنها اشاره می‌شود. معادلات تحلیلی برای یک تیر یکنواخت، تحت اثر نیروی محوری ثابت توسط بوکاییان[1] برای شرایط مرزی متفاوت مورد بررسی قرار گرفته، معادلات مشخصه و بارهای بحرانی تعیین شده‌اند[۱]. جوشی[2] یک روش ساده برای محاسبه فرکانس طبیعی برای یک تیر تحت اثر نیروی محوری، با توزیع جرم متغیر ارائه نموده است[۲].

پایداری یک سیستم الاستیک، تحت اثر نیروی ناپایستار، با معادلات مرسوم اویلری قابل حل نیست، این سیستم میتواند دچار ناپایداری استاتیکی (دایورژنس) و ناپایداری دینامیکی (فلاتر) شود[۳].

برای دستیابی به پاسخ مطلوب‌تر برای رفتار یک پرتابه (موشک، راکت و ماهواره‌بر و...) پایداری ارتعاشاتی تیر دو سر آزاد، تحت اثر نیروی تعقیب کننده، مورد بررسی قرار گرفت. به دلیل همراه داشتن نیروی ناپایستار در این سیستم، حل معادلات آن کمی پیچیده میشود. بیل[3] در سال ۱۹۶۵ برای نخستین بار پایداری یک تیر دو سر آزاد را تحت اثر نیروی پیشران ثابت و نوسانی، برای یک تیر یکنواخت بررسی کرد[۴].

۱. Bokaian
۲. Joshi
۳. Beal

پترز و وو[4] پایداری عرضی یک ستون آزاد را تحت اثر یک نیروی تراست محوری با کنترل جهت مورد مطالعه قرار دادند[۵]. ایشان نتیجه گرفتند که اگر مکانیزم کنترل بر جهت اعمال نیرو موجود نباشد، یک جفت مقدار ویژه صفر موجود خواهد بود که یکی متناسب با معادله ویژه درجه یک نسبت به جسم صلب عرضی بوده و دیگری معادله ویژه درجه یک نسبت به جسم صلب دورانی می‌باشد، ولی مدلی که آنها در نظر گرفته‌اند وابسته به موقعیت حسگر دورانی بوده. وو ارتباط بین نیروی بحرانی و معادله ویژه را به وسیله المان محدود مشاهده نمود[۶]. او نتیجه گرفت، بزرگی و موقعیت جرم متمرکز می‌تواند رفتار پایداری موشک را بهبود بخشد. پارک و موت[5] یک تیر دوسر آزاد از نوع اویلر-برنولی در حال حمل جرم متمرکز با اینرسی جابه‌جایی و دورانی تحت اثر نیروی تراست انتهایی را مطالعه کردند[۷].

پارک[6] پایداری دینامیکی یک تیر دوسر آزاد تیموشنکو را تحت اثر یک نیروی ثابت تعقیب کننده مطالعه کرد[۸]. بر خلاف تحلیل‌های بالا، اثر اینرسی دورانی و تغییر شکل برشی بر روی پایداری تیر با نیروی کنترل شده تعقیب کننده را محاسبه کرد. او نشان داد، در حالتی که کنترل کننده راستا موجود نباشد، ناپایداری در نیروی بحرانی فلاتر و نیروی بحرانی با افزایش ترم تغییر شکل برشی افزایش می‌یابد. با کنترل راستا، ناپایداری مقدماتی، چه در زمینه فلاتر و چه دایورژنس، به موقعیت و گیرندگی سنسور حرکت دورانی وابسته است.

لافولز و پیچ[7] اثر وزن تیر و نیروی تعقیب کننده را بر روی پایداری یک میله الاستیک را با استفاده از دو ترم روش گالرکین مطالعه کردند[۹]. مطالعه های آنها شامل میله پین-پین، درگیر-آزاد، دو سر آزاد بود.

پراتهان و داتا[8] مدل تیر تیموشنکوی یکنواخت، تحت اثر نیروی ثابت را با دو جرم متمرکز را مورد مطالعه قرار

۴. Peters and Wu
۵. Park and Mote
۶. Park
۷. Leipholz and Piche
۸. Sumeet Pradhan, P.K. Datta

دادند[۱۰]. آنها نشان دادند، مقدار خواص و جایگاه جرم دوم، چگونه بر مقدار نیروی بحرانی ما تاثیر می‌گذارد.

کار و ساجاتا[۱]، یک تیر یک سر درگیر را با یک جرم متمرکز را تحت اثر یک نیروی تعقیب کننده عرضی پارامتری را بررسی کردند[۱۲]. لی[۲] یک تیر بدون تغییر طولی را مورد بحث قرار داد و بررسی نمود که چگونه انحنای اولیه و جرم متمرکز بر روی ناپایداری دینامیکی اثر می‌گذارد[۱۳]. یونگ و چن[۳] یک صفحه نامتقارن یکسر درگیر را که نیروهای آیرودینامیک و هارمونیک بطور همزمان به آن وارد می‌شوند را بررسی کرد[۱۴].

سرینیواسا[۴] برروی پایداری صفحات کامپوزیت، با خواص متفاوت مطالعاتی انجام دادند[۱۵]. ایرانی و کاویانی‌پور، تیر اویلر-برنولی متصل شده تحت اثر نیروی تعقیب کننده و نیروی عرضی را مدل کرده و توسط روش نیومارک، رفتار تیر را در طول زمان بررسی نمودند[۱۶].

در این مقاله، ابتدا روابط ریاضی برای تیر بر اساس اصل همیلتون و با در نظر گرفتن ترم ناپایستار نیروی تعقیب کننده استخراج شده، سپس نتایج مدل‌سازی بر اساس تعریف تیر دو و سه مرحله‌ای بررسی می‌گردد.

۲-مدل سازی ریاضی

همانگونه که تعریف شد، در این مقاله از اصل همیلتون برای مدل سازی سیستم استفاده شده است. بر این اساس، روابط انرژی جنبشی و پتانسیل برای سیستم مذکور در معادلات (۱) و (۲) مشخص شده است.

$$T=\sum_{i=1}^{3}\left(\frac{1}{2}\int_{L_{i-1}}^{L_i} m_i(\frac{\partial w}{\partial t})^2 dx+\frac{1}{2}\int_{L_{i-1}}^{L_i}\rho_i I_i(\frac{\partial \phi}{\partial t})^2 dx\right) \qquad (۱)$$

$$\begin{aligned}V=&\sum_{i=1}^{3}\left(\frac{1}{2}\int_{L_{i-1}}^{L_i} EI_i\left(\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)^2 dx+\frac{1}{2}\int_{L_{i-1}}^{L_i} kA_iG_i\left(\frac{\partial w}{\partial x}-\phi\right)^2 dx\right)\\&+\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{2}K_{t_i}(w_{i+1}-w_i)^2|_{x=L_i}+\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{2}K_{r_i}(\phi_{i+1}-\phi_i)^2|_{x=L_i}\end{aligned} \qquad (۲)$$

همچنین، برای کارهای پایستار و ناپاستار داریم:

$$W_c=\sum_{i=1}^{3}\frac{1}{2}\int_{L_{i-1}}^{L_i}\left(\frac{P}{M'}\right)\left[m_i x-m_i L_{i-1}+\sum_{j=1}^{i}\left(m_{j-1}l_{j-1}\right)\right]\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 dx\ , \qquad (۳)$$

$$\delta W_{NC}=-P\phi|_{x=L}\ \delta w|_{x=L}\ . \qquad (۴)$$

اصل همیلتون در رابطه (۵) آورده شده است.

$$\int_{t1}^{t2}(\delta(T-V+W_C))dt+\int_{t1}^{t2}\delta W_{NC}dt=0 \qquad (۵)$$

با قرار دادن معادلات (۴-۱) در معادله (۵) و پس از بی‌بعد سازی روابط، معادله مولد کلی به شکل زیر در خواهد آمد:

$$\int_{\tau_1}^{\tau_2}\left\{\begin{aligned}&\sum_{i=1}^{3}\left(v_i\int_{\lambda_{i-1}}^{\lambda_i}\left(\frac{\partial\eta}{\partial\tau}\right)\delta\left(\frac{\partial\eta}{\partial\tau}\right)d\xi+r_iR_i\int_{\lambda_{i-1}}^{\lambda_i}\left(\frac{\partial\phi}{\partial\tau}\right)\delta\left(\frac{\partial\phi}{\partial\tau}\right)d\xi\right)\\&-\left(\begin{aligned}&\sum_{i=1}^{3}\int_{\lambda_{i-1}}^{\lambda_i}e_i\left(\frac{\partial\phi}{\partial\xi}\right)\delta\left(\frac{\partial\phi}{\partial\xi}\right)d\xi\\&\sum_{i=1}^{3}\int_{\lambda_{i-1}}^{\lambda_i}S_i\left(\frac{\partial\eta}{\partial\xi}-\phi\right)\delta\left(\frac{\partial\eta}{\partial\xi}-\phi\right)d\xi\\&+\sum_{i=1}^{2}\kappa_{t_i}(\eta_{i+1}-\eta_i)\delta(\eta_{i+1}-\eta_i)|_{\xi=\lambda_i}\\&+\sum_{i=0}^{2}\kappa_{r_i}(\phi_{i+1}-\phi_i)\delta(\phi_{i+1}-\phi_i)|_{\xi=\lambda_i}\end{aligned}\right)\\&+\sum_{i=1}^{3}\int_{\lambda_{i-1}}^{\lambda_i}\frac{Q}{\mu_{total}}\left(v_i\left(\xi-\lambda_{i-1}\right)+\mu_{start_i}\right)\left(\frac{\partial\eta}{\partial\xi}\right)\delta\left(\frac{\partial\eta}{\partial\xi}\right)d\xi\\&-Q\left(K_s\phi|_{\xi=\xi_s}+\phi|_{\xi=\lambda}\right)\delta\eta|_{\xi=\lambda}\end{aligned}\right\}d\tau=0\ . \qquad (۶)$$

پس از تغییر در بازه‌ی انتگرال‌گیری و تبدیل رابطه به ترکیبی از سری‌ها، ماتریس‌های سختی و جرمی برای معادله مولد ما بصورت زیر تشکیل می‌شود:

$$\begin{aligned}\eta^i(\xi,\tau)&=A^i(\xi)V(\tau)\\\phi^i(\xi,\tau)&=B^i(\xi)V(\tau)\end{aligned} \qquad (۷)$$

با قرار دادن رابطه فوق ماتریس های سختی و جرمی بدست‌آمده و در نهایت معادله مولد به فرم زیر در می‌آید:

$$([K]-\omega^2[M])V=0\ . \qquad (۸)$$

بر اساس تعریف، علامت و مقدار عدد مختلط ω که فرکانس طبیعی بی‌بعد سیستم است، نشان دهنده پایداری در سیستم می‌باشد. در مراجع [۴] ،[۶] و [۷] این نکته نشان داده شده است.

۱. Kar and Sajata1

۲. Lee

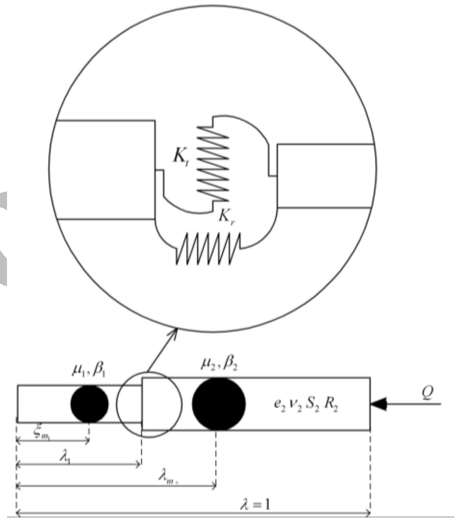
۳. Young and Chen

۴. Srinivasa

۳-نتایج عددی و تشریح پایداری

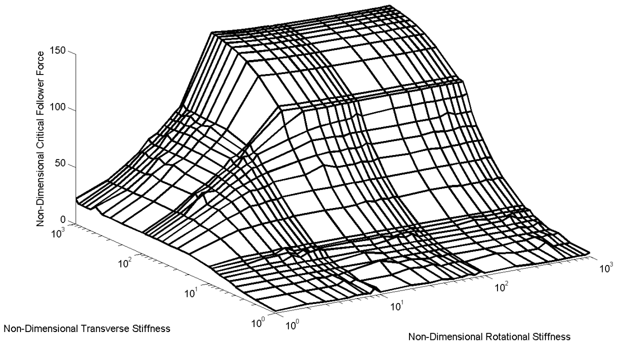
نتایج در این مقاله شامل دو بخش کلی می‌باشد. ابتدا پایداری تیر دو مرحله ای تحت اثر نیروی تعقیب کننده بررسی شده است. در ادامه پایداری در تیر سه مرحله ای بررسی می‌شود.

تیر دو مرحله‌ای با خواص متغیر و اتصالات الاستیک مدل مورد نظر در شکل **۱** ارائه شده است. در این شکل مشاهده می‌شود، خواص هر یک از مراحل با دیگری متفاوت بوده، فنرهای اتصال دهنده خطی می‌باشد و در جهات جابجایی عرضی و دورانی دارای سختی هستند. همچنین طول قسمت اول قابل تغییر می‌باشد. این مدل در واقع یک مدل مناسب برای موشک یا ماهواره‌بر دو مرحله‌ای است.



شکل(۱): مدل تیر دو مرحله ای به همراه فنر های متصل کننده و جرم متمرکز.

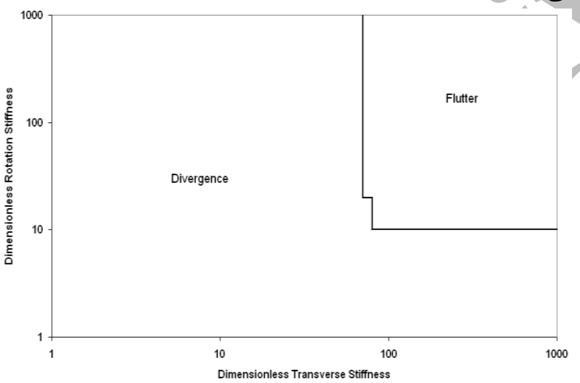
اگر فرض شود در مدل بالا m_2 دو برابر مرحله اول m_1 باشد، همچنین جرم‌های متمرکز را برای این مدل برابر صفر در نظر بگیریم، با تغییر سختی فنرهای جابجایی و پیچشی، نیروی بحرانی مطابق شکل **۲** تغییر می‌کند. در این نمودار که محورهای افقی آن لگاریتمی می‌باشند، با افزایش سختی فنرها از یک تا ۱۰۰۰، مقدار نیروی بحرانی از ۲/۱ تا ۱۴۷/۵ تغییر می‌کند.



شکل(۲): مدل تیر دو مرحله ای به همراه فنر های اتصال مراحل و جرم متمرکز.

تغییر در نوع ناپایداری باعث تغییر در مقدار نیروی تعقیب کننده بحرانی می‌شود. این تغییر به صورت مشهود در شکل مشاهده می‌شود.

با افزایش سختی جابجایی، نیروی بحرانی افزایش می‌یابد ولی در برخی نقاط مشاهده می‌شود، افزایش مقدار سختی پیچشی، نیروی بحرانی را کاهش می‌دهد. این پدیده به این دلیل می‌باشد که حداکثر نیروی بحرانی با افزایش سختی پیچشی، در مرز بین ناپایداری استاتیکی و دینامیکی رخ می‌دهد.

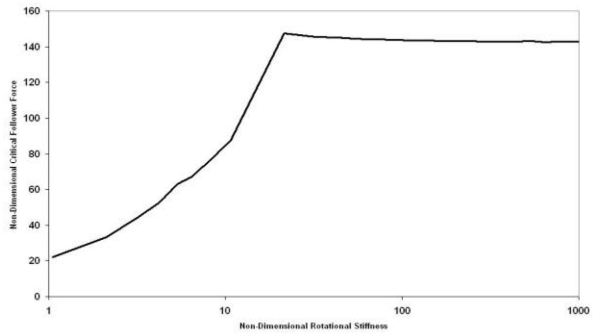


شکل(۳): محدوده ناپایداری استاتیکی و دینامیکی برای تیر دو مرحله ای با اتصالات فنر برحسب سختی جابجایی و پیچشی.

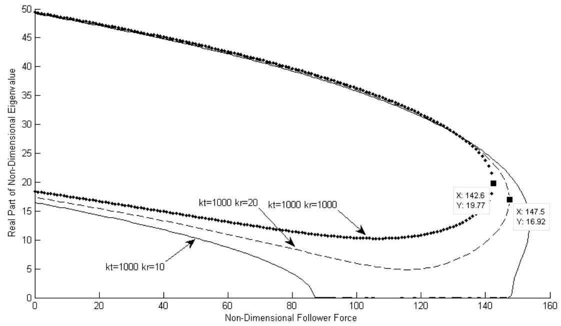
همانطور که گفته شد، افزایش سختی جابجایی باعث افزایش نیروی بحرانی می‌شود، ولی در مورد سختی پیچشی این داستان کمی متفاوت است. در شکل **۴** مشاهده می‌شود، نیروی بحرانی با افزایش سختی دورانی افزایش می‌یابد تا

نقطه $k_r - 10$، این نقطه آخرین نقطه ناپایداری استاتیکی در سیستم می‌باشد. با افزایش سختی پیچشی($k_r = 20$)، نیروی تعقیب کننده افزایش چشمگیری پیدا کرده و به نقطه ۱۴۷/۵ می‌رسد. پس از این نقطه، با افزایش سختی دورانی، نیروی تعقیب کننده بحرانی کاهش می‌یابد ولی این تغییرات بسیار کم بوده یعنی با افزایش سختی از $k_r = 20$ تا $k_r = 1000$، نیروی بحرانی ۴/۹ کاهش می‌یابد و به مقدار ۱۴۲/۶ می‌رسد که در شکل **۵** نیز نمایش داده شده است.

با در نظر گرفتن جرم متمرکز برای سیستم، رفتار و نوع ناپایداری تیر تغییر می‌نماید. این موضوع در بررسی‌های انجام گرفته، با فرض صلبیت اتصال‌ها مشاهده شده بود. در شکل **۵** فرکانسها را برای ترکیب تیر با دو جرم متمرکز با شرایط $\mu_1 = 0.1, \beta_1 = 0, \xi_{m1} = 0.25$ و برای جرم دوم $\mu_2 = 0.2, \beta_2 = 0.02, \xi_{m2} = 1$ با فرض اتصالات صلب مشاهده می‌شود. در این ترکیب نیروی بحرانی ۴۸/۸ می‌باشد. حال فرض می‌شود تیر دارای اتصالات فنری می‌باشد. با توجه به نکات فوق می‌توان دریافت، نتایج حاصل از اتصال غیر صلب متاثر از فرض تیر صلب می‌باشد. زمانی که ناپایداری تیر با فرض اتصال صلب، دینامیکی باشد، با افزایش سختی جابجایی و دورانی تغییر در نوع ناپایداری خواهیم داشت در صورتی که اگر ناپایداری تیر از نوع استاتیکی باشد، تغییر در نوع ناپایداری اتفاق نمی‌افتد. این نکته از نظر فیزیکی نیز قابل پیش‌بینی است زیرا در صورتی که سختی فنرهای اتصال کم باشد، سیستم دچار ناپایداری استاتیکی می‌شود و با افزایش سختی فنرها سیستم به فیزیک خود با فرض اتصال صلب نزدیک می‌شود.



شکل(۴): تغییرات نیروی بحرانی بر حسب تغییر در سختی دورانی k_r، $k_t = 1000$.



شکل(۵): تغییر بخش حقیقی مقادیر ویژه بدون بعد بر حسب نیروی تعقیب کننده برای حالتهای مختلف سختی فنرها.

۴-مدل تیر سه مرحله ای با خواص متغیر

در این مدل تیر سه مرحله‌ای را با خواص مقطع متفاوت مورد مطالعه قرار خواهد گرفت. این تغییرات دارای مقادیر کمی بر پایه پارامتر تعریف شده نسبت قطر می‌باشد. این نسبت بر روی سیستم به شرح زیر تعریف می‌شود.

برای خواص سختی نیز از رابطه زیر داریم:

برای تحلیل تیر سه مرحله با اتصالات الاستیک، پارامتر نسبت قطر به شرح زیر تعریف می‌شود:

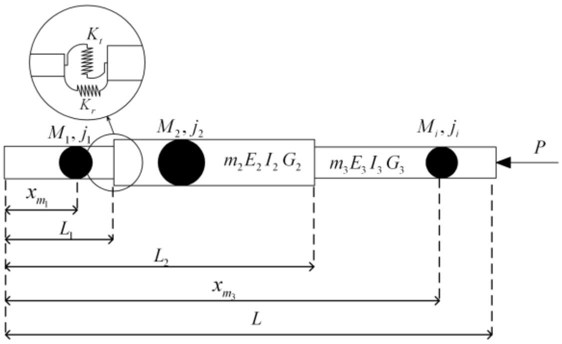
$$\frac{I_i}{I_1} = (\frac{D_i}{D_1})^3 = ADi^3 , \qquad (۹)$$

$$\frac{S_i}{S_1} = \frac{A_i}{A_1} = \frac{D_i}{D_1} = ADi . \qquad (۱۰)$$

در رابطه فوق، ADi نسبت قطری می‌باشد و این پارامتر با توجه به اینکه از یک ماهیت فیزیکی استخراج شده و می-تواند کلیه ترم‌های سیستم را تغییر دهد حائز اهمیت است.

با توجه به شکل مذکور، می‌توان دریافت برای تشریح رفتار سیستم چند پارامتر باید تغییر کند. این پارامترها شامل نسبت قطر مراحل دوم و سوم به مرحله اول ($AD3, AD2$)، سختی فنر های جابجایی بین مراحل اول و دوم (K_r, K_t) و سختی جابجایی و دورانی فنرهای بین مراحل دوم و سوم (RR, TR) می‌باشد. نامگذاری RR, TR به منظور سهولت در خواندن نمودارها می‌باشد به عبارت دیگر $\kappa_{r_2} = RR, \kappa_{t_2} = TR$ و $\kappa_{r_1} = Kr, \kappa_{t_1} = Kt$ است.

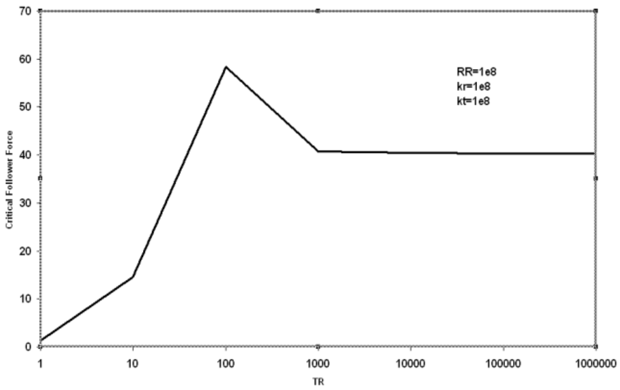
با توجه به کثرت نتایج، تنها نسبت‌های نزدیک به یک را برای نسبت‌های قطری مراحل دوم و سوم ارائه شده است.



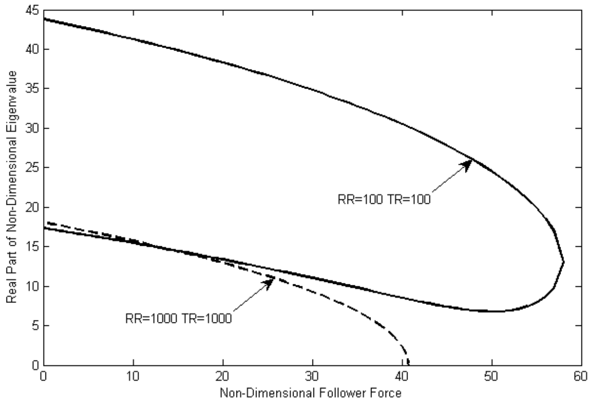
شکل(۶): مدل تیر سه مرحله ای با اتصالات فنری به همراه جرم متمرکز.

در شکل**۱۲** مشاهده می‌شود با افزایش TR نیروی بحرانی یک افزایش ناگهانی دارد و سپس کاهش می‌یابد.

این تغییرات در شکل**۷** قابل بررسی می‌باشد. در این نمودار مشاهده می‌شود، در نقطه $TR=100$ ناپایداری از نوع دینامیکی می‌باشد در صورتی که در تمامی نقاط دیگر، همچنان ناپایداری از نوع استاتیکی است. این نکته باعث شده در برای این مقدار سختی نیروی بحرانی سیستم، بیشتر از سختی‌های بیشتر شود. بطور مثال در شکل **۸** مشاهده می‌شود، زمانی که سختی فنرهای جابجایی و دورانی رابط بین مراحل دوم و سوم برابر $TR=RR=100$ می‌باشند، نیروی بحرانی تعقیب کننده ۵۸ می‌باشد و ناپایداری از نوع دینامیکی است. حال اگر سختی فنرهای بین مراحل دوم و سوم افزایش یابد، بطور مثال $TR=RR=1000$ شود، با توجه به تغییر در نوع ناپایداری (شکل۸)، نیروی بحرانی کاهش یافته و ناپایداری از نوع استاتیکی می‌شود. بنابراین برای تیر سه مرحله‌ای با خواص مقطع متفاوت، نیروی بحرانی می‌تواند با افزایش سختی فنرها کاهش پیدا کند.

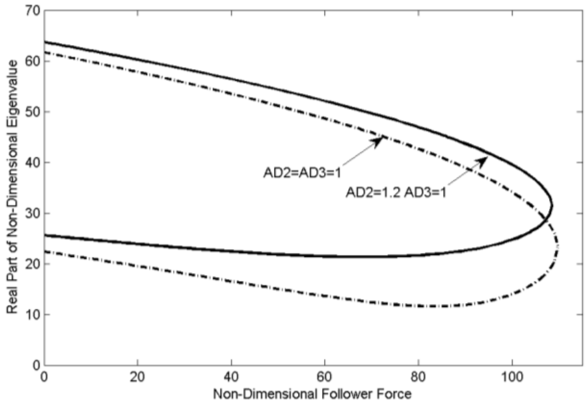


شکل(۷): نیروی بحرانی برحسب تغییر در سختی جابجایی فنر بین مراحل دوم و سوم به ازای $RR=10^8$.



شکل(۸): مقادیر ویژه تیر به ازای $TR=RR=100$ و $TR=RR=1000$ برحسب نیروی تعقیب کننده.

در شکل**۹**، مقادیر ویژه بدون بعد برحسب تغییرات نیروی تعقیب کننده بحرانی نشان داده شده است. شباهت در رفتار همچنین نیروی تعقیب کننده بحرانی در این نمودار مشخص شده است.



شکل(۹): مقادیر ویژه تیر به ازای $AD2=AD3=1$ و $AD2=1.2, AD3=1$ برحسب نیروی تعقیب کننده با اتصالات صلب.

در نمودارهای بالا، طول‌های بی‌بعد مراحل $\lambda_1=0.35, \lambda_2=0.65$ می‌باشد و جرم متمرکز صفر میباشد. رفتار تیر با تغییر طول مراحل تغییر خواهد نمود. در بخش آینده اثر تغییر طول مرحله اول بررسی خواهد شد.

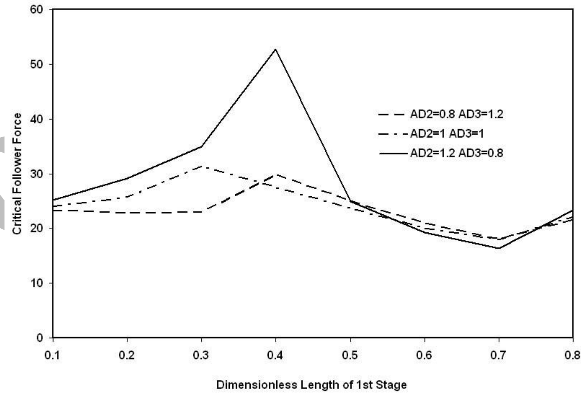
۵-اثر تغییر طول در ناپایداری تیر سه مرحله ای با خواص مقطع متفاوت

ابتدا با تغییر طول مرحله اول تیر، رفتار سیستم مطالعه میشود. برای این منظور طول بی‌بعد کل تیر برابر یک می-باشد.

فرض می‌شود $\lambda_2 = 0.9$ باشد. اکنون با تغییر مقدار λ_1، مقدار بی‌بعد طول مرحله نخست از ۰/۱ تا ۰/۸، رفتار تیر بررسی می‌شود.

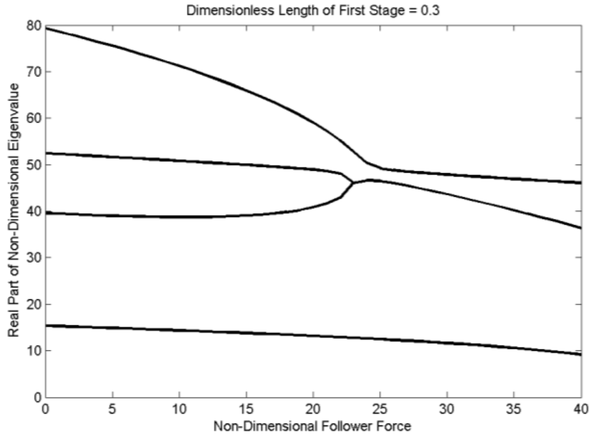
نسبت قطر به عنوان یک پارامتر موثر در تغییر خواص سختی و جرمی مورد استفاده قرار می‌گیرد.

شکل**۱۰** نیروی بحرانی را بر حسب تغییرات در λ_1 برای مقادیر متفاوت نسبت قطر مراحل دوم و سوم به مرحله اول ارائه شده است.



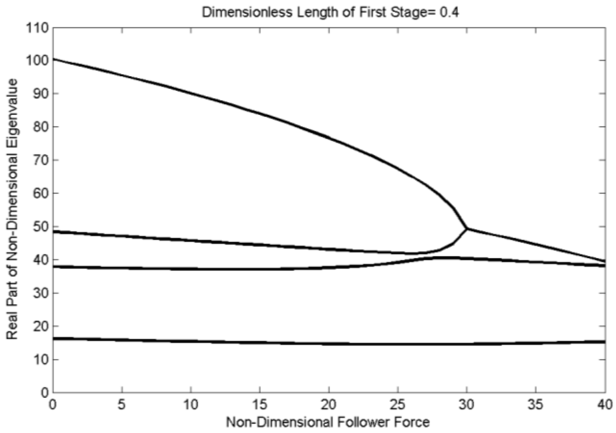
شکل(۱۰): مقدار نیروی بحرانی تیر برحسب تغییر در λ_1 برای مقادیر متفاوت نسبت قطر مراحل دوم و سوم.

در این ترکیب مشاهده می‌شود، تغییر در نیروی بحرانی با توجه به تغییرات در فرکانس‌های ناپایدار کننده اتفاق می-افتد. بطور معمول در سیستم‌های مذکور، مقادیر ویژه اول و دوم غیر صفر معرف ناپایداری استاتیکی و یا دینامیکی سیستم می‌باشند. در ناپایداری‌های شکل**۱۰**، در مواردی فلاتر از ادغام بین مقادیر ویژه دوم و سوم اتفاق می‌افتد. تغییر در مود ناپایداری باعث تغییر در نیروی بحرانی می‌شود. در موارد خاص ناپایداری دینامیکی در اثر ادغام بین فرکانس های سوم و چهارم اتفاق می‌افتد. برای مثال زمانی که نسبت قطری سیستم برابر $AD2 = 0.8, AD3 = 1.2$ باشد، در حالتی که طول بی‌بعد مرحله اول برابر $\lambda_1 = 0.3$ می‌باشد. ناپایداری دینامیکی از ادغام فرکانس‌های دوم و سوم اتفاق می‌افتد و فرکانس اول در ناپایداری اثری ندارد (شکل**۱۱**).



شکل(۱۱): مقادیر ویژه بی‌بعد برای تیر سه مرحله ای با نسبت قطر $AD2 = 0.8, AD3 = 1.2$ و $\lambda_1 = 0.3$.

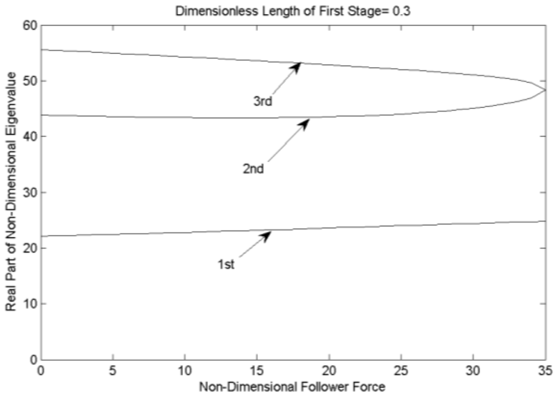
با افزایش طول مرحله اول و کاهش طول مرحله دوم $\lambda_1 = 0.4$، مقادیر ویژه رفتار درخور توجه‌ای از خود نشان می‌دهد. در این حالت فرکانس‌های سوم و چهارم با یکدیگر ادغام شده و باعث ناپایداری دینامیکی می‌شود. این رفتار در شکل **۱۳** نشان داده شده است.



شکل(۱۳): مقادیر ویژه بی‌بعد برای تیر سه مرحله ای با نسبت قطر $AD2 = 0.8, AD3 = 1.2$ و $\lambda_1 = 0.4$.

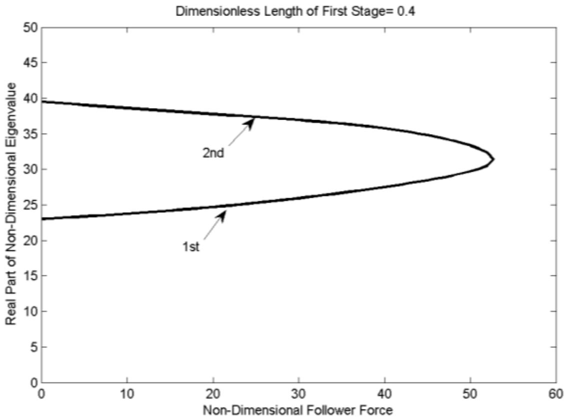
با مقایسه نتایج حاصل از $\lambda_1 = 0.3$ در شکل **۱۱** و $\lambda_1 = 0.4$ در شکل **۱۳** میتوان دریافت با تغییر طول مرحله اول، نیروی بحرانی تعقیب کننده افزایش می‌یابد ولی فرکانس های تحریک سیستم نیز تغییر می‌کند.

با بررسی مجدد در شکل **۱۰** مشاهده می‌شود، نیروی بحرانی برای $AD2=1.2, AD3=0.8$ در نقطه $\lambda_1=0.4$ یک افزایش ناگهانی دارد و سپس کاهش می‌یابد. این افزایش به دلیل تغییر در فرکانس تحریک سیستم می‌باشد. در شکل **۱۴** مقادیر ویژه برای تیر مورد نظر در نقطه $\lambda_1=0.3$ ارائه شده، در این نمودار مشاهده می‌شود، فلاتر ناشی از ادغام فرکانس‌های دوم و سوم می‌باشد. در این حالت فرکانس اول در ناپایداری دخیل نمی‌باشد و نیروی بحرانی دینامیکی ۳۵ محاسبه شده. با افزایش طول مرحله اول $\lambda_1=0.4$، رفتار سیستم تغییر می‌کند.



شکل(۱۴): مقادیر ویژه بی‌بعد برای تیر سه مرحله ای با نسبت قطر $AD2=1.2, AD3=0.8$ و $\lambda_1=0.3$.

در شکل **۱۵** مشاهده می‌شود، ناپایداری از ادغام فرکانس‌های اول و دوم اتفاق می‌افتد. این تغییر در فرکانس تحریک باعث تغییر قابل توجهی در نیروی بحرانی می‌شود و در این ترکیب نیروی بحرانی معادل ۵۲/۷ می‌شود.



شکل(۱۵): مقادیر ویژه بی‌بعد برای تیر سه مرحله ای با نسبت قطر $AD2=1.2, AD3=0.8$ و $\lambda_1=0.4$.

با افزایش طول مرحله اول مجدداً رفتار سیستم تغییر میکند. برای $\lambda_1=0.5$، مشاهده می‌شود مجدداً ناپایداری از ادغام فرکانس‌های دوم و سوم اتفاق می‌افتد. در این حالت نیز نیروی تعقیب کننده بحرانی کاهش می‌یابد و به ۲۴/۹ می‌رسد که در شکل **۱۰** نیز نشان داده شده است.

بر این اساس می‌توان نتیجه گرفت، با تغییر طول مراحل در تیر، مودهای تحریک سیستم تغییرات قابل توجهی کرده و نیروی بحرانی نیز متاثر از این تغییر، متغیر می‌باشد. لذا برای طراحی مفهومی سازه‌های هوافضایی، باید به طول مراحل نیز برای مشاهده رفتار بهتر در مقابل نیروی تعقیب کننده توجه داشت.

در شکل **۱۵** مشاهده می‌شود، ناپایداری از ادغام فرکانس‌های اول و دوم اتفاق می‌افتد.

این تغییر در فرکانس تحریک باعث تغییر قابل توجهی در نیروی بحرانی می‌شود و در این ترکیب نیروی بحرانی معادل ۵۲/۷ می‌شود.

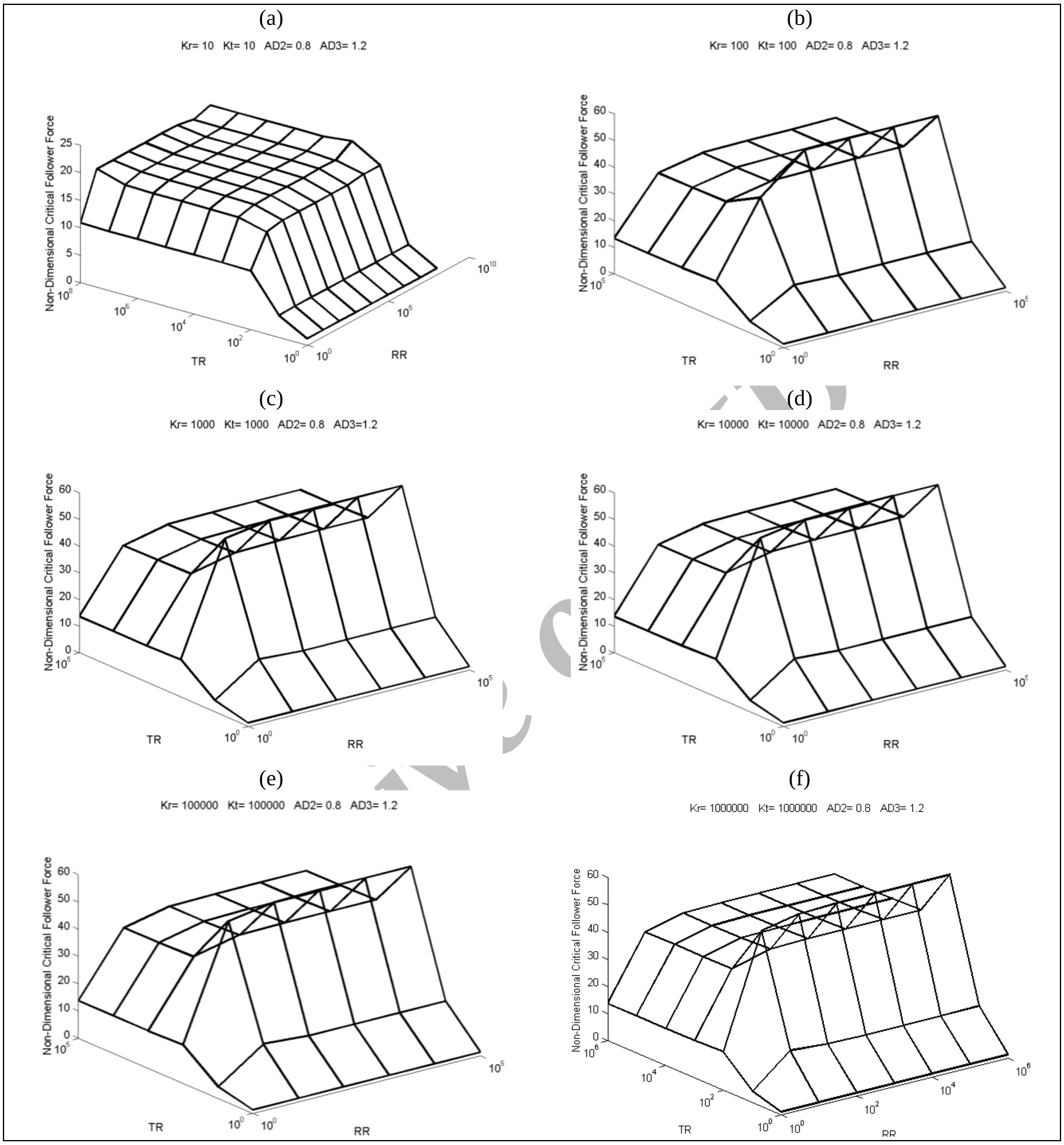
با افزایش طول مرحله اول مجدداً رفتار سیستم تغییر میکند.

برای $\lambda_1=0.5$، مشاهده می‌شود مجدداً ناپایداری از ادغام فرکانس‌های دوم و سوم اتفاق می‌افتد. در این حالت نیز نیروی تعقیب کننده بحرانی کاهش می‌یابد و به ۲۴/۹ می‌رسد که در شکل **۱۰** نیز نشان داده شده است.

۶-نتیجه گیری

برای تیر سه مرحله‌ای با خواص مقطع متفاوت، اگرچه در حالت معمول نیروی بحرانی با افزایش سختی فنرها افزایش می‌یابد ولی در مواردی مشاهده می‌شود که نیروی بحرانی میتواند با افزایش سختی فنرها کاهش پیدا کند. دلیل آن تغییر در نوع ناپایداری است.

با تغییر طول مراحل در تیر، مودهای تحریک سیستم تغییرات قابل توجهی کرده و نیروی بحرانی نیز متاثر از این تغییر، متغیر می‌باشد. لذا برای طراحی مفهومی سازه‌های هوافضایی، باید به طول مراحل نیز برای مشاهده رفتار بهتر در مقابل نیروی تعقیب کننده توجه داشت.



شکل(۱۲): نیروی بحرانی تیر سه مرحله ای برحسب سختی فنرهای اتصال دهنده برای نسبت های قطری $AD2 = 0.8, AD3 = 1.2$.

مراجع

1. Bokaian, A.,"Natural Frequencies of Beam under Compressive Axial Loads", J. Sounds and Vibration, Vol. 126, No. 1, pp. 49-65, 1988.
2. Joshi, A. , "Free Vibration Charactristic of Variable Mass Rocket Having Larg Axial Thrust/ Acceleration", J. Sounds and Vibration, Vol.187, No. 4, pp. 727-736, 1995.
3. Bolotin,V.V, "Non-conservative Problems of the Theory of Elastic Stability", Pergamon Press, Oxford, 1963.
4. Beal, T.R., "Dynamic Stability of a Flexible Missile under Constant and Pulsating Thrusts," AIAA J. , Vol. 3, No. 3, pp. 486–494, March 1965.
5. Peters, D.A. and Wu, J.J., "Asymptotic Solutions to a Stability Problem," J. Sound and Vibration, Vol. 59, No. 4, pp. 591–610, 1978.
6. Wu, J.J., "Missile Stability, Using Finite Elements – an Unconstrained Variational Approach," AIAA J. , Vol. 14, pp. 313–319, 1976.
7. Park, Y.P. and Mote, Jr., C.D., "The Maximum Controlled Follower Force on a Free-Free Beam Carrying a Concentrated Mass," J. Sound and Vibration, Vol. 98, No. 2, pp. 247–256, 1985.
8. Park, Y.P., "Dynamic Stability of a Free Timoshenko Beam Under a Controlled Follower Force," J. Sound and Vibration, Vol. 113, No. 3, pp. 407–415, 1987.
9. Leipholz, H.H.E. and Piche, R., Stability of Follower-Force Rods with Weight," J. Engineering Mechanics, Vol. 110, No. 3, , pp. 367–379, 1984.
10. Sumeet P., Datta, P.K. , "Dynamic instability Characteristics of a Free-Free Missile Structure under a Controlled Follower Force", Aircraft Engineering and Aerospace Technology, Vol. 78, No. 6, pp. 509–514, 2006.
11. Shastry, B.P. , Rao, G.V. "Dynamic Stability of Bars Considering Shearing Deformation and Rotary Inertia", Computers and Structures, Vol 19, pp. 823-827, 1984.
12. Kar, R.C. , Sujata, "Stability Boundaries of a Rotating Contilever Beam with End Mass under a Transverse Follower Excitation", J. Sound and Vibration, Vol. 154, pp. 81-93, 1992.
13. Lee, H.P. "Effect of Inertial Curvature on the Dynamic Stability of a Beam with Mass Subjected to Axial Pulsating Loads", Int. J. Solids & Structuers, Vol. 32, pp. 3377-3392, 1995.
14. Young, T.H. , and Chen, F.Y. ,"Stability of Fluttered Panels Subjected to In-Plane Harmonic Forces", AIAA J., Vol. 31, pp. 1667-1673, 1993.
15. Srinivasa, R.S., "Dynamic Stability of Rectangular Laminated Composite Plates", Computer and Structure, Vol. 24, pp. 233-238, 1986.
16. Irani, S., Kavianipour, O.,"Effect of a Flexible Joint on Instability of a Free-Free Joined Bipartite Beam under the Follower and Transversal Forces", J. Zhejiang University Sinece, 2009
17. Bazoune, A. and Khulief, Y.A. , "Shape Functions of Three-dimensional Timoshenko Beam Element", J. Sound and Vibration, Vol. 259, pp. 335-351, 2003.