

مطالعه انواع رهیافت‌های ترکیبی LES/RANS

سید مهدی شیخ الاسلام نوری^۳

دانشکده مهندسی هوافضا
دانشگاه صنعتی شریف

سید روح اله قدسی^۲

گروه مهندسی هوافضا
دانشکده فنی مهندسی
دانشگاه آزاد اسلامی - واحد گرمسار

محمد طیبی رهنی^۱

دانشکده مهندسی هوافضا
دانشگاه صنعتی شریف

تاریخ پذیرش: ۱۳۸۹ / ۱۱ / ۱۰

تاریخ دریافت: ۱۳۸۹ / ۸ / ۲۳

چکیده

پدیده‌ای که در بسیاری از جریان‌های کاربردی اتفاق می‌افتد، آشفتگی است. بدلیل محدودیت در حافظه و سرعت محاسباتی، نمی‌توان از حل مستقیم معادلات در موارد پیچیده بهره برد. از سوی دیگر، برای شبیه‌سازی جریان آشفته از رهیافت‌های LES و RANS که از حجم محاسباتی کمتری برخوردار هستند، بیشتر استفاده می‌شود. البته، در جریان‌های پیچیده و با اعداد رینولدز بالا، استفاده از رهیافت LES می‌تواند بسیار زمان‌بر باشد. رهیافت ترکیبی رهیافتی است که دقت بالای LES و حجم کم محاسباتی RANS را در کنار هم دارا می‌باشد و بنابراین از این رهیافت در حل جریان‌های پیچیده می‌توان استفاده نمود. هدف از این مقاله بررسی انواع رهیافت‌های ترکیبی است که برای شبیه‌سازی جریان‌های آشفته مورد استفاده قرار می‌گیرد.

کلمات کلیدی: شبیه‌سازی جریان آشفته، رهیافت ترکیبی LES/RANS

Study of Different Types of Hybrid LES/RANS Approach

M. Taiebi-Rahni³

Aerospace Eng. Dep't.
Sharif univ. of Tech.

S. Rohollah Ghodsi²

Aerospace Eng. Group
school of Eng.
Islamic Azad Univ.- Garmsar Branch

S. Mahdi Sheikholeslam-
Noori³

Aerospace Eng. Dep't.
Sharif Univ. & Tech.

ABSTRACT

Turbulence is a phenomenon occurring in many flows. Because of the limitations of memory and computational speed, direct numerical simulation of governing equations can not be implemented in complex situations. On the other hand, the LES and RANS approaches are used more because of their less computational costs. However, in complex problems and also in high Reynolds number flows, LES simulation takes too much CPU time. The hybrid approaches combine the advantages of both LES and RANS, i.e. the accuracy of LES and low numerical effort of RANS. and thus approach can effectively be used in simulation of complex flows. The purpose of this article is to investigate different types of Hybrid LES/RANS approaches used to simulate turbulent flows.

Keywords: Turbulence Modeling, Hybrid LES/RANS Approach

^۱ استاد (نویسنده پاسخگو): taiebi@sharif.edu

^۲ استادیار: rohollahghodsi@gmail.com

^۳ کارشناس ارشد: sheikholeslammahdi@yahoo.com

۱- مقدمه

هدف از ارائه این مقاله مطالعه و بررسی رهیافت ترکیبی و انواع آن است. ابتدا به صورت مقدماتی رهیافت‌های LES و RANS مورد مطالعه قرار می‌گیرند. سپس معرفی و تقسیم‌بندی روش ترکیبی LES/RANS بیان می‌شود. شاخه‌های مختلف این تقسیم‌بندی در ادامه مطالعه می‌شوند و در بخش آخر نیز سه نمونه از کاربردهای این رهیافت در جریان‌های پیچیده مورد ارزیابی قرار می‌گیرند.

۲- رهیافت‌های پایه

معادله‌ی حاکم بر جریان تراکم‌ناپذیر، ایزوتروپیک، با فرض سیال نیوتنی و با صرف نظر از نیروهای حجمی به صورت زیر می‌باشد:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j}, \quad (2)$$

که در آن، x_i مختصات مکانی و u_i مولفه‌های سرعت، p فشار استاتیکی و Re عدد رینولدز است. این معادلات در فرم بی‌بعد شده می‌باشند و به ترتیب معادله‌ی بقای جرم و بقای اندازه‌ی حرکت نامیده می‌شوند.

معادلات (۱-۲) اختصاص به رژیم خاصی از جریان ندارند و کاملاً کلی هستند اما، به دلیل محدودیت‌های حاکم بر سرعت و حافظه‌ی کامپیوترهای فعلی نمی‌توان این معادلات را در جریان‌های آشفته و یا گذر با عدد رینولدز بالا حل کرد. میانگین‌گیری کمیت‌ها در رژیم جریانی آشفته راه‌حلی است که برای شناسایی ساختار حاکم بر جریان از آن استفاده می‌شود. میانگین‌گیری کمیت می‌تواند به صورت مکانی یا زمانی انجام شود. در این قسمت بازنویسی معادلات حاکم با به کارگیری هر دو رهیافت و مزایا و محدودیت‌های آنها مورد بحث قرار می‌گیرد.

۲-۱- رهیافت RANS

رهیافت RANS در مواردی که میانگین خواص سیال با زمان تغییر نکند، می‌تواند مورد استفاده قرار گیرد. میانگین گرفتن از کمیت‌ها و جایگزین نمودن آنها با مقادیر اصلی در معادلات حاکم باعث می‌شود که حجمی از محاسبات کاسته

پدیده‌ای که در بسیاری از جریان‌های کاربردی اتفاق می‌افتد، پدیده‌ی آشفتگی است. رهیافت‌های مختلفی برای شبیه‌سازی چنین جریانی وجود دارد. جریان‌های آشفته خاصیت طیفی دارند، به این مفهوم که مقیاس‌های سرعت، زمان و طول در یک گستره‌ی معین از ریزترین ابعاد (در حد ابعاد کلموگروف) تا بزرگترین ابعاد هندسی مسئله توزیع شده‌اند.

روش DNS^۱، برای شبیه‌سازی جریان‌های آرام و آشفته قابل استفاده است. اما، عملاً با توجه به سرعت محاسبات و حافظه‌ی کامپیوترهای امروزی این روش قابل اجرا برای جریان‌های آشفته نیست. همچنین غیر خطی بودن سیستم آشفته نیز می‌تواند اعتبار کدهای DNS را خدشه دار کند. رهیافت دیگری که قابل استفاده برای شبیه‌سازی جریان آشفته است رهیافت LES^۲ نام دارد. این رهیافت به اختصار در قسمت‌های بعدی مورد مطالعه قرار خواهد گرفت. مشکل عمده‌ی این روش محاسبات در نزدیکی دیواره است.

وابستگی اندازه‌ی شبکه در نزدیکی دیواره به عدد رینولدز افزایش می‌یابد و نیاز به شبکه‌ای بسیار ریز برای محاسبه‌ی مقیاس‌های جریان است و بنابراین، با اعمال روش LES حجم محاسبات بالا خواهد بود.

رهیافت دیگری که برای شبیه‌سازی جریان می‌توان استفاده کرد رهیافت RANS^۳ است. این رهیافت برای محاسبه‌ی اغتشاشات حاکم بر جریان مناسب نیست و خواص میانگین باید ایستگاهی باشند. هزینه‌ی محاسباتی RANS کمتر از LES و DNS می‌باشد اما دقت آن پایین است. محققین همواره به دنبال رهیافتی هستند که بتوان از طریق آن با هزینه‌ی کم و دقت بالا، جریان آشفته را مدل کرد. امروزه توجه به رهیافت ترکیبی LES/RANS^۴ بسیار زیاد شده است و عملاً رهیافتی می‌باشد که می‌تواند با هزینه‌ی کمتر از LES و DNS و با دقت بالا جریان را شبیه‌سازی کند.

^۱ Direct Numerical Simulation
^۲ Large Eddy Simulation
^۳ Reynolds Averaged Navier-Stokes
^۴ Hybrid LES/RANS Approach

URANS استفاده کرد که در مراجع [۱-۲] در مورد آن توضیحاتی داده شده است.

۲-۲- رهیافت LES

جریان آشفته از نظر مقیاس به دو ناحیه‌ی کلی مقیاس‌های کوچک و مقیاس‌های بزرگ تقسیم می‌شود. رهیافت LES ناحیه‌ی مقیاس کوچک را مدل می‌کند و ناحیه‌ی مقیاس بزرگ به طور مستقیم حل می‌شود. این رهیافت بر اعمال فیلترها استوار است. اگر فیلتر فضایی G به متغیر ϕ اعمال شود، مقیاس‌هایی که کمتر از پهناى فیلتر هستند، حذف می‌گردند و مقدار میانگین مکانی بدست می‌آید. اپراتور میانگین‌گیری در روش LES بر خلاف روش RANS غیر خطی است و در نتیجه در حالت کلی دو بار فیلتر‌گیری مکانی از یک کمیت برابر با فیلتر مکانی آن نیست. معادلات (۷-۸)، معادلات حاکم بر LES هستند.

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (7)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = \quad (8)$$

$$-\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} \right) - \frac{\partial \tau_{ij(LES)}}{\partial x_j}$$

پارامتر $\tau_{ij(LES)}$ عنوان مقیاس زیرشبکه (SGS) را دریافت می‌کند. ترم اضافه شده مانند رهیافت RANS، حاصل ترم غیرخطی انتقال است. مقیاس‌هایی که از پهناى باند فیلتر Δ_f کمتر هستند، توسط این ترم مدل می‌شوند. بنابراین هرچه Δ_f کمتر باشد، روش دقیق‌تر است. نسبت پهناى فیلتر به اندازه‌ی شبکه (Δ_g) برابر ۱ یا مقدار کمتری قرار داده می‌شود. هدف از قرارداد $\Delta_f \sim \Delta_g$ این است که چنانچه شبکه ریزتر شود، حد حذف کردن مقیاس‌های ریز به سمت عدد موج‌های بزرگتر برود و از این مزیت که هر چه شبکه ریزتر می‌شود مقیاس‌های ریزتری به طور مستقیم محاسبه گردند استفاده ی بهینه شود. بیان اندازه‌ی Δ_g به روش‌های مختلفی قابل انجام است. برای مثال در فرمول (۹) از روش توان سوم حجم سلول استفاده شده است.

شود و بتوان از مدل‌سازی برای تخمین مجهولات استفاده نمود. میانگین‌گیری در رهیافت RANS به صورت زمانی زیر تعریف می‌شود:

$$\langle \phi(x_i) \rangle = \lim_{\Delta t} \frac{1}{\Delta t} \int \phi(x_i, t) dt, \quad (3)$$

که در آن، ϕ کمیتی است که میانگین‌گیری می‌شود و $\langle \phi \rangle$ مقدار میانگین را نشان می‌دهد. کران انتگرال در (۳) از t تا $t+\Delta t$ می‌باشد. اعمال این میانگین‌گیری نوسانات حاکم بر جریان را به طور کامل از بین می‌برد و به همین دلیل هرچه بازه‌ی زمانی بزرگتر باشد، حل دقیق‌تر خواهد بود.

اولین گام در بدست آوردن معادلات RANS جداسازی هر کمیت به مقادیر میانگین $\langle \phi \rangle$ و اغتشاشی ϕ' است:

$$\phi(x_i, t) = \langle \phi(x_i) \rangle + \phi'(x_i, t). \quad (4)$$

اعمال جداسازی رینولدز بر معادلات حاکم بر جریان و میانگین‌گیری از آن‌ها منجر به معادلات حاکم بر RANS می‌شود:

$$\frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_i} = 0, \quad (5)$$

$$\langle u_j \rangle \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j} =$$

$$-\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 \langle u_i \rangle}{\partial x_j \partial x_j} \right) - \frac{\partial \tau_{ij(RANS)}}{\partial x_j}. \quad (6)$$

عبارت $\tau_{ij(RANS)}$ تنش رینولدز نامیده می‌شود که بدلیل غیرخطی بودن ترم جایجایی در معادله‌ی (۲) ایجاد شده است و در نتیجه مسئله با مشکل بسته بودن روبرو می‌گردد، به این مفهوم که تعداد معادلات و مجهولات حاکم بر جریان برابر نیست. این ترم برای بر طرف کردن مشکل یاد شده، باید مدل شود که در این قسمت از مدل‌هایی چون $k-\epsilon$ یا $k-\omega$ می‌توان استفاده برد.

مزیت روش RANS را می‌توان به صورت زیر برشمرد:

۱. تخمین مقدار میانگین با دقت بالا،
۲. حجم محاسباتی کم.

روش RANS در جریان سیال که تحت ادی‌های بزرگ غیرایزوتروپیک قرار گیرد قابل اعمال نمی‌باشد و باید از روش

۳- رهیافت های ترکیبی

همانگونه که در قسمت قبل بیان شد روش LES پرهزینه می باشد (نسبت به RANS). اما، دقت آن در حل اغتشاشات بالا است. هدف از حل جریان آشفته، بدست آوردن میانگین جریان و در گام بعد محاسبه ی اغتشاشات می باشد [۱].

رهیافت ترکیبی روشی است که با آمیختن LES و RANS می تواند مزیت های حجم کم محاسباتی RANS و دقت LES را به طور همزمان دارا باشد. روش ترکیبی در حقیقت بر این ایده استوار است که، در ناحیه یا بخشی که بدست آوردن اغتشاشات لازم باشد، یا پیچیدگی هایی که باعث ناپایا شدن جریان می شوند وجود دارد، از رهیافت LES و در نواحی ای که رهیافت RANS معتبر است، از این رهیافت استفاده می شود. بنابراین، LES تنها جایی استفاده می شود که نیاز به محاسبات با دقت بالا وجود دارد. روش های ترکیبی به طور کلی به دو دسته تقسیم میشوند:

۱. مدل های یکپارچه^۱ و

۲. مدل های مجزا شده^۲.

مدل های یکپارچه مدل هایی هستند که در اثر شباهت ساختاری معادلات LES و RANS حاصل می شوند. در این روش معادله های انتقال یکسانی برای کمیت میانگین گیری شده در کل میدان استفاده می شود و این معادله در نواحی مورد نیاز از LES به RANS انتقال می یابد. معادله ای که در کل میدان حل می شود، به صورت رابطه ی (۱۲) است.

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial(u_i u_j)}{\partial x_j} + \frac{\partial p}{\partial x_i} = \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} + \frac{\partial \tau_{ij}^{model}}{\partial x_j} \quad (12)$$

مدل های مجزا بر خلاف مدل های یکپارچه هستند. معادلات LES در یک ناحیه و معادلات RANS در ناحیه ی باقیمانده اعمال می شوند. کمیت حل شده، در این رهیافت،

$$\Delta_g = (\Delta x \Delta y \Delta z)^{1/3} \quad (9)$$

روابط (۱۰-۱۱) نیز به صورت زیر برای تعیین اندازه ی شبکه استفاده می شوند:

$$\Delta_g = (\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2)^{1/2} / 3, \quad (10)$$

$$\Delta_g = \max [\Delta x, \Delta y, \Delta z]. \quad (11)$$

مزیت روش LES این است که مقیاس هایی که مدل می شوند، رفتار کلی دارند و بنابراین مدل های SGS کمتر به هندسه وابسته هستند و خطای ناشی از بدست آوردن پارامترهای ثابت مدل از طریق انجام آزمایش به کمترین حد می رسد. اما، هزینه و حجم محاسباتی روش LES نسبتا زیاد است و از این نظر بعد از DNS قرار می گیرد. هزینه ی LES ۱۰ تا ۱۰۰ برابر RANS برآورد می شود [۱]. رهیافت LES نیاز به شبکه ی ریزتری نسبت به RANS دارد. این رهیافت از مزیت تقارن جریان در فضا نمی تواند بهره مند شود و مقدار میانگین جریان را با میانگین گیری کردن از جریان ناپایا که در گام های زمانی کوچک، در مدت طولانی حل می شود، بدست می دهد [۱].

استراتژی اصلی در رهیافت LES حل مستقیم بیشتر انرژی جنبشی آشفته ی جریان و مدل کردن بیشتر مقادیر اضمحلال است. دلیل این امر مرتبط بودن انرژی جنبشی آشفته ی به مقیاس های بزرگ و نرخ اضمحلال با مقیاس کوچک است. حداقل ۸۰٪ انرژی جنبشی باید حل شود که بتوان نتایج قابل قبول بدست آورد [۲].

۳-۲- مقایسه ی معادلات LES و RANS

روش ترکیبی از مزیت حجم پایین محاسبات RANS و دقت LES در محاسبه ی بخش اغتشاشی هر کمیت به طور همزمان بهره می برد. حل معادلات LES و RANS کنار یکدیگر بدلیل تشابه در ساختار آنها است. اما، این معادلات یک تفاوت بزرگ دارند که در ترکیب کردن این دو رهیافت اثر چشمگیری می گذارد. کمیتی که در روش RANS مدل می شود تنها به عوامل فیزیکی حاکم بر جریان مانند انرژی جنبشی یا نرخ اضمحلال بستگی دارد در حالی که، در روش LES علاوه بر وابستگی به این پارامترها وابستگی به مقیاس شبکه نیز وجود دارد [۱].

۴-۱- میرا کردن یک مدل RANS^۵

این رهیافت دقیقاً یک رهیافت LES مطلق و یا یک رهیافت RANS نیست و به همین دلیل، در مرجع [۱] به نقل از اسپزیال^۱ این مدل را مدل FSM می نامند. پارامتر $\tau_{ij}(\text{model})$ در این رهیافت به صورت زیر بیان می شود:

$$\tau_{ij}(\text{model}) = f_{\Delta}(\Delta/l_k) \tau_{ij}(\text{RANS}), \quad (14)$$

$$0 \leq f_{\Delta} \leq 1$$

این مدل از دو قسمت کلی تشکیل شده است:

۱. مدل RANS که تنها وابسته به کمیت ها و متغیر های فیزیکی است و

۲. تابع توزیع $f_{\Delta}(\Delta/l_k)$.

عمل میرا کردن توزیع مدل RANS را به این ترتیب انجام می دهد که، در یک شبکه ی کاملاً ریز مدل خاموش شده و در شبکه ای درشت حل به سمت رهیافت RANS میل خواهد کرد. کمیت Δ/l_k نیز فاصله ی مدل تا DNS را نشان می دهد. Δ اندازه ی شبکه و l_k به پیشنهاد اسپزیال مقیاس کلموگروف بصورت زیر است:

$$l_k = v^{3/4} / \varepsilon^{1/4}, \quad (15)$$

که در آن، ε نرخ اتلاف انرژی است. مدل RANS با توجه به روابط (۱۴) و (۱۵)، برای محاسبه ی $\tau_{ij}(\text{RANS})$ و l_k استفاده می شود.

مرجع [۱] برای $f_{\Delta}(\Delta/l_k)$ توزیع زیر را پیشنهاد کرده

است:

$$f_{\Delta}(\Delta/l_k) = (1 - \exp(-\beta \Delta/l_k))^n. \quad (16)$$

n کمیتی است که شیب تابع را کنترل می کند و معمولاً مقدار ۱ اختیار می شود. کمیت β نیز تعیین می کند که در چه حدی از حل پذیری، توزیع مدل صرف نظر شود که معمولاً برابر ۰/۰۰۱ است. چنانچه ملاحظه می شود، $f_{\Delta}(\Delta/l_k)$ تابعی از اندازه ی شبکه است و این مطلب عامل شباهت FSM و LES می باشد.

در نواحی بین مرز دو ناحیه، پیوسته نخواهد بود. معادلات RANS و LES مربوط در هر زیر ناحیه حل و با شرایط مرزی مناسب کوپل می شوند.

مدل های یکپارچه به دو دسته زیر تقسیم می گردند:

۱. مدل های توربولانس ترکیبی^۱،

۲. مدل های دارای مرز مشترک LES و RANS^۲.

اساس روش های ترکیبی مدل جمع وزنی LES و RANS بصورت زیر است:

$$\tau_{ij}(\text{model}) = f_{\text{RANS}} \tau_{ij}(\text{RANS}) + f_{\text{LES}} \tau_{ij}(\text{LES}), \quad (13)$$

که در آن، f_{RANS} و f_{LES} ضرایب محلی ترکیبی بوده و بر اساس معیارهای خاصی تعیین می شوند.

استراتژی مدل های دارای مرز مشترک LES و RANS (با توجه به مرجع [۲] مدل دولایه ای) به این صورت است که در یک لایه مدل LES و در لایه ی دیگر مدل RANS به کار برده می شود. مرز بین ناحیه ی LES و RANS در هر گام محاسباتی تعیین خواهد شد. معادله ی انتقال یکسانی در هر ناحیه نوشته می شود، در نتیجه کمیت های محاسبه شده پیوسته خواهند بود. دو نوع مرز مشترک قابل تعریف است: چنانچه این مرز در طول زمان حل ثابت باشد مرز مشترک سخت^۳ و اگر در طول فرایند حل تغییر کند مرز مشترک نرم^۴ نامیده می شود.

۴- مدل های آشفنگی ترکیبی

یکی از راه های ترکیب معادلات LES و RANS رهیافت مدل های ترکیبی است. این روش ها به دو مدل تقسیم میشوند:

۱. میرا کردن یک مدل RANS،

۲. جمع وزنی دو مدل RANS و LES.

^۱ Blending Turbulence Models
^۲ Interfacing RANS and LES Models
^۳ Hard Interface
^۴ Soft Interface

$$\frac{1}{\sigma_{\tilde{v}}} \left[\partial_{x_j} \left((v + \tilde{v}) \partial_{x_j} \tilde{v} \right) + C_{b2} \left(\partial_{x_j} \tilde{v} \right)^2 \right] - C_{w1} f_w \left(\frac{\tilde{v}}{d} \right)^2, \quad (18)$$

که در آن:

$$\tilde{v} = \frac{u_t}{f_{v1}(y^*)}, \quad (19)$$

و f_{v1} طوری تعریف می‌شود. ترم آخر در معادله‌ی (۱۸) ترم اتلاف محسوب می‌شود، که به فاصله از دیواره (d) بستگی دارد.

با قرار دادن $C_{DES}\Delta$ به جای d مدل اسپالارت-الماراس تبدیل به یک مدل SGS می‌شود که در آن C_{DES} ضریب مدل و Δ اندازه‌ی شبکه است. برای رسیدن به رهیافت ترکیبی به جای d در معادله‌ی (۱۸)، d_1 قرار می‌گیرد:

$$d_1 = \min\{d, C_{DES}\Delta\}. \quad (20)$$

مدل در نزدیکی دیواره که $d < C_{DES}\Delta$ تبدیل به رهیافت $RANS$ و در فواصل دورتر که $d > C_{DES}\Delta$ تبدیل به LES می‌شود. رهیافت DES این مزیت را دارد که در شبکه‌های درشت قابل استفاده است [۱].

۲-۵- مدل‌های LES و $RANS$ لایه‌ای

رهیافت‌های LES و $RANS$ در این روش ترکیب می‌شوند و در یک مرز مشترک که یا از قبل تعریف شده یا وابسته به حل است، مدل‌ها و کمیت‌های آنها به طور مستقیم کوپل می‌شوند و نیازی به اعمال شرایط خاص در معادلات مانند DES نیست. مسئله‌ی مهم در این رهیافت تعیین مرز مشترک است. می‌توان این مرز مشترک را یک فاصله‌ی ثابت از دیواره (مثلاً خط معینی از شبکه) در نظر گرفت، به طوری که:

$$y^* = y_{int}. \quad (21)$$

معادله‌ی (۲۱) منجر به مرز مشترک سخت می‌شود. البته در این روش انتخاب y_{int} بسیار مهم و تاثیرگذار روی حل است. مرز مشترک نرم y^* وابسته به حل خواهد بود. گاهی

۲-۴- جمع وزنی مدل LES و $RANS$

یکی از راه‌های ترکیب معادلات $RANS$ و LES استفاده از مدل جمع وزنی است. در این مدل کمیتی مانند Φ (برای مثال u_t) به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\Phi = f\Phi^{RANS} + (1-f)\Phi^{LES} \quad 0 \leq f \leq 1. \quad (17)$$

یک رابطه‌ی برخاسته از نبوغ یا حدس افراد برای f به کار گرفته می‌شود. این رابطه می‌تواند با استفاده از روش‌ها تجربی اعتبار بیشتری پیدا کند و کارهایی روی آن انجام شود تا تابعی دقیق‌تر حاصل گردد. تابع f در حالت کلی می‌تواند تابعی از زمان و مقیاس شبکه باشد. البته روش جمع وزنی در برخی مسائل به ساختارهای غیرفیزیکی در جریان‌های مدل شده منجر می‌گردد [۱].

۵- مدل‌های دارای مرز مشترک (دولایه‌ای)

مدل کردن جریان در نزدیکی دیواره یکی از اهداف رهیافت LES است، اما باقی ماندن حجم شبکه در حدی معقول مسئله‌ای بسیار مهم است. مدل‌های دولایه‌ای یکی از راهکارهایی است که در نزدیکی دیواره برای رسیدن به این منظور به کار می‌روند. دو لایه‌ی مجزا در این رهیافت موجود است. معادلات $RANS$ در لایه‌ی داخلی که نزدیک دیواره است و معادلات LES در لایه‌ی خارجی حل می‌شوند [۴]. متغیرها در دو طرف لایه‌ی مشترک ماهیت متفاوتی دارند، که باید به گونه‌ای با هم سازش نمایند. بنابراین مدل‌های $RANS$ باید ناپایا باشند.

در این قسمت دو روش زیر بررسی می‌شود:

۱. DES

۲. مدل‌های LES و $RANS$ لایه‌ای.

۵-۱- مدل DES

مدل یک معادله‌ی اسپالارت-الماراس برای معادلات $RANS$ به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود [۱]:

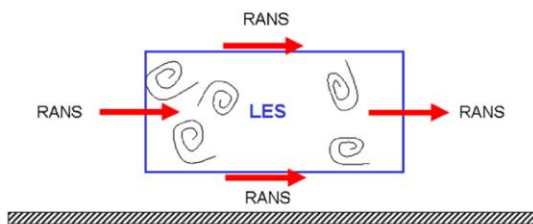
$$\partial_t \tilde{v} + \langle u_j \rangle \partial_{x_j} \tilde{v} = C_{b1} \tilde{S} \tilde{v} +$$

دارند در مواردی که نیاز به دقت بالا وجود دارد به کار می رود.

مزیت این روش امکان استفاده مدل‌ها و معادلاتی که بهترین کارایی را در هر ناحیه دارند بدون توجه به پیچیدگی‌ها و یا حتی ناسازگاری‌های آنها است. همچنین با استفاده از این روش می توان به دقت بالا و هزینه‌ی محاسباتی کم دست یافت. عیب این روش پیچیده بودن اعمال شرایط کولپینگ در مرزهای مشترک است. اصولاً هر معادله‌ی دیفرانسیلی پاره‌ای دارای جواب‌های بسیاری است اما با اعمال شرایط مرزی مناسب مسئله سازگار شده و دارای جواب یکتا خواهد بود. اجرا شدن کدهای مختلف در هر ناحیه به صورت همزمان مشکل دیگر این روش است.

کولپینگ شرایط مرزی در مدل مجزا شده با توجه به شکل ۱ به سه قسمت تقسیم می شود:

۱. کولپینگ ورودی^۱،
۲. کولپینگ خروجی^۲ و
۳. کولپینگ مماسی^۳.



شکل (۱): رهیات ترکیبی مجزا شده [۱].

۶-۱- کولپینگ ورودی

فرض می‌شود جریان از ناحیه‌ی RANS وارد ناحیه‌ی LES شود. شار جرمی، شار اندازه‌ی حرکت، انرژی کل و ساختار جریان طی گذر از مرز مشترک انتقال می‌یابند. می‌توان فرض کرد چگالی و دما در مرز ثابت‌اند [۲]، اما شار اندازه‌ی حرکت و پارامترهای آشفتگی باید محاسبه شوند. شار اندازه‌ی حرکت خطی در ناحیه‌ی RANS به طور متوسط حساب می‌شود و پارامترهای آشفتگی مدل می‌شوند. شرایط ورودی رهیافت LES باید دارای نوساناتی باشند تا از

بدلیل تغییراتی که در پایین دست اتفاق می‌افتد، مرز ثابت که از قبل پیش‌بینی شده است با حالت واقعی تفاوت پیدا می‌کند. اما مرز مشترک نرم با حل تغییر می‌کند و نتایج بهتری بدست می‌دهد. می‌توان برای جریان چسبیده از معیار زیر برای تعیین مرز مشترک نرم استفاده کرد:

$$y^* = y_{int}^+ = y_{int} u_{\tau} / \nu, \quad (22)$$

$$u_{\tau} = (\langle \tau_{wall} \rangle / \rho)^{1/2},$$

و چنانچه جریان جدا شده باشد:

$$y^* = y_{int} k^{1/2} / \nu, \quad (23)$$

که در آن، k انرژی جنبشی آشفته است. کمیتی مانند ϕ به طور پیوسته محاسبه می‌شود و در طول y^* برای اعمال شرط پیوستگی مقدار میانگین گیری زمانی و فیلتر شده ی مکانی با یکدیگر برابر خواهند بود. حل ناشی از RANS چون با LES تطبیق می‌یابد وابسته به زمان می‌شود.

۶- مدل‌های مجزا شده

قبل از انجام حل در این روش میدان به دو قسمت تقسیم می‌شود. رهیافت LES در قسمتی که پیش‌بینی می‌شود پیچیدگی‌های خاصی در آن اتفاق افتد (مثلاً در نزدیکی خروجی جت در مسئله‌ی خنک کاری لایه‌ای [۳]) به کار گرفته می‌شود و باقیمانده‌ی میدان با استفاده از رهیافت RANS مدل می‌شود. این دو ناحیه توسط مرزهای مشترک با هم ارتباط دارند و از هم جدا می‌شوند. ماهیت متغیرها در دو طرف مرزها متفاوت است (میانگین گیری زمانی در RANS و فیلترگیری مکانی در LES) و انتقال اطلاعات به صورت دو طرفه در مرزها انجام می‌شود. این متغیرها در مرز مشترک ناپیوسته خواهند بود چون در دو طرف مرزها رهیافت‌های مختلفی اعمال شده‌است و حتی معادلات متفاوتی به کار گرفته می‌شوند.

هدف از این رهیافت استفاده از مدل‌ها در رژیم‌های مناسب آنها است. مدل RANS که مناسب برای جریان ایستگاهی باشد در بخشی که معتبر است، استفاده می‌شود و معادلات LES که خاصیت حل پذیری بالایی

^۱ Inflow Coupling
^۲ Outflow Coupling
^۳ Tangential Coupling

و در یک مقطع مورد نظر سابقه‌ی جریان ذخیره می‌شود و می‌توان از آن به عنوان ورودی استفاده کرد. مزیت این روش در واقعی بودن شرایط مرزی است اما باعث افزایش حجم محاسباتی می‌شود.

۴. مقادیر میانگین RANS یا تجربی بعلاوه‌ی اغتشاشات از بانک اطلاعاتی:

اغتشاشات ذخیره شده در این روش از یک بانک اطلاعاتی بدست می‌آید و بر مقادیر میانگین اعمال می‌شود. رابطه‌ی زیر برای ترکیب پیشنهاد شده است [۲]:

$$u_{i(LES)} = \bar{u}_{i(RANS)} + \left[u_{i(DB)} - \bar{u}_{i(DB)} \right] \frac{\sqrt{u'_i u'_i (RANS)}}{\sqrt{u'_i u'_i (DB)}} \quad (24)$$

که در آن، DB نشان دهنده‌ی بانک اطلاعاتی است. سرعت اغتشاشی با استفاده از مقدار داخل [] از داده‌های بانک اطلاعاتی بدست می‌آید.

طبیعی و قدسی [۳] با تحقیقی که بر روی نحوه‌ی اعمال شرط مرزی در مسئله‌ی خنک‌کاری لایه‌ای انجام داده‌اند به این نتیجه دست یافته‌اند که دو پارامتر موثر در شرط مرزی قابل توجه است:

۱. نحوه‌ی تولید نوسانات ورودی و
۲. محل مرز مشترک.

هر چه مرز مشترک به ناحیه‌ی پیچیدگی جریان (خروج جت) نزدیک باشد، ناحیه‌ای که LES در آن حل می‌شود کاهش یافته، هزینه‌ی محاسباتی نیز کاهش می‌یابد. اما نزدیک کردن این مرز مشترک نیازمند ایجاد نوسانات دقیق‌تر در ورودی است.

۶-۲- کوپلینگ خروجی

اطلاعات در این حالت از زیرناحیه‌ی LES وارد RANS می‌شود. هدف در این قسمت انتقال اطلاعات جریان میانگین بالادست است و برای این منظور در گذر از LES به RANS باید مقادیر میانگین به ناحیه‌ی RANS انتقال یابد. با توجه به اینکه LES داده‌های ناپایا ایجاد می‌کند مرز مشترک باید اجازه دهد که نوسانات ناحیه‌ی LES را ترک کنند بدون اینکه به داخل زیرناحیه بازگردند. یک روش که

ایجاد یک ناحیه‌ی گذر مصنوعی پس از صفحه‌ی ورودی جلوگیری شود.

جریان ورودی غیردائم را می‌توان به دو طریق کلی ایجاد کرد:

۱. جریان غیر دائمی حقیقی و
۲. نوسانات مصنوعی.

روش دوم می‌تواند مدلی از روش اول باشد. در روش اول می‌توان از داده‌های تجربی یا عددی معتبر برای جریان‌های مشابه استفاده کرد. تولید آشفتگی مصنوعی توسط روش‌هایی چون: تجزیه‌ی متعامد مناسب (POD^۱)، سری‌های فوریه، فیلترهای دیجیتال، گردابه‌های تصادفی و اعمال آماری انجام می‌گیرد. اعمال این نوسانات باید به گونه‌ای باشد که به جریان واقعی در حد امکان نزدیک شود چون، در غیر این صورت نوسانات به سرعت میرا می‌شوند. بهتر است که از دیدگاه LES در ناحیه‌ی RANS از مدل تنش رینولدز استفاده کرد [۲].

امروزه برای تولید شرط مرزی ورودی از چهار روش زیر استفاده می‌شود [۲]:

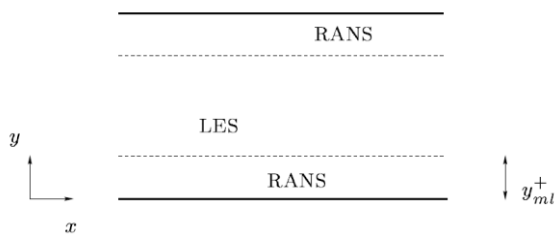
۱. مقادیر متوسط از RANS بدون اغتشاشات: داده‌های ورودی LES در این روش همان مقادیر متوسط و بدون نوسان هستند که از RANS بدست می‌آیند. اعمال این روش بسیار آسان است اما خطای زیادی را ایجاد می‌کند.

۲. مقادیر متوسط از RANS بعلاوه‌ی اغتشاشات تصادفی: این روش در حقیقت مربوط به شاخه‌ی دوم تولید نوسانات می‌باشد. شرط سازگاری این نوسانات مصنوعی که تولید می‌شوند این است که در مقایسه با نتایج تجربی و یا عددی معتبر، انرژی جنبشی آشفتگی صحیح در مرز اعمال شود. البته این انرژی با توجه به این که خاصیت طیفی ندارد و تنها از چند طول موج تشکیل شده است به سرعت از بین می‌رود و فقط ناپایداری ایجاد می‌کند که باعث گذر جریان آرام به آشفتگی می‌شود.

۳. داده‌های حل LES جداگانه:

این روش نیز در مجموعه‌ی تولید نوسان مصنوعی قرار می‌گیرد به این ترتیب که برای تولید ورودی با در نظر گرفتن یک لوله یا کانال پررودیک، حل LES انجام می‌شود

^۱ Proper Orthogonal Decomposition



شکل (۲): مدل به کار رفته در مرجع [۴] برای حل جریان کانال.

در ناحیه‌ی LES از مدل یوشیزاوا^۱ استفاده شده است که، فرمول‌بندی آن به صورت زیر است:

$$\frac{\partial k_{SGS}}{\partial t} + \frac{\partial(u_j k_{SGS})}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} [(v + v_{SGS}) \frac{\partial k_{SGS}}{\partial x_j}] + P_{KSGS} - C_\epsilon k_{SGS}^{3/2} / \Delta, \quad (25)$$

و در آن:

$$C_\epsilon = 1.05, \\ P_{KSGS} = 2v_{SGS} S_{ij} S_{ij}, \\ v_{SGS} = C_k \Delta k_{SGS}^{1/2}, \\ C_k = 0.07.$$

فرض می‌شود، که ناحیه‌ی اشتراک در فاصله‌ی از دیواره قرار داشته باشد که به صورت y_{ml} نمایش داده شود. سلولی که به عنوان جدا کننده‌ی ناحیه‌ی LES و RANS شناخته می‌شود، با j_{match} نشان می‌دهند. شرایط مرزی در ناحیه‌ی اشتراک به صورت زیر اعمال می‌شود:

$$j = j_{match} \rightarrow \frac{\partial k}{\partial y} = \frac{\partial \omega}{\partial y} = 0, \quad (26)$$

$$j = j_{match} + 1 \rightarrow v_{SGS, j_{match}+1} = v_{t, j_{match}}. \quad (27)$$

منظور از v_t و v_{SGS} به ترتیب لزجت آشفتگی RANS و LES می باشد. این فرض (معادله‌ی (۲۷)) منجر به این می‌شود که انرژی جنبشی که از طریق انتقال و نفوذ در طول ناحیه‌ی اشتراک از RANS به LES گذر می‌یابد به صورت زیر محاسبه شود:

$$k_{SGS, j_{match}} = \left(\frac{v_t}{C_k \Delta} \right)_{j_{match}}^2. \quad (28)$$

در این قسمت می‌تواند اعمال شود روش غنی‌سازی^۱ است. این روش توسط کوایمر^۲ و ساگوت^۳ ابداع شد. نوسانات در این روش از داخل ناحیه‌ی LES مقیاس می‌شوند و به مقادیر میانگین که از حل RANS بدست می‌آیند اضافه خواهند شد. در اینجا نیاز به یک ثابت است که نوسانات را مقیاس کند. البته این روش باعث ایجاد نوساناتی می‌شود که می‌تواند حل را واگرا کند و باید از فیلتر استفاده شود.

۳-۶- کوپلینگ مماسی

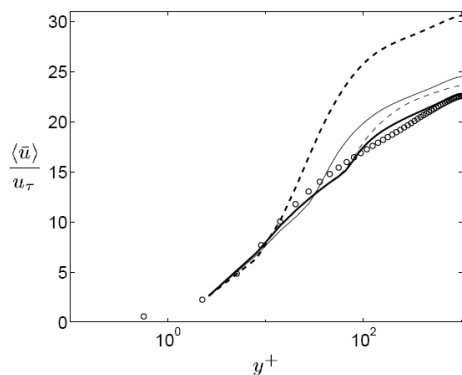
مرزهایی را که موازی با خطوط جریان میانگین هستند مرز مشترک مماسی می‌نامند. اگر این مرز نزدیک دیواره باشد، مسئله شبیه مدل‌سازی در نزدیکی دیواره است. می‌توان کوپلینگ این مرز را نیز با روش غنی‌سازی انجام داد.

۷- کاربردهای رهیافت ترکیبی

مدل دارای مرز مشترک LES و RANS، در مرجع [۴] توسط دیویدسون^۴ و پنگ^۵ در سال ۲۰۰۱ برای شبیه‌سازی جریان کانال استفاده شده است. مدل $k-\omega$ که یک مدل RANS می‌باشد، در این رهیافت، در نزدیک دیواره استفاده شده است و در سایر نواحی مدل یک معادله‌ی k_{SGS} (LES) اعمال می‌گردد. همانگونه که بیان شد در این رهیافت معادلات پیوستگی و اندازه‌ی حرکت یکسانی در طول میدان حل می‌شوند. تنها تفاوت این است که، لزجت آشفتگی (μ_t) در ناحیه‌ی RANS از مدل $k-\omega$ و در ناحیه‌ی LES از مدل یک معادله‌ی k_{SGS} محاسبه می‌شود. ناحیه‌ی جداکننده‌ی LES/RANS در این مقاله برای سادگی یک خط شبکه‌ی ثابت در نظر گرفته شده است. باید توجه داشت که به صورت کلی این رهیافت شبیه DES است. اما این تفاوت را دارد که، در DES هدف این است که لایه‌ی مرزی آشفتگی با RANS مدل شود، و گردابه‌های جدا در بخش خارجی لایه‌ی مرزی با LES مدل شوند. مدل ترکیبی استفاده شده در شکل ۲ نمایان است.

^۱ Enrichment
^۲ Quemere
^۳ Sagaut
^۴ Davidson
^۵ Peng

^۱ Yoshizawa



شکل (۳): مقایسه‌ی نتایج رهیافت ترکیبی و حل دقیق در مسئله‌ی جریان داخل کانال [۴].

رهیافت ترکیبی LES/RANS مجزا شده در مرجع [۵] برای بررسی جریان پیچیده‌ی پدیده استال پیرامون ایرفویل استفاده شده است. هدف از این مقاله تحقیق در مورد مسیر پیشامدهایی است که منجر به پدیده‌ی استال می‌شود. امروزه از حل RANS برای شبیه‌سازی جریان پیرامون هواپیما استفاده می‌شود. اما نتایج این رهیافت در حل جریان‌های پیچیده نظیر استال استاتیک و دینامیک از دقت کمی برخوردار هستند. برای شبیه‌سازی این جریان‌ها از رهیافت URANS استفاده می‌شود که مطالعات نشان می‌دهد، نتایج آنها نیز چندان مطلوب و دقیق نیست و هزینه‌ی محاسباتی آنها بسیار بالا است.

جریان استال پیرامون ایرفویل در حالت برآی بیشینه دارای پیچیدگی‌هایی است که رهیافت RANS را به چالش می‌کشد. گذر لایه‌ی مرزی در نزدیکی لبه‌ی فرار در اثر حباب جدایش آرام (LSB) ^۲ عامل پیچیدگی این گونه جریان‌ها است. لایه‌ی مرزی آشفته در ناحیه‌ی میانی ایرفویل چسبیده باقی می‌ماند و در نزدیکی لبه‌ی فرار جدا می‌شود. اتصال بین جریان آرام و آشفته و گذر از جریان آرام به آشفته مکانیزم استال است. چون RANS نمی‌تواند پدیده‌های گذر را تسخیر کند، برای بررسی این جریان مناسب نیست. در نهایت، مقایسه‌ی نتایج رهیافت ترکیبی با حل LES و RANS و داده‌های تجربی انجام گرفته است. برای حل LES از شبکه‌ای ریز استفاده می‌شود که در آن، LES تمام ناحیه‌ی مکش لایه‌ی مرزی و ناحیه‌ی دنباله را

نتیجه‌ی دیگر این فرض این است که kSGS تحت تاثیر k در ناحیه‌ی RANS می‌باشد. اما، k و ω در ناحیه‌ی RANS متأثر از ناحیه‌ی LES نیستند. این مسئله می‌تواند منبع خطا باشد.

رهیافت ترکیبی در این مرجع به صورت زیر اعمال می‌شود:

$$\begin{aligned} y \leq y_{ml}, & \quad v_T = v_t, & \quad k_T = k_t, \\ y > y_{ml}, & \quad v_T = v_{SGS}, & \quad k_T = k_{SGS}, \end{aligned} \quad (29)$$

که در آن، v_t لزجت آشفته‌گی و k_T انرژی جنبشی آشفته‌گی است.

محاسبه‌ی مقدار $\langle u \rangle / u_\tau$ در جریان کانال، در این مقاله نمایش داده شده است. شبکه‌ی استفاده شده برای حل جریان، یک شبکه‌ی $32 \times 64 \times 32$ است (X, Y, Z). در جدول ۱ چهار حالت آزمایش شده در این شبکه آورده شده است. مقایسه نتایج در شکل ۳ نشان داده شده است. مبنای مقایسه، حل LES توسط پیوملی در شبکه‌ی بسیار ریز در سال ۱۹۹۳ می‌باشد.

جدول (۱): حالت‌های مختلف آزمایش شده [۴].

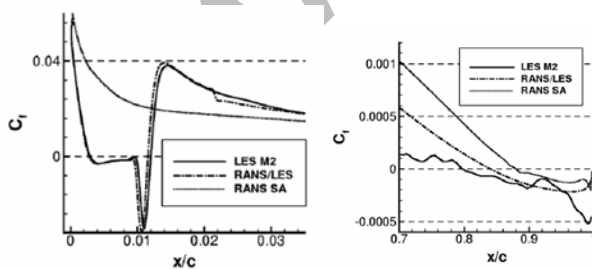
حالت	Z_{max}	y_{ml}/δ	j_{match}	y_{ml}^+	Δz^+
۱	π	۰.۰۲۳	۴	۲۵	۱۰۴
۲	π	۰.۰۵۷	۸	۶۰	۱۰۴
۳	2π	۰.۰۵۷	۸	۶۰	۲۰۸
۴	π	۰	۰	۰	۱۰۴

ملاحظه می‌شود که حل LES در شبکه‌ی درشت، به هیچ وجه دقت مناسبی ندارد. وقتی Δz^+ کاهش می‌یابد و از مدل ترکیبی استفاده می‌شود، دقت بهتر می‌گردد. بالاترین دقت در $y_{ml}^+ = 60$ بدست می‌آید. علت چنین پیشامدی این مطلب است که، ناحیه‌ی LES در شبکه‌ی درشت کمتر شده و به همین دلیل دقت بالاتر می‌رود. اختلاف با حل دقیق در مجاورت y_{ml}^+ زیاد می‌شود.

در هر گام زمانی، مقادیر کمیت‌های پایستار در ناحیه‌ی RANS از مرز مشترک، از طریق میانگین‌گیری متغیرهای LES در حجم سلول ناحیه‌ی RANS محاسبه می‌شوند. علاوه بر آن این کمیت‌ها به منظور انتقال لزجت آشفتگی مدل اسپالارت-آلماراس استفاده می‌شوند. انتقال اطلاعات بین ناحیه‌ی RANS و LES چنانچه بیان شد، نیاز به اعمال شرایط مرزی ویژه‌ای دارد. این کار با استفاده از سلول‌های مجازی و روش غنی‌سازی انجام می‌پذیرد. منحنی OA209 که مختص فن بالگرد است، در این تحقیق استفاده می‌شود. عدد رینولدز بر پایه‌ی طول وتر ۱/۸ میلیون و عدد ماخ جریان آزاد ۰/۱۶ و زاویه‌ی حمله ۱۵ درجه می‌باشد. ضریب اصطکاک پوستی^۲ در شکل ۶ در لبه‌ی حمله و لبه‌ی فرار ارائه شده است، که نزدیکی حل رهیافت ترکیبی به رهیافت LES کاملاً مشهود است. همچنین در جدول ۲ ضرایب برآ و پسا از رهیافت‌های مختلف با حل تجربی مقایسه شده است. رهیافت ترکیبی توانسته فیزیک مسئله را به دقت تسخیر کند و هزینه‌ی محاسباتی را نیز کاهش دهد.

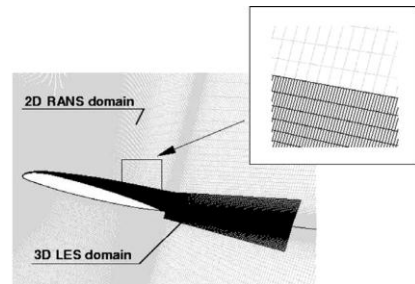
جدول (۲): مقایسه‌ی نتایج تجربی و حل عددی [۵].

	تجربی	LES	RANS	RANS/LES
برآ	۱.۴۱۶	۱.۳۶۶	۱.۴۸۷	۱.۴۲۹
پسا	۰.۰۲۹	۰.۰۳۹	۰.۰۲۳	۰.۰۳۳



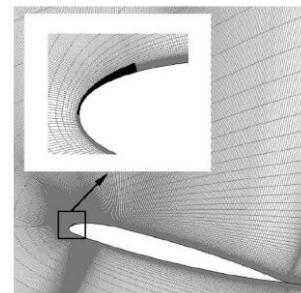
شکل ۶: مقایسه‌ی نتایج حل رهیافت ترکیبی و رهیافت LES. ضریب اصطکاک پوستی در لبه‌ی حمله (بالا) و در لبه‌ی فرار (پایین) [۵].

در بر می‌گیرد (شکل ۴). طول ناحیه‌ی LES در بخش دنباله به اندازه‌ی یک طول وتر است. در جهت جریان برای کاهش هزینه‌ی محاسباتی ناحیه‌ی LES را به زیرناحیه‌هایی تقسیم می‌کنند که تفاوت آنها در میزان ریز شدن یا منبسط شدن شبکه در جهت جریان است. این شبکه به گونه‌ای انتخاب شده است که: $\Delta x^+ \leq 50$ ، $\Delta y^+ \leq 2$ و $\Delta z^+ \leq 15$. این شبکه در نزدیکی لبه‌ی حمله کاملاً ریز است، به طوری که حل در این ناحیه حتی به DNS میل می‌کند و گردابه‌ها در نزدیکی لبه‌ی حمله به خوبی تسخیر می‌شوند.



شکل (۴): شبکه حل LES پیرامون ایرفویل [۵].

رهیافت ترکیبی به این ترتیب اعمال می‌شود که مدل LES در ناحیه‌ی گذر و مدل RANS در ناحیه‌ی جریان چسبیده و جداده‌ی آشفتگی تکامل یافته به کار می‌رود. شبکه‌ی به کار رفته در شکل ۵ نشان داده شده است. اندازه‌ی این شبکه $۳۵۰ \times ۶۵ \times ۸۰$ سلول است. در ناحیه‌ی RANS مدل اسپالارت-آلماراس و در ناحیه‌ی LES مدل مقیاس ترکیب شده‌ی انتخابی^۱ به کار می‌رود.



شکل (۵): شبکه برای حل ترکیبی پیرامون ایرفویل، که ناحیه‌ی خاکستری میدان RANS و ناحیه‌ی سیاه میدان LES می‌باشد [۵].

^۲ Skin Friction Coefficient

^۱ Selective Mixed Scale

زمینه‌ی مورد توجه در این رهیافت مسئله‌ی انتقال اطلاعات بین دو ناحیه‌ی LES و RANS است که فضای بسیار مناسبی برای انجام تحقیقات می‌باشد.

۹- مراجع

1. Frohlich, J. and Von Terzi, D. "Hybrid LES/RANS Methods for the Simulation of Turbulent Flows", Progress in Aerospace Sciences, Vol. 44, pp. 349-377, 2008.
۲. طیبی رهنی، م. و قدسی، س.ر. ، "رهیافت ترکیبی LES/RANS در شبیه‌سازی جریان‌های آشفته"، مجله مهندسی هوافضا، دانشگاه آزاد اسلامی- واحد علوم و تحقیقات، جلد اول، شماره دوم، ۱۳۸۷.
3. Taeibi-Rahni, M. and Ghodsi, S.R. "The Effect of Interface Location and Inflow Generation in Hybrid LES/RANS Simulation", Computational Fluid Dynamic J., Vol. 18, No.1, 2009.
4. Davidson, L. and Shia-Hui, P. "A Hybrid LES/RANS Model Based on a One-equation SGS Model and a Two-equation $k-\omega$ Model", The 2nd Int. Symp. on Turbulence and Shear Flow Phenomena, Vol. 2, pp. 175-180, Stockholm, 2001.
5. Richez, F., Mary, I., Gleize, V., and Basdivant, C. "Near Stall Simulation of the Flow around an Airfoil, Using Zonal RANS/LES Coupling Method", Computers & Fluids, Vol. 37, pp. 857-866, 2008.
6. Claus, M., Morton, S., Cummings, R., and Bury, Y. "DES Turbulence Modeling on the C-130 Comparison between Computational and Experimental Results", The 43rd AIAA Aerospace and Sciences Meeting and Exhibit, 10-13 January 2005, Reno, Nevada.

رهیافت DES در مرجع [۶] پیرامون هواپیما به کار گرفته شده است. این مقاله نتایج فاز مقدماتی یک برنامه‌ی تحقیقاتی را بیان می‌کند که به منظور تعیین خواص جریان حول هواپیمای ترابری C-130 است. فاز مقدماتی این برنامه شامل اعتبارسنجی و مقایسه‌ی میدان جریان که از روش‌های آشکارسازی جریان بدست آمده می‌باشد. نتایج CFD با نتایج تجربی بدست‌آمده از آزمایشات سیم داغ در تونل باد، مقایسه شده است. مقایسه‌ها نشان می‌دهد که، رهیافت ترکیبی DES توانسته با دقت فراوان جریان پیچیده‌ی روی بدنه را پیش‌بینی کند.

۸- نتیجه‌گیری

برای شبیه‌سازی جریان آشفته، بدلیل محدودیت در حافظه و سرعت کامپیوترهای امروزی نمی‌توان از حل مستقیم معادلات یعنی DNS، به ویژه در اعداد رینولدز بالا بهره برد. راهکار مورد نظر استفاده از روش‌های RANS و LES است که از میانگین‌گیری زمانی و فیلتر مکانی کمیت‌ها در معادلات استفاده می‌کنند. اما رهیافت RANS در محاسبه‌ی جریان‌های چسبیده با دقت عمل می‌کند و فرایند گذر را نمی‌تواند به خوبی مدل کند. رهیافت LES جریان‌های جدایش را خوب محاسبه می‌کند اما، در نزدیک دیواره حجم محاسبات بالا می‌رود و به همین دلایل اقبال به سوی رهیافت ترکیبی است. در این رهیافت از دقت پیش‌بینی LES و حجم محاسباتی کم RANS در کنار هم استفاده می‌شود. می‌توان با استفاده از این رهیافت در شبکه‌های درشت حل‌های دقیق بدست آورد.

مشکل در بکارگیری رهیافت ترکیبی این است که اولاً باید دو کد متفاوت به طور همزمان عمل کنند. دوماً در نواحی مرز مشترک خواص ناپیوسته خواهند بود. به همین دلیل باید برای انتقال اطلاعات از یک ناحیه به ناحیه‌ی دیگر تدابیر خاصی اندیشیده شود.

مطالعات انجام گرفته بر روی این رهیافت و مقایسه نتایج حاصل از آن با نتایج تجربی و حل‌های دقیق دیگر منجر به این دیدگاه می‌شود که، رهیافت ترکیبی از دقت بسیار بالایی برخوردار است. امروزه این رهیافت مورد توجه محققان در زمینه‌ی دینامیک سیالات محاسباتی است و مسائل پیچیده‌ی بسیاری با استفاده از این رهیافت حل شده‌اند.