فصلنامه علمی پژوهشی
دانش مالی تحلیل اوراق بهادار
سال ششم، شماره بیستم
زمستان ۱۳۹۲

تبیین فرایند چهار گامی محاسبه ارزش در معرض خطر به عنوان معیاری برای اندازه‌گیری ریسک و پیاده‌سازی آن در یک مدل بهینه‌سازی سرمایه‌گذاری

زینب سجادی[۱]
سعید فتحی[۲]

تاریخ دریافت: ۹۲/۵/۵ تاریخ پذیرش: ۹۲/۸/۲۰

چکیده

ارزش در معرض خطر، یک معیار مهم اندازه‌گیری ریسک در بازارهای مالی است که ریسک بازار را در یک عدد بیان می‌کند. روش‌هایی برای محاسبه‌ی این معیار ریسک، نظیر روش پارامتریک، شبیه‌سازی تاریخی و شبیه-سازی مونت کارلو وجود دارند که در اکثر متون مربوط به ریاضی مالی و مهندسی مالی، بیان شده‌اند. اما همه‌ی این روش‌ها از یک روش محاسبه‌ی چهارگامی پیروی می‌کنند، که به ندرت در این دسته از متون دیده می‌شود. این در حالیست که در صورت بروز پیچیدگی‌هایی در مدل‌سازی‌های مالی، استفاده از این روش‌های محاسبه، به اندازه‌ی کافی کارا نیست، چرا که استفاده از این روش‌ها، مستلزم در نظر گرفتن یک سری از فرضیات نظیر در نظر گرفتن توزیعی خاص در مورد توزیع احتمال بازده دارایی‌ها و یا در نظر گرفتن رابطه‌ای خطی بین عوامل ریسک بازار و ارزش دارایی و یا مفروضاتی دیگر است. بنابراین در این پژوهش علاوه بر تشریح فرایند محاسبه ارزش در معرض خطر، نحوه‌ی پیاده‌سازی آن بر روی یک مدل بهینه‌سازی سرمایه‌گذاری، با در نظر گرفتن قیدی بر روی ارزش در معرض خطر، بدون در نظر گرفتن فرضی خاص، بیان می‌شود.

واژه‌های کلیدی: ریسک[۱]، ارزش در معرض خطر[۲]، فرایند چهارگامی محاسبه VaR[۳]، پرتفوی[۴].

۱- کارشناسی ارشد ریاضی مالی، دانشگاه شیخ بهایی اصفهان (مسئول مکاتبات) sajadizeinab@yahoo.com
۲- استادیار گروه مدیریت، دانشکده علوم اداری و اقتصاد، دانشگاه اصفهان fathiresearch@yahoo.com

Archive of SID
www.SID.ir

۱- مقدمه

در جامعه‌ی امروز، افراد با مفهوم ریسک آشنا و در اکثر فعالیت‌های زندگی با ریسک روبرو هستند. ریسک در زبان عُرف عبارت است از خطری که به دلیل عدم اطمینان در مورد وقوع حادثه‌ای در آینده پیش می‌آید و هر چه قدر این عدم اطمینان بیشتر باشد، اصطلاحاً گفته می‌شود، ریسک بالاتر است. فرهنگ لغات سرمایه‌گذاری[۵]، ریسک را زیان بالقوه-ی سرمایه‌گذاری، که قابل محاسبه است، می‌داند [۲].

ریسک یکی از اولین دغدغه‌های سرمایه‌گذاران است و به عنوان معیاری مهم در تصمیم‌گیری‌های سرمایه‌گذاری محسوب می‌شود و تن‌دادن به یک سرمایه‌گذاری بدون توجه به این معیار، قرارگرفتن در شرایطی زیان‌بار است. در حقیقت سرمایه‌گذاران موفق کسانی هستند که سطح قابل قبولی از ریسک را بپذیرند، چرا که همیشه شرایط عدم اطمینان به معنای آینده‌ای زیان‌آور نیست. اگر شرایط عدم اطمینان به گونه‌ای باشد که آینده‌ای مثبت را رقم بزند، پس ریسک پذیر بودن معقول خواهد بود. به عنوان مثال، در بازار سهام، شرایط عدم اطمینان همیشه به معنای کاهش قیمت سهام نیست [۲].

بنابراین، مفهوم ریسک نقشی کلیدی را در بازارهای مالی ایفا می‌کند و از این جهت شناسایی انواع ریسک، اندازه‌گیری و مدیریت آن از اهمیت بالایی برخوردار است. ارزش در معرض خطر (VaR)، از جمله معیارهای مهم اندازه‌گیری ریسک بوده که در سال‌های اخیر وارد بازارهای مالی شده است، زیرا که این معیار به سادگی و تنها با یک عدد، ریسک بازار را بیان می‌کند. در اکثر متون روش‌هایی برای محاسبه‌ی ارزش در معرض خطر بیان شده است، اما نکته‌ی قابل توجه این است که این روش‌ها با در نظر گرفتن یک سری از فرضیات مثل در نظر گرفتن توزیعی خاص در مورد توزیع احتمال بازده دارایی‌ها و یا در نظر گرفتن رابطه‌ای خطی بین عوامل ریسک بازار و ارزش دارایی و ...، از یک فرایند محاسبه پیروی می‌کنند که در صورت بروز پیچیدگی در پرتفوی، این روش‌ها به اندازه‌ی کافی کارا نیستند لذا، در این پژوهش این فرایند چهار گامی و همچنین نحوه‌ی پیاده‌سازی این فرایند در یک مسأله‌ی بهینه‌سازی پرتفوی (سبد سرمایه-گذاری) بر اساس قیدی بر روی VaR بدون در نظر گرفتن فرضی خاص، به طور عینی بیان شده است. در بخش ۲، انواع ریسک در دو دیدگاه بیان شده تا جایگاه VaR به عنوان یک معیار ریسک مشخص شود. در بخش ۳ به تعریف VaR و نحوه ی محاسبه ی آن بر اساس فرایند چهار گامی پرداخته می شود و در نهایت در بخش۴، تطبیق این فرایند برروی یک مسأله ی بهینه سازی سبد سهام مورد بررسی قرار گرفته می‌شود.

۲- مبانی نظری و مروری بر پیشینه پژوهش

۲-۱- دسته بندی انواع ریسک

دیدگاه اول: ریسک‌های اصلی مؤسسات مالی (دیدگاه سنتی)

مؤسسات مالی با ریسک های متنوعی اعم از مالی و غیر مالی دست و پنجه نرم می کنند. از جمله‌ی این ریسک‌ها می‌توان به ریسک بازار[۶] ، ریسک اعتباری[۷] ، ریسک نقدینگی[۸]، ریسک نرخ بهره، ریسک تغییرات قیمت سهام و... و از جمله ریسک‌های غیرمالی می‌توان به ریسک مدیریت، ریسک سیاسی، ریسک عملیاتی[۹]و... اشاره نمود. در ادامه تعدادی از ریسک‌ها که مهم‌ترین عامل توجیه

Archive of SID
www.SID.ir

کننده‌ی نوسانات در مؤسسات مالی هستند، بیان می‌شوند.

۲-۱-۱- ریسک بازار (تغییرات قیمت دارایی‌های مالی)

ریسک بازار، ریسک ناشی از حرکات[۱۰] و یا نوسانات[۱۱] در قیمت‌ها یا نرخ‌های بازار می‌باشد. بنابراین، می‌توان در یک تقسیم‌بندی، ریسک بازار را طبقه‌بندی نمود [۳]:

- ریسک سهام[۱۲]: این نوع از ریسک بازار به بازار سهام مربوط می‌شود. ریسک قیمت سهام که ناشی از نوسانات قیمت سهام است، در این بازار مورد بررسی قرار می‌گیرد. بسیاری از شرکت‌ها و مؤسسات، علی‌الخصوص شرکت‌های سرمایه‌گذاری، بخشی از دارایی خود را صرف خرید سهام می‌کنند و در نتیجه با ریسک قیمت مواجه هستند.
- ریسک اوراق بهادار با درآمد ثابت[۱۳]: این نوع از ریسک مربوط به ابزار با درآمد ثابت، مانند اوراق قرضه (مشارکت) است.
- ریسک نرخ ارز[۱۴]: این ریسک به واسطه‌ی تغییر نرخ ارز به وجود می‌آید. آن دسته از کشورهایی که با واحد پول متفاوت معامله دارند، در معرض این ریسک قرار می‌گیرند.
- ریسک کالا[۱۵]: این ریسک به کالاها و فرآورده های کشاورزی، انرژی ، فلزات و... مربوط می شود که بروز هر اتفاق در حوزه‌ی مربوط به هر یک از این کالاها، بر روی بازار اثرگذار است.

۲-۱-۲- ریسک اعتباری

ریسک اعتباری برخاسته از این واقعیت است که طرف قرارداد، نتواند یا نخواهد که تعهدات قرارداد را انجام دهد و از مهم‌ترین ریسک‌هایی است که بر روی مؤسسات و بخصوص نهادهای مالی و پولی اثر می‌گذارد. زیرا عدم تعهد (نکول[۱۶]) حتی تعداد کمی از مشتریان می‌تواند زیان‌های زیادی را به یک سازمان وارد کند. به طور کلی می‌توان ریسک اعتباری را به عنوان ضرر محتمل که در اثر یک رخداد اعتباری اتفاق می‌افتد، بیان کرد. بنابراین ، هنگامی که یک مشتری به علت ضعف اقتصادی با بحران مالی روبرو می‌شود و توانایی او در انجام تعهداتش تغییر می‌کند، احتمال نکول افزایش یافته و ریسک اعتباری بروز پیدا می‌کند [۳].

۲-۱-۳- ریسک نقدینگی

ریسک نقدینگی، ریسک نبود وجه نقد برای بازپرداخت تعهدات است. عموماً شرکت‌ها هنگامی که به علل مختلفی نتوانند محصولات تولیدی خود را به فروش برسانند یا نتوانند وجوه نقد ناشی از فروش را دریافت کنند و یا اینکه هزینه‌های آن ها افزایش بی رویه داشته باشد و در نهایت کارایی مجموعه کاهش یابد، با مشکل نقدینگی مواجه می‌شوند و با تأثیر گذاری بر روی ساختار مالی، موجب ورشکستگی شرکت می‌شود [۳].

۲-۱-۴- ریسک عملیاتی

این ریسک از آن جا ناشی می‌شود که یک مؤسسه یا شرکت، عملیات خود را به خوبی انجام نداده و یا فرایند مربوط به اجرای عملیات در آن سازمان یا به درستی تعریف نشده و یا به درستی اجرا نمی‌شود. اگر این اوضاع همچنان بر یک شرکت یا مؤسسه حکم‌فرما باشد، وضعیت آن به نابودی می‌گراید و نرخ بازدهی سرمایه‌گذاری آن

Archive of SID
www.SID.ir

شرکت یا مؤسسه کاهش می‌یابد. به بیان ساده‌تر می‌توان گفت ریسک عملیاتی عموماً ناشی از اشتباهات انسانی یا خطای تکنیکی تعریف می‌شود[۳].

طبقه‌بندی اخیر از انواع ریسک، دلیل بر آن نمی‌شود که بتوان این ریسک ها را از یکدیگر تفکیک نمود چرا که گاهی یک ریسک می‌تواند منشأ ریسک دیگر باشد[۳].

دیدگاه دوم: ریسک‌های سیستماتیک و غیر سیستماتیک

در این بخش تقسیم‌بندی دیگری از ریسک که مؤسسات و شرکت‌ها در نظر می‌گیرند، بیان می‌شود. در واقع این نوع دسته‌بندی، نوع دیگری از تقسیم‌بندی ریسک‌های بیان شده در دیدگاه اول است، یعنی اگر منابع ایجاد این ریسک‌ها، عوامل به وجود آورنده‌ی نوسان در بازده در نظر گرفته شوند، این عوامل به دو دسته تقسیم می‌شوند.

دسته‌ی اول عواملی هستند که کلیه‌ی اوراق بهادار را تحت تأثیر قرار می‌دهند که ریسک بازار و ریسک نرخ ارز جز این دسته عوامل هستند. این دسته از ریسک‌ها در هر سرمایه گذاری بروز پیدا می‌کنند. بروز این ریسک ها از دست سرمایه‌گذاران خارج است و بنابراین نمی‌توان از آنها اجتناب نمود. به این دسته از ریسک ها، ریسک سیستماتیک گفته می شود.

دسته‌ی دوم عواملی هستند که تنها بر یک یا چند ورقه‌ی خاص اثر می‌گذارند. ریسک اعتباری، ریسک نقدینگی و ریسک عملیاتی از جمله ریسک‌هایی هستند که بر اثر این عوامل به وجود آمده‌اند و با مدیریت صحیح سرمایه‌گذاری، می‌توان از این ریسک‌ها اجتناب کرد. این دسته از ریسک‌ها را ریسک غیرسیستماتیک می گویند.

با این نوع دسته‌بندی، ریسک کلی یک دارایی را می‌توان به صورت زیر بیان نمود:

ریسک کلی = ریسک غیرسیستماتیک (قابل اجتناب)+ ریسک سیستماتیک (غیرقابل اجتناب)

از آنجایی که عوامل سیستماتیک از شرایط کلی بازار و عوامل غیرسیستماتیک از شرایط خاص یک شرکت ناشی می‌شوند، می‌توان ریسک کلی یک دارایی را به صورت زیر در نظر گرفت:

ریسک مختص یک شرکت + ریسک بازار = ریسک کلی یک دارایی

بنابراین برای به‌دست آوردن ریسک کلی یک دارایی، با توجه به عدم کنترل بروز ریسک بازار، باید به دنبال برآورد ریسک بازار بود [۳].

۲-۲- ارزش در معرض خطر (VaR)، به عنوان معیاری برای اندازه‌گیری ریسک

همان‌گونه که در مقدمه نیز گفته شد، ریسک، نشان‌گر عدم اطمینان نسبت به انتظارات در آینده است و در نتیجه سرمایه‌گذار نسبت به آینده دچار نگرانی می‌شود. تا زمانی که این عدم اطمینان کمّی نشود، قیمت‌گذاری دارایی‌های مالی ریسکی امکان‌ناپذیر است، چرا که ریسک موجود در دارایی های مالی، از عوامل تعیین کننده‌ی نرخ بازده مورد نظر سرمایه گذاران است و این نرخ نیز تعیین کننده‌ی قیمت دارایی‌های مالی است [۳].

تاکنون برای اندازه‌گیری ریسک، معیارهای مختلفی ارایه شده است. شاخص‌های اندازه‌گیری ریسک برای اولین بار از طریق مطالعات شاخص‌های پراکندگی آماری محاسبه گردیدند و از آن به بعد روش‌های جدیدتری معرفی شدند که همگی از

Archive of SID
www.SID.ir

روش های آماری استفاده می‌کنند. یکی از این معیارها ارزش در معرض خطر (VaR) است [۲].

شایان ذکر است که، برای اولین بار در سال ۱۹۵۲ هری مارکویتز[۱۷] [۶] با ارایه ی مدلی مبتنی بر ریسک و بازده، مقوله‌ی ریسک را در کنار بازده قرار داد و انحراف معیار را به عنوان معیار ریسک تلقی کرد.

عبارت « ارزش در معرض خطر » تا اولین دهه‌ی سال ۱۹۹۰ وارد ادبیات مالی نشده بود اما سرچشمه-ی آن به سال‌ها قبل بر می گردد. مفهوم ارزش در معرض خطر (VaR)، اولین بار توسط بامول[۱۸] در سال ۱۹۶۳ به هنگام بررسی مدلی با عنوان « معیار حد اطمینان بازدهی مورد انتظار» پیشنهاد شد و مبدع واژه‌ی «ارزش در معرض خطر»، گولدیمان[۱۹]، مدیر بخش تحقیقات بانک جی.پی مورگان[۲۰]، در اواخر سال ۱۹۸۰ بود و مدل آن برای اولین بار در سال ۱۹۹۶ توسط همین بانک معرفی شد. این معیار، تمامی انواع ریسک را در یک عدد خلاصه می‌کرد و مقدار سرمایه‌ای را که مورد زیان قرار می‌گرفت، تعیین می‌کرد. این معیار ریسک، معیاری جذاب بود و هر روز به کاربردها و روش‌های محاسباتی آن افزوده می‌شد. VaR به عنوان یک معیار اندازه‌گیری ریسک، قابلیّت اندازه‌گیری انواع ریسک را دارد و فقط مختص اندازه‌گیری ریسک بازار نیست. به عنوان مثال، در حیطه‌ی ریسک اعتباری، ارزش در معرض خطر اعتباری و در حیطه ی ریسک عملیاتی، ارزش در معرض خطر عملیاتی وجود دارد.

هم‌اکنون، ارزش در معرض خطر (VaR)، توسط شخصیت‌های حقوقی فعال در بازار پول و سرمایه، ترویج یافته و به عنوان راهی جهت نظارت و مدیریت ریسک بازار پذیرفته شده است. چه بسا که کمیته ی بال[۲۱] (کمیته ی نظارت بر بانکداری)، بانک ها را به استفاده از این معیار با افق زمانی ۱۰ روز و سطح اطمینان ۹۵ درصد ملزم نموده است.

تعریف ارزش در معرض خطر

VaR حداکثر زیانی است که کاهش ارزش سبد دارایی، برای دوره‌ی معینی در آینده (افق زمانی) با سطح اطمینان مشخص، از آن بیشتر نمی‌شود [۳].

تعریف دو پارامتر در اندازه گیری VaR از اهمیت بالایی برخوردار است:

۱) سطح اطمینان $1-\alpha$ (سطح با معنی α)

سطح با معنی α معمولاً بین ۱ تا ۱۰ درصد انتخاب می شود.

۲) افق زمانی مورد نظر (دوره‌ی نگهداری)

افق زمانی در نظر گرفته شده بر اساس اهداف مدیریت ریسک و ویژگی‌های پرتفوی، می‌تواند متفاوت باشد. این دوره‌ی زمانی معمولاً بین یک روز تا دو هفته تعیین می ردد که البته در شرایطی تا یک سال هم قابل قبول است [۲] و [۳].

در واقع VaR، مبلغی از ارزش پرتفوی را که انتظار می‌رود ظرف یک دوره‌ی زمانی مشخص و با میزان احتمال معین از دست برود، مشخص می‌کند. برای بیان بهتر تصور کنید ارزش روز یک پرتفوی ۱۰۰ میلیون تومان است و با احتمال ۹۵٪ اطمینان آن می‌رود که حداکثر کاهش ارزش این پرتفوی، طی هفته‌ی آینده، ۶۰ میلیون تومان است. به این ترتیب ارزش در معرض خطر این پرتفوی برای یک هفته‌ی آینده و در سطح اطمینان ۹۵٪، ۶۰ میلیون تومان است. به عبارتی با اطمینان ۹۵٪ می‌توان گفت که ارزش پرتفوی در هفته‌ی آینده، از ۴۰ میلیون تومان کمتر نمی‌شود [۲] و [۳].

Archive of SID
www.SID.ir

۳- الگوریتم اجرایی مدل پژوهش

از نظر ریاضی می‌توان VaR را به صورت ذیل نشان داد:

$$P(p_1 - p_0 \leq -VaR) \leq \alpha \qquad (1)$$

به بیان ساده عبارت فوق معادل است با:

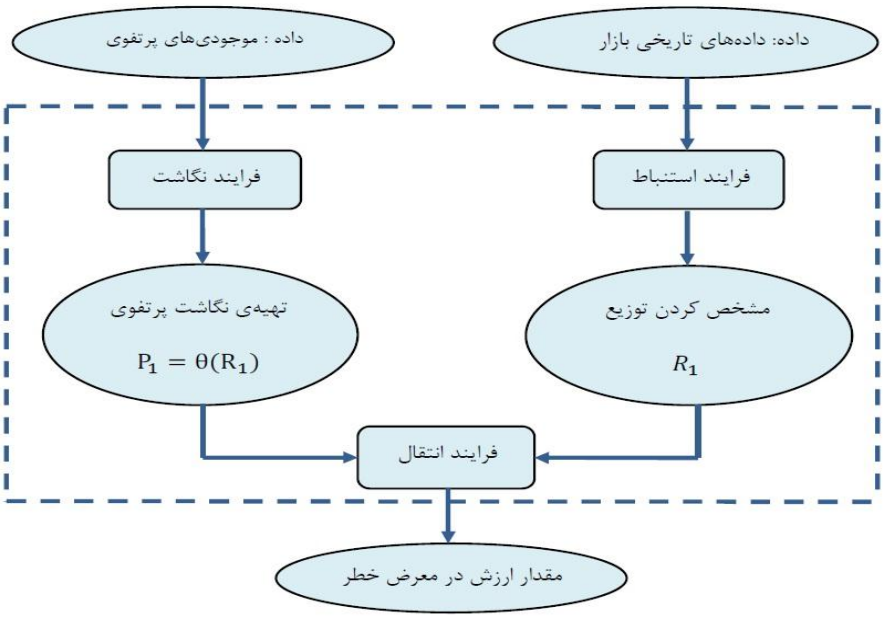
$$P(p_0 - p_1 \leq VaR) \leq \alpha \qquad (2)$$

که p_0، ارزش پرتفوی در ابتدای افق زمانی یا زمان صفر و p_1، ارزش پرتفوی در پایان افق زمانی یا زمان ۱ است. رابطه‌ی (۲) بیان می کند که احتمال اینکه کاهش ارزش پرتفوی در دوره‌ی آتی بیش از ارزش در معرض خطر باشد، حداکثر برابر α است. به عبارت دیگر، احتمال اینکه زیان پرتفوی در دوره‌ی آتی کمتر از ارزش در معرض خطر باشد، $1-\alpha$ است. بنابراین اگر $F(p)$ بیانگر تابع توزیع احتمال ارزش پرتفوی در دوره ی آتی باشد، VaR از رابطه ی زیر به دست می آید:

$$VaR = p_0 - F_p^{-1}(\alpha) \qquad (3)$$

۳-۱- فرایند چهارگامی محاسبه‌ی VaR

این فرایند شامل مجموعه گام‌هایی است که باید برای محاسبه‌ی VaR پرتفوی برداشته شوند. محصول اولیه‌ی این فرایند، تخمین توزیع احتمال ارزش پرتفوی در دوره‌ی آتی است، سپس با استفاده از توزیع احتمال، VaR از رابطه ی (۳) محاسبه می‌شود. این توزیع احتمال می‌تواند از توزیع‌های شناخته شده باشد و یا صرفاً در برگیرنده ی ارزش-های مختلف سبد سرمایه و احتمال تخمینی رخداد آن‌ها در دوره‌ی آتی باشد و هیچ توزیع مشخصی را در ذهن متبادر ننماید. در حقیقت، فرایند محاسبه‌ی VaR برای یک پرتفوی، معادل فرایند تخمین توزیع احتمال ارزش پرتفوی در دوره‌ی آتی است. شکل (۱) فرایند محاسبه‌ی VaR را نشان می‌دهد. این فرایند شامل چهار گام است که در ادامه توضیح داده می‌شوند [۳].



شکل ۱: فرایند محاسبه‌ی ارزش در معرض خطر

Archive of SID
www.SID.ir

۳-۱-۱- گام اول: تعیین ورودی‌ها

در این گام، داده‌های مورد نیاز برای محاسبه‌ی VaR استخراج می‌شوند. این گام شامل دو مرحله است که هیچ مرحله‌ای بر دیگری تقدم ندارد و مستقل از یکدیگرند.

مرحله‌ی اول: تعیین موجودی‌های پرتفوی

موجودی‌های پرتفوی، شامل میزان دارایی‌های موجود در پرتفوی است. پرتفوی مورد بررسی ممکن است شامل سهام، اوراق قرضه[۲۲]، اختیار معامله[۲۳] و یا حتی دارایی‌های غیرمالی مثل املاک و فلزات و... باشد. بردار موجودی‌های پرتفوی با W به صورت زیر نمایش داده می‌شود:

$$w = (w_1, w_2, w_3, \dots w_n)$$

مرحله‌ی دوم: شناسایی عوامل ریسک[۲۴]

در ابتدا باید تعریفی از عامل ریسک بیان نمود. عامل ریسک یک متغیر تصادفی است که طی فاصله ی زمانی $[0,1]$ (افق زمانی یا دوره‌ی نگهداری)، مقداری به خود می‌گیرد و ارزش بازار پرتفوی را در زمان ۱ تحت تأثیر قرار می‌دهد. یک بردار ریسک[۲۵] که با Q_1 نمایش داده می‌شود، برداری تصادفی از عوامل ریسک در زمان ۱ است. یک عامل ریسک خاص و دو بردار ریسک، نقشی اساسی را در به‌دست آوردن VaR دارند. آن‌ها عبارتند از:

- P_1 : ارزش آتی پرتفوی
- S_1 : ارزش بردار دارایی[۲۶]
- R_1 : بردار کلیدی[۲۷]

در اینجا باید به این نکته توجه داشت که فرض می‌شود در طول دوره‌ی $[0,1]$ هیچ خرید و فروشی بر روی پرتفوی انجام نمی‌شود. البته این مطلب مانع از خرید و فروش سرمایه‌گذار نیست بلکه فقط بیان‌گر آن است که VaR، ریسک بازار پرتفوی را بر اساس دارایی‌های موجود در آن، در زمان صفر برآورد می‌کند.

- S_1 : ارزش تجمعی دارایی‌های موجود در پرتفوی، در دوره‌ی زمانی ۰ تا ۱.
- R_1 : بردار کلیدی، در حقیقت آن دسته از عوامل ریسک هستند که بر روی S_1 اثر گذارند.

اما شناسایی عوامل ریسک، از طریق تئوری‌های اقتصادی و مالی امکان پذیر است و شناسایی این عوامل بر عهده‌ی تحلیل‌گران، مدیران پرتفوی و سرمایه‌گذاران است.

۳-۱-۲- گام دوم: فرایند نگاشت[۲۸] و فرایند استنباط[۲۹]

این گام شامل دو مرحله است که ترتیب اجرای این دو مرحله، اهمیت دارد. در ابتدا فرایند نگاشت و بعد از آن فرایند استنباط اجرا می‌شود.

مرحله ی اول: فرایند نگاشت

در فرایند محاسبه‌ی VaR، منظور از نگاشت، توابعی هستند که بردارهای ریسک را به یکدیگر ارتباط می‌دهند. اگر Q_1 و $\dot{Q}_1$، بردارهای ریسک در زمان $t = 1$ باشند، تابع نگاشت به صورت ذیل بیان می‌شود:

$$Q_1 = \varphi(\dot{Q}_1) \qquad (4)$$

بنابراین، نگاشت پرتفوی آن نگاشتی است که ارزش یک پرتفوی را به صورت تابعی از یک بردار ریسک، مثل Q_1 تعریف می‌کند.

$$P_1 = \varphi(Q_1) \qquad (5)$$

از نظر ریاضی، تعریف P_1 از دو راه امکان پذیر است:

۱) یک توزیع شرطی[۳۰] برای P_1 مشخص شود.

۲) P_1 به عنوان تابعی از چند بردار تعریف شود.

Archive of SID

www.SID.ir

با توجه به گرایش بازارهای مالی به پیچیدگی، تعیین مستقیم یک توزیع شرطی برای P_1 مشکل است، لذا بر اساس راه دوم:

$$P_1 = w\, S_1 \qquad (6)$$

اما برای تکمیل تعریف P_1، از نظر ریاضی تعریف S_1 از دو راه وجود دارد:

۱) یک توزیع شرطی برای S_1 مشخص شود.

۲) S_1 به عنوان تابعی از چند بردار تعریف شود.

استفاده از هر دو راه امکان‌پذیر است. به جای استفاده از راه اول می‌توان S_1 را به صورت تابعی از بردار تصادفی R_1 تعریف نمود. بنابراین:

$$S_1 = \varphi(R_1) \qquad (7)$$

با توجه به آنچه گفته شد، می‌توان شمایی از نگاشت پرتفوی را داشت:

$$R_1 \xrightarrow[\varphi]{\overbrace{\quad}^{\theta}} S_1 \xrightarrow{w} P_1$$

شکل ۲: شمایی از نگاشت پرتفوی

بدون توجه به تعداد نگاشت ها، نهایتاً P_1 به عنوان برداری تصادفی تعریف می‌شود که این بردار تصادفی، بردار کلیدی R_1 است.

$$P_1 = \theta(R_1) \qquad (8)$$

به طور خاص، اگر ارزش دارایی‌ها به عنوان عوامل کلیدی مورد استفاده قرار گیرند، S_1 هم به عنوان بردار دارایی و هم به عنوان بردار کلیدی در نظر گرفته می‌شود و در این صورت:

$$P_1 = w\, S_1 \qquad (9)$$

مرحله‌ی دوم: فرایند استنباط

در مرحله‌ی دوم از گام اول، عوامل کلیدی ریسک شناسایی شدند. این عوامل، متغیرهای مالی قابل مشاهده هستند و برای آنها داده های تاریخی موجود است. لذا در مرحله‌ی فرایند استنباط، هدف، مشخص کردن توزیع عوامل کلیدی ریسک، مشروط بر اطلاعات موجود در زمان صفر است. فرایند استنباط به اشکال مختلفی انجام می‌گیرد. این فرایند حتی می‌تواند شامل یک فرض ساده در مورد توزیع عوامل ریسک باشد. در عمل، برای دست‌یابی به یک توزیع منطقی، تحلیل سری‌های زمانی به همراه تئوری‌های مالی به کار گرفته می‌شود.

۳-۱-۳- گام سوم: فرایند انتقال

فرایند نگاشت نحوه‌ی تأثیرپذیری پرتفوی از عوامل کلیدی ریسک را مد نظر قرار می‌دهد و فرایند استنباط با نحوه‌ی تعیین توزیع این عوامل کلیدی سروکار دارد.

همان‌گونه که قبلاً گفته شد، در محاسبه‌ی VaR، هدف، رسیدن به توزیع ارزش پرتفوی در دوره‌ی آتی است و مسلماً هیچ یک از مراحل فرایند نگاشت و استنباط به تنهایی نمی‌توانند توزیع ارزش پرتفوی را به دست آورند. بنابراین، فرایند انتقال وظیفه‌ی برقراری پل میان این دو را بر عهده می‌گیرد تا با برقراری ارتباط بین توزیع عوامل کلیدی ریسک و پرتفوی، توزیع ارزش پرتفوی در دوره‌ی آتی به‌دست آید.

۳-۱-۴- گام چهارم: محاسبه‌ی ارزش در معرض در خطر

تا اینجا توزیع ارزش پرتفوی‌ها به‌دست آمده است و اکنون محاسبه‌ی VaR با توجه به (۳) کار دشواری نیست.

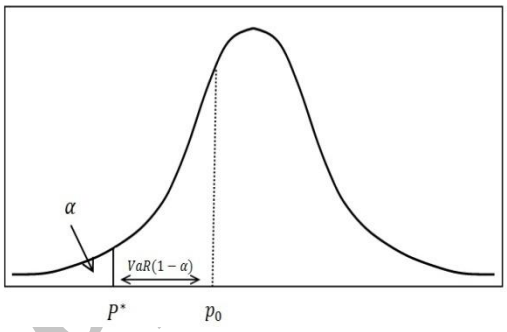
برای تفهیم بیشتر مطالب، به طور مثال اگر تابع توزیع ارزش پرتفوی دارایی ها نرمال و سطح با

Archive of SID
www.SID.ir

معنی α در نظر گرفته شود، با توجه به شکل ۳، P^*، کمترین مقداری است که پرتفوی در طی دوره ی زمانی $(0,1]$ ممکن است اختیار کند، بنابراین

$$VaR = p_0 - F_p^{-1}(\alpha) = p_0 - P^* \qquad (10)$$

که P^*، ارزش بحرانی پرتفوی نامیده می‌شود و در نهایت مقدار VaR به عنوان یک معیار مناسب اندازه‌گیری ریسک بازار به دست می‌آید.



شکل۳: نمایش VaR

بیان این مطلب قابل ذکر است که در اکثر متون مالی، رویکردهای محاسبه‌ی VaR، به سه دسته‌ی پارامتریک[۳۱] ، شبیه سازی تاریخی[۳۲]و شبیه‌سازی مونت کارلو[۳۳] تقسیم بندی می‌شوند. در واقع این رویکردها، نسخه های تجویز شده‌ای هستند که نحوه‌ی طی کردن این فرایند را دیکته می‌کنند. این روش‌ها با در نظر گرفتن مفروضاتی خاص، مدل مناسبی را در اختیار می‌گذارند. اما با افزایش پیچیدگی‌های پرتفوی دیگر نمی‌توان به این رویکردها اکتفا نمود و ارائه‌ی برآورد دقیقی از VaR، مستلزم طی کامل فرایند محاسبه‌ی VaR است، چرا که هیچ نسخه‌ی تجویز شده‌ای را برای محاسبه ی VaR ارایه نمی‌دهد و در مراحل مختلف، جهت تصمیم گیری آزادی عمل می‌دهد. به عنوان مثال، روش پارامتریک با فرض نرمال بودن بازدهی، VaR را محاسبه می‌کند و این در حالیست که در دنیای واقعی به ندرت این اتفاق می‌افتد [۲] ، [۳] و [۴].

۴- نتایج پژوهش

در این بخش فرایند محاسبه‌ی VaR در یک مدل بهینه‌سازی سبد سهام به عنوان مورد مطالعه مدّ نظر قرار گرفته و از آن می‌توان برای تبیین موضوع و یافته‌های تحقیق استفاده نمود. در این مدل، تعداد متناهی دارایی $i = 1,2,\dots,n$ که می‌توانند هر نوع دارایی مثل سهام[۳۴]، اوراق قرضه[۳۵] و یا اختیار معامله[۳۶] باشند، در نظر گرفته می‌شود [۵]. بردار x ، میزان درصد دارایی‌ها در پرتفوی را مشخص می‌کند، بنابراین:

$$x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$$

بردار v نیز بردار عوامل ریسک است که هر نوع ریسک و عدم اطمینان را در بازارهای مالی، مثل نرخ بهره و قیمت سهام نشان می‌دهد.

$$v = (v_1, v_2, \dots, v_m)$$

همچنین، ارزش پرتفوی x برای مقادیر داده شده‌ی عوامل ریسک، با $p(x,v)$ نشان داده می‌شود. در حالت کلی ارزش پرتفوی می‌تواند تابعی غیرخطی پیچیده و یا حتی تابعی گسسته باشد. اما اغلب نسبت به موجودی‌های پرتفوی جدا پذیر است، یعنی:

$$p(x,v) = \sum_{i=1}^{n} p_i(x_i, v) \qquad (11)$$

و یا حتی می‌تواند نسبت به موجودی‌های پرتفوی، خطی باشد:

Archive of SID
www.SID.ir

$$p(x,v)=\sum_{i=1}^{n}x_i p_i(v) \qquad (12)$$

و گاهی می تواند هم نسبت به موجودی های پرتفوی و هم نسبت به عوامل ریسک، خطی باشد مثل موقعی که پرتفوی شامل سهام است و عوامل ریسک، ارزش سهام هستند:

$$p(x,v)=\sum_{i=1}^{n}x_i v_i \qquad (13)$$

در این پژوهش این حالت در نظر گرفته شده که پرتفوی تنها شامل سهام است. بنابراین، ارزش پرتفوی از (۱۳) پیروی می کند. مقادیر عوامل ریسک در زمان $t=0$، مشخص بوده و با v^0 نمایش داده می‌شود. هدف آن است تا ارزش سبد سهام در زمان $t=1$ (پایان افق زمانی) به دست بیاید تا کاهش و یا افزایش ارزش سبد سهام، مشخص گردد. افق زمانی منظور شده می‌تواند چند روز و یا چند هفته در نظر گرفته شود. همچنین، فرض می‌شود که رفتار عوامل ریسک در زمان $t=1$ توسط تابع توزیع احتمال، با چگالی $f(v)$ توصیف شود. رفتار ارزش سبد سهام، $p(x,v)$ نیز، در زمان $t=1$ با تابع چگالی احتمال $\varphi(x,y)$، به صورت زیر بیان می شود:

$$P\{p(x,v)\geq p\}=\int_{p}^{\infty}\varphi(x,y)\,dy \qquad (14)$$

که در آن:

$$\varphi(x,y)=\int_{p(x,v)=y}f(v)dv \qquad (15)$$

ارزش مورد انتظار پرتفوی x در زمان $t=1$ نیز به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\bar{p}(x)=E_v p(x,v)=\int p(x,v)f(v)dv \qquad (16)$$

اکنون می‌توان ارزش در معرض خطر پرتفوی x را تعریف نمود. این تعریف با استفاده از فرایند چهار گامی بیان می‌شود.

گام اول: تعیین موجودی‌های پرتفوی

مرحله ی اول: تعیین موجودی‌های پرتفوی

همان‌گونه که در ابتدای این بخش نیز بیان شد، موجودی‌های پرتفوی، میزان درصد موجود از هر سهم در سبد سهام است که با بردار x نمایش داده شده و n سهم را در خود جای داده است.

$$x=(x_1,x_2,\dots,x_n)$$

دیگر ورودی های این فرایند، داده های تاریخی بازار هستند. در واقع بردار ارزش دارایی‌ها، در طول یک دوره‌ی زمانی، داده های تاریخی این مدل محسوب می‌شوند.

$$v=(v_1,v_2,\dots,v_n)$$

مرحله ی دوم: شناسایی عوامل ریسک

این مرحله مربوط به شناسایی عوامل ریسک است. همان گونه که در توضیحات مربوط به گام اول بیان شد، عامل ریسک، یک متغیر تصادفی است که در طی دوره ی نگهداری ارزش پرتفوی را تحت تأثیر قرار می دهد. با توجه به اینکه پرتفوی فقط شامل سهام است لذا قیمت ریسک به عنوان عامل ریسک محسوب می شود، زیرا ریسک قیمت سهام، ناشی از نوسانات قیمت سهام است. بنابراین، P_1، ارزش آتی سهام و S_1، ارزش بردار دارایی در در پایان دوره ی نگهداری، عوامل ریسک هستند. همچنین S_1 نیز به عنوان بردار کلیدی در نظر گرفته می شود.

Archive of SID

www.SID.ir

گام دوم: فرایند نگاشت و استنباط

مرحله اول: فرایند نگاشت

با توجه به ۲.۱.۳ و همچنین رابطه ی (۱۳)، می توان P_1 را به عنوان تابعی از چند بردار تعریف کرد و نوشت:

$$P_1 = xS_1 \qquad (17)$$

اما از آنجایی که S_1 (ارزش دارایی ها در دوره ی نگهداری)، نامعلوم است و عامل ریسک نیز قیمت سهام است و همچنین ارائه‌ی نگاشت برای S_1 مشکل است، لذا در این مدل ترجیح بر آن است تا توزیعی برای P_1 با شرط موجود بودن ارزش پرتفوی در یک دوره ی زمانی قبل از انجام سرمایه گذاری برآورد شود. این برآورد با استفاده از برآورد چگالی داده ها توسط روش های ناپارامتری مانند روش هموارسازی کرنل امکان پذیر است [۱]. البته ارائه‌ی نگاشت برای S_1 غیرممکن نیست اما نیازمند وارد کردن فاکتورهایی در مدل است [۳].

مرحله ی دوم: فرایند استنباط

بردار ارزش دارایی به عنوان عامل ریسک شناسایی شدند. برآورد توزیع بردار ارزش دارایی نیز با استفاده از روش پارامتری که در قسمت قبل به آن اشاره شد، امکان‌پذیر است. تابع چگالی بردار ارزش دارایی با $f(v)$ نشان داده شده است.

گام سوم: فرایند انتقال

در این گام توزیع ارزش پرتفوی به دست می-آید. چگالی ارزش پرتفوی نیز در رابطه‌ی (۱۵) بیان شد که عبارت است از:

$$\varphi(x,y) = \int_{p(x,v)=y} f(v)dv$$

در عمل، پیدا کردن توزیع احتمال در این رابطه مشکل است، مخصوصاً وقتی پرتفوی شامل صدها سهام گوناگون بوده و تابع ارزش سبد سهام، $p(x,v)$، غیرخطی باشد که البته در این جا تابع ارزش سبد سهام خطی است اما این سبد شامل سهام است، بنابراین با استفاده از روش برآورد چگالی داده ها این امر امکان پذیر است. اکنون توزیع ارزش پرتفوی عبارت است از:

$$1-\alpha = \mathrm{P}\big((x,\mathrm{y}) \geq p^*\big) = \int_{p^*}^{\infty} \varphi(x,y)\,dy \qquad (18)$$

در آن، $1-\alpha$، سطح اطمینانی است که مقدار آن معمولاً ۹۵٪ یا ۹۹٪ فرض می شود. معادله ی (۱۸) نسبت به p^* حل می شود. این معادله بیان می‌کند که ارزش سبد سهام در زمان $t=1$ با احتمال $1-\alpha$، حداقل $p^* = p^*(x)$ است.

گام چهارم: به دست آوردن VaR

با توجه به آن چه در بخش قبل گفته شد، اگر ارزش جاری پرتفوی با $p(x,v^0)$ بیان شود، VaR، اختلاف بین $p(x,v^0)$ و $p^*(x)$ خواهد بود:

$$VaR(x) = p(x,v^0) - p^*(x) \qquad (19)$$

در حقیقت VaR، حداکثر مقداری است که ارزش سبد سهام، با احتمال $1-\alpha$، می تواند کمتر از ارزش مورد انتظار شود.

اکنون می توان مسأله‌ی بهینه سازی پرتفوی را با هدف بیشینه ساختن بازدهی با قیدی بر روی ریسک بیان نمود. همان‌گونه که گفته شد، x_iها، بیان‌گر میزان هر سهم در پرتفوی هستند و در نتیجه درصد هر کدام باید به گونه‌ای باشد که مجموع همه ی آن ها، کل پرتفوی را تشکیل دهد. بنابراین

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1 \quad , x_i \geq 0$$

Archive of SID

www.SID.ir

همچنین، فرض کنید که V سطح قابل قبولی از ریسک باشد که معین شده است. مدل عبارت است از:

$$Maximize \quad \int p(x,v)f(v)dv \qquad (20)$$

$$subject\ to: \quad \int p(x,v)f(v)dv - p^*(x) \leq V \qquad (21)$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1 \quad ,x_i \geq 0 \qquad (22)$$

که در آن، $p^*(x)$، حل معادله ی زیر نسبت به p^* است.

$$\int_{p^*}^{\infty}\left[\int_{p(x,v)=y} f(v)dv\right]dy = c \qquad (23)$$

و بنابراین مدل مورد نظر قابل پیاده‌سازی در یک سرمایه‌گذاری می‌باشد.

۵- نتیجه گیری

در این پژوهش، فرایند چهار گامی محاسبه ی VaR، به عنوان یک معیار مهم در اندازه‌گیری ریسک در بازارهای مالی شرح داده شد و از آن درچگونگی محاسبه‌ی ریسک (ارزش در معرض خطر) یک مدل بهینه‌سازی پرتفوی استفاده شد. همچنین مراحل به‌دست آوردن این معیار ریسک به طور کامل با گام‌های فرایند، از معرفی ورودی‌ها تا رسیدن به فرمول مورد نظر محاسبه‌ی معیار ریسک، تطبیق داده شد. دلیل استفاده از این فرایند در مدل بهینه‌سازی مورد نظر، عدم وجود توزیعی خاص بر روی توزیع بازده دارایی های پرتفوی است. استفاده از این فرایند بر خلاف روش هایی که اکثراً استفاده می شوند، مستلزم در نظر گرفتن فرض خاصی بر روی مدل نبود و در نتیجه در شرایطی که پرتفوی‌ها با پیچیدگی روبرو هستند، استفاده از این فرایند مطمئن‌تر است.

مراجع

۱) پژوهشکده ی آمار، (۱۳۸۴)، *برآورد چگالی داده ها و پارامترها، چاپ اول، نشر پژوهشکده آمار.*

۲) راعی، ر.، سعیدی، ع.، (۱۳۸۸)، *مبانی مهندسی مالی و مدیریت ریسک، چاپ* چهارم، انتشارات سمت.

۳) شرکت ماتریس تحلیلگران سیستم های پیچیده، (۱۳۸۸)، *ریسک بازار بارویکرد ارزش در معرض خطر، چاپ اول، نشر آتی نگر.*

4) Dowd, k., (2005), Measuring MarkrtRisk, second edition, John Willey and Sons Ltd.Gaivoronski, A., Pflug, G., (2001), Valueat Risk in Portfolio Optimization: Properties of Computational Approach, NTNU, Department Industrial Economics and Technology Management, Trondheim, Norway, Working Paper.

5) Markowitz, H., (1952), Portfolio Selection, The Journal of Finance 7(1), 77-91.

6) Pholipper, J., (1996), Risk2: Measuring the Riak in Value at Risk,Financial Analysts Journal, 47-56

یادداشت‌ها

[1] Risk
[2] Valu at Risk
[3] Four-step process calculating for VaR
[4] Portfolio
[5] Hilderth 1988
[6] Market Risk
[7] Credit Risk
[8] Liquidity Risk
[9] Operational Risk
[10] Movements
[11] Volatilies
[12] Equity Risk
[13] Fixed Income Sequrities Risk
[14] Exchange Rate Risk
[15] Commodity Risk
[16] Defult
[17] Harry Markowitz
[18] Bamul
[19] Guldiman
[20] JP Morgan
[21] Basel
[22] Bond

Archive of SID
www.SID.ir

[23] Option
[24] Risk Factors
[25] Risk Vector
[26] Asset Vector
[27] Key Vector
[28] Mapping Process
[29] Inference Process
[30] Conditional Distribution
[31] Parametric Methods
[32] Historical Simulation
[33] Monte Carlo Simulation
[34] Stock
[35] Bond
[36] Option

Archive of SID

www.SID.ir