فصلنامه علمی پژوهشی
دانش مالی تحلیل اوراق بهادار
سال نهم، شماره بیست و نهم
بهار ۱۳۹۵

تاثیر وابستگی ساختاری بر تغییرات مرز کارا پرتفوی و مقایسه آن با روش سنتی در بورس اوراق بهادار تهران: توابع مفصل

مهدی صالحی[۱]
سمانه زمانی مقدم[۲]

تاریخ دریافت: ۹۳/۵/۸ تاریخ پذیرش: ۹۳/۱۰/۱

چکیده

مسئله بهینه سازی مارکویتز و تعیین مرز کارای سرمایه گذاری، زمانی که تعداد دارایی های قابل سرمایه گذاری و محدودیت های موجود در بازار کم باشد، توسط مدل های ریاضی حل شدنی است. اما این شیوه های ریاضی پاسخ های مختلفی ارایه می دهند که گاهی بعضی از آن ها دقیق تر و کاملتر می باشد. در این مقاله ما به بررسی وابستگی ساختاری بین نرخ مبادله دلار و سری های زمانی شاخص های بورس اوراق بهادار تهران و تاثیر آن بر مرز کارا پرتفوی پرداخته ایم. نتایج نشان می دهد که شاخص های مورد مطالعه دارای وابستگی دمی بالایی کمتر نسبت به وابستگی دمی پایینی می باشد، (این بدان معناست که با کاهش نرخ مبادله دلار شاخص ها کاهش می یابند اما با افزایش نرخ مبادله دلار در شاخص های پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران افزایش کمتری مشاهده می شود). همچنین ما برنامه بهینه سازی جدید را پیشنهاد می کنیم که در آن ریسک به وسیله ارزش در معرض خطر و بازده آن توسط تابع مفصل برآورد شده است، در این روش تغییرات قابل توجهی در مرز کارا پرتفوی مشاهده می شود.

واژه‌های کلیدی: مرز کارا، وابستگی ساختاری، توابع مفصل، ارزش در معرض خطر.

۱- استادیار گروه حسابداری دانشگاه فردوسی مشهد
۲- دانشجوی کارشناسی ارشد علوم و تحقیقات خراسان جنوبی samaneh.zamany@yahoo.com

Archive of SID
www.SID.ir

۱- مقدمه

بورس به عنوان بخشی از بازار مالی تاثیر بسیار زیادی در توسعه اقتصادی کشورها دارد، بطوریکه بسیاری از پژوهشگران رشد بازار اوراق بهادار را همگام با سایر بخش های مالی زمینه ساز توسعه می شناسند.

بورس مزایای زیادی را برای سرمایه گذاران و مشارکت کنندگان این بازار فراهم می کند. جمع آوری سرمایه های جزئی و پراکنده و انباشت آن برای تجهیز منابع مالی شرکت ها، قابلیت نقدشوندگی و هزینه کم سرمایه گذاری از جمله این مزایاست (زراء نژاد، حیدری بهنوییه، ۱۳۹۱).

برای انجام یک سرمایه گذاری درست در اوراق بهادار معمولا دو مرحله کلی پیشنهاد می گردد: نخست تجزیه و تحلیل اوراق بهادار و سپس مدیریت پورتفوی.

منظور از مرحله ی اول، شناخت و ارزشیابی اوراق بهادار است، یعنی دانستن اینکه قیمت واقعی، بازدهی، ریسک و کیفیت هر اوراق بهادار چگونه است. در مرحله دوم، سرمایه‌گذار با تشکیل سبد سرمایه گذاری و مدیریت آن سعی در کاهش ریسک و افزایش بازدهی می‌نماید (شهرآبادی، ۱۳۸۹).

سرمایه گذاران همواره به دنبال بیشترین بازده ممکن می باشند. اما در این راستا آن ها باید به ریسک مربوط به سرمایه گذاری نیز توجه کنند و در صورتی تحمل ریسک را پذیرا شوند که از بابت آن، ما به ازاء مناسبی عایدشان شود. به عبارتی در هر تصمیم گیری برای سرمایه گذاری، دو فاکتور از اهمیت به سزایی برخوردار بوده و مبنای امر سرمایه گذاری می باشند، این دو فاکتور ریسک و بازده هستند. هر سرمایه گذاری که افزایش ارزش سرمایه گذاری های خود را تعقیب می نماید، مجبور است که ریسک و عوامل تشکیل دهنده آن و بازده سرمایه گذاری را شناسایی و محاسبه نماید(جان حال[1]، ۱۹۴۶).

مفاصل که اولین بار توسط اسکلار (۱۹۵۹) معرفی شده است، ساختارهای وابستگی مورد مطالعه را از توزیع های حاشیه ای منفک می سازد. در اقتصاد این توابع به خوبی توانسته اند وابستگی متغیرهای ریسک را مدل سازی نمایند و از این منظر مورد توجه اقتصاددانان می باشند. یک رده مهم از مفاصل به نام مفاصل ارشمیدسی به دلیل انعطاف پذیری و سادگی محاسبات مورد توجه می باشند (راسخی نژاد،۱۳۹۱).

یکی از راه های کنترل ریسک سرمایه گذاری، تشکیل پرتفوی می باشد چرا که تجزیه و تحلیل اوراق بهادار در برگیرنده تخمین مزایای تک تک سرمایه گذاری هاست، در حالی که تجزیه و تحلیل پرتفوی، شامل تجزیه و تحلیل ترکیبی از سرمایه گذاری ها است. در این تحقیق قصد آن است که کاربرد مدل ارزش در معرض خطر (VAR) و توابع مفصل برای انتخاب پرتفوی بهینه سهام برای استفاده سرمایه گذاران و سایر ذی نفعان مورد آزمون قرار گیرد.

۲- مبانی نظری و مروری بر پیشینه پژوهش

۲-۱- ریسک

ریسک جزء جدایی ناپذیر زندگی انسان ها و سازمان هاست و موفقیت در تصمیم گیری ها، با یک نوع ریسک یا طیف متنوعی از ریسک ها روبرو است. ریسک یا خطر در هر فعالیتی که احتمال موفقیت صد درصد نباشد، وجود دارد. پذیرش

Archive of SID
www.SID.ir

ریسک به خودی خود بد نیست، مهم این است که بدون دلیل منطقی در معرض ریسک قرار نگیریم. از دیدگاه مالی، کسب بازده، پذیرش ریسک را توجیه می کند، اما این موضوع شرایط و مسائل مهم و دقیقی را نیز به همراه می آورد. وجود ریسک می تواند تصمیم گیری قطعی را کلی کند ویا راهکار دیگری بطلبد(حنیفی،۱۳۸۲). برخی از مولفین و مترجمین، کلمه ریسک را مترادف با خطر و مخاطره دانسته اند. مفهوم ریسک به ویژه زمانی که به صورت مجرد مورد بحث قرار می گیرد، گسترده تر از دو مترادفی است که در زبان فارسی رایج گردیده است.

۲-۲- ارزش در معرض خطر (VaR)

ریسک نشانگر عدم اطمینان نسبت به انتظارات در آینده است و در نتیجه سرمایه گذار نسبت به آینده دچار نگرانی می شود. تا زمانی که این عدم اطمینان کمی نشود، قیمت گذاری دارایی های مالی، از عوامل تعیین کننده ی نرخ بازده مورد انتظار سرمایه گذاران است و این نرخ نیز تعیین کننده ی قیمت دارایی های مالی است.

تاکنون برای اندازه گیری ریسک، معیارهای مختلفی ارائه شده است. شاخص های اندازه گیری ریسک برای اولین بار از طریق مطالعات شاخص های پراکندگی آماری محاسبه گردیدند و از آن به بعد روش های جدیدتری معرفی شدند که همگی از روش های آماری استفاده می کنند. یکی از این معیارها ارزش در معرض خطر است.

برای اولین بار در سال ۱۹۵۲ هری مارکویتز با ارایه ی مدلی مبتنی بر ریسک و بازده، مقوله ی ریسک را در کنار بازده قرار داد و انحراف معیار را به عنوان معیار ریسک تلقی کرد.

عبارت ارزش در معرض خطر تا اولین دهه ی سال ۱۹۹۰ وارد ادبیات مالی نشده بود اما سرچشمه ی آن به سال ها قبل بر می گردد. مفهوم ارزش در معرض خطر، اولین بار توسط بامول در سال ۱۹۶۳ به هنگام بررسی مدلی با عنوان (معیار حد اطمینان بازدهی مورد انتظار) پیشنهاد شد و مبدع واژه ی (ارزش در معرض خطر)، گولدیمان، مدیر بخش تحقیقات بانک جی.پی مورگان، در اواخر سال ۱۹۸۰ بود و مدل آن برای اولین بار در سال ۱۹۹۶ توسط همین بانک معرفی شد. این معیار، تمامی انواع ریسک را در یک عدد خلاصه می کرد و مقدار سرمایه ای را که مورد زیان قرار می گرفت، تعیین می کرد. این معیار ریسک، معیاری جذاب بود و هر روز به کاربردها و روش های محاسباتی آن افزوده می شد. (VAR) به عنوان یک معیار اندازه گیری ریسک، قابلیت اندازه گیری انواع ریسک را دارد و فقط مختص اندازه گیری ریسک بازار نیست. به عنوان مثال، در حیطه ی ریسک اعتباری، ارزش در معرض خطر اعتباری و در حیطه ی ریسک عملیاتی، ارزش در معرض خطر عملیاتی وجود دارد (سجادی، فتحی، ۱۳۹۲).

۲-۳- مفهوم سرمایه گذاری

ضرورت سرمایه گذاری برای رشد و توسعه اقتصادی هر کشور انکار ناپذیر است. برای فراهم ساختن وجوه مورد نیاز منابعی برای تأمین سرمایه لازم خواهد بود. بهترین منبع برای تأمین سرمایه پس اندازهای مردم است. هدایت صحیح و درست وجوه سرگردان به سمت سرمایه گذاری های مولد، افزایش

Archive of SID
www.SID.ir

تولیدات و رشد ناخالص ملی، ایجاد اشتغال و افزایش درآمد سرانه و نهایتاً رفاه عمومی را در پی خواهد داشت. پس باید یک ساز و کار قوی، این پس اندازها را به سوی بخش های تولیدی سوق دهد و نیاز مالی آنها را فراهم کند. در این فرآیند، بورس اوراق بهادار می تواند سهم عمده ای داشته باشد چرا که سرمایه های مردم را به سمت تولید سوق داده و از طریق شرکت های کارگزاری به مؤسسات تولیدی و بازرگانی می سپارد. از لحاظ عرضه سرمایه نیز سرمایه گذاران باید بکوشند پس اندازهای خود را در جایی سرمایه گذاری کنند که بیشترین بازده را داشته باشد(شهرآبادی و بشیری،۱۳۸۹).

۲-۴- تعریف سرمایه گذاری

تعریف های گوناگون و در عین حال مشابهی از مفهوم واژهٔ سرمایه گذاری ارائه شده است. می توان گفت سرمایه گذاری عبارت است از تبدیل وجوه مالی به یک یا چند نوع دارائی دیگر که با هدف به دست آوردن سود، برای مدتی در زمان آینده نگهداری خواهد شد. به بیانی دیگر، منظور از سرمایه گذاری، صرف نظر از هزینه کردن پول یا دیگر منابع مالی، در زمان حاضر، به همراه پذیرفتن ریسک (خطر)مشخص یا نامشخص برای کسب سود در آینده می باشد. مهمترین هدف سرمایه گذاری، کسب سود و کاهش هزینه های فرصت می باشد، به این معنی که ممکن است فرد، پول مازاد راکدی داشته باشد که بتواند آن را در محلی برای سرمایه گذاری و کسب سود به کارگیرد، اما به علت عدم آگاهی، آن فرصت کسب سود را از دست بدهد. سرمایه گذاری میتواند در دارائی های مالی و دارائی های واقعی انجام شود (شهرآبادی و بشیری،۱۳۸۹).

۲-۵- ریسک و بازده سرمایه گذاری

شناخت مفهوم ریسک و بازده، و نوع رابطه و اثرگذاری آن دو بر یکدیگر، از ضروریات اولیه در مبحث سرمایه گذاری است.

هر سرمایه گذاری که افزایش ارزش سرمایه گذاری های خود را تعقیب می نماید مجبور است که ریسک و عوامل تشکیل دهنده آن و بازده سرمایه گذاری را شناسایی و محاسبه نماید.

عموماً اعتقاد بر این است که قیمت دارایی ها به صورت حساس نسبت به اخبار و رویدادهای اقتصادی عکس العمل نشان می دهد که بعضی از این رویدادها تأثیرات شدیدی بر روی قیمت دارایی ها دارد، برخی از این عوامل اثرگذار عبارتند: عوامل اقتصادی(متغیرهای کلان و ...) عوامل سیاسی، عوامل تکنولوژیکی و عوامل اجتماعی، همچنین رقبا، اعتبار دهندگان، مشتریان، بازار نیروی کار و عرضه کنندگان (تامین کنندگان) (شهرآبادی و بشیری،۱۳۸۹).

۲-۶- ارزش در معرض خطر و انتخاب پرتفوی

همان گونه که پیش از این نیز عنوان شد، ارزش در معرض خطر، یکی از شاخص هایی است که در سال های اخیر در زمینه مدیریت ریسک سرمایه گذاری ها، به میزان زیادی مورد توجه قرار گرفته است.

این شاخص نشان می دهد که با گزینش یک پرتفوی مشخص، با X درصد اطمینان، حداکثر ضرر در N روز آینده، V خواهد بود. برای تخمین میزان ارزش در معرض خطر، روش های مختلفی از جمله مدل های خطی و مدل های درجه دوم پیشنهاد شده است که با توجه به داده های موجود و همچنین نوع دارایی های پرتفوی، می توان هریک از این روش ها

Archive of SID
www.SID.ir

را به کار برد (هول،۲۰۰۰). در زمینه انتخاب پرتفوی بهینه با استفاده از این معیار به عنوان مثال می توان به کار انجام شده توسط یو[۲] در سال ۲۰۰۰ اشاره نمود. این محقق با استفاده از ارزش در معرض خطر و با فرض حداکثر سازی مطلوبیت مورد انتظار، اقدام به انتخاب پرتفوی بهینه برای یک دارایی ریسکی و یک دارایی غیر ریسکی در دو سناریو از دو سطح مختلف میانگین و انحراف معیار قیمت ها نموده است. نتایج حاصل از این مطالعه نشان داد که در شرایط عدم اعمال محدودیت شاخص VaR، با طولانی تر شدن دوره سرمایه گذاری، حداکثر مقدار سرمایه گذاری در دارایی ریسکی، در سطح پایین تری از ارزش پرتفوی انجام می گیرد. به عبارت دیگر، با افزایش طول دوره سرمایه گذاری در دارایی ریسکی، احتمال این که میزان کاهش ارزش پرتفوی انجام می گیرد. به عبارت دیگر، با افزایش طول دوره سرمایه گذاری در دارایی ریسکی، احتمال اینکه میزان کاهش ارزش پرتفوی از سطح مجاز VAR بیشتر گردد، افزایش می یابد. بنابراین در شرایط سرمایه گذاری های بلندمدت، در سطوح بالای ارزش پرتفوی، باید سرمایه گذاری کمتری در دارایی های ریسکی انجام پذیرد (فرید و همکاران،۱۳۸۹).

۲-۷- پیشینه پژوهش

امبرچت[۳](۲۰۰۳) از مفهوم وابستگی دمی در کاربردهای مالی برای بررسی روابط بین بازارها یا اعتبار ریسک پذیری استفاده کرد.

اریک کول و همکاران[۴](۲۰۰۵) در تحقیقی به آزمون تابع مفصل در مدل های وابسته مالی پرداختند. آن ها از شاخص های NASDAGH و S&P500 استفاده کردند و برای آزمون از سه رویکرد ۱. تابع مفصل نرمال، ۲. تابع مفصل ارشمیدسی و ۳. تابع مفصل ترکیبی. نتایج نشان داد که تابع مفصل نرمال و تابع مفصل t-student بالاترین ارزش توابع مفصل را نشان می‌دهد.

کتی[۵]و تونی[۶](۲۰۰۹) به بررسی وابستگی دمی بین حجم تجارت و سود در بازارهای شرق آسیا با روش تابع مفصل پرداختند و کتی (۲۰۰۹) به بررسی ساختار همبستگی بین بازار سهام و بازار بورس خارجی با استفاده از تابع مفصل پرداخت.

اکسیوبیاو و پو[۷](۲۰۰۹) در مقاله ای اندازه گیری ارزش در معرض خطر با استفاده از توابع مفصل را بررسی کردند. آن ها به جمع آوری انواع ریسک مانند ریسک اعتباری و بازار پرداختند. نتایج نشان می دهد که ریسک اندازه گیری شده با توابع مفصل برای شرکت‌ها دقیق تر می باشد. آن‌ها یافتند که شرکت‌ها معمولا ریسک اعتباری را نادیده می‌گیرند.

نوینا و بتی [۸](۲۰۱۲) به بررسی رابطه بین قیمت نفت و بازار سهام در چین و ویتنام با استفاده از توابع مفصل و روش های پارامتریک و ناپارامتریک پرداختند. آنها دریافتند بین قیمت جهانی نفت و شاخص بازار سهام ویتنام، وابستگی دمی پایین وجود دارد، در حالی که این رابطه برای بازار سهام چین نتیجه ای عکس دارد.

بوباکر هنی و نادیا اسقیر[۹](۲۰۱۳) در مقاله ای تاثیر حافظه بلند مدت را بر وابستگی ساختاری بین یک جفت بازده بازار سهام و یک جفت بازده نرخ مبادله بررسی کردند و نتیجه گرفتند که وجود حافظه بلند مدت هم وابستگی ساختاری بین بازده های مالی و هم مرز کارا را تحت تاثیر قرار می دهد.

راسخی نژاد، جمهوری و نیلی ثانی (۱۳۹۱) به بررسی روش‌های برآورد مفصل و پارامترهای آن پرداخته‌اند در مقاله‌ای مفصل ارشمیدسی مناسب به

Archive of SID
www.SID.ir

قیمت سهام شرکت های نفت بهران و نفت پارس برازش و پارامترهای آن ها را برآورد و به وسیله مفاصل قیمت سهام هر یک از دو متغیر را پیش بینی کرده‌اند.

زراء نژاد، برزی و حیدری بهنوییه (۱۳۹۱) با استفاده از تابع مفصل به بررسی وابستگی دمی بین دو متغیر شاخص قیمت سهام و قیمت جهانی نفت، و همچنین قیمت جهانی طلا و شاخص قیمت سهام پرداخته‌اند. نتایج تحقیق نشان داد که بین قیمت نفت و شاخص قیمت سهام وابستگی دمی بالایی وجود دارد، به این معنی که قیمت بسیار زیادنفت باعث افزایش شدید شاخص قیمت سهام شده است، ولی بین قیمت جهانی نفت و شاخص قیمت سهام وابستگی دمی پایینی وجود ندارد، یعنی قیمت بسیار پایین فرآورده های نفتی وابستگی چندانی با شاخص قیمت سهام ندارد. نتایج حاصل از بررسی قیمت جهانی طلا با روش یاد شده نیز مشابه نتایج قیمت جهانی نفت است.

۳- فرضیه پژوهش

بین نرخ مبادله دلار و شاخص های پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران وابستگی ساختاری وجود دارد.

وابستگی ساختاری بین شاخص های پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران بر روی مرز کارای بهینه سازی تاثیر گذار است.

۴- روش‌شناسی پژوهش

این تحقیق از لحاظ همبستگی و روش شناسی از نوع شبه تجربی و در حوزه تحقیقات پس رویدادی و اثباتی حسابداری قرار دارد. این تحقیق با استفاده از اطلاعات واقعی صورت می گیرد و چون می تواند در فرآیند استفاده از اطلاعات کاربرد داشته باشد، لذا نوعی تحقیق کاربردی محسوب می شود. اطلاعات مورد نیاز این تحقیق از گزارش های بورس اوراق بهادار ایران جمع آوری شده است. جمع آوری داده ها با استفاده از نرم افزار پایگاه های داده ای رهآورد نوین صورت گرفته است. پس از جمع آوری اطلاعات مربوطه، با استفاده از نرم افزاراقتصادسنجی Oxmetrics، نرم افزار R، نرم افزار مطلب و EVIEWS اقدام به آزمون فرضیه ها گردیده است.

۴-۱- توابع مفصل

اسکلار[۱۰] (۱۹۵۹) برای اولین بار توابع مفصل را در قضیه‌ی به صورت زیر معرفی کرد.

قضیه اسکلار: فرض کنید که $H(x,y)$ تابع توزیع توأم برای دو متغیر تصادفی X و Y با توابع توزیع حاشیه‌ای $F(x)$ و $G(y)$ باشد. در این صورت تابع مفصلی مانند C وجود دارد، به طوری که برای هر x و y در R داریم:

رابطه(۱)

$$H(x,y) = C\big(F(x), G(y)\big)$$

با مشتق گرفتن از دو طرف معادله (۱) داریم :

رابطه(۲)

$$\frac{\partial^2 H(x,y)}{\partial_x \partial_y} = \frac{\partial^2 C(F(x),G(y))}{\partial F \partial G} f(x) f(y)$$

۴-۲- به دست آوردن وابستگی دمی برای خانواده توابع مفصل ارشمیدسی

وابستگی دمی بالایی و پایینی به صورت زیر می‌باشند:

Archive of SID
www.SID.ir

رابطه(۳)

$$\lambda_U(u) = \lim_{u\to 0} \frac{1-2u+C(u,v)}{1-u}$$

رابطه(۴)

$$\lambda_L(u) = \lim_{u\to 0} \frac{C(u,v)}{u}$$

بنابراین برای تابع مفصل ارشمیدسی با تابع مولد φ ضرایب وابستگی دمی بالایی و پایینی به صورت زیر هستند:

رابطه(۵)

$$\lambda_U(u) = 2 - \lim_{u\to 0} \frac{1-\varphi^{[-1]}\left(2\varphi(u)\right)}{1-u}$$

رابطه(۶)

$$\lambda_L(u) = \lim_{u\to 0} \frac{\varphi^{[-1]}\left(2\varphi(u)\right)}{u}$$

۴-۳- توابع مفصل ارشمیدسی

تابع مفصل کلایتون[11]

این تابع مفصل برای اولین بار توسط کلایتون (۱۹۷۸) معرفی شد که توابع توزیع و چگالی آن به صورت زیر می‌باشند:

رابطه(۷)

$$C(u,v) = (u^{-\Theta} + v^{-\Theta} - 1)^{\frac{-1}{\Theta}} \qquad \Theta \geq 0$$

رابطه(۸)

$$c(u,v) = (\Theta+1)\left(u^{-\Theta} + v^{-\Theta} - 1\right)^{\frac{-2}{\Theta}} (uv)^{-\Theta-1} \qquad \Theta \geq 0$$

کلایتون (۱۹۷۸) برای تابع مفصل کلایتون با پارامتر θ خصوصیات زیر را بیان کرد.

۱) اگر $\theta \to 0$، آن گاه تابع مفصل کلایتون نشان دهنده استقلال بین توزیع‌های حاشیه‌ای است.

۲) اگر $\theta \to \infty$، آن گاه تابع مفصل کلایتون حدود بالایی فرچه – هافدینگ را نتیجه می‌دهد.

۳) تابع مفصل کلایتون وابستگی دمی پایینی را به خوبی نشان می‌دهد.

هو[12] (۲۰۰۲) تابع مولد تابع مفصل کلایتون را به صورت زیر معرفی کرد.

رابطه(۹)

$$\varphi(t) = \frac{t^{-\Theta} - 1}{\Theta}$$

تابع مفصل فرانک[13]:

این تابع مفصل برای اولین بار توسط فرانک (۱۹۷۹) معرفی شد، که توابع توزیع و چگالی آن به صورت زیر می‌باشند.

رابطه(۱۰)

$$C(u,v) = \frac{-1}{\Theta} ln\left[1 + \frac{(e^{-\Theta u}-1)(e^{-\Theta v}-1)}{e^{-\Theta}-1}\right] \quad \theta \in R - \{0\}$$

$$c(u,v) = -\frac{\Theta e^{-\Theta(u+v)}\left(e^{-\Theta}-1\right)}{[e^{-\Theta(u+v)} - e^{-\Theta u} - e^{-\Theta v} + e^{-\Theta}]^2}$$

فرانک (۱۹۷۹) برای تابع مفصل فرانک با پارامتر θ خصوصیات زیر را بیان کرد.

۱) اگر $\theta > 1$ بیانگر وابستگی مثبت است.

۲) اگر $\theta \to \infty$ تابع مفصل فرانک نشان دهنده کران بالایی فرچت– هافدینگ است.

۳) اگر $\theta \to 0$ استقلال بین توزیع‌های حاشیه‌ای را نشان می‌دهد.

۴) اگر $\theta < 1$ بیانگر وابستگی منفی می‌باشد.

۵) اگر $\theta \to -\infty$ تابع مفصل فرانک کران پایینی فرچه – هافدینگ را نتیجه می‌دهد.

هو (۲۰۰۲) تابع مولد تابع مفصل فرانک را به صورت زیر معرفی کرد.

Archive of SID

www.SID.ir

رابطه(۱۱)

$$\varphi(t) = -\ln\left(\frac{e^{-\theta t}-1}{e^{-\theta}-1}\right) \qquad \theta \neq 1$$

تابع مفصل گامبل[۱۴]:

این تابع مفصل برای اولین بارتوسط گامبل (۱۹۶۰) معرفی شد، که توابع توزیع و چگالی آن به صورت زیر می‌باشند.

رابطه(۱۲)

$$C(u,v) = exp\left(-\left((-logu)^{\theta} + (logv)^{\theta}\right)^{\frac{1}{\theta}}\right)$$

$$c(u,v) = \frac{(-[(-logu)(-logv)]^{\theta-1})}{uv}\{(\theta - 1)\left[((-logu)^{\theta} + (-logv)^{\theta})^{\frac{1}{\theta}}\right] + 1\}$$

گامبل (۱۹۶۰) برای تابع مفصل گامبل با پارامتر θ خصوصیات زیر را بیان کرد.

۱) اگر $\theta = 1$ استقلال بین توزیع‌های حاشیه‌ای را نشان می‌دهد.

۲) اگر $\theta \to \infty$ تابع مفصل گامبل نشان دهنده کران بالایی فرچه – هافدینگ است.

۳) تابع مفصل گامبل وابستگی دمی بالایی را به خوبی نشان می‌دهد.

هو (۲۰۰۲) تابع مولد تابع مفصل گامبل را به صورت زیر معرفی کرد.

رابطه(۱۳)

$$\varphi(t) = (-ln(t))^{\theta} \qquad \theta \geq 1$$

۴-۴- روش‌های محاسبه ارزش در معرض خطر[۱۵]

در سال های اخیر مطالعات محققان مالی در خصوص معیارهای محاسبه ریسک بازار به مطالعه در خصوص روش های محاسبه دقیق تر ارزش در معرض ریسک متمرکز شده است. روش های محاسبه ارزش در معرض ریسک به دو نوع پارامتریک و ناپارامتریک تقسیم می‌شود. روش پارامتریک به روش واریانس–کوواریانس و برخی روش‌های تحلیلی خلاصه می‌شود و روش ناپارامتریک نیز شامل شبیه سازی تاریخی و شبیه سازی مونت کارلو است.

روش پارامتریک

این روش شامل دو فرض اساسی است که البته باعث محدودیت های این روش می شود. این دو فرض عبارتند از:

– بازده دارایی دارای توزیع نرمال است.

– بین عوامل ریسک بازار و ارزش دارایی رابطه خطی وجود دارد.

با تفسیر تعریف ارزش در معرض ریسک احتمال اینکه ارزش پرتفو با انحراف معیار بازدهی مشخص و با سطح احتمال معین از ارزش مفروض کمتر باشد از طریق معادله زیر قابل اندازه گیری است:

رابطه(۱۴)

$$Var = M.Za\sqrt{QT}$$

VAR :ارزش در معرض ریسک

M: ارزش بازار دارایی a: سطح اطمینان

Q: انحراف معیار

T : طول دوره زمانی محاسبه بازده

تعیین مبلغ در معرض ریسک این اطمینان را به سرمایه گذار می دهد که با نگهداری مبلغ محاسبه شده توسط شاخص ارزش در معرض ریسک، حتی در صورت تحقق حداکثر زیان بتواند تعهدات خود را ایفا کند، به همین علت این شاخص معیاری مناسب برای تعیین حد کفایت سرمایه برای بازارها و

Archive of SID

www.SID.ir

نهادهای مالی نیز مورد استفاده قرار می گیرد، به طوری که کمیته بال سال ۱۹۹۵ استفاده از این معیار را برای تعیین حد کفایت سرمایه برای بانک ها الزامی کرده است.

روش شبیه سازی تاریخی

روش شبیه‌سازی ساده‌ترین روش غیر پارامتریک بوده و نیازی به پیش فرض در مورد توزیع احتمال بازده دارایی یا دارایی‌های مالی وجود ندارد، بنابراین این روش مدل ندارد. در این روش فرض براین است که رفتار بازدهی مالی مانند رفتار گذشته آن است وتوزیع احتمال بازده در گذشته عیناً توزیع احتمال آتی دارایی مالی نیز است و روند تغییرات قیمت در گذشته در آینده نیز ادامه خواهد داشت. به عبارت دیگر تغییرپارامترهای بازار در گذشته مورد ارزیابی قرار می گیرد و بر آن اساس پرتفوی موجود نیز مشابه تغییرات گذشته ارزیابی و ریسک آن محاسبه می شود.به این صورت تغییرات پارامترهای بازاردرگذشته به آینده نسبت داده می‌شود و تغییرات آتی تخمین زده می شود. فرمول ارائه شده در روش واریانس – کو واریانس در این قسمت نیز استفاده می شود و تنها انحراف معیار به روش شبیه سازی تاریخی محاسبه می شود. مراحل روش شبیه سازی تاریخی را می توان بدین صورت برشمرد:

۱- دارایی مالی مشخص می شود.

۲- عوامل موثر بازده بر ارزش دارایی (نرخ بهره و ارز) تعیین می شود.

۳- اگر فقط یک نوع دارایی مالی مفروض باشد توضیح بازده تاریخی سهام مورد نظر را براساس اطلاعات تاریخی در دسترس تهیه می کنیم. در این حالت دوره محاسبه بازده باید مشخص وتعیین شده باشد. در سطح اطمینان ۵ درصد پایین نرخ بازده تاریخی با ضرب کردن آن در ارزش سهام ارزش در معرض ریسک محاسبه می شود.

۴- در صورتی که ارزش را برای پرتفوی سهام متشکل از انواع دارایی های مالی محاسبه کنیم باید ارزش روز پرتفوی را مجدداً ارزش گذاری کنیم، بنابراین به تعداد اطلاعات تاریخی در دسترس پرتفوی سرمایه گذاری ارزش گذاری مجدد می شود. تهیه و توزیع ارزش پرتفوی و سود و زیان آخرین مرحله است.

محدودیت این روش فرض یکسان بودن گذشته و آینده است که تا حدی بر اعتبار این روش اثر منفی می گذارد.

روش مونت کارلو

دومین روش از روش های ناپارامیک روش مونت کارلو است. در این روش نیز فرض نرمال بودن توزیع بازدهی الزامی نیست و همچنین برای ابزارهای مالی که دارای تابع بازدهی غیر خطی است از این روش برای محاسبه ریسک می توان استفاده کرد، در روش مونت کارلو از اطلاعات تاریخی استفاده نمی‌شود بلکه با استفاده از فرآیند های تصادفی و استفاده از نمونه های شبیه سازی شده زیاد که توسط رایانه ساخته می‌شود، پیش‌بینی تغییراتی به انجام می رسد. مراحل شبیه سازی مونت کارلو برای محاسبه ارزش در معرض ریسک عبارتند از:

۱- تعیین فرآیندهای احتمالی و پارامترهای فرآیند برای متغیر های مالی

Archive of SID
www.SID.ir

۲- شبیه سازی فرضی قیمت برای کلیه متغیرهای مورد استفاده تغییرات قیمت های فرضی از شبیه سازی توزیع های مشخص شده به دست می آیند

۳- محاسبه و تعیین قیمت دارایی یا دارایی های مالی در زمان T و بازده دارایی از روی قیمت های شبیه سازی شده و محاسبه ارزش پرتفوی سرمایه گذاری

۴- تکرار مراحل ۲و۳ به دفعات زیاد مثلاً ۱۰۰۰یا ۱۰۰۰۰ بار به منظور تشکیل توزیع احتمال ارزش پرتفوی

۵- اندازه گیری ارزش در معرض ریسک در سطح اطمینان(a-۱) از روی توزیع شبیه سازی شده بازدهی P و زمان T .

با توجه به خصوصیات بیان شده برای هر یک از روش های محاسبه ارزش در معرض ریسک و با توجه به سهولت در اجرا، ایجاد تفاهم با مقامات تصمیم گیرنده سازمان، میزان اعتبار نتایج و زمان موجود برای فراهم آوردن اطلاعات یکی از روش ها را انتخاب کنیم.

۵- یافته های پژوهش

داده‌ها هم از لحاظ مفهومی و هم از جنبه تجربی پالایش می‌شوند و تکنیک های گوناگون آماری نقش بسزایی در استنتاج تعمیم ها به عهده دارند. در این فصل به تجزیه و تحلیل داده های مربوط به شاخص‌ها (اجزای نمونه)، می پردازیم.

۵-۱- انتخاب تابع مفصل مناسب(ناپارامتری)

برای انتخاب تابع مفصل مناسب با استفاده از روش CML پارامترهای توابع مفصل را به دست می‌آوریم، سپس مقادیر آماره آزمون و معیارها را به دست می‌آوریم که نتایج در جدول های (۱) (۲) و (۳) آورده شده است.

جدول(۱): انتخاب تابع مفصل مناسب

ردیف	سری زمانی	برآورد پارامتر تابع مفصل کلایتون	ماکسیمم درستنمایی	*BIC*	*AIC*
۱	نرخ مبادله دلار– شاخص بانک	۰/۲۵۶	۵۵۳/۳	-۱۰۹۹/۶۳۶	-۱۱۰۴/۵
۲	نرخ مبادله دلار– شاخص زراعت	۰/۳۹۸	۶۱۶/۲	-۱۲۲۵/۴۸۲	-۱۲۳۰/۳۴۵
۳	نرخ مبادله دلار– شاخص فرآورده های نفتیی	۱/۱۰۳	۱۸۳۲	-۳۶۵۶/۷۸۵	-۳۶۶۱/۶۴۹
۴	نرخ مبادله دلار– منسوجات	۰/۲۴۷	۵۴۹/۳	-۱۰۹۱/۷۰۸	-۱۰۹۶/۵۷۲
۵	نرخ مبادله دلار– شاخص مواد شیمیایی	۰/۴۱۵	۶۳۰/۷	-۱۲۵۴/۵۰۵	-۱۲۵۹/۳۶۹
۶	نرخ مبادله دلار– شاخص بیمه	۰/۷۶۸	۴۸۶/۲	-۴۰۷۴/۲۷۷	-۴۰۷۸/۹۸۸

Archive of SID
www.SID.ir

جدول(۲): انتخاب تابع مفصل مناسب

ردیف	سری زمانی	برآورد پارامتر تابع مفصل گامبل	ماکسیمم درستنمایی	BIC	AIC
۱	نرخ مبادله دلار– شاخص بانک	۱/۸۰۴	۸۲۸/۱	-۲۳۴۲/۱۱۶	-۲۳۴۶/۹۷۹
۲	نرخ مبادله دلار– شاخص زراعت	۲/۰۷	۸۹۸/۲	-۲۳۹۰/۰۶۱	-۲۳۹۴/۹۲۵
۳	نرخ مبادله دلار– شاخص فرآورده های نفتی	۴/۱۳۳	۱۹۵۰	-۴۱۸۸/۸۵۸	-۴۱۹۳/۷۲۲
۴	نرخ مبادله دلار– منسوجات	۱/۷۸	۸۲۲/۴	-۲۳۳۹/۹۸۲	-۲۳۴۴/۸۴۶
۵	نرخ مبادله دلار– شاخص مواد شیمیایی	۲/۰۸۶	۹۰۴/۵	-۲۳۸۳/۸۸۳	-۲۳۸۸/۷۴۷
۶	نرخ مبادله دلار– شاخص بیمه	۳/۹۳۶	۹۱۲/۶	-۵۰۶۹/۰۰۷	-۵۰۷۳/۷۱۷

جدول(۳): انتخاب تابع مفصل مناسب

ردیف	سری زمانی	برآورد پارامتر تابع مفصل فرانک	ماکسیمم درستنمایی	BIC	AIC
۱	نرخ مبادله دلار– شاخص بانک	۹/۴۲۴	۱۱۷۴	-۱۶۴۹/۳۵	-۱۶۵۴/۲۱۴
۲	نرخ مبادله دلار– شاخص زراعت	۱۰/۲۷۶	۱۱۹۸	-۱۷۸۹/۴۴۴	-۱۷۹۴/۳۰۸
۳	نرخ مبادله دلار– شاخص فرآورده هایفرآورده های نفتی	۲۹/۸۱۳	۲۰۹۸	-۳۸۹۳/۰۷۸	-۳۸۹۷/۹۴۲
۴	نرخ مبادله دلار– منسوجات	۹/۳۸۷	۱۱۷۳	-۱۶۳۷/۹۸۳	-۱۶۴۲/۸۴۷
۵	نرخ مبادله دلار– شاخص مواد شیمیایی	۱۰/۱۶۴	۱۱۹۵	-۱۸۰۲/۰۷۵	-۱۸۰۶/۹۳۹
۶	نرخ مبادله دلار– شاخص بیمه	۱۰/۲۸۲	۱۱۹۸	-۴۴۲۷/۲۵۵	-۴۴۳۱/۹۶۶

برای پیدا کردن مناسب ترین مفصل برازش داده شده به داده ها مقیاس های AIC وBIC را مورد بررسی قرار می دهیم. هر چه این معیارها کوچکتر باشد مفصل برازش داده شده مناسب تر می باشد. بنابراین با توجه به معیار AIC و BIC مناسب ترین مفصل برای متغیر ها به صورت زیر می باشد.

جدول(۴): مفصل مناسب

ردیف	سری زمانی	مفصل مناسب
۱	نرخ مبادله دلار– شاخص بانک	گامبل
۲	نرخ مبادله دلار– شاخص زراعت	گامبل
۳	نرخ مبادله دلار– شاخص فرآورده های نفتی	گامبل
۴	نرخ مبادله دلار– منسوجات	گامبل
۵	نرخ مبادله دلار– شاخص مواد شیمیایی	گامبل
۶	نرخ مبادله دلار– شاخص بیمه	گامبل

Archive of SID
www.SID.ir

۵-۲- ضرایب وابستگی دمی

در این بخش به کمک مطالب گفته شده در بخش های قبل به بررسی وابستگی دمی بین نرخ مبادله دلار با شاخص های صنایع در بورس اوراق بهادار تهران می پردازیم.

جدول(۵): ضریب وابستگی دمی بالایی

ردیف	سری زمانی	θ کلایتون	λ_L	λ_U
۱	نرخ مبادله دلار– شاخص بانک	۰/۲۵۶	۰/۰۶۷	۰
۲	نرخ مبادله دلار– شاخص زراعت	۰/۳۹۸	۰/۱۷۵	۰
۳	نرخ مبادله دلار– شاخص فرآورده های نفتی	۱/۱۰۳	۰/۵۳۳	۰
۴	نرخ مبادله دلار– منسوجات	۰/۲۴۷	۰/۰۶۱	۰
۵	نرخ مبادله دلار– شاخص مواد شیمیایی	۰/۴۱۵	۰/۱۸۸	۰
۶	نرخ مبادله دلار– شاخص بیمه	۰/۷۶۸	۰/۴۰۶	۰
۷	نرخ مبادله دلار– شاخص دارویی	۰/۴۷۲	۰/۲۳۰	۰

با توجه به نتایج بدست آمده در جدول (۵) میتوان نتیجه گرفت که بین نرخ مبادله دلار و شاخص‌های مورد مطالعه وابستگی دمی بالایی وجود دارد و این وابستگی در نرخ مبادله دلار و شاخص فرآورده های فرآورده های نفتی بیشتر از بقیه شاخص ها می باشد. یعنی با افزایش نرخ مبادله دلار افزایش بسیار زیادی می‌توان در شاخص فرآورده های نفتی مشاهده کرد.

جدول(۶): ضریب وابستگی دمی پایینی

ردیف	سری زمانی	θ گامبل	λ_L	λ_U
۱	نرخ مبادله دلار– شاخص بانک	۱/۸۰۴	۰	۰/۵۳۲
۲	نرخ مبادله دلار– شاخص زراعت	۲/۰۷	۰	۰/۶۰۳
۳	نرخ مبادله دلار– شاخص فرآورده های نفتی	۴/۱۳۳	۰	۰/۸۱۷
۴	نرخ مبادله دلار– منسوجات	۱/۷۸	۰	۰/۵۲۶
۵	نرخ مبادله دلار– شاخص مواد شیمیایی	۲/۰۸۶	۰	۰/۶۰۶
۶	نرخ مبادله دلار– شاخص بیمه	۳/۹۳۶	۰	۰/۸۰۷
۷	نرخ مبادله دلار– شاخص دارویی	۲/۱۶۸	۰	۰/۶۲۳

با توجه به جدول (۶) وابستگی دمی پایینی زیادی بین نرخ مبادله دلار وشاخص های مورد مطالعه وجود دارد، به این معنا که با کاهش نرخ مبادله دلار کاهش چشمگیری می توان در شاخص ها مشاهده نمود.

جدول(۷): ضریب وابستگی دمی فرانک

ردیف	سری زمانی	θ فرانک	λ_L	λ_U
۱	نرخ مبادله دلار– شاخص بانک	۹/۴۲۴	۰	۰
۲	نرخ مبادله دلار– شاخص زراعت	۱۰/۲۷۶	۰	۰
۳	نرخ مبادله دلار– شاخص فرآورده های نفتی	۲۹/۸۱۳	۰	۰
۴	نرخ مبادله دلار– منسوجات	۹/۳۸۷	۰	۰
۵	نرخ مبادله دلار– شاخص مواد شیمیایی	۱۰/۱۶۴	۰	۰
۶	نرخ مبادله دلار– شاخص بیمه	۱۰/۲۸۲	۰	۰
۷	نرخ مبادله دلار– شاخص دارویی	۱۰/۲۸۲	۰	۰

Archive of SID

www.SID.ir

۵-۳- تعیین مرز کارا بهینه‌سازی با استفاده از روش سنتی و روش جدید

در این قسمت ما ابتدا مرز کارا بهینه سازی را با استفاده از مدل سنتی برآورد میکنیم سپس با استفاده از مدل GARCH ارزش در معرض خطر را برآورد کرده ایم. این معیار حداقل کاهش در ارزش یک سبد دارایی با یک احتمال کوچک الفا طی یک دوره ی زمانی(معمولا ۱ روز) را نشان می دهد. در اینجا الف ۹۵٪ در نظر گرفته شده است.و سپس با استفاده از پارامتر تابع مفصل گامبل به عنوان بازده مرز کارا پرتفوی مشخص شده است.

جدول(۸): محاسبه ارزش در معرض خطر

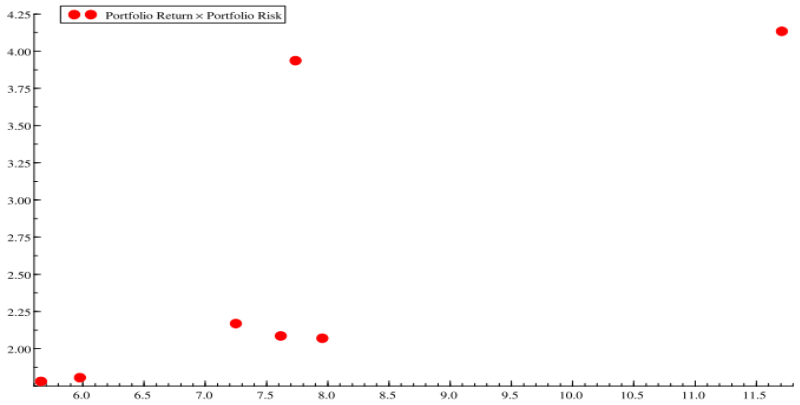
ردیف	سری زمانی	θ گامبل	VaR
۱	نرخ مبادله دلار– شاخص بانک	1.804	5.979
۲	نرخ مبادله دلار– شاخص زراعت	2.07	7.957
۳	نرخ مبادله دلار– شاخص فرآورده های نفتی	4.133	11.71
۴	نرخ مبادله دلار– منسوجات	1.78	5.66
۵	نرخ مبادله دلار- شاخص مواد شیمیایی	2.086	7.62
۶	نرخ مبادله دلار– شاخص بیمه	3.936	7.74

جدول(۹): بهینه سازی روش سنتی و جدید

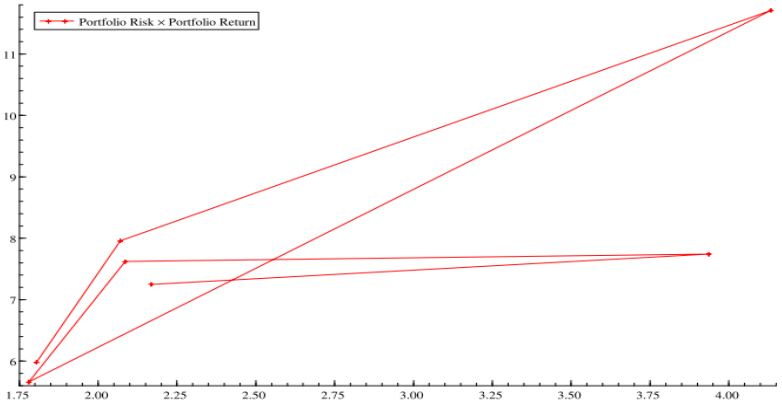
ردیف	سری زمانی	بهینه سازی جدید		بهینه سازی سنتی	
		θ گامبل	VaR	ضریب همبستگی پیرسن	واریانس
۱	نرخ مبادله دلار– شاخص بانک	1.804	5.979	-0.906	6.779
۲	نرخ مبادله دلار– شاخص زراعت	2.07	7.957	-0.897	10.368
۳	نرخ مبادله دلار– شاخص فرآورده های نفتی	4.133	11.71	-0.907	25.419
۴	نرخ مبادله دلار– منسوجات	1.78	5.66	-0.907	6.393
۵	نرخ مبادله دلار- شاخص مواد شیمیایی	2.086	7.62	-0.899	10.368
۶	نرخ مبادله دلار– شاخص بیمه	3.936	7.74	-0.832	13.705

Archive of SID

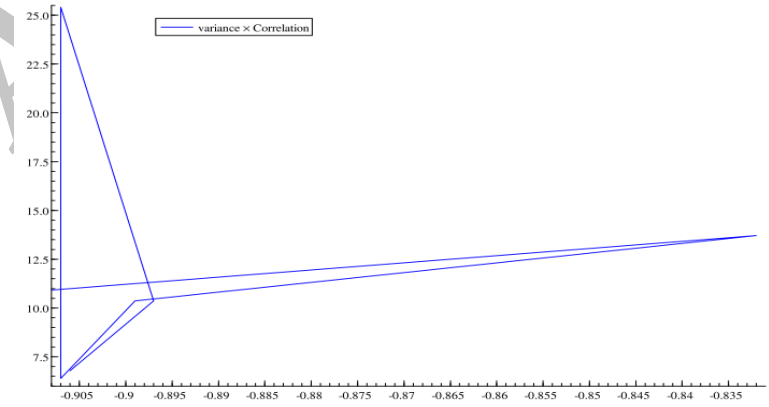
www.SID.ir



نمودار(۱): نمودار پراکنش مرز کارا توسط مدل بهینه سازی جدید

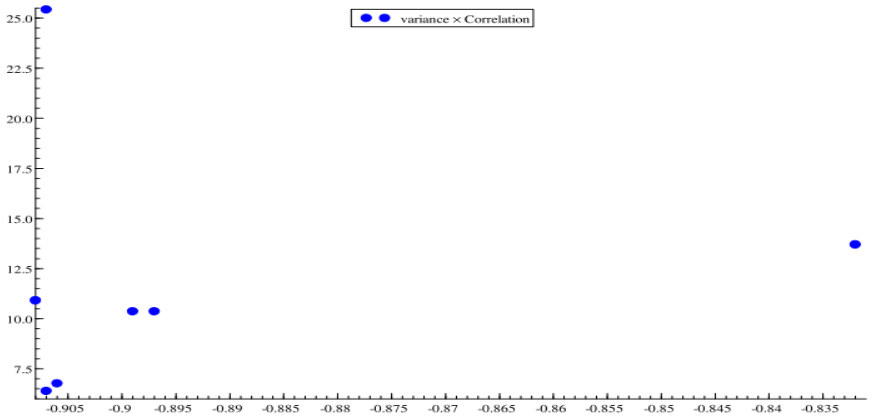


نمودار (۳) : مرز کارا توسط مدل بهینه سازی جدید



نمودار (۳): مرز کارا بهینه سازی به روش سنتی

www.SID.ir



نمودار(۴): نمودار پراکنش مرز کارا توسط مدل بهینه سازی سنتی

۶- نتیجه‌گیری و بحث

با توجه به نتایج بدست آمده در جدول (۵) و (۶) شاخص های بورس اوراق بهادار تهران دارای وابستگی بالایی و پایینی متفاوت می‌باشند (وابستگی دمی پایینی به این معناست که با کاهش نرخ مبادله دلار شاخص های پذیرفته شده در بورس نیز کاهش می یابند، و وابستگی دمی بالایی بدین معناست که افزایش در نرخ مبادله دلار باعث افزایش در شاخص های پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار می شود). بطور مثال با توجه به مقادیر می توان دریافت بیشترین وابستگی میان نرخ مبادله دلار و شاخص فرآورده های نفتی وجود دارد، همچنین در ادامه یک برنامه بهینه سازی جدید را که از ارزش در معرض خطر و از پارامتر های تابع مفصل استفاده می شود انجام داده ایم، با توجه به نمودارهای موجود نتایج نشان می دهد وجود وابستگی ساختاری بین بازده ها، مرز کارا پرتفوی را تحت تاثیر قرار می دهد (مرز کارا افزایش یا کاهش پیدا میکند) و باعث دقت بیشتر در تایین مرز کارا پرتفوی می شود.

فهرست منابع

* جان، هال، ترجمه صالح آبادی، علی و سجاد صیاح (۱۳۸۴). مبانی مهندسی و مدیریت ریسک مالی چاپ اول، تهران: گروه رایانه پرداز.
* راسخی نژاد، سعیده، جمهوری، س. و نیلی ثانی، ح،ر (۱۳۹۱). مروری بر روش های برآورد مفصل و پارامترهای آن، دومین کارگاه آموزشی نظریه مفصل و انواع وابستگی ها.
* زراء نژاد، منصور، کارگر برزی، علی، احمد حیدری بهنوییه (۱۳۹۱). تاثیر نوسانات شدید قیمت های جهانیفرآورده های نفتی و طلا بر بورس اوراق بهادار تهران: رویکرد وابستگی دمی، اولین همایش بین المللی اقتصاد سنجی روش ها و کاربردها.
* سجادی، زینب، فتحی، سعید (۱۳۹۲)، تبیین فرایند چهارگامی محاسبه ارزش در معرض خطر به عنوان معیاری برای اندازه گیری ریسک و پیاده سازی آن در یک مدل بهینه سازی سرمایه گذاری، فصلنامه عمی پژوهشی دانش مالی تحلیل اوراق بهادار، سال ششم، شماره بیستم.

Archive of SID
www.SID.ir

* شهرآبادی، ندا (۱۳۸۹) مدیریت سرمایه گذاری در بورس اوراق بهادار، چاپ اول، تهران: سازمان بورس اوراق بهادار، اطلاع رسانی و خدمات بورس
* فربد، داریوش، میر فخرالدینی، سید حیدر و علیرضا رجبی پور میبدی (۱۳۸۹)، کاربست VaR و انتخاب پرتفوی بهینه با استفاده از تکنیک شبیه سازی مونت کارلو در بورس اوراق بهادار تهران، مجله دانش و توسعه، سال هجدهم، شماره ۳۱.
* Boubaker, H., & Sghair, N. (2013). Portfolio optimization in the presence of dependent financial returns with long memory: a copula based approach. journal of Banking & finance , 361-377.
* Clayton, D. G. (1977). A model for association in bivariate life tables and its application in epidemiological studies of familial tendency in chronic disease incidence. Mathematics & Physical Sciences , 65 (1), 141-151.
* Embrechts P, Lindskog F, McNeil A (2003). “Modeling dependence with copulas and applications to risk management". In: Rachev S (ed) Handbook of Heavy Tailed Distributions in Finance. Elsevier, New York, pp. 329-384.
* Frank, M. (1979). On the simultaneous associativity of F(x,y) and x + y – F(x,y) . Aequationes Math , 194-226.
* Gumbel EJ (1960). " Bivariate exponential distributions". J Amer Statist Assoc 55:698-707.
* Kole, E, Koedijk, K,Verbeek, M,. (2005). Testing copulas to model financial dependence. Dept. of Financial Management, RSM Erasmus University, Rotterdam, The Netherlands.
* Hull, J. (2000). Options, Futures, and Other Derivation, New York: Prentice Hall.
* Nguyen, C.,& Bhatti , M I. (2013).Copula model dependency between oil prices and stock marketd: Evidence from china and Vietnam. Journal of International financial Markets Institutions and money , 758-773.
* Sklar,A.(1959). Fonctions de repartition a n dimensions et leurs marges. Publications de l'Institut de Statistique de l'Université de Paris , 229-231.
* Xubiao H. & Pu Gong. (2009). Measuring the coupled risks: A copula- based CVaR model .Journal of Computational and Appplied Mathematics, 1066-1080.
* Yiu, K. (2004), Optimal Portfolios under a Value at Risk, Journal of Economic Dynamics and Control, No 28

یادداشت‌ها

1. John hull
2. Yiu
3. Embrecht
4. Erik kole et al.
5. Cathy
6. Tony
7. Xubiao and Pu
8. Nguyana and Bhatti
9. Heni Boubaker and Nadia Sghair
10. Sklar.
11. Clayton
12. Hu.
13. Frank
14. Gumbel
15. CVAR

Archive of SID

www.SID.ir