

سیدعلی نبوی چاشمی^۱

راضیه بهرامزاده^۲

تاریخ پذیرش: ۹۵/۱۲/۱۹

تاریخ دریافت: ۹۵/۰۸/۱۳

چکیده

قیمت گذاری اختیار معامله یکی از مباحث مطرح در ریاضیات مالی است. مدل بلک-شولز مشهورترین مدل زمان پیوسته ی قیمت اختیارات است که در آن توزیع لگاریتم بازده دارایی نرمال و تلاطم ثابت است و نمی تواند ویژگی های آماری سری های زمانی را در تمام حالات بیان کند. در راستای هرچه نزدیکتر نمودن مدل های ریاضی با واقعیت های بازارها، فرایندهای جدیدی مبتنی بر فرایندهای معروف و شناخته شده لوی معرفی شدند. فرایندهای لوی که ساده ترین مدل فرایندهای مارکوف با پرش هستند جایگزین مناسبی برای این منظور می باشند. این فرایند ها دارای توزیع های بی نهایت بار تقسیم پذیر هستند که قادر به چولگی و کشیدگی اضافی است و در قیمت گذاری اختیار معاملات نیز به کار می رود. در این تحقیق بازده سهام شرکت های پذیرفته در بورس ایران در فاصله سالهای ۱۳۸۶ تا ۱۳۹۴ مبنای قرار گرفته و با شبیه سازی قیمت آن ها با استفاده از فرایند لوی، کارایی این سری از فرایندهای تصادفی در بازدهی سهام و در مقایسه با مدل سنتی بلک-شولز مورد بررسی قرار گرفته است. یافته های این تحقیق نشان می دهد فرایند لوی نسبت به روش بلک شولز کارایی و توان بیشتری در قیمت گذاری اختیار معاملات داشته است.

واژه های کلیدی: قیمت گذاری اختیار معامله ، فرایندهای لوی ، بلک شولز.

۱- گروه مدیریت مالی، واحد بابل، دانشگاه آزاد اسلامی، بابل، ایران (نویسنده مسئول) Anabavichashmi2003@gmail.com

۲- گروه مدیریت مالی، واحد بابل، دانشگاه آزاد اسلامی، بابل، ایران

۱- مقدمه

در سال‌های اخیر اوراق اختیار معامله و قیمت‌گذاری آن در دنیای مالی و سرمایه‌گذاری اهمیت روز افزونی پیدا کرده است. موضوع قیمت‌گذاری دارایی و تعیین اعتبار مدل‌های موجود در این حوزه، در زمره نخستین چالش‌های متخصصین حوزه اقتصاد و مالی بوده است. پارادایم فرامدرن علوم مالی بر مبنای غیرخطی بودن و غیرقابل پیشبینی بودن رفتار انسان، عدم لزوم کارایی بازار، چولگی توزیع نرخ بازده و تابع توزیع احتمال غیر نرمال (توابع توزیعی با قابلیت انعکاس تاثیر نوسانات و تحولات بی‌شمار بازارها بر قیمت‌های سبد سهام) شکل گرفت.

توجه به وضعیت اخیر بازارهای مالی نشان می‌دهد که ارزش‌گذاری اختیار معامله مبحثی گسترده و مهم است. مشهورترین مدل زمان پیوسته قیمت‌گذاری، مدل بلک - شولز است که در آن تلاطم ثابت فرض شده و همچنین توزیع نرمال را به لگاریتم بازده دارایی‌های پایه برآزش می‌دهد. اما لگاریتم بازده دارایی‌های مالی از شرایط توزیع نرمال پیروی نمی‌کند. آنها دارای چولگی هستند و کشیدگی بیشتر از توزیع نرمال دارند. از این رو قیمت‌های حاصل از مدل بلک شولز با داده‌های بازار سازگار نیستند. براساس مطالعات و شواهد تجربی مدل کلاسیک بلک شولز در اغلب موارد نمی‌تواند ویژگی‌های آماری سری‌های زمانی را به درستی بیان کند. در این مورد بیان دو نکته حائز اهمیت است: اول: لگاریتم بازده‌ها در تمامی بازارها مطابق با توزیع نرمال رفتار نمی‌کند. دوم: تلاطم با گذشت زمان به طور تصادفی تغییر می‌کند. در دنیای واقعی فرایندهای قیمت دارایی‌ها پرش دارند و توزیع نمونه‌های قیمت دارایی در مقایسه با توزیع نرمال دارای برجستگی است. این برجستگی اضافی دلیل اصلی در نظر گرفتن همین پرش‌ها می‌باشد. به علاوه مشاهده لگاریتم بازده روزانه شاخص‌های مختلف بیان‌گر چولگی منفی معنی‌داری است. بنابراین لگاریتم بازده اغلب دارایی‌های مالی از شرایط توزیع نرمال پیروی نمی‌کند. از این رو استفاده از مدل‌هایی ضرورت

می‌یابد که توزیع‌های بازده را بصورت دقیق نشان دهند و کاستی‌های مدل بلک شولز را تا حد امکان بر طرف سازند. فرایندهای لوی ساده‌ترین رده فرایندهای تصادفی همراه با پرش‌های تصادفی در زمان‌های تصادفی می‌باشد جایگزین مناسبی برای این منظور هستند (نادعلی، ۱۳۹۰). در سال‌های اخیر فرایندهای لوی بعنوان یکی از مهمترین رده خانواده فرایندهای تصادفی به دلیل پیشرفت‌های نظری و گسترش کاربردهای جدید به ویژه در نظریه مالی، مورد استفاده قرار گرفته‌اند و جایگاه ویژه‌ای در مدل بندی توزیع بازده دارایی یافته‌اند. در راستای هرچه نزدیک تر نمودن مدل‌های ریاضی به واقعیت‌های بازار، فرایند های لوی معرفی شدند. فرایندهای لوی ساده‌ترین رده فرایندهای همراه با پرش‌های تصادفی با مقدار تصادفی و در زمان‌های تصادفی هستند. با اعمال تغییر زمان تصادفی بر فرایندهای لوی خانواده فرایندهای تصادفی لوی زمان تغییر یافته پدید آمد که بیان می‌کند تلاطم‌های تصادفی با گذشت زمان تغییر می‌کنند (کارویو، ۲۰۰۴). به منظور کارایی در قیمت‌گذاری، این توزیع‌های تقسیم‌پذیر نامتناهی میبایست قادر باشند که چولگی و برجستگی بیشتر را نیز نشان دهند گستردگی مبحث قیمت‌گذاری، عدم وجود منابع فارسی در این زمینه، ضعف‌های مطرح شده در مدل‌های موجود و نیز بهبود قابل توجه عملکرد قیمت‌گذاری با استفاده از مدل‌های فرایندهای لوی ما را بر آن داشت تا کاربرد قیمت‌گذاری اختیارات را با استفاده از فرایندهای لوی زمان تغییر یافته مورد مطالعه قرار دهیم. از اینرو در این پژوهش تلاش شده تا به این سوال پاسخ داده شود که آیا فرایند های لوی در قیمت‌گذاری اختیار معاملات کارا هستند؟

۲- مبانی نظری و مروری بر پیشینه پژوهش

در سال‌های اخیر، نظریه احتمال مدرن، به زبان طبیعی فرمول‌بندی مدل‌ها در بازارهای مالی بدل شده است. نظریه احتمال در شکل‌گیری فرایندهای تصادفی

برای قیمت گذاری اختیارات استفاده نمودند. مدل بلک شولز در دهه ۱۹۸۰ یک مدل عمومی بود و تاثیر زیادی بر نحوه قیمت گذاری در بازار اختیارات گذاشت. بر اساس این مدل، توزیع لگاریتم بازده، نرمال و تلاطم ثابت است. مدل بلک-شولز تا چندین سال به عنوان تنها مدل ارائه شده در دنیای ریاضیات مالی مورد استفاده قرار می‌گرفت. اما برخی موانع بر سر راه استفاده از این مدل منجر به معرفی مدل های جدیدتر شد. جاربوند (۱۹۹۸) و کار و همکاران (۲۰۰۲) با بررسی چولگی و کشیدگی توزیع بازده دارایی ها به نتایجی متفاوت با آنچه که در مدل بلک شولز مطرح شده بود رسیدند (سیدین، ۱۳۸۸).

در ادبیات مالی تمرکز اصلی بر حرکت براونی زمان تغییر یافته و بطور کلی بیشتر بر روی فرایندهای لوی زمان تغییر یافته است. حرکت براونی - زمان تغییر یافته نخستین بار در (۱۹۷۳) برای مدل قیمت دارایی توسط کلارک مورد استفاده قرار گرفته است. رایبنشتاین (۱۹۹۴) نشان داد که بازده دارایی تحت توزیع ریسک خنثی دارای چولگی منفی با دمی چاق است. ناندی (۱۹۹۶) نشان داد که توزیع بازده سهام کشیدگی بالاتری نسبت به توزیع نرمال دارد و دارای چولگی منفی است. فرایندهای لوی زمان تغییر یافته برای قیمت گذاری اختیارات نخستین بار توسط کار و وو (۲۰۰۰) مطرح شدند. هانگ و وو (۲۰۰۴) مدل قیمت گذاری اختیار را بر اساس فرایندهای لوی زمان تغییر یافته بررسی کردند. این تحقیقات پژوهشگران را متوجه فرایندهای دیگر از جمله فرایندهای لوی نمود. ساختار اصلی فرایندهای لوی در دوره طلایی نظریه احتمال یعنی دهه ۱۹۳۰ بوسیله لوی، خین چین ریاضی دان روسی و ایتو ریاضی دان ژاپنی مورد استفاده قرار گرفته است. نگاهی به تعریف حرکت براونی ما را بر آن می‌دارد که به دنبال فرایندهای با نموهای مانا و مستقل و برپایه یک توزیع کلی تر از نرمال باشیم. به منظور تعریف چنین فرایند تصادفی با نموهای مستقل و مانا، توزیع می بایست حتماً تقسیم پذیر نامتناهی باشد. چنین فرایندهایی، فرایند لوی

نقشی پایه‌ای دارد. از آن جا که قوانین حاکم بر پدیده‌ها به دلیل رفتارهای تصادفی روشن نمی‌باشد، لذا پیش‌بینی آینده و اتخاذ راه کار درست، دغدغه‌ی اصلی بسیاری از متخصصین و از جمله متخصصین و مهندسی مالی می‌باشد فرایند لوی به عنوان یکی از مهم‌ترین رده خانواده فرایندهای تصادفی، که در دهه ۱۹۳۰ توسط پل لوی مورد مطالعه قرار گرفت، در دهه‌های اخیر نقش پررنگی را در دنیای ریاضیات مالی ایفا نموده‌است. طی دودهمی گذشته فرایندهای لوی به ویژه در ارزیابی و قیمت‌گذاری اوراق اختیار معامله بسیار مورد توجه قرار گرفتند (سیدین، ۱۳۸۸). لویی بشیلیه (۱۹۰۰) اولین مدل در زمینه قیمت‌گذاری اختیار را ارائه داد. وی قیمت سهام را بر اساس حرکت براونی با رانش مدل بندی کرد. امکان منفی شدن قیمت سهام یکی از اشکالات اساسی این مدل بود. وی هنگام بررسی نوسانات قیمت سهام به برخی جنبه‌های ریاضی نظریه حرکت براونی قیمت سهام دست یافت بشیلیه با الهام از ایده‌های مربوط به قضیه‌ی حد مرکزی و درک این مطلب که نوفه‌های بازار می بایست بی حافظه باشند، استدلال کرد که نموهای قیمت کالا باید مستقل و دارای توزیع نرمال باشند. لذا او سهام را به عنوان حرکت براونی با رانش مدل بندی نمود. البته مدل وی عاری از نقص نبود. به عنوان مثال، این مدل، قیمت‌های منفی را نیز در بر می‌گرفت. این مدل ۶۵ سال پیش از مدل مناسب ساموئلسون پیشنهاد گردید. ساموئلسون در ۱۹۶۵ مدل بشیلیه را بسط داد و قیمت سهام را بر اساس حرکت براونی هندسی مدل بندی کرد. اساس مدل ساموئلسون استفاده از حرکت براونی هندسی بود. اما ۸ سال بعد فیشر بلک و میرن شولز نشان دادند چگونه میتوان اختیار معامله‌ی اروپایی را براساس حرکت براونی هندسی قیمت گذاری نمود. این مدل قیمت گذاری به نام بلک-شولز شناخته می‌شود. این مدل نقش اساسی و محوری در موفقیت مهندسی مالی در دهه‌های ۱۹۸۰ و ۱۹۹۰ ایفا نمود بلک شولز و مرتون (۱۹۷۳) از مدل ارائه شده توسط ساموئلسن

گذاری اختیار تحت فرایند لوی، مدل ساختاری برای برآورد پارامتر داده شده و روش تنظیم ریسک خنثی مورد بحث قرار گرفت. برای اثبات اعتبار مدل های لوی از تجزیه و تحلیل تجربی اطلاعات و داده های حاکم بر بازار مالی چین استفاده شده است. بررسی نرخ همگرایی با واریانس نمونه نشان می دهد برآوردهای شبیه سازی مونت کارلو می تواند دقیق تر باشد اگر واریانس مقادیر شبیه سازی با زمان شبیه سازی، همبستگی منفی داشته باشد. تمرکز بر الگوریتم مولد متغیر با زمان حرکت براوونی در فرایندهای لوی و معرفی روش متغیرهای کنترل برای مقابله با کاهش واریانس نقاط نمونه از اعداد تصادفی لوی، تا حد زیادی بهبود بهره وری فرایند لوی را در قیمت گذاری اختیار موجب شده است.

بودنو ویسکی ولیکستر (۲۰۱۱) آمده است در سال های اخیر به مدل های تصادفی در قیمت گذاری بیشتر و بیشتر توجه شده است و از مدل های سنتی بلک-شولز فاصله گرفته است. مدل های نوسانات تصادفی برای توزیع مناسب قیمت دارایی، بهتر است که بطور معمول دم چاق تر از مدل های گوسی است و می تواند نوسانات انتشار قیمت را بهتر نشان دهد. با این حال، قیمت گذاری گزینه های وابسته به مسیر در مدل های لوی نمایی هنوز هم یک چالش ریاضی و محاسباتی است. روش وینر-هوف یک ابزار استاندارد برای قیمت گذاری وابسته به مسیر است.

بارانی (۱۳۹۳) در تحقیقی تحت عنوان فرایند لوی زمان تغییر یافته و کاربرد آن در قیمت گذاری اختیارات اروپایی که در آن بیان شده: قیمت گذاری اختیار معامله یکی از برجسته ترین مباحث مطرح در ریاضیات مالی است. مدل بلک-شولز مشهورترین مدل زمان پیوسته قیمت اختیار است که در آن توزیع لگاریتم بازده دارایی نرمال و تلاطم ثابت است. مدل بلک-شولز نمی تواند ویژگی های آماری سری های زمانی مالی را در تمام حالات بیان کند. برای مثال قیمت های حاصل از این مدل با داده های بازارهای مالی سازگار نیستند. مدل های فراوانی به عنوان

نامیده میشوند به منظور کارایی در قیمت گذاری، این توزیع های تقسیم پذیر نامتناهی میبایست قادر باشند که چولگی و برجستگی بیشتر را نیز نشان دهند. از اواخر دهه ۸۰ و در دهه ۹۰ میلادی مدل هایی که در بردارنده ی خصوصیات فوق برای مدل بندی داده های مالی هستند، معرفی شدند. در این توزیع ها، توزیع نرمال با انواع توزیع های تقسیم پذیر نامتناهی پیچیده تر جایگزین شده است.

بویارچنکو و لوندورسکی (۲۰۱۶) در کتابی به معرفی یک کلاس تحلیلی متعادل و محاسباتی موثر از مدل های غیر گوسی برای شوک (فرایندهای لوی از نوع نمایی) و روش های تحلیلی مرتبط مانند رویکرد اولیه مرتون-بلک شولز پرداخته است. نویسندگان، برنامه های جالب برای مهندسی مالی و متخصصان در اقتصاد مالی، گزینه های واقعی و معادلات دیفرانسیل جزئی را انتخاب کرده اند. متخصصان در فرایندهای تصادفی از این روش در شرایط غیر گوسی بهره می گیرند. نویسندگان همچنین آنالوگ زمان گسسته از اختیارات دائمی آمریکایی و مشکل انتخاب بهینه برای سرمایه گذاری را در نظر گرفته اند. حوزه های امور مالی و اقتصاد و ریاضی مرتبط با این موضوع هستند.

لی ژو و همکاران (۲۰۱۵) در تحقیقی بیان می دارند: پس از بحران مالی ۲۰۰۸، حجم تجارت مشتقات در بازارهای مالی جهانی در حال رشد است. بیشتر سرمایه گذاران اوراق بهادار با استفاده از گزینه های چند عاملی و یا آربیتراژ به انتخاب واگذاری اختیار معامله سهام رو آورده اند. تحقیقات نظری از اختیار معامله در حال تغییر، توسط مدل های قیمت گذاری اختیار معامله تحت فرایند لوی به سرعت توسعه یافت. در این زمینه یک بررسی از بازار حاکم بر چین و معرفی مدل های قیمت گذاری اختیار نه تنها می تواند منعکس کننده بازار مشتقات مالی چین باشد، بلکه به کشف نظریه قیمت گذاری برای محیط بازار مالی چین و چارچوب قیمت گذاری شبیه سازی مونت کارلو منجر شده است. با ایجاد مدل های قیمت

در این تحقیق ارتباط بین ارزش توام با یک یا دو مانع بررسی شده و بر روی شرایطی بحث شده که تحت آنها ارزش اختیار معاملات به عنوان جوابی کلاسیک از معادلات انتگرو - دیفرانسیل بدست می‌آید.

۳- فرضیه های پژوهش

در این پژوهش سه فرضیه مورد آزمون قرار گرفته اند:
فرضیه اول: فرایند های لوی در قیمت گذاری اختیار معاملات کارآمد هستند.

فرضیه دوم: بین استفاده از خرید و فروش اختیار معاملات و بازدهی سهام پرتفوی ارتباط معنی‌داری وجود دارد.

فرضیه سوم: استفاده فرایندهای لوی نسبت به روش‌های سنتی (بلک شولز) در قیمت‌گذاری اختیار معاملات بازده بالاتری دارد.

۴- روش‌شناسی پژوهش

این پژوهش از نوع مطالعه‌ای کتابخانه‌ای و تحلیلی - علی بوده و از حیث هدف کاربردی و از حیث روش توصیفی- همبستگی قلمداد می‌شود. قلمرو مکانی این تحقیق در بورس اوراق بهادار تهران می‌باشد. این تحقیق از نظر قلمرو زمانی مربوط به سال های ۱۳۸۶ تا ۱۳۹۴ می‌باشد. به منظور جمع‌آوری داده‌های مورد نیاز برای محاسبه متغیرهای پژوهش و قیمت پایانی سهام از بانکهای اطلاعاتی شرکت های پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران آرشیو آمار معاملات و گزارشات منتشر شده توسط اداره آمار و اطلاعات بورس اوراق بهادار تهران استفاده شده است. در مواردی که داده های موجود در این بانکهای اطلاعاتی ناقص بود، به آرشیوهای دستی موجود در کتابخانه سازمان بورس اوراق بهادار و سایت اینترنتی مدیریت پژوهش، توسعه و مطالعات اسلامی، سازمان بورس اوراق بهادار (وب سایت www.rdis.ir) مراجعه شد در این تحقیق برای آزمون معناداری کلی مدل رگرسیون پردازش شده از آماره t در سطح ۹۵ درصد اطمینان

جایگزین این مدل پیشنهاد شده‌اند. فرایندهای لوی که ساده‌ترین مدل‌های مارکوف با پرش هستند، جایگزین مناسبی برای این منظور می‌باشند. این فرایندها دارای توزیع بی‌نهایت بار تقسیم‌پذیرند که قادر به نمایش چولگی و کشیدگی اضافی است. از طرفی با اعمال تغییر زمان تصادفی بر اجزای فرایندهای لوی، فرایند لوی زمان تغییر یافته پدید می‌آید. تبعی نمودن که عبارت است از ساخت فرایند لوی زمان تغییر یافته با استفاده از فرایند لوی افزایشی دیگر، در این پایان‌نامه نقش محوری دارد. این پایان‌نامه با معرفی فرایند لوی و فرایند لوی زمان تغییر یافته، و به طور خاص فرایند لوی تبعی شده، تلاشی برای فراهم نمودن ابزارهای مدل‌های قیمت‌گذاری اختیارات است. لذا به معرفی کامل این فرایندها پرداخته شده و سپس با استفاده از اندازه مارتینگل معادل چگونگی قیمت‌گذاری اختیارات اروپایی با استفاده از این فرایندها شرح داده شده است.

مسعودی (۱۳۹۲) پایان نامه ای تحت عنوان قیمت گذاری سریع و دقیق اختیار مانع تحت فرایند لوی ارائه کرده که در آن روش وینر هویف که یک روش سریع و دقیق برای قیمت گذاری اختیار مانع برای کلاس گسترده ای از فرایندهای لوی است با استفاده از جواب معادله تعمیم یافته بلک شولز و بدست آوردن تقریبی از فاکتورهای این معامله با استفاده از تجزیه وینر و الگوریتم تبدیل فوریه سریع بدست آمده‌است. مقایسه این روش ها نشان داده‌است که قیمت‌گذاری تحت فرایند لوی سریع تر و دقیق تر از روش های دیگر است.

نادعلی (۱۳۹۰) در پایان نامه‌ای با عنوان معادلات انتگرو دیفرانسیل جزئی برای ارزش اختیار معاملات تحت مدل های نمایی لوی در نظریه ارزش‌گذاری اختیار معاملات بیان داشته: در نظریه ارزش‌گذاری اختیار معاملات هنگامی که دارایی بنیادین توسط فرایندهای لوی یا یک فرایند دیفیوژن پرشی مدل شده باشد، معادلات انتگرو-دیفرانسیل پدیدار می‌شوند

اگر قیمت سهام عادی کمتر از قیمت توافقی اختیار خرید سهام باشد گفته می شود که آن اختیار خرید سهام بی ارزش (Out the money) است.

اگر $S > E$ اختیار خرید سهام با ارزش و اختیار فروش سهام بدون ارزش است.

اگر $S < E$ اختیار خرید سهام بدون ارزش و اختیار فروش سهام با ارزش است.

اگر $S = E$ برگ اختیار معامله به قیمت بازار (At the money) است.
یا صفر (قیمت توافقی - قیمت سهام) ماکزیمم = ارزش ذاتی یک برگ اختیار خرید سهام
یا صفر (قیمت سهام - قیمت توافقی) ماکزیمم = ارزش ذاتی یک برگ اختیار فروش سهام

مدل بلک-شولز

فضای احتمال (Ω, \mathcal{F}, P) را در نظر می گیریم. پارامتر زمان t مقدارهایی را در بازه $(0, \infty)$ یا $[0, T]$ می گیرد. فرض می کنیم که بازار شامل دارایی بدون ریسک یا اوراق قرضه است که قیمت آن در زمان t ، $S_T^{(0)}$ می باشد و قیمت دارایی ریسکی یا سهام در زمان t ، $S_T^{(1)}$ است. r را ثابت نامنفی، نمایانگر نرخ بهره لحظه ای روی اوراق قرضه در نظر می گیریم (این نرخ با نرخ بهره در تمام طول بازه زمانی مدل های گسسته متفاوت است). سپس فرض می کنیم که قیمت اوراق قرضه $S_T^{(0)}$ به وسیله معادله دیفرانسیل معمولی زیر توصیف می شود.

رابطه (۱)

$$dt = rs_t^0 ds_t^0$$

قیمت اولیه اوراق قرضه در زمان صفر، $S_0^{(0)} = 1$ باشد، آنگاه جواب معادله دیفرانسیل بالا را به صورت زیر می توان نوشت

رابطه (۲)

$$0, t \geq e^{rt} = S_T^{(0)}$$

استفاده می شود، به منظور برآورد مدل مورد بررسی فرضیه های مورد بررسی در پژوهش حاضر از روش OLS با استفاده از نرم افزار Eviews بهره گرفته شده در نهایت منحنی اجزای خطا در مدل رگرسیون رسم گردیده تا نرمال بودن اجزای خطا نیز بررسی گردد.

۵- متغیرهای پژوهش و نحوه اندازه گیری آن

• بازده سهام

بازده سرمایه گذاری در سهام، با استفاده از رابطه زیر قابل محاسبه است:
رابطه (۱)

$$R_{it} = (P_t - P_{t-1}) + D_t / P_{t-1}$$

P_t : قیمت سهام در پایان دوره t .

P_{t-1} : قیمت سهام در ابتدای دوره t .

D_t : منافع حاصل از مالکیت سهام که در دوره t به سهامدار تعلق گرفته است.

• نرخ بهره بدون ریسک

نرخ بهره بدون ریسک ۲۰٪ فرض می شود. در اختیار فروش تبعی عرضه شده در بازار بورس اوراق بهادار تهران نیز نرخ بهره ۲۰٪ به عنوان حداقل بازده مورد انتظار در نظر گرفته می شود.

• اختیار معامله

قراردادی که به دارنده آن حق و نه الزام خریدن یا فروختن دارایی ریسکی، با قیمت ثابت و از پیش تعیین شده E در دوره زمانی T را می دهد، اختیار معامله می نامند. به دارایی ریسکی مذکور، دارایی تحت قرارداد گویند.

اگر قیمت سهام عادی (که با S نشان داده شده است) از قیمت توافقی اختیار خرید سهام (که با E نشان داده شده است) فراتر رود گفته می شود که آن اختیار خرید سهام با ارزش (In the Money) است. به عبارت دیگر می توان گفت که اختیار خرید سهام ارزش آن را دارد که به اجراء در آورده شود و اعمال شود.

احتمال تقسیم‌پذیر نامتناهی را می‌توان به عنوان توزیع $Z(I)$ یک فرایند لوی $Z(t) = Z_{t \geq 0}$ محسوب کرد.

فرمول قیمت گذاری اختیار تحت مدل نوسانات تصادفی لوی به صورت زیر مطرح می‌گردد:
رابطه (۶)

$$V(t) = \frac{e^{-r(T-t)}}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i(u+ip)\log s(t)} h(u+ip) \mu_{r,\delta,\theta}(u+ip, t, T) du$$

که در آن T زمان انقضای قرارداد، $r=r_1=r_2=\dots=r_n$ نرخ بهره بدون ریسک عادی است.

به منظور بررسی مانایی داده های مورد بررسی از آزمون دیکی فولر تعمیم یافته بهره گرفته شد. در این روش برای رفع مشکل همبستگی پیاپی، از جملات تفاضلی مرتبه اول با وقفه یا فرایندهای اتورگرسیون، $AR(p)$ استفاده می‌گردد. تعداد وقفه ها بر اساس این-که جمله اختلال، u_t سری زمانی دارای همبستگی پیاپی نباشد تعیین می‌گردد. (حداقل تعداد وقفه که جملات اختلال همبستگی پیاپی ندارد). y_t متغیر وابسته بازده سهام است و c ضریب ثابت یا عرض از مبدا، α شیب خط است که میزان تغییرات متغیر مستقل قیمت اختیار فرایند لوی و بلک شولز تعریف می‌شود.

این آزمون به صورت زیر مطرح می‌شود:
رابطه (۷)

$$\Delta y_t = C + \beta_t + \alpha y_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \alpha_i \Delta y_{t-i} + u_t$$

رابطه (۸)

$$u \approx iid(0, \delta^2)^1$$

$$\begin{cases} H_0: \alpha = 0 \\ H_1: \alpha < 0 \end{cases}$$

در این آزمون فرضیه H_0 به مفهوم وجود ریشه واحد و فرضه مقابل نشان‌دهنده ایستایی سری مورد نظر می‌باشند.

بنابراین با توجه به مدل بلک - شولز برای قیمت‌های سهام میتوان گفت که اگر S_T قیمت سهام در زمان آتی T باشد، در این صورت $\ln S_T$ به صورت نرمال می‌باشد. میانگین و انحراف معیار $\ln S_T$ را می‌توان به ترتیب به صورت $T \ln S_0 (\mu - \frac{\delta^2}{2})$ و $\sqrt{T} \delta$ نشان داد. با توجه به اینکه S_0 را قیمت جاری سهام تعریف کرده‌ایم می‌توانیم نتیجه فوق را به صورت رابطه ای زیر نشان دهیم.

رابطه (۳)

$$\ln S_T \sim \left[\mu S_0 - \frac{\delta^2}{2} \right] T + \theta$$

مدل قیمت گذاری اختیار بلک شولز به صورت زیر بیان می‌شود:

رابطه (۴)

$$S_t^1 = S_0^1 \exp\left(\mu t - \frac{\delta^2}{2} t + \delta \beta_t\right)$$

$$e^{\mu T} = S_0 E(S_T)$$

فرایندهای لوی

فرایند $X_t \in R^d$ یک فرایند لوی گفته می‌شود اگر خواص زیر را داشته باشد:

$$X_0 = 0$$

نمونه‌های X_t مستقل هستند. (یعنی اگر $t_1 \leq t_2 \leq \dots \leq t_n$ ، آنگاه $X_{t_1} - X_{t_0}, X_{t_2} - X_{t_1}, \dots, X_{t_n} - X_{t_{n-1}}$ مستقل هستند.)

X_t فرایندی ایستا (ry Stationary) است. (یعنی X_{t-s} با X_t هم توزیع است.)

احتمال $P(|X_t| > \varepsilon) = o(\varepsilon)$ در $\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} P(|X_t| > \varepsilon) = 0$ (پیوستگی در احتمال)

بر این اساس یکی از راه های ساختن فرایند لوی به این صورت مطرح می‌گردد:

اگر $Z = (Z(t))_{t \geq 0}$ یک فرایند لوی باشد آنگاه توزیع $Z(t)$ برای هر $t \geq 0$ تقسیم پذیر نامتناهی است. همچنین اگر F یک توزیع تقسیم پذیر نامتناهی باشد آنگاه یک فرایند لوی $Z = (Z(t))_{t \geq 0}$ وجود دارد به گونه‌ای که توزیع $Z(I)$ ، F است. بنابر این هر توزیع

۵- یافته های پژوهش

به منظور برآورد مدل مورد بررسی فرضیه های مورد بررسی در پژوهش حاضر از روش OLS با استفاده از نرم افزار Eviews بهره گرفته شد. نتایج مربوط به این آزمون در جدول (۱) آورده شده است. براساس یافته های بدست آمده، مدل برآورد شده در سطح اطمینان ۹۵ درصد معنی دار می باشد (p-value=۰/۰۰۲<۰/۰۵، F=۵/۳۴۰) بر اساس مقدار آماره دوربین واتسن می توان از وجود عدم همخطی بین شاخص های مورد بررسی اطمینان حاصل کرد. در تایید فرضیه‌ی کارایی استفاده از فرایند لوی، بازدهی سهام و فرایندهای لوی بررسی شده است که بر اساس یافته های بدست آمده از مدل برآورد شده ضریب شاخص استفاده از فرایند لوی در معادله برآورد شده مثبت و معنی دار است (t=۲/۷۰۴، p=0/024) در نتیجه فرضیه مربوط به وجود رابطه معنی دار بین

استفاده از فرایند لوی و بازدهی سهام پرتفوی مورد تایید قرار می گیرد.

بر اساس یافته‌های آزمون فرضیه دوم بدست آمده از مدل برآورد شده ضریب شاخص خرید و فروش اختیار معاملات در معادله برآورد شده مثبت و معنی دار است (t=۳/۷۵، p=۰/۰۰۹۲) در نتیجه فرضیه مربوط به وجود رابطه معنی دار بین استفاده از خرید و فروش اختیار معاملات و بازدهی سهام پرتفوی مورد تایید قرار می گیرد.

با استفاده از یافته های فوق فرضیه استفاده از فرایندهای لوی نسبت به روش های سنتی (یا بلک شولز) در قیمت گذاری اختیار معاملات سودآورتر است تایید می شود، با توجه به معنی داری ضریب استفاده فرایندهای لوی و عدم معنی داری استفاده از روش سنتی که بلک شولز انتخاب شده با بازده سهام در معادله برآورد شده می توان گفت فرضیه مورد بررسی مورد تایید قرار می گیرد.

جدول ۱- نتایج برآورد مدل مورد بررسی (متغیر وابسته = بازده سهام)

متغیر	ضرایب	انحراف خطا	t-Statistic	Prob.
ضریب ثابت	11.21211	0.785442	14.27490	0.0000
خرید و فروش اختیار معاملات	0.132184	0.035211	3.75405	0.0092
استفاده از فرایند لوی	0.212154	0.078441	2.70463	0.0241
استفاده از بلک شولز	0.451211	0.321214	1.404705	0.0972
مجذور R	0.06900		Mean dependent var	13.54111
مجذور R تعدیل شده	0.048500		S.D. dependent var	8.521231
S.E. of regression	8.541126		Akaike info criterion	8.654119
Sum squared resid	54541.65		Schwarz criterion	6.654415
Log likelihood	-3222.541		Hannan-Quinn criter.	6.652141
F-statistic	5.340560		Durbin-Watson stat	1.854412
Prob(F-statistic)	0.002211			

۶- نتیجه گیری و بحث

با توجه به تجزیه و تحلیل حاصل از آزمون‌های انجام شده، مانایی متغیرهای بازده سهام، اختیار خرید و فروش معاملات، استفاده از فرایند لوی و استفاده از مدل بلک - شولز مورد تایید قرار گرفت. بر اساس نتایج بدست آمده از آزمون‌های اقتصاد سنجی، مفروضات در فرضیه اول مبنی بر وجود رابطه معنی دار بین استفاده از فرایند لوی در قیمت گذاری اختیار معاملات و بازدهی سهام مورد تایید قرار گرفت که نشان دهنده بهبود بازدهی سهام شرکت‌ها در صورت استفاده از فرایند لوی بعنوان یکی از شیوه‌های مرسوم قیمت‌گذاری در بازار مالی جهانی می‌باشد. با تایید کارایی فرایند لوی، می‌توان از نتایج تحقیق میتیا بوریاچنکو و سرگئی لوندورسکی (۲۰۱۶) مبنی بر آسانی و سودمندی این الگوریتم در قیمت گذاری اختیار معاملات بهره گرفت و در حتی در بازارهای مالی آن را به کسانی که به مانع یا بن بست رسیده‌اند پیشنهاد کرد تا صرف نظر از زمان باقی مانده اختیار معامله با قیمت گذاری نقطه ای از موقعیت استراتژیک ایجاد شده خارج شوند. تحقیق لی ژو و همکارانش (۲۰۱۵) نیز نشان می‌دهد در بکار بردن فرایندهای لوی با استفاده بار مناسب از نمونه‌های شبیه سازی در این فرایند می‌توان خطای برآورد و ارزش واقعی را به واقعیت بازارهای مالی همگرا کرد.

در فرضیه دوم استفاده از خرید و فروش اختیار معاملات و بازدهی سهام پرتفوی مورد بررسی قرار گرفت که آماره‌های این آزمون نیز وجود رابطه مثبت و معنی دار بین این دو فرض را نشان می‌دهد که بیانگر تایید استفاده از این روش‌ها در بازارهای مالی است. با توجه به اینکه همه فعالان عرصه بازارهای مالی، دانش و یا زمان کافی در مورد سهام موجود در سبد سهام داری خود ندارند، امکان کسب سود از این پرتفوی‌ها نیز مورد تردید قرار می‌گیرد. بر اساس شواهد بدست آمده در این تحقیق و نیز نتایجی از تحقیق لی ژو و همکارانش (۲۰۱۵) که پیشتر اشاره شده بود تجارت مشتقات در بازارهای جهانی گسترش

یافته و تحقیقات صورت گرفته در این زمینه به شدت درحال رشد است و روی آوردن به واگذاری اختیار معامله سهام توسط آربیتراژگران و چند عاملی‌ها، توجه محققان را به مدل‌های قیمت گذاری اختیارات معطوف داشته که در این میان فرایند لوی بیشترین تطابق را بازارهای واقعی نشان داده است.

در بررسی فرضیه سوآوری فرایندهای لوی نسبت به روش‌های سنتی (بلک شولز) در قیمت گذاری اختیار معاملات برای کسب سود بیشتر، نتایج آزمون‌ها، معنی‌داری و ضریب همبستگی فرایند لوی و مدل بلک شولز به عنوان یکی از پرکاربردترین روش‌های سنتی در قیمت‌گذاری اختیار معاملات مورد آزمون قرار گرفت که آماره‌های آن بدست آمد که به وضوح می‌توان نتیجه گرفت که فرایند لوی کارایی و توان بیشتری در قیمت گذاری اختیار معاملات داشته و می‌تواند به کسب سود بیشتر کمک کند. لذا بعنوان روشی جایگزین و بهبود یافته نسبت به روش بلک شولز به کار برده می‌شود. در مقاله بودنو ویسکی و لیکستر (۲۰۱۱) نیز اشاره شده که دم چاق تر و استفاده از مدل‌های گوسی در مدل‌های تصادفی از جمله فرایند لوی می‌تواند نوسانات انتشار قیمت را بهتر از بلک شولز نشان دهد.

در صورت برقراری معاملات اختیار خرید و فروش، شیوه‌های قیمت‌گذاری اختیار معاملات اهمیت ویژه‌ای پیدا می‌کند که با توجه به تجارب بدست آمده در بازارهای جهانی و مطالعات صورت گرفته در این حوزه قیمت‌گذاری با استفاده از سری‌های زمانی اهمیت ویژه‌ای یافته است که در این زمینه فرایند لوی بعنوان یکی از کاراترین مدل‌ها از سایر روش‌های سنتی قیمت‌گذاری پیشی گرفته و نتایج بدست آمده در این پژوهش نیز گویای این مطلب است که فرایندهای لوی با در نظر گرفتن نوسانات بازار و موثر کردن تلاطم قیمت سهام بر نرخ بازده، شبیه‌سازی بهتری به بازار واقعی صورت داده و قیمت اختیار معامله مناسب‌تری ارائه می‌دهد.

می‌توانند نقش مهمی در جلب اطمینان سرمایه‌گذاران داشته باشند و لذا پیشنهاد می‌شود با دقت و توجه بیشتر در این زمینه مطالعه و پژوهش صورت گیرد و بعنوان پلی بین علوم اقتصادی، مدیریت مالی، مهندسی مالی و ریاضی می‌تواند موضوع تحقیق همه دانشجویان و دانش پژوهان در هریک از این سه حوزه باشد تا با نگرشی جامع و همه جانبه به بازارهای مالی و فعالان این حوزه پیشنهاد شده و با حداکثر بازدهی مورد استفاده عملی قرار گیرند. بیشتر نیز اشاره شد که در کتاب بویارچنکو و لوندورسکی، فرایندهای تصادفی از نوع لوی نمایی و معادلات دیفرانسیل جزئی به عنوان برنامه‌هایی جالب برای مهندسی مالی و متخصصان اقتصادی معرفی و پرداخته شده‌اند و در حوزه‌های امور مالی و اقتصاد و ریاضی که مرتبط با این موضوع هستند می‌توانند بکار برده شوند. پژوهش‌های لی ژو و همکارانش می‌تواند راهگشای علاقه‌مندان باشد و نتیجه آن برای فعالان عرصه مالی جالب توجه باشد چراکه همانطور که بیان شده بود داده‌های واقعی بازار مالی چین را با ایجاد مدل‌های قیمت‌گذاری اختیار تحت فرایند لوی بحث کرده‌اند و به نتایج جالبی دست یافته‌اند که تمرکز بر الگوریتم مولد متغیر با زمان حرکت براونی و مقابله با کاهش واریانس نقاط نمونه، بهبود بهره‌وری فرایند لوی را در قیمت‌گذاری اختیار موجب می‌شود و می‌تواند در تحقیقات بعدی مورد استفاده قرار گیرد.

فهرست منابع

- * بارانی، حدیث (۱۳۹۳)، فرایندهای لوی زمان تغییر یافته و کاربرد آن در قیمت‌گذاری اختیار اروپایی، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه علامه طباطبایی
- * پور فریدونی، حجت، ابولی پور دهنوی، جواد (۱۳۹۱)، معرفی فرایندهای لوی و شبیه‌سازی آن در بازارهای کامل و ناکامل، دانشگاه شیخ بهایی اصفهان، دانشگاه ولی عصر رفسنجان

سرمایه‌گذارانی که بدنبال کسب سود بدون ریسک هستند می‌توانند با استفاده از این امکان واگذاری اختیار معاملات به کسب سود بدون ریسک بپردازند. اختیار خرید یا فروش و یا هر دو امکان معامله سهام موجود در پرتفوی می‌تواند با تعیین مبلغی مطابق استانداردهای جهانی قیمت‌گذاری شده و در اختیار متقاضیان دریافت این اختیارات قرار گیرد که در این صورت افراد با دانش کافی می‌توانند این سرمایه‌ها را در اختیار قرار گرفته و با صرف وقت و استفاده از دانش خود به کسب سود از این سرمایه‌هایی که ممکن بود به راحتی به بازدهی لازم نرسند، بپردازند. سرمایه‌گذاران آربیتراژی (کسب سود بدون ریسک) با کسب آگاهی و شناخت در مورد این نوع از داد و ستد و با واگذاری اختیار خرید و فروش سهام خود می‌توانند با اطمینان از کسب سود مطلوب، به سرمایه‌گذاری در بازار سهام بپردازند بدون اینکه متحمل ریسک عدم آگاهی و شناخت خود گردند. لذا به سرمایه‌گذاران پیشنهاد می‌شود با اطمینان در بازار سهام وارد شده و در صورت نداشتن اطلاعات کافی در این زمینه امتیاز خرید و فروش پورتفوی خود را به خبرگان و آگاهان این عرصه بسپارند. و نیز پیشنهاد می‌شود روش‌های نوین در بازارهای مالی ایران بیش از پیش مورد استفاده قرار گیرد. لازمه رسیدن به بازار کارا استفاده از شیوه‌های کارا و توانمند و ابزارهای نوین مورد استفاده در بازارهای جهانی می‌باشد. معرفی و شناساندن شیوه‌های علمی در بازارهای مالی از جمله فرایندهای لوی از سوی مسولین مربوط در دستور کار قرار گرفته و از مجراهای مختلف این خدمات موثر و نوین در جهت رسیدن به بازارهای کارای مالی، در اختیار فعالان این زمینه قرار گیرد. لازم به یادآوری است که پیمودن مسیر کارا شدن بازارهای مالی نیاز به مطالعه، پژوهش و تحلیل زیادی دارد تا ارائه بهترین خدمات توسط آگاه‌ترین افراد در بازارهای مالی صورت گیرد. با توجه به اینکه حوزه بازار مالی در ایران بسیار جای کار و گسترش دارد این شاخه از بازار یعنی ابزار مشتقه و اختیار معاملات

- * رستمی نیا، مریم (۱۳۹۱)، بررسی فرایندهای مدل های لوی و تلاطم وابسته به زمان با توجه به داده های بازارهای مالی، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشکده ریاضی دانشگاه صنعتی اصفهان
- * صلواتی، عرفان (۱۳۸۹)، فرایندهای لوی و انتگرال تصادفی، دانشگاه علم و صنعت ایران
- * سیدین، سیده مهشید (۱۳۸۸)، فرایندهای پرش انتشار و پرش محض، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشکده اقتصاد دانشگاه علامه طباطبایی
- * سمیه نادعلی (۱۳۹۰)، معادلات انتگرو دیفرانسیل جزئی برای ارزش اختیارات معادلات تحت مدل های نمایی لوی، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشکده ریاضی و کامپیوتر دانشگاه شیخ بهایی اصفهان
- * علی میرزایی، مولود (۱۳۸۹)، محاسبه ارزش در معرض خطر با استفاده از فرایندهای گوسی لوی، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه صنعتی اصفهان دانشکده ریاضی
- * کاظمی، سید محمد مهدی (۱۳۸۹)، حل عددی معادلات بلکدشولز حاصل از اختیار آمریکایی با تفاضلات متناهی، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه علوم پایه زنجان،
- * مسعودی، مجتبی، قیمت گذاری سریع و دقیق اختیار مانع تحت فرایند لوی، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه گیلان دانشکده ریاضی ۱۳۹۲
- * نبوی چاشمی، قاسمی چالی، جابر، (۱۳۹۵)، تعیین قیمت اختیار معاملات غیراستاندارد توأم با مانع در بورس اوراق بهادار تهران، مجله مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، سال پنجم، شماره ۲۰.
- * نجومی، حسن (۱۳۸۴)، فرایندهای لوی از احتمال تا ریاضیات مالی و گروه های کوانتمی، مقاله مجله فرهنگ و اندیشه ریاضی، انجمن ریاضی ایران
- * هدایت پور، کلثوم (۱۳۹۳)، یک روش سریع و دقیق برای قیمت گذاری اختیار معاملات فرایندهای لوی با اعمال پیش از موعد، پایان نامه
- کارشناسی ارشد، دانشکده ریاضی و کامپیوتر دانشگاه اصفهان
- * یوسف پور، پیروز (۱۳۹۴)، استفاده از فرایندهای تصادفی و آشوب جهت تعیین نوع رفتار قیمت (بازده) سهام، پایان نامه کارشناسی ارشد
- * Boyarchenko, M., and S. Levendorskii (2011): "Valuation of continuously monitored double barrier options and related securities". *Mathematical Finance*, 21: no. doi: 10.1111/j.1467- 9965.2010.00469.
- * Li Zhou, Hong Zhang, Jian Guo, Shucong Ming, (2015), Option Pricing Variance Reduction Techniques Under the Levy Process, *Applied and Computational Mathematics*. Vol. 4, No. 3, 2015, pp. 174-180. doi: 10.11648/j.acm.20150403.20
- * Mitya Boyarchenko, Sergei Levendorskii. (2015) Ghost calibration and the pricing of barrier options and CDS in spectrally one-sided Lévy models: the parabolic Laplace inversion method. *Quantitative Finance* 15:3, 421-441. Online publication date: 4-Mar-2015.
- * PETER CARR, LIOREN WU, Time-changed Lévy processes and option pricing, (2004), *Journal of Financial Economics*, Volume 71, Issue 1, January 2004, Pages 113–141
- * Svetlana I Boyarchenko, Sergei Z Levendorskii, (2016), Non-Gaussian Merton-Black-Scholes Theory, *Advanced Series on Statistical Science & Applied Probability: Volume 9*.
- * Bachelier, L. (1964). *Théorie de la speculation*. Paris: Gauthier-Villars. Translated in Cootner.
- * Fischer Black and Myron Scholes, (1973) *The Pricing of Options and Corporate Liabilities*, the *Journal of Political Economy*, Vol. 81, and No. 3 pp: 637-654

یادداشت‌ها

¹. Autoregressive