

نشریه علمی
دانش مالی تحلیل اوراق بهادار
سال دوازدهم، شماره چهل و دوم
تابستان ۱۳۹۸

نااطمینانی در بازار دارایی های اقتصاد کلان: رهیافتی از پرتفوی تصادفی

هاشم زارع^۱

زینب رضایی سخا^۲

محمد زارع^۳

تاریخ پذیرش: ۹۶/۰۹/۱۱

تاریخ دریافت: ۹۶/۰۵/۰۳

چکیده

استنباط و استنتاج بین روابط از جز به کل و بالعکس در بررسی بسیاری از پدیده ها در بسیاری از علوم رایج و متداول است. متخصصین اقتصاد فیزیک نیز بر این اساس به دنبال پر کردن شکاف میان اقتصاد خرد و کلان در توضیح سیستم های پیچیده مالی با استفاده از ابزارهایی فیزیک آماری می باشند. مطالعه حاضر با استفاده از تئوری پرتفوی تصادفی با تشکیل فرضی پرتفوی متشکل از سه دارایی سهام، ارز و طلا به تجزیه تحلیل میزان ریسک و عدم اطمینان پرداخته است. بررسی پویایی پرتفوی نشان از تاثیر شوک های بازار ارز و طلا بر روی بازار سهام دارد. همچنین نتایج نشان می دهد سهم قابل توجه ای از نوسانات بازار سهام به بازار ارز مرتبط می باشد. همچنین با بهره گیری از روش آنتروپی میزان کارایی اطلاعاتی هر سه بازار سهام، ارز و طلا، مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفته است که نشان از کارایی ضعیف هر سه بازار دارایی می باشد. در نهایت میزان ریسک و نااطمینانی با استفاده از ویژگی های تابع توزیع کستینگ، گاگن و هوپفینگر مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج حاکی از این حقیقت است که بازار ارز، نسبت به دو بازار سهام و بازار طلا شرایط پر ریسک تری را در بلند مدت دارا می باشد.

واژه های کلیدی: اقتصاد فیزیک، بازار سهام، بازار ارز، بازار طلا، پرتفوی تصادفی.

۱- گروه اقتصاد، دانشکده اقتصاد و مدیریت، واحد شیراز، دانشگاه آزاد اسلامی، شیراز، ایران (نویسنده مسئول) hashem.zare@gmail.com

۲- دانشگاه آزاد اسلامی، واحد شیراز، باشگاه پژوهشگران جوان و نخبگان، شیراز، ایران. Zrezaei_sakha@yahoo.com

۳- دانشگاه آزاد اسلامی، واحد شیراز، باشگاه پژوهشگران جوان و نخبگان، شیراز، ایران. zaremo@yahoo.com

۱- مقدمه

سرمایه از بخشی به بخش دیگر با انگیزه های سوداگرانه می تواند همراه با وقوع بحران های مالی و ایجاد نوسانات متعدد خواهد شد. در این مطالعه بازار مسکن و سپرده های بانکی بلندمدت به دلیل نقدشوندگی پایین در نظر گرفته نشده اند. مطالعه حاضر نیز با بهره گیری از نظریه پرتفوی تصادفی، با تشکیل یک پرتفوی متشکل از سه دارایی در بازارهای سهام، ارز و طلا زمینه را برای بررسی تابع توزیع پیشنهادی کستینگ و همکاریانش فراهم نموده تا مقایسه ای بین این بازارها از نظر احتمال وقوع بحران در بلند مدت انجام پذیرد. در نهایت با محوریت قرار دادن بازار سهام، تاثیر شوک های دو بازار ارز و طلا بر روی بازار سهام مورد تجزیه و تحلیل قرار خواهد گرفت.

۲- سوابق تحقیق

در این راستا مطالعات زیادی در بررسی عوامل موثر بر بازار سهام، تجزیه و تحلیل ریسک نگهداری دارایی ها و بررسی تلاطم در بازارهای مالی انجام شده است. در این راستا می توان به مطالعات کاون و شین^۹ (۱۹۹۹)، مانتگنا و استنلی^{۱۰} (۲۰۰۰)، بوکسا و همکاریانش^{۱۱} (۲۰۰۱)، مورلی^{۱۲} (۲۰۰۲)، پلرو و دیگران^{۱۳} (۲۰۰۲)، اوینگ و همکاریان^{۱۴} (۲۰۰۳)، پویتراس^{۱۵} (۲۰۰۴)، دارلف^{۱۶} (۲۰۰۵)، استنلی و دیگران^{۱۷} (۲۰۰۶)، ماتسانزا و اورنگا^{۱۸} (۲۰۰۸)، اسپانلسکو و همکاریانش^{۱۹} (۲۰۱۱)، عاطف و سکر^{۲۰} (۲۰۱۲)، مور و همکاریان^{۲۱} (۲۰۱۳)، ماتیلا و همکاریانش^{۲۲} (۲۰۱۴)، گودنس^{۲۳} (۲۰۱۵) و جین و بیسال^{۲۴} (۲۰۱۶) در خارج کشور اشاره نمود. به طور مشخص برخی مطالعاتی که در چارچوب اقتصاد فیزیک انجام شده است را می توان نام برد که عبارتند از مانتگنا و استنلی^{۲۵} (۲۰۰۰)، بوکسا و همکاریانش^{۲۶} (۲۰۰۱)، استنلی^{۲۷} (۲۰۰۳)، فارمر و دیگران^{۲۸} (۲۰۰۵)، نیومن^{۲۹} (۲۰۰۵)، پیسارنکو و سورنت^{۳۰} (۲۰۰۶)، دیانیسیو و همکاریانش^{۳۱} (۲۰۰۶)، لین^{۳۲} (۲۰۱۰)، فری^{۳۳} (۲۰۱۱)، شینکاس^{۳۴} (۲۰۱۳)

اقتصاد فیزیک یک حوزه علمی در حال رشد است که طیف وسیعی از مدل ها را به منظور توصیف پویایی های سیستم های اقتصادی پیچیده به ارمان می آورد. تغییرات قیمت دارایی های مالی، پیدایش پول، فرار مالیاتی، تغییرات نرخ ارز و غیره مثال هایی از موضوعات مورد مطالعه ای اقتصاد فیزیک است. علم نوین اقتصاد فیزیک به دنبال تجزیه و تحلیل و پاسخ به سؤالاتی است که بتواند انواع حرکت های نوسانی در اقتصاد را توصیف نماید. در واقع اقتصاد فیزیک اساساً به دنبال تشخیص و تبیین چستی حرکات و چگونگی ایجاد آن ها می باشد. در بازار انواع دارایی متخصصین اقتصاد فیزیک به دنبال یافتن قوانینی هستند که بتوانند رفتار شاخص های اقتصادی را مورد تحلیل و در پیش بینی ها مورد استفاده قرار دهند. تحقیق حاضر با استفاده از روش های متداول علم اقتصاد فیزیک در پی پاسخ به ارتباط کلان بین پرتفوی دارایی های مختلف با ویژگی نقدشوندگی بالا، در اقتصاد ایران می باشد.

در این راستا نظریات متعددی بعد از مارکوویتز^۱ (۱۹۵۲) به عنوان منشأ پیدایش تئوری پرتفوی، در تبیین ابعاد مختلف بحث نگهداری پرتفوی مطرح شده است. در این میان می توان به نظریه سبد دارایی تصادفی^۲ اشاره کرد. نظریه سبد دارایی تصادفی ابتدا توسط فرنولز^۳ (۱۹۹۹) در مقاله ای معرفی و در سال (۲۰۰۲) نیز گسترش داده شد. این بحث به صورت گسترده تری در مقاله های فرنولز، کاراتزاس و کارداراس^۴ (۲۰۰۵) بنر، فرنولز و کاراتزاس^۵ (۲۰۰۵)، فرنولز و کاراتزاس^۶ (۲۰۰۶) و کارتازاس و کارداراس^۷ (۲۰۰۶) به آن پرداخته شده است. وان^۸ در مطالعه ای گسترده، سعی می کند مطالعات فوق الذکر را بطور یکجا بررسی و جمع بندی نماید. در اقتصاد ایران می توان چند بازار دارایی را نام برد که غالباً سوداگران بازار در پی کسب منفعت ناشی از نگهداری آنها می باشند. این بازارها عبارتند از بازار سهام، ارز، طلا، مسکن و سپرده های میان مدت و بلند مدت. حرکت

سال‌های ۱۳۸۷ تا ۱۳۹۲ تشدید شده است. همچنین نوسان‌پذیری تورم، همبستگی مثبت ضعیفی با نوسان‌های شاخص سهام دارد و نوسان‌پذیری قیمت نفت با نوسان‌پذیری بازار سهام همبستگی ندارد.

حسینیون، بهنام و ابراهیمی سالاری (۱۳۹۵) در پژوهشی به بررسی سرریز تلاطم بین سه بازار سهام، طلا و ارز خارجی پرداخته‌اند. بدین منظور از الگوی «VAR-MGARCH» برای بررسی بازار مالی ایران، از اول فروردین ۱۳۹۰ تا سی‌ام شهریور ۱۳۹۳ استفاده شده است. داده‌هایی که مورد استفاده قرار گرفته، قیمت روزانه سکه تمام بهار آزادی (طرح جدید)، شاخص بورس اوراق بهادار تهران و نرخ ارز اسمی دلار آمریکا (نرخ ارز بازار در ایران) هستند. نتایج نشان‌دهنده انتقال شوک دوطرفه بین بازارهای ارز و طلا و بین بازارهای طلا و سهام است و انتقال شوک یک‌طرفه از بازار سهام به بازار ارز وجود دارد. همچنین نتایج نشان می‌دهد که انتقال تلاطم دوطرفه بین بازارهای ارز و بازار طلا و بین بازارهای طلا و سهام وجود دارد.

بر اساس مطالعات صورت گرفته و دیدگاه‌های مختلف چنین استنتاج می‌شود که علوم مختلف با کمک یکدیگر می‌بایست مرزهای مدل‌های ذهنی را گسترش و با استفاده از این علوم جدید به طولانی‌تر کردن افق زمانی دید متخصصین در تحلیل روندهای رفتاری بازارهای مالی کمک نمایند. به نظر می‌رسد این امر مستلزم عبور از مرز و دیسپلین‌ها یا مرز بین بخش‌ها و وظایف در سازمانها، مرز بین درس‌ها و تخصص‌های مختلف دانشگاهی و عبور از موانع ایجاد شده در نظام‌های اجتماعی است. لذا بر اساس چارچوب چنین تفکری مطالعه حاضر قصد دارد به بررسی و مقایسه بازارهای سرمایه، ارز و طلا در اقتصاد ایران بپردازد.

که بر روی بازارهای مالی انجام شده است، اشاره کرد. در ایران مطالعات محدودی در چارچوب اقتصاد فیزیک انجام شده است که می‌توان به مطالعات صمیمی (۱۳۸۷)، سواده (۱۳۸۹)، عباسی (۱۳۹۱)، زارع (۱۳۹۱)، حسینی و رنانی (۱۳۹۳)، حسینیون، بهنام و ابراهیمی سالاری (۱۳۹۵) و عباسی نژاد، محمدی و ابراهیمی (۱۳۹۶) اشاره کرد. در ادامه به دو مطالعه خارجی و داخلی اخیر اشاره خواهد شد.

جین و بیسال^{۳۵} (۲۰۱۶) در مطالعه‌ای به بررسی پویایی میان قیمت سهام، نرخ ارز، قیمت طلا و قیمت نفت برای کشور هند پرداخته‌اند. آنها جهت بررسی پویایی بین این بازارها از مدل DCC-GARCH (استاندارد، نمایی و آستانه) استفاده و آزمون‌های غیر خطی متقارن و نامتقارن بهره گرفته‌اند. نتایج نشان می‌دهد سقوط قیمت طلا و قیمت نفت خام باعث کاهش ارزش پول ملی و شاخص سهام خواهد شد. یافته‌های این تحقیق حاکی از گسترش نقش طلا به عنوان یک دارایی پر اهمیت در سبد پرتفوی سرمایه‌گذاری می‌باشد. همچنین آنها سیاست‌گذاری پویا را در جهت کنترل نوسانات نرخ ارز و تلاطم بازار سهام با استفاده از ابزارهای قیمت طلا و قیمت نفت توصیه می‌کنند.

عباسی نژاد، محمدی و ابراهیمی (۱۳۹۶) در مطالعه‌ای رابطه بین نوسان‌های بازار سهام و متغیرهای کلان را بررسی کرده‌اند. در این پژوهش از الگوی اقتصادسنجی VARX-DCC-GARCH استفاده شده است. برای برآورد الگو از داده‌های ماهانه ۱۳۸۱-۱۳۹۲ استفاده شده است. براساس نتایج این الگو، متغیرهای نرخ ارز، تورم و قیمت نفت هر سه اثری مثبت در بلندمدت بر شاخص سهام دارند و نرخ ارز اثر بیشتری دارد. همچنین شوک‌های کوتاه‌مدت قیمت نفت، اثر بیشتری بر شاخص سهام دارد. همچنین بررسی همبستگی بین نوسان‌پذیری‌ها نشان می‌دهد نوسان‌پذیری نرخ ارز، اثری مثبت بر نوسان‌پذیری شاخص سهام دارد. این همبستگی در

۳- مبانی نظری

$$X(t) = X_0 \exp\left(\int_0^t \gamma(s) ds + \int_0^t \sum_{v=1}^n \xi_v(s) dW_v(s)\right), \quad t \in [0, \infty)$$

رابطه فوق بیانگر اینست که به طور مجانبی برای $t \geq 0$ ، $X(t) > 0$ می باشد. X نیز دارای ارزش اولیه $X(0) = X_0$ است.

در ادامه فرض کرده یک خانواده متشکل از N سهم از انواع دارایی $(X_i, i = 1, \dots, n)$ تعریف شود. بطوریکه هر سهم را به صورت رابطه زیر نشان داد:

$$X_i(t) = X_i^0 \exp\left(\int_0^t \gamma_i(s) ds + \int_0^t \sum_{v=1}^n \xi_{iv}(s) dW_v(s)\right), \quad t \in [0, \infty)$$

لذا می توان بازار را که یک خانواده^{۴۲} متشکل از N سهم از انواع دارایی می باشد، به صورت $M = \{X_1, \dots, X_n\}$ تعریف نمود. در این مرحله، بر اساس مطالعات محققینی مانند کاراتزاس و شریو^{۴۳} (۱۹۹۱)، دوفی^{۴۴} (۱۹۹۲) و کاراتزاس و کو^{۴۵} (۱۹۹۶) می توان پرتفوی را به صورت زیر بیان نمود:

یک پورتفوی (π) در بازار (M) فرآیندی است قابل اندازه گیری:

$$(\pi = \{\pi(t) = \{(\pi_1(t), \dots, \pi_n(t)), F_t, t \in [0, \infty)\})$$

و رابطه زیر را برقرار می نماید:

$$\pi_1(t) + \dots + \pi_n(t) = 1, \quad a.s.$$

فرایند π_i نسبت یا وزن مخصوص هر سهم را در پرتفوی نشان می دهد. توجه شود که π_i تعداد یا سهم X_i نگهداری شده در پرتفوی نیست. در واقع نشانگر نسبت X_i به ارزش پرتفوی می باشد. فرض کنید که $Z_\pi(t)$ یک ارزش مثبت سرمایه گذاری در π در زمان t را نشان می دهد. بنابراین میزان سرمایه گذاری شده در t امین سهم X_i برابر خواهد بود با:

$$\pi_i(t) Z_\pi(t),$$

اگر قیمت X_i به اندازه $dX_i(t)$ تغییر کند، تغییر ایجاد شده در ارزش پرتفوی برابر خواهد بود با:

$$\pi_i(t) Z_\pi(t) \frac{dX_i(t)}{X_i(t)}$$

از آنجا که دارایی های اقتصاد کلان مورد مطالعه این تحقیق تحت عنوان یک پرتفوی با رفتار تصادفی در نظر گرفته شده است. لذا در این بخش ابتدا چارچوب یک پرتفوی تصادفی بیان خواهد شد و سپس روش آنتروپی جهت بیان چگونگی ارزیابی میزان کارایی بازارهای مورد بررسی ارائه خواهد شد. در نهایت تابع توزیع کستینگ جهت بررسی احتمال وقوع بحران در بازارهای دارایی بیان خواهد شد.

۳-۱- پرتفوی تصادفی

همانطور که در مقدمه به آن اشاره شد بر اساس مقالات فرنولز^{۴۶} (۱۹۹۹)، فرنولز، کاراتزاس و کارداراس^{۴۷} (۲۰۰۵)، بنر، فرنولز و کاراتزاس^{۴۸} (۲۰۰۵)، فرنولز و کاراتزاس^{۴۹} (۲۰۰۶) و کارتزاس و کارداراس^{۴۰} (۲۰۰۶)، نظریه پرتفوی تصادفی به صورت چارچوبی برای تحلیل رفتار پرتفوی که دارای کاربردهای عملی و نظری است، مطرح گردید.

بر اساس نظریه پرتفوی تصادفی، فرایند قیمت دارایی را به صورتی زیر تعریف می شود.

اگر N را یک عدد صحیح مثبت در نظر گرفته، قیمت سهم $(X = \{X(t), F_t, t \in [0, \infty)\})$ فرآیندی است که معادله دیفرانسیل تصادفی زیر را برقرار می کند:

$$d \log X(t) = \gamma(t) dt + \sum_{v=1}^n \xi_v(t) dW_v(t), \quad t \in [0, \infty)$$

بطوریکه $X(t)$ قیمت دارایی را در زمان t نشان می دهد. W_1, W_2, \dots, W_n نشان دهنده حرکت برونی^{۴۱} است. اگر از دو طرف رابطه قبل انتگرال گرفته شود، رابطه زیر بدست خواهد آمد:

$$\log X(t) = \log X_0 + \int_0^t \gamma(s) ds + \int_0^t \sum_{v=1}^n \xi_v(s) dW_v(s), \quad t \in [0, \infty)$$

بطوریکه X_0 یک عدد مثبت است که ارزش اولیه دارایی را نشان می دهد. این رابطه را می توان به صورت زیر نیز نشان داد:

بدست آمده از یک منبع تفسیر نمود. توجه بیشتر به رابطه فوق، مشخص کننده آن است که آنتروپی یک منبع اطلاعات تنها به توزیع احتمال در آن منبع بستگی دارد و تحت تأثیر خود رویدادهای بوقوع پیوسته قرار نمی‌گیرد. بر اساس استدلال‌های سامویلسون^{۴۶} (۱۹۶۵) زمانی بازارهای مالی از لحاظ اطلاعاتی کارا هستند که قیمت‌های انتظاری به‌طور تصادفی نوسان کنند. از طرفی نوسانات قیمت، جزو ذات بازار است اما گاهی این نوسانات از شکل عادی خود خارج شده و جای خود را به صعودهای افسار گسیخته (حباب) و سقوطهای ناگهانی (بحران) می‌دهند. در ادامه و در بخش بعدی برآوردهای تجربی گزارش خواهد شد.

۳-۳- تابع توزیع کستینگ، گاگن و هوپفینگر^{۴۷}

نوسانات بوسیله تابع توزیع احتمال^{۴۸} $P(u = \delta v_r)$ برای تغییرات طولی بر روی فاصله r مشخص می‌شود. این تغییرات به صورت $U = \hat{e}_r \cdot [\bar{v}(x+r) - \bar{v}(x)]$ تعریف می‌شود. بطوریکه \hat{e}_r را می‌توان در طول مسیر r به صورت روند استخراج نمود. تغییرات سری مورد نظر با فواصل r را می‌توان به صورت $u = \delta v_r(x) = [\bar{v}(x+r) - \bar{v}(x)]$ نشان داد. کستینگ و دیگران کار خود را با مشاهدات تجربی آغاز کردند که نتایج حاکی از این حقیقت بود که توزیع های تفاضل های نوسانات برای یک σ_r داده شده، گوسی می‌باشد و σ_r بوسیله یک توزیع نرمال لگاریتمی قابل توصیف می‌باشد. برای بیان تغییر شکل $P(u)$ از غیر گوسی، در مقیاس های کوچک به گوسی در مقیاس های بزرگ، کستینگ و دیگران رابطه زیر را ارائه نمودند^{۴۹}:

$$P(u_r) = \int P(\sigma_r) P(u_r | \sigma_r) d\sigma_r$$

تابع توزیع احتمال $P(u_r | \sigma_r)$ بنا به فرض و بر اساس تأیید شواهد تجربی در معادله کستینگ دارای

بنابراین تغییر کل در ارزش پرتفوی در زمان t برابر است با:

$$\frac{dZ_\pi(t)}{Z_\pi(t)} = \sum_{i=1}^n \pi_i(t) \frac{dX_i(t)}{X_i(t)}$$

بنابراین درصد تغییرات ارزش سبد دارایی بازار در زمان t تابعی از درصد تغییرات قیمت هر سهم خواهد بود که دارای رفتاری تصادفی می‌باشد. استفاده از چارچوب سبد دارایی تصادفی به طور خاص برای آنالیز پیشامدهای بلند مدت یا مجانبی ارزشمند است. حال بر اساس این چارچوب نظری در قسمت بعد تابع توزیعی معرفی خواهد شد که به وسیله آن احتمال وقوع بحران را در سه بازار ارز، طلا و سهام مورد مقایسه قرار خواهد گرفت.

۳-۲- آنتروپی

یکی از روش هایی که برای محاسبه میزان کارایی بازار و در نهایت استنتاج وجود میزان ریسک و یا میزان وجود عدم اطمینان به صورت متداول قابل استفاده است، بهره گیری از روش آنتروپی شانون می‌باشد. به طور مختصر این روش به صورت زیر قابل محاسبه است:

اگر مجموعه ای از n رویداد را در نظر بگیرید که احتمال وقوع هر کدام از آنها برابر با p_1, p_2, \dots, p_n بوده و به صورتی تصادفی ایجاد گردند. بدیهی است نمی‌توان از قبل دانست کدام یک از این رویدادها رخ خواهد داد. محتوای اطلاعات حاصل از وقوع هر کدام از این رویدادها عبارت است از، $I_i = -\log_2 p_i$. بنابراین میانگین اطلاعات این مجموعه از رویدادها عبارت خواهد بود از، $H = \sum_{i=1}^n p_i I_i$ ، شانون مقدار H را در رابطه فوق آنتروپی نامید.

این رابطه نشان دهنده آن است که آنتروپی در واقع سنجه ای از میزان اطلاعات (یا عدم اطمینان) یک منبع اطلاعات می‌باشد. در واقع می‌توان آنتروپی را به عنوان میانگین اطلاعات و یا اطلاعات مورد انتظار

تابع توزیع کستینگ، گاگن و هوپفینگر جهت بررسی احتمال وقوع بحران در بازارهای دارایی انجام خواهد شد.

توزیع گوسی می باشد که به صورت زیر قابل نشان دادن است.

$$P_e(u_r | \sigma_r) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{u^2}{2\sigma^2}\right)$$

کولموگروف، ابوخوف و کستینگ، σ_r را دارای توزیع نرمال لگاریتمی به صورت زیر فرض نموده اند:

$$Q_\lambda(\sigma)d\sigma = \frac{1}{\lambda\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\ln^2(\frac{\sigma}{\sigma_0})}{2\lambda^2}\right) d \ln \sigma$$

بطوریکه λ انحراف از معیار $\ln \sigma_r$ می باشند. در نهایت انتگرال رابطه زیر به عنوان فرم نهایی تابع توزیع کستینگ معرفی می شود:

$$\pi_\lambda(u) = \frac{1}{2\pi\lambda} \left[\exp\left(-\frac{u^2}{2\sigma^2}\right) \exp\left(-\frac{\ln^2(\frac{\sigma}{\sigma_0})}{2\lambda^2}\right) \right] \frac{d\sigma}{\sigma^2}$$

در ادامه به بررسی چگونگی محاسبه آنتروپی پرداخته خواهد شد.

۴- برآوردهای تجربی

بر اساس چارچوب ارائه شده در قسمت مبانی نظری، برآوردهای تجربی در سه بخش ارائه شده است. در بخش اول در چارچوب تئوری پرتفوی تصادفی با محوریت بازار سهام ابتدا تاثیر پذیری بازار سهام از دو بازار ارز و طلا مورد بررسی قرار خواهد گرفت. بخش دوم آنالیز آنتروپی هر سه بازار دارایی انجام خواهد شد. با توجه به وجود آنتروپی بالا و یا به عبارت دقیق تر وجود عدم اطمینان بالا و کارایی ضعیف بازارهای دارایی مورد مطالعه که نشان از عدم شفافیت اطلاعات در بازارهای دارایی می باشد، در بخش سوم برآورد

۴-۱- تحلیل پویا در پرتفوی دارایی های کلان

در این بخش از مطالعه جهت تحلیل پویایی پرتفوی فرضی سه دارایی سهام، ارز و طلا و تجزیه و تحلیل ارتباط و انتقال نوسانات درون پرتفوی، با بهره گیری از یک الگوی خود همبسته برداری (VAR)^{۵۰}، به بررسی تاثیر شوک های دو بازار ارز و طلا بر بازار سهام پرداخته خواهد شد^{۵۱}. برای برآورد این الگو ابتدا می بایست از آزمون های ریشه واحد استفاده کرد. لذا آزمون ریشه واحد دیکی فولر تعمیم یافته (ADF)^{۵۲} بر روی متغیرهای مورد بررسی انجام خواهد شد.

۴-۱-۱- آزمون ریشه واحد

در این آزمون تعداد وقفه بهینه P برای معادله فوق بر اساس معیار شوارتز بیترین (SBC) انتخاب می شود. نتایج آزمون برای متغیرهای بازدهی های ناشی از تفاوت شاخص قیمت سهام (MRPS)، ارز (MRE) و طلا (MRG) در جدول (۱) نشان داده شده است.

همانطور که ملاحظه می شود با توجه به اینکه میزان احتمال تایید فرضیه صفر کوچکتر از ۰/۰۵ می باشد بنابراین نتایج آزمون نشان از عدم وجود ریشه واحد در سطح فاصله اطمینان ۰/۹۵ برای تمامی متغیرها در سطح می باشد که به معنای پایداری تمامی متغیرها خواهد بود.

جدول ۱- نتایج آزمون ریشه واحد

مقادیر در سطح			فرضیه صفر
نتیجه آزمون	آماره دیکی و فولر	احتمال	
پایایی	۰/۰۰۰۱	-۴/۵۰۵۴	وجود ریشه واحد برای متغیر MRPS
پایایی	۰/۰۱۹۸	-۴/۰۳۰۳	وجود ریشه واحد برای متغیر MRE
پایایی	۰/۰۲۷۹	-۳/۸۹۱۹	وجود ریشه واحد برای متغیر MRG

جدول ۳- نتایج آزمون تشخیصی

آزمون	آماره	
	LM	F
عدم خودهمبستگی	۱۰/۷۵	۰/۲۹
عدم واریانس ناهمسانی	۵۹/۴۲	۰/۱۲

۴-۱-۳- تابع واکنش به ضربه^{۵۳}

در تحقیق حاضر یکی از سؤال‌های اساسی مورد بحث این است که تأثیر تکانه‌های بازارهای دارایی ارز و طلا بر بازار سهام به چه صورت می‌باشد؟ و سؤال دیگر اینکه، چه مدت زمان طول کشیده که تأثیر شوک‌ها بر متغیر مورد نظر از بین رود؟ اثر تکانه بازار ارز بر روی تغییرات بازدهی بازار سهام تا پانزده دوره زمانی در شکل (۱) نشان داده شده است. نمودارها نشان می‌دهند که تأثیر شوک از سوی بازار ارز بر بازار سهام هم از نظر میزان تأثیر و هم از نظر مدت زمان تأثیر بیش از بازار طلا می‌باشد (البته نتایج آزمون همبستگی) نیز همبستگی قوی تر بین بازار ارز با سهام را نسبت به همبستگی بازار طلا با بازار سهام مورد تایید قرار می‌دهد. نمودار نشان می‌دهد که بازار امسه به شوک بازار ارز با شدت بیشتری و زمان کوتاهتری نسبت به شوک بازار طلا پاسخ می‌دهد. همچنین روند تأثیر پذیری بازار سهام از دو شوک بازار ارز و طلا به صورت یک حرکت سینوسی کاهنده ادامه پیدا می‌کند. در نهایت اثر تکانه بازار طلا از دوره نهم به صفر می‌رسد که نسبت به اثر تکانه بازار ارز تقریباً دو دوره زودتر از بین می‌رود.

۴-۱-۲- تعیین مرتبه بهینه و بررسی فروض کلاسیک

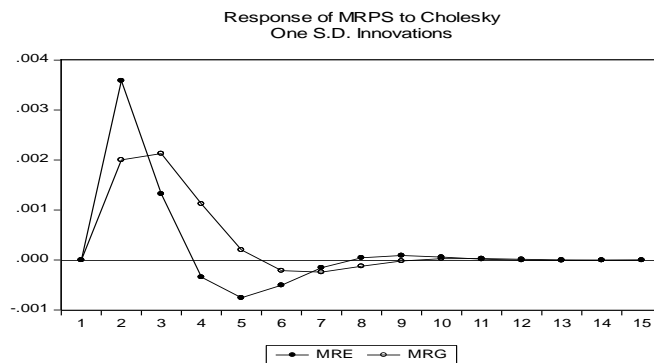
در مواردی که تعداد مشاهدات محدود باشد در انتخاب مرتبه بهینه مدل خود همبسته برداری نباید عدد بزرگی را انتخاب کرد (چون با توجه به محدود بودن تعداد مشاهدات درجات آزادی زیادی از دست داده خواهد شد) از این رو در مدل تحت بررسی ابتدا حداکثر مرتبه را قرار می‌دهیم. نکته‌ای که باید در انتخاب مرتبه بهینه مورد توجه قرار گیرد، اینست که اولاً مرتبه بهینه باید باندازه‌ای بزرگ باشد تا جزء اختلال معادلات تا حد امکان دچار همبستگی نشوند. ثانیاً پارامترهای تخمینی بیش از حد درجه آزادی از دست ندهند. این بهینه سازی با استفاده از معیار شوارتز بیزین انجام می‌شود. نتایج مرتبه بهینه برای مدل مذکور در جدول (۲) نشان داده شده است.

جدول ۲- آزمون انتخاب مرتبه بهینه

مرتبه	آماره شوارتز بیزین	
۰	-۲۰/۴۹	-----
۱	-۲۱/۱۵	کوچکترین آماره
۲	-۲۰/۷۲	-----

بر اساس نتایج معیار شوارتز بیزین همان طوری که در جدول (۲) نشان داده شده است، مرتبه یک انتخاب می‌خواهد شد. آزمون‌های مربوط به فروض استاندارد کلاسیک نیز به منظور اطمینان از کارایی برآورد در جدول (۳) نشان داده شده است.

همانطور که ملاحظه می‌شود نتایج آزمون‌های تشخیصی حاکی از تایید کلیه فروض فوق در سطح فاصله اطمینان ۰/۹۵ می‌باشد. در ادامه تلاش خواهد شد با ارائه توابع واکنش به ضربه و تحلیل تجزیه واریانس اثرات نوسانات بازار ارز و طلا را و میزان سهم آنها را در ایجاد نوسانات بازار سهام مورد تجزیه و تحلیل قرار گیرد.



شکل ۱- پاسخ بازار سهام به تکانه های بازار ارز و طلا

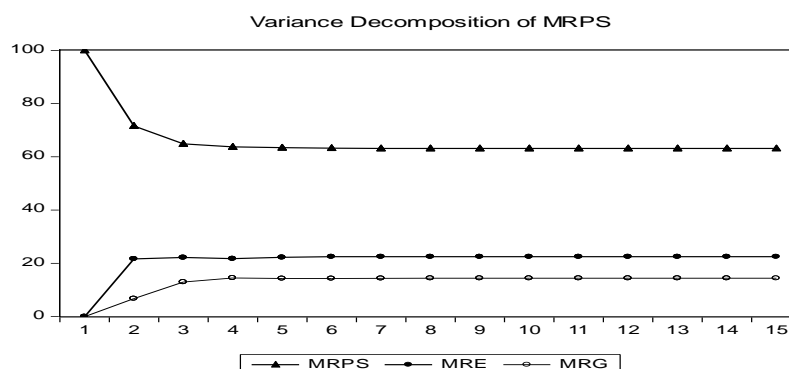
محاسبه میزان سهم هر تکانه در جدول (۴) و شکل (۲) که در ادامه آورده شده است، نشان داده خواهد شد.

۴-۱-۴- تجزیه واریانس^{۵۴}

سهم تکانه های وارد شده بر بازار سهام بر اساس تکانه های وارد شده دو بازار دارایی ارز و طلا در آنالیز تجزیه واریانس نشان داده می شود. نتایج تجربی

جدول ۴- آنالیز تجزیه واریانس

MRG	MRE	MRPS	S.E.	دوره
0.000000	0.000000	100.0000	0.005779	1
6.750499	21.65820	71.59131	0.007707	2
12.95899	22.17126	64.86975	0.008119	3
14.47946	21.76493	63.75561	0.008227	4
14.31280	22.25621	63.43099	0.008292	5
14.29338	22.48912	63.21750	0.008317	6
14.36127	22.49605	63.14268	0.008323	7
14.37922	22.49119	63.12959	0.008324	8
14.37681	22.49783	63.12536	0.008325	9
14.37668	22.50081	63.12252	0.008325	10
14.37760	22.50085	63.12155	0.008325	11
14.37782	22.50080	63.12138	0.008325	12
14.37779	22.50089	63.12132	0.008325	13
14.37779	22.50093	63.12128	0.008325	14
14.37780	22.50093	63.12127	0.008325	15



شکل (۲) - آنالیز تجزیه واریانس

نیازمند انجام مراحل متعددی و پیچیده ای می باشد، معنا و مفهومی نخواهد داشت.

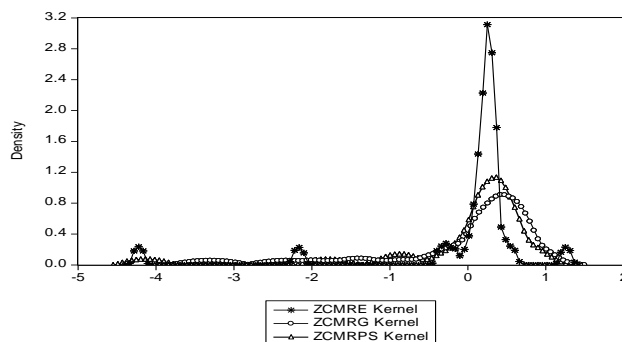
۴-۲- آنتروپی بازدهی دارایی ها

نتایج آنالیز آنتروپی به عنوان شاخصی از کارایی اطلاعاتی بازارهای دارایی نشاندهنده این نکته می باشد که بازار ارز، سهام و طلا به ترتیب دارای آنتروپی نرمال شده ۹۲ درصد، ۸۸ درصد و ۸۵ درصد می باشد. اگرچه عدد آنتروپی اختلاف بسیار محدودی با یکدیگر دارند اما این اعداد در این سه بازار بسیار بالا می باشد به عبارتی شفافیت اطلاعات در هر سه بازار بسیار کم می باشد. لذا احتمال وقوع بحران های و تلاطم های شدید در این سه بازار دور از انتظار نمی باشد. در ادامه جهت بررسی دقیق تر احتمال وقوع بحران و نوسانات دور از انتظار در پرتفوی سه دارایی ارز، طلا و سهام، تابع توزیع کستینگ و همکاران برآورد خواهد شد.

۴-۳- برآورد تابع توزیع کستینگ، گاگن و هوپفینگر

اطلاعات و آمار در سه بازار ارز، طلا و سهام این مطالعه به صورت ماهانه از فروردین ۱۳۷۰ تا اسفند ۱۳۹۵ مورد استفاده قرار گرفته است. با استفاده از نرم افزار متلب فرم تابعی توزیع کستینگ، گاگن و هوپفینگر برای بازدهی سه بازار سهام، ارز و طلا در نمودار شماره (۳) نشان داده شده است.

نمودار فوق آنالیز تجزیه واریانس را برای پانزده دوره به نمایش می گذارد. همان طور که ملاحظه می شود از بین نوسانات دو بازار دارایی بیشترین سهم نوسانات شاخص بازدهی بازار سهام به بازار ارز مربوط می شود که حدود بیست و دو درصد (نمودار با دایره های سیاه) از کل نوسانات می باشد. بازار طلا نیز حدود چهارده درصد (نمودار با دایره های سفید) از کل نوسانات در بازار سهام را به خود اختصاص می دهد. لذا حدود شصت و چهار درصد (نمودار با نمادهای مثلثی) نوسانات بازار سهام ناشی از مکانیزم معاملات خود بازار سهام می باشد. در چارچوب الگوی قیمت گذاری دارایی های سرمایه ای (CAPM)^{۵۵}، تشکیل یک پرتفوی کارا بستگی به میزان ریسک های سیستماتیک و غیر سیستماتیک دارد. لذا انگیزه کسب بازدهی در بازارهای طلا، ارز و سهام و تغییر ترکیب نگهداری دارایی ها در پرتفوی، خود به خود باعث انتقال ریسک های سیستماتیک بین این بازارها خواهد شد. نتایج آزمون تکانه-واکنش و تجزیه واریانس نشاندهنده پویایی و ارتباط بین تحولات و نوسانات درون این پرتفوی فرضی می باشد. حال بعد از بررسی پویایی پرتفوی مورد نظر، جهت آزمون احتمال وجود بحران در این سه بازار از روش کستینگ ابتدا می بایست از میزان آنتروپی که می تواند نشاندهنده قابلیت رخ دادن بحران در بازار دارایی ها باشد، اطمینان حاصل شود. به عبارتی اگر شاخص آنتروپی، کارایی اطلاعاتی بالای هریک از بازارها را نشان دهد، دیگر بررسی احتمال وقوع بحران از روش کستینگ که



شکل ۳- برآورد تابع کستینگ

که انرژی از مقیاس های بزرگ به مقیاس های کوچک انتقال می یابند. این پدیده به میزان همبستگی واریانس سرعت به مقیاس r دارد. در ضمن بر اساس خواص این تابع توزیع، با افزایش واریانس سرعت بوسیله تغییر r می توان این انتظار را داشت که دنباله سمت چپ پهن تر از دنباله راست گردد. این امر بدین مفهوم است که با افزایش سرعت حرکت قیمت به سمت مثبت می بایست دنباله سمت راست دارای امتداد بلند تری باشد. اما اگر سرعت تعدیلات قیمت کاهش یابد، این انتظار وجود دارد که فرم توزیع نیز دارای دنباله چپ بلند تری باشد. این بدین مفهوم است که اگر در بازار شاهد سرعت های متعادلی چه از نظر افزایش قیمت و چه از نظر کاهش قیمت باشیم می بایست فرم تابع توزیع از هر دوطرف به میزان تقریباً مشابهی امتداد یابد.

۵- جمع بندی و نتیجه گیری

توسعه ای اخیر اقتصاد فیزیکی، راه را برای برخی روش های خلاقانه تر در حل سوالات و شناخت سیستم های اقتصادی پیچیده باز خواهد کرد. اگرچه این مدل ها هنوز در مراحل ابتدایی خود هستند اما اعتقاد بر این است که این مدل ها به صورت فزاینده ای در آینده رشد خواهند کرد. مطالعه حاضر با بهره گیری از تکنیک های اقتصاد فیزیکی و اقتصاد سنجی سعی در تبیین ارتباط بین سه بازار ارز، طلا و سهام در قالب یک پرتفوی تصادفی نمود و در ابتدا با انجام یک برآورد پویا ارتباط بین این سه بازار را در چارچوب یک پرتفوی فرضی مورد بررسی قرار داد. بر اساس تحلیل آنالیز تجزیه واریانس نتایج نشان داد که بیشترین سهم نوسانات بر شاخص بازدهی بازار سهام متعلق به بازار ارز و سپس بازار طلا می باشد. نتایج در این بخش با نتایج مطالعه حسینیون، بهنام و ابراهیمی سالاری (۱۳۹۵) نیز همخوانی دارد. در ادامه قبل از بررسی میزان احتمال وقوع بحران از یکی از روش های پیشنهادی علم اقتصاد فیزیکی، وجود کارایی اطلاعات در این بازارها نیز توسط آزمون آنتروپی شانون مورد

همانطور که در نمودار شماره (۱) قابل مشاهده می باشد، نتایج فرم تابعی توزیع کستینگ به صورت آبخاری برآورد شده است. به عبارت بهتر اگر در بازار حرکات هیجانی منجر به نوسانات شدید شود و سریعاً تعدیل گردد، این انتظار وجود دارد که فرم تابع توزیع به سمت توزیع نرمال میل نماید. نتایج حاکی از این حقیقت است که بازار ارز (نمودار با علامت ستاره) نسبت به دو بازار سهام (نمودار با علامت مثلث) و بازار طلا (نمودار با علامت دایره) شرایط پر ریسک تری را در بلند مدت دارا می باشد. همچنین بازار طلا نسبت به دو بازار ارز و سهام شرایط کم ریسک تری را دارا می باشد. به عبارت دیگر بازار سهام نسبت به بازار ارز از ثبات بیشتری و نسبت به بازار طلا با شرایط بحرانی تری مواجه می شود. لذا به طور کلی فرضیه وجود احتمال وقوع بحران های غیر منتظره در هر سه بازار نمی تواند رد شود. در واقع نتایج آماری حاکی از برقراری شرایط وقوع دنباله پهن^{۵۶} در هر سه بازار است به طوری که کشیدگی^{۵۷} برای هر سه بازار سهام، ارز و طلا بیش از توزیع نرمال (برابر با سه) و به ترتیب برابر با ۱۲/۲، ۱۳/۶ و ۶/۳۷ می باشد. همچنین انحراف از معیار این سه توزیع نیز به ترتیب برای بازار ارز بیشتر از بازار سهام و برای بازار طلا کمتر از بازار سهام می باشد. همچنین بر اساس نمودار برای هر سه بازار دارای تابع توزیع دارای دنباله چپ بلند تری، قابل مشاهده می باشد که نشان از این حقیقت است که سرعت تعدیلات شاخص های مورد بررسی در هر سه بازار نسبت به حالت نرمال و بازارهای کارا کمتر می باشد که این امر حاکی از کارایی اطلاعاتی پایین این بازار هاست.

با کنکاش دقیق در روابط آماری می توان به این نتیجه رسید که دلیل بنیادینی که چولگی را می سازد این است که در تابع توزیع کستینگ متغیر u_r با متغیر σ_r دارای همبستگی می باشند. لذا شکل چولگی تابع توزیع برای سرعت متغیر مورد بررسی، بی شباهت به شکل آبخاری انرژی یا فرآیند کشیدگی گرداب نیست. این ویژگی در فیزیک بدین مفهوم است

بازده بین بازارهای سهام، طلا و ارز در ایران. پژوهشهای اقتصادی ایران، ۲۱(۶۶)، ۱۲۳-۱۵۰.

* سینیایی، حسینعلی و داوودی، عبدالله، (۱۳۸۸)، "بررسی رابطه شفاف سازی اطلاعات مالی و رفتار سرمایه گذاران در بورس اوراق بهادار تهران"، تحقیقات مالی، شماره ۲۷، ص.ص ۶۰-۴۳.

* عباسیان، عزت الله و محمودی، وحید، فرزنانگان، الهام (۱۳۸۹)، "شناسایی حباب قیمتی سهام عادی بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از مدل ارزش حال"، فصلنامه بررسی های حسابداری و حسابرسی، ص.ص ۹۲-۷۵.

* عباسی نژاد، حسین، محمدی، شاپور، ابراهیمی، سجاد. (۱۳۹۶). پویایی های رابطه متغیرهای کلان و شاخص بازار سهام. مدیریت دارایی و تأمین مالی، ۵(۱)، ۶۱-۸۲.

* Atef. M., and S. Sakr., (2012). "The Predictive Power of Fundamental Analysis in Terms of Stock Return and Future Profitability Performance in Egyptian Stock Market: Empirical Study". International Research Journal of Finance and Economics, Vol. 92, pp:43-58.

* Banner, A., R. Fernholz, & I. Karatzas. (2005). "On Atlas Models of Equity Markets". Annals of Applied Probability, 15, 2296-2330.

* Bucsa, G., F. Govanovic, & C. Schinckus. (2011). "A Unified Model for Price Return Distributions Used in Econophysics" Physica A, Vol. 390, 3435-3443.

* Castaing, B., Y. Gagne, & E. Hopfinger. (1990). "Velocity Probability Density Functions of High Reynolds Number Turbulence". Physica. D: Nonlinear Phenomena, 46(2), 177-200.

* Duffie, D. (1992). Dynamic Asset Pricing Theory. Princeton University Press:Princeton,N.J.

* Durlauf. S., (2005). "Complexity and Empirical Economics", the Economic Journal, Vol. 115. pp:225-243.

* Farmer. D. J., M. Shubik, & E. Smith., (2005). "Is Economics the Next Physical Science?", Physics Today, Vol. 58. pp:37-42.

* Fernholz, R. (1999). Portfolio Generating Functions. In M. Avellaneda(ed.),

بررسی قرار گرفت که نتایج حاکی از وجود آنتروپی بالا در هر سه بازار می باشد. لذا وقوع بحران مالی در این بازارها دور از انتظار نخواهد بود. اما برای مقایسه احتمال وقوع بحران در این پرتفوی فرضی با استفاده از تابع توزیعی که کستینگ، گاگن و هوپفینگر انجام شد. نتایج برآورد در دوره مورد بررسی حاکی از این است که تابع توزیع کستینگ برای هر سه بازار به صورت آبشاری و چوله به چپ برآورد شده است. با توجه به ضریب کشیدگی بدست آمده در این تابع وجود دنباله پهن در تابع توزیع کستینگ برای هر سه بازار مورد تایید قرار گرفته است. در واقع وجود دنباله پهن و آبشاری در تابع توزیع کستینگ حاکی از وقوع مکرر اتفاقات غیر منتظره در بازارهای دارایی می باشد. همچنین نتایج نشان از این است که سرعت تعدیلات شاخص های مورد بررسی در هر سه بازار نسبت به بازارهای کارا کمتر می باشد که این امر حاکی از کارایی اطلاعاتی پایین این بازار هاست. بر اساس نتایج بدست آمده اگرچه فاصله زیادی برای دستیابی به شرایط کارتر در این بازارها در اقتصاد ایران وجود دارد اما توصیه می شود که با اعمال مدیریت و کنترل هوشمند وضعیت کلان کشور و وضعیت بازار های سهام، ارز و طلا می توان شرایط را برای رسیدن به ثبات مهیا نمود. به عبارت بهتر با شناخت عوامل موثر بر ریسک های سیستمی و غیر سیستمی موثر بر این بازارها و نیز بررسی ارتباط بین این بازارها مخصوصا در شرایطی که در یکی از این بازارها بحران اقتصادی وجود داشته باشد می تواند شرایط با ثبات تری را برای اقتصاد محتمل تر دانست.

۶- فهرست منابع

- * حسینی، سید عقیل و محسن رنانی(۱۳۹۳). " نقد روش شناختی اقتصاد فیزیک و کاربرد آن در تحلیل نظام توزیعی سرمایه داری " مجله اقتصاد تطبیقی، شماره ۱، صفحه ۷۱-۱۰۷.
- * حسینیون، نیلوفرسادات، بهنامه، مهدی ابراهیمی سالاری، تقی. (۱۳۹۵). بررسی انتقال تلاطم نرخ

- * Moore, K., P. Sun., C. D. Vries., & C. Zhou., (2013). "The Cross-Section of Tail Risks in Stock Returns", MPRA Paper No. 45592., Online at <http://mpra.ub.uni-muenchen.de/45592/>.
- * Newman. M. E. J., (2005). " Power Laws, Pareto Distributions and Zipf's Law", Contemporary Physics, Vol. 46. pp:323–351.
- * Osbourne. M. F. M.,(1959), " Brownian Motion in the Stock Market", Operations Research, Vol. 7. pp:145–173.
- * Plerou. V., P. Gopikrishnan, X. Gabaix, and H. E. Stanley., (2002). "Quantifying Stock-Price Response to Demand Fluctuations", Physical review, Vol. 66. pp:027104.
- * Pisarenko, V., & D. Sornette. (2006). New statistic for financial return distributions: Power-law or exponential?. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, Vol. 366, PP:387-400.
- * Samuelson, P. A. (1965). Proof that properly anticipated prices fluctuate randomly.
- * Stanley. H. E., (2003). "Statistical Physics and Economic Fluctuations: Do Outliers Exist?", Physica, Vol. 318. pp:279–292
- Quantitative Analysis in Financial Markets. World Scientific River Edge, NJ, US.
- * Fernholz, R., A. Karatzas, & F. Kardaras. (2005). "Finance & Stochastics". Working Paper. Retrieved from www.worldscientific.com
- * Fernholz, R., & I. Karatzas. (2006). "Stochastic Portfolio Theory: An Overview". Working Paper. (No.24).
- * Goodness. C., (2015). "Does oil price uncertainty matter for stock returns in South Africa?", Investment Management and Financial Innovations. Vol. 12., PP:179-188
- * Jain, A., & Biswal, P. C. (2016). Dynamic linkages among oil price, gold price, exchange rate, and stock market in India. Resources Policy, 49, 179-185.
- * Ibe, O. (2013). Markov processes for stochastic modeling. Newnes. Obukhov, A. M. (1962). "Some Specific Features of Atmospheric Turbulence". Journal of Fluid Mechanics, Vol. 13, PP:77–81.
- * Jackman, S. (2000). "Estimation and Inference via Bayesian Simulation: An Introduction to Markov Chain Monte Carlo" American Journal of Political Science, Vol. 44, PP:369–398.
- * Jung. S., and H. L. Swinney., (2005) "Velocity Difference Statistics in Turbulence", Physical Review, Vol. 72, pp:1-7.
- * Karatzas, I., & C. Karatzas. (2007). "The Numeraire Portfolio and Arbitrage in Semi-Martingale Markets". Finance & Stochastic, Vol. 11., pp:447-493.
- * Karatzas, I., & Kou, S. G. (1996). On the pricing of contingent claims under constraints. The Annals of Applied Probability, Vol. 6, PP:321-369.
- * Mantegna, R. N., & H. E. Stanley. (2000). An Introduction to Econophysics. Cambridge: Cambridge University Press.
- * Markowitz, H. (1952). "Portfolio Selection", Journal of Finance, Vol. 7, PP: 77-91.
- * Matesanz, D., & G. J. Ortega. (2008). "A (Econophysics) Note on Volatility in Exchange Rate Time Series Entropy as a Ranking Criterion". International Journal of Modern Physics C, Vol. 19, No. 7 pp: 1095-1103.
- * Matilla-García, M., M. R., Marín, & M. I. Dore. (2014). "A permutation entropy based test for causality: The volume–stock price relation". Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 398, 280-288.

یادداشت‌ها

¹ Markowitz² Stochastic Portfolio Theory³ Fernhol⁴ Fernholz, Karatzas & Kardaras⁵ Banner, Fernholz & Karatzas⁶ Fernholz & Karatzas⁷ Karatzas & Kardaras⁸ Wan, (2007)⁹ Kown & Shin¹⁰ Mantegna & Stanley¹¹ Bucsa & et al.¹² Morelli¹³ Plerou & et al.¹⁴ Ewing & et al¹⁵ Poitras¹⁶ Durlauf¹⁷ Stanley & et al¹⁸ Matesanz & Ortega¹⁹ Spanulescu & et al²⁰ Atef & Sakr.²¹ Moore & et a²² Matilla & et al²³ Goodness²⁴ Jain & Biswal²⁵ Mantegna & Stanley²⁶ Bucsa & et al²⁷ Stanley

-
- ²⁸ Farmer & et al
 - ²⁹ Newman
 - ³⁰ Pisarenko & Sornette
 - ³¹ Dionisio & et al
 - ³² Lihn
 - ³³ Fry
 - ³⁴ Schinckus
 - ³⁵ Jain & Biswal
 - ³⁶ FernhoLZ
 - ³⁷ Fernholz, Karatzas & Kardaras
 - ³⁸ Banner, Fernholz & Karatzas
 - ³⁹ Fernholz & Karatzas
 - ⁴⁰ Karatzas & Kardaras
 - ⁴¹ Brownian Motion
 - ⁴² Family
 - ⁴³ Karatzas & Shreve
 - ⁴⁴ Duffie
 - ⁴⁵ Karatzas & Kou
 - ⁴⁶ Samuelson
 - ⁴⁷ Castaing, Gagne & Hopfinger
 - ⁴⁸ Probability Distribution Function (PDF)
 - ⁴⁹ Jung. S., & H. L. Swinney., (2005)
 - ⁵⁰ Vector Autoregressive
 - ⁵¹ خواننده محترم با توجه به محدودیت صفحات مقاله، نتایج با اختصار بیان شده است. در صورت تمایل به دسترسی کامل نتایج لطفا با نویسنده مسئول مکاتبه فرمایید.
 - ⁵² Augmented Dickey-Fuller
 - ⁵³ Impulse Response Function
 - ⁵⁴ Variance Decomposition
 - ⁵⁵ Capital Asset Pricing Model
 - ⁵⁶ Fat tail
 - ⁵⁷ Kurtosis