

نشریه علمی  
دانش مالی تحلیل اوراق بهادار  
سال دوازدهم، شماره چهل و چهارم  
زمستان ۱۳۹۸

## بررسی کیفیت زیر جواب های تحلیلی بهینه سبد سهام چند دوره ای با محدودیت هزینه معاملاتی و عدم امکان فروش استقراضی

سلمان ابراهیمی امام قیسی<sup>۱</sup>

سیدمحمدرضا داودی<sup>۲</sup>

تاریخ پذیرش: ۹۷/۰۵/۲۰

تاریخ دریافت: ۹۶/۱۱/۱۷

### چکیده

پژوهش حاضر بعنوان یک پژوهش کاربردی و از نوع توصیفی تحلیلی، ضمن بررسی یک پورتنفوی چند دوره ای، کیفیت زیر جواب های بهینه محاسبه شده به فرم تحلیلی اسکاف و بوید (۲۰۰۹) را برای مدل های با محدودیت هزینه های معاملاتی و با عدم امکان فروش استقراضی در بورس اوراق بهادار تهران بررسی می کند. اگر چه کمینه کردن ریسک و بیشینه نمودن بازدهی سرمایه به نظر ساده می رسد، اما در عمل روش های متعددی برای تشکیل پورتنفوی بهینه به کار رفته است. در این پژوهش ابتدا ۳۰ شرکت فعال در بورس اوراق بهادار تهران که دارای بالاترین رتبه ها در نقد شوندگی در بازه ۱۳۹۰ تا ۱۳۹۵ انتخاب شده و سپس با تکنیک تحلیل پوششی داده ها و با استفاده از ورودی های شامل ۱- حقوق صاحبان سهام، ۲- مجموع دارایی ها و ۳- بهای تمام شده کالای فروش رفته و خروجی های شامل ۱- فروش خالص و ۲- سود خالص، ۸ شرکت کارا از بین ۳۰ شرکت انتخاب گردید. نتیجه پژوهش نشان می دهد زیر جواب های بهینه از کیفیت مناسبی برخوردار هستند.

**واژه های کلیدی:** پورتنفوی چند دوره ای، برنامه ریزی پویا، قضیه تصویر متعامد، پورتنفوی خودتامین.

۱- کارشناسی ارشد مهندسی صنایع (گرایش مهندسی مالی)، واحد دهقان، دانشگاه آزاد اسلامی، دهقان، ایران. s.eb1985@yahoo.com

۲- استادیار، گروه مدیریت، واحد دهقان، دانشگاه آزاد اسلامی، دهقان، ایران. (نویسنده مسئول) smrdavoodi@ut.ac.ir

### ۱- مقدمه

که در آن  $x_{ti}$  قیمت دارایی نام بر حسب دلار در زمان  $t$  می باشد. مقادیر منفی در درایه های بردار به مفهوم فروش استقرای آن دارایی می باشد. ارزش کل پورتنفوی در زمان  $t$  که با  $w_t$  نمایش می دهیم برابر با رابطه ی (۲) خواهد بود.

$$w_t = 1^T x_t = x_{t1} + x_{t2} + \dots + x_{tn} \quad (2)$$

فرض کنیم بردار  $u_t$  میزان خرید و فروش دارایی ها بر حسب دلار در زمان  $t$  در جهت تغییر در محتویات پورتنفوی باشد. به این مفهوم که  $u_{ti} > 0$  نشان دهنده خرید دارایی نام به اندازه ارزش  $u_{ti}$  دلار و  $u_{ti} < 0$  نشان دهنده فروش به اندازه ارزش  $u_{ti}$  دلار از دارایی نوع نام می باشد. بنابراین زمانی که پورتنفوی به لحظه  $t$  می رسد با اعمال سیاست خرید و فروش در این زمان، بردار نشان دهنده موقعیت پورتنفوی به صورت معادله ی  $x_t^+ = x_t + u_t$  تبدیل می شود. بنابراین پورتنفوی در لحظه ورود به زمان  $t+1$  به صورت رابطه ی (۳) می باشد.

$$x_{t+1} = A_t x_t^+ = A_t (x_t + u_t) \quad (3)$$

که در آن  $A_t$  ماتریس بازدهی دارایی ها در فاصله  $t$  تا  $t+1$  می باشد. بعلاوه فرض می کنیم بردارهای  $r_t$  برای زمان های مختلف، از هم مستقل و دارای توزیع از قبل مشخصی مانند توزیع نرمال می باشند. هدف نهایی در این تحقیق یافتن سیاست خرید و فروش بهینه می باشد. منظور از سیاست معامله بهینه این است که در هر زمان  $t$  مشخص کنیم به چه میزان از کدام دارایی فروخته و به چه میزان از کدام دارایی خریداری شود تا تابع هدف خاصی مانند فاصله ارزش نهایی پورتنفوی از مقدار از قبل مشخصی کمینه گردد. به زبان ریاضی به دنبال یافتن توابع رابطه ی (۴) هستیم.

$$\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_T: R^n \rightarrow R^n \quad (4)$$

فرآیند سرمایه گذاری در بازار سهام در نهایت منجر به بستن یک پورتنفوی می شود. بنابراین ضرورت طراحی مدل هایی که با واقعیت تطابق بیشتری داشته باشد امری ضروری در جهت مدیریت ریسک سرمایه گذاران می باشد. مدل های چند دوره ای با محدودیت های هزینه های معاملاتی و عدم امکان فروش استقرای با امکان نظارت بر پورتنفوی در طول دوره سرمایه گذاری با واقعیت فرآیند سرمایه گذاری تطابق بیشتری داشته و این مدل ها می توانند به سرمایه گذاران کمک شایانی کنند. یافتن جواب تحلیلی چنین مدل های پیچیده ای، بسیار ارزشمند است. در این تحقیق در مورد کیفیت زیر جواب های بهینه مساله انتخاب سبد سهام چند دوره ای با محدودیت های هزینه های معاملاتی و عدم امکان فروش استقرای بررسی صورت خواهد گرفت. بر این اساس در این پژوهش ابتدا مبانی نظری و پیشینه تحقیق بیان شده و در ادامه به روش تحقیق و نتایج تحقیق پرداخته می شود.

### ۲- مبانی نظری و پیشینه تحقیق

فرض کنیم  $n$  نوع دارایی (دارایی ریسکی و غیر ریسکی) در جهت تشکیل یک پورتنفوی در اختیار سرمایه گذار قرار دارد. این پورتنفوی پس از بسته شدن تا سرسید نهایی در فواصل زمانی منظم که با  $\{t=1,2,\dots,T\}$  نشان داده می شود، مورد بازنگری قرار می گیرد و در ترکیب دارایی های آن تغییراتی داده می شود تا در نهایت در زمان  $T+1$  پورتنفوی فروخته و ارزش نهایی آن مشخص می گردد. فرض کنیم پورتنفوی در لحظه ورود به زمان  $t$ ، یک بردار از  $n$  دارایی به صورت رابطه (۱) باشد.

$$x_t = (x_{t1}, x_{t2}, \dots, x_{tn})^T \in R^n$$

$$t = 1, 2, \dots, T + 1$$

محدودیت‌ها اضافه کرد. این محدودیت بیان می‌کند که پس از مبادلات هیچ موقعیت فروش استقراری وجود ندارد. از آنجا که نرخ‌های بازده همگی مثبت هستند این مطلب تضمین می‌کند که رابطه‌ی (۷) همواره برقرار است.

$$x_{t+1} = A_t x_t^+ = A_t(x_t + u_t) \geq 0 \quad (۷)$$

همانطور که بیان شد ارزش نهایی پورتنفوی بر حسب دلار برابر است با ارزش پورتنفوی در زمان T+1. تابع هدف این پژوهش در جهت یافتن سیاست خرید و فروش بهینه برابر میانگین مربعات خطا می‌باشد یعنی  $J = E(W_{T+1} - W^{des})^2$  که E نشان دهنده امید ریاضی و  $W^{des} > 0$  برابر ارزش نهایی (بر حسب دلار) مطلوب سرمایه‌گذار می‌باشد.

برای بهینه سازی سبد سهام چند دوره ای بر اساس تابع هدف مذکور و در حالات نامقید و مقید، اسکاف و بوید (۲۰۰۹) جواب های بهینه(برای حالت نامقید) و زیر جواب بهینه(حالت مقید) ارائه کردند که کیفیت زیر جواب های بهینه در بورس اوراق بهادار تهران بررسی خواهد شد. در ادامه به تعدادی از تحقیقات صورت گرفته در حوزه بهینه سازی سبد سهام چند دوره ای اشاره می‌شود:

همائی فرد و همکاران (۱۳۹۵) در پژوهشی با استفاده از الگوهای بهینه‌سازی پایدار و برنامه‌ریزی آرمانی به بهینه سازی مسئله انتخاب سبد سرمایه گذاری چند دوره‌ای با هزینه معاملاتی پرداختند. نتایج حاصل از حل مدل حاکی از آن است که در نظر گرفتن فرض عدم قطعیت داده ها در کنار سایر فروض عنوان شده، مقدار تابع هدف نهایی را بدتر می‌کند که نشان دهنده منطقی بودن جواب‌های حاصل از مدل است.

رئوف پناه (۱۳۹۲) در پایان‌نامه خود تحت عنوان "بهینه‌سازی سبد اوراق بهادار چند دوره‌ای برای مدیریت دارایی و بدهی همراه با کنترل ورشکستگی" به بررسی مساله‌ی بهینه‌سازی سبد اوراق بهادار چند دوره‌ای برای یک سرمایه‌گذار که قصد دارد قبل از

به صورتی که رابطه‌ی  $u_t = \varphi_t(x_t)$  برقرار باشد. البته این سیاست‌های خرید و فروش باید به گونه‌ای باشند که محدودیت‌های موجود در خرید و فروش برآورده شوند. پورتنفوی خود تامین یعنی مجموع ارزش دارایی‌های فروخته شده در زمان t برابر مجموع ارزش دارایی‌های خریداری شده باشد(هیچ سرمایه‌ی به پورتنفوی تزریق یا برداشت نمی‌شود). در ساده‌ترین حالت که هیچ هزینه معامله‌ای پرداخت نمی‌شود و پورتنفوی خودتامین می‌باشد مجموعه محدودیت‌ها به صورت رابطه‌ی (۵) می‌باشد.

$$C_t = C^{basic} = \{(x, u) | 1^T u = 0\} \quad t = 1, 2, \dots, T$$

مجموعه محدودیت‌های رابطه‌ی بیان می‌کند که مقدار فروش در زمان t برابر مقدار خرید در این زمان می‌باشد. در ادامه به مساله‌ای با این نوع محدودیت (خودتامین-بدون هزینه معاملاتی و امکان فروش استقراری)، مساله نامقید می‌گوییم. با وجود هزینه‌های معاملاتی و محدودیت خود تامینی مجموعه محدودیت‌ها به صورت رابطه‌ی (۶) در می‌آید:

$$C^{trans} = \{(x, u) : 1^T u + \tau_{buy}^T u_+ + \tau_{sell}^T u_- = 0\} \quad (۶)$$

که در آن  $\tau_{buy}$  هزینه معاملاتی هر یک دلار خرید و  $\tau_{sell}$  هزینه معاملاتی هر یک دلار فروش و  $u_+ = \max\{u, 0\}$  و  $u_- = \max\{-u, 0\}$  می‌باشد. بنابراین  $u_+$  مکان‌های خرید در بردار معامله و  $u_-$  مکان‌های فروش در بردار معامله می‌باشد. در واقع معادله اخیر بیان می‌کند که مقدار اضافی حاصل از خرید و فروش برابر مجموع هزینه‌های معاملاتی یعنی مجموع هزینه‌های معاملاتی خرید  $\tau_{buy}^T u_+$  و مجموع هزینه‌های معاملاتی فروش  $\tau_{sell}^T u_-$  می‌باشد. می‌توان محدودیت عدم امکان فروش استقراری را به صورت رابطه‌ی  $x_t^+ = x_t + u_t \geq 0$  به مجموعه

کمک روش برنامه‌ریزی بازگشتی این زیر جواب بهتر می‌شود.

### ۳- جواب‌ها و زیر جواب‌های بهینه تحلیلی

در ادامه جواب مدل نامقید و زیر جواب‌های بهینه مدل با محدودیت هزینه معاملاتی و مدل با محدودیت عدم امکان فروش استقراسی که برگرفته از پژوهش اسکاف و بوید می‌باشد، ارائه می‌شود.

#### ۳-۱- مدل نامقید

مدل نامقید در بخش مبانی نظری معرفی گردید و فاقد محدودیت می‌باشد. برای یافتن سیاست بهینه خرید و فروش در فواصل زمانی منظم از زمان بسته شدن پورنفوی تا فروش آن از بهینه سازی به روش برنامه‌ریزی پویا استفاده می‌کنیم. برای این منظور از نمادهای زیر استفاده می‌کنیم.

$V_t(z)$ : مقدار بهینه تابع هدف به شرط  $x_t = z$  می‌باشد؛

$V_t^+(z)$ : مقدار بهینه تابع هدف به شرط  $x_t^+ = z$  می‌باشد؛

و نشان داده می‌شود که جواب بهینه مطابق روابط زیر مشخص می‌شود:

$$V_t(z) = a_t(1^T z - w_t^{tar})^2 + b_t \quad (8)$$

$$V_t^+(z) = a_{t+1}((\bar{r}_t^T z) - w_{t+1}^{tar})^2 + z^T \Sigma_t z + b_{t+1} \quad (9)$$

$$\varphi_t(z) = k_t(z - g_t) \quad (10)$$

#### ۳-۲- مدل با محدودیت هزینه معاملاتی

با در نظر گرفتن هزینه معاملاتی، سیاست بهینه از طریق تصویر متعامد جواب مساله نامقید بر روی فضای جواب دارای محدودیت هزینه معاملاتی به صورت رابطه‌ی (۱۱) استخراج می‌شود.

$$u_t = \varphi_t^{pa}(x_t) = \underset{(x_t, v) \in C_t}{\operatorname{argmin}} \|v - k_t(x_t - g_t)\|_2 \quad (11)$$

رسیدن به انتهای افق سرمایه‌گذاری خود احتمال ورشکستگی را کنترل کند پرداخته است. سپس یک روش برای حل این مدل بر اساس روش لاگرانژ افزایشده و رویکرد برنامه‌ریزی پویا ارائه می‌شود.

اسکاف و بوید<sup>۱</sup> (۲۰۰۹) در تحقیق خود با استفاده از نظریه کنترل تصادفی به استخراج سیاست بهینه خرید و فروش در یک پرتفوی چند دوره ای پرداختند. با اعمال دو محدودیت شامل هزینه های معاملاتی و عدم امکان فروش استقراسی آنها موفق به ارائه یک زیر جواب برای این مسایل مقید به کمک فرآیند تصویر آفین بر روی فضای جواب نامقید شدند. همچنین با رویکرد تابع لیاپانوف نیز جواب هایی برای مسایل مقید استخراج می‌شود. در پایان آنها به کمک شبیه سازی نتایج مدل را با جواب های تحلیلی تقریبی مقایسه کردند. نتیجه مقایسه نشان می‌دهد زیر جواب های بهینه استخراج شده دارای کیفیت مطلوبی هستند

ساغلام و بنسو<sup>۲</sup> (۲۰۱۸) به بررسی یک مدل چند دوره ای میانگین-واریانس با در نظر گرفتن محدودیت هایی در مورد هزینه های معاملاتی، ارزش در معرض ریسک شرطی و متنوع سازی پرداختند. آنها برای سناریو سازی از درخت دو دویی استفاده کردند و نتایج اجرای بهینه سازی در بورس آمریکا را از لحاظ زمانی و عملکرد مثبت ارزیابی می‌کنند.

مگ و لین<sup>۳</sup> (۲۰۱۷) در پژوهش خود یک مدل انتخاب سبد سهام چند دوره ای فازی را با در نظر گرفتن هزینه های معاملاتی ارائه نمودند. در این مدل بازده، واریانس و چولگی بر حسب اعداد فازی بیان می‌شوند که با الگوریتم ژنتیک چند هدفه مورد بهینه سازی قرار گرفته است.

کانگ و استرله<sup>۴</sup> (۲۰۱۶) به ارائه یک زیر جواب بهینه برای مساله انتخاب سبد سهام چند دوره‌ای میانگین-واریانس اقدام می‌کنند. ابتدا یک زیر جواب بهینه برای سیاست‌های تغییر در پرتفوی در دوره‌های آتی پیش رو استخراج می‌شود و سپس از آن بعنوان یک سیاست پیش رو استفاده می‌شود. در ادامه به

$$\begin{aligned} & \text{minimize} \quad \|v - u_t^{opt}\|_2 \\ & \text{subject to} \\ & v + x_t \geq 0 \\ & 1^T v = 0 \end{aligned} \quad (17)$$

#### ۴- یافته‌های پژوهش

هدف از این بخش بررسی کیفیت زیر جواب های بهینه ارایه شده در بخش قبل می باشد. در پژوهش حاضر ابتدا ۳۰ شرکت فعال (دارای بالاترین رتبه ها در نقد شوندگی) در بورس اوراق بهادار تهران و در بازه ۱۳۹۰ تا ۱۳۹۵ انتخاب شده و با استفاده از تحلیل پوششی داده ها و به کمک ورودی‌های شامل ۱-حقوق صاحبان سهام، ۲-مجموع دارایی‌ها و ۳-بهای تمام شده کالای فروش رفته و لیست خروجی‌های شامل ۱-فروش خالص و ۲-سود خالص، ۸ شرکت کارا از بین ۳۰ شرکت انتخاب گردید. لیست شرکت‌های کارا از بین ۳۰ شرکت در جدول (۱) آمده است.

جدول ۱- لیست شرکت های کارا

شماره سهم	سهم کارا
1	ایران خودرو دیزل
2	بهنوش
3	دارو اسوه
4	سیمان قائن
5	قند اصفهان
6	مخابرات ایران
7	معدنی املاح ایران
8	نورد قطعات فولادی

آمار توصیفی مربوط به بازده ماهیانه هشت سهم کارا به صورت جدول (۲) می باشد و در ادامه ماتریس کواریانس در جدول (۳) آمده است.

بنابراین برای یافتن زیر جواب بهینه به حل مدل (۱۲) نیاز داریم.

$$\begin{aligned} & \text{minimize} \quad \|v - u_t^{opt}\|_2 \\ & \text{subject to} \quad 1^T u + \tau_{buy}^T u_+ + \tau_{sell}^T u_- = 0 \end{aligned} \quad (12)$$

که  $u_t^{opt} = k_t(x_t - g_t)$  برای حل این مدل از روش ضرایب لاگرانژ استفاده می‌کنیم و جواب بهینه عبارت است از:

$$v = (u^{uopt} + 0.5\lambda(1 + \tau_{buy}))_+ - (u^{uopt} + 0.5\lambda(1 - \tau_{buy}))_- \quad (13)$$

که  $\lambda$  در رابطه  $\lambda^T u_t + \tau_{buy}^T(u_t)_+ + \tau_{sell}^T(u_t)_- = 0$  صدق می‌کند.

#### ۳-۳- مدل با محدودیت عدم امکان فروش استقراضی

با عدم امکان فروش استقراضی مجموعه محدودیت‌ها به صورت رابطه‌ی (۱۴) در می‌آید:

$$C_t = \{(x, u): 1^T u = 0, x + u \geq 0\} \quad (14)$$

یک راه برای یافتن زیر جواب بهینه برای سیاست خرید و فروش با عدم وجود فروش استقراضی، تصویر جواب بهینه نامقید یعنی بدون هزینه‌های معاملاتی و امکان فروش استقراضی به روی مجموعه (۱۵) در نرم دو می‌باشد.

$$C_t = \{(x, u): 1^T u = 0, x + u \geq 0\} \quad (15)$$

یعنی با وجود هزینه معاملاتی سیاست بهینه به صورت رابطه‌ی (۱۶) استخراج می‌شود که

$$u_t = \varphi_t^{pa}(x_t) = \operatorname{argmin}_{(x_t, v) \in C_t} \|v - k_t(x_t - g_t)\|_2 \quad (16)$$

بنابراین برای یافتن زیر جواب بهینه به حل مدل در جه دوم (۱۷) نیاز داریم.



جدول ۲- آمار توصیفی بازده سهام کارا

پارامتر آماری	سهام ۱	سهام ۲	سهام ۳	سهام ۴	سهام ۵	سهام ۶	سهام ۷	سهام ۸
میانگین	0.038	0.013	0.036	0.035	0.062	0.014	0.050	0.030
میانه	0.000	0.000	0.000	0.000	-0.006	0.002	0.038	0.007
ماکسیمم	0.604	0.565	0.434	1.399	0.810	0.283	0.457	0.471
میانه	-0.247	-0.393	-0.207	-0.470	-0.485	-0.151	-0.175	-0.174
انحراف معیار	0.172	0.131	0.111	0.224	0.250	0.084	0.119	0.119
چولگی	1.212	1.117	1.238	3.698	1.300	0.893	1.241	1.072
کشیدگی	4.758	8.886	5.538	24.778	4.766	4.393	5.485	4.819
تعداد	۰۰.۹۶	۰۰.۹۶	۰۰.۹۶	۰۰.۹۶	۰۰.۹۶	۰۰.۹۶	۰۰.۹۶	۰۰.۹۶

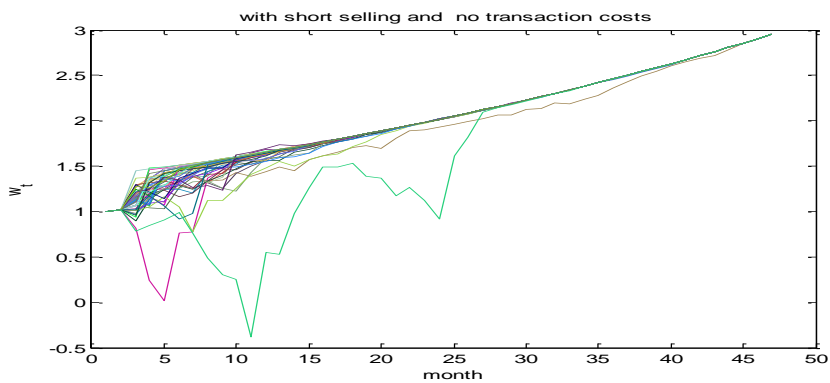
جدول ۳- ماتریس کواریانس

کواریانس	سهام ۱	سهام ۲	سهام ۳	سهام ۴	سهام ۵	سهام ۶	سهام ۷	سهام ۸
سهام ۱	0.030	0.005	0.012	0.013	0.010	0.010	0.004	0.005
سهام ۲	0.005	0.017	0.006	0.004	0.004	0.002	0.004	-0.003
سهام ۳	0.012	0.006	0.012	0.004	0.002	0.005	0.002	0.000
سهام ۴	0.013	0.004	0.004	0.050	0.016	0.008	0.006	0.002
سهام ۵	0.010	0.004	0.002	0.016	0.062	0.006	-0.003	0.007
سهام ۶	0.010	0.002	0.005	0.008	0.006	0.007	0.001	0.002
سهام ۷	0.004	0.004	0.002	0.006	-0.003	0.001	0.014	-0.001
سهام ۸	0.005	-0.003	0.000	0.002	0.007	0.002	-0.001	0.014

#### ۴-۱- نتایج مدل نامقید

مطابق روش تحقیق، در این مدل هزینه معاملاتی وجود ندارد و همچنین فروش استقراضی امکان پذیر است. سرمایه اولیه پورتنفوی برابر یک دلار می باشد. نرخ بهره بدون ریسک نیز برابر ۰/۱۵ سالیانه در نظر گرفته شده است. افق زمانی پورتنفوی یک دوره چهار ساله می باشد که بازرسی های پورتنفوی به صورت ماهیانه صورت می گیرد. ارزش نهایی مورد نظر سرمایه گذار برابر ۳ دلار می باشد که تقریباً دو برابر حالت سرمایه گذاری بدون ریسک چهار ساله یک دلار با نرخ بهره بدون ریسک ۰/۱۵ می باشد. برای آینده بازار برای ۴۸ ماه آتی پیش روی پورتنفوی از ۱۰۰۰ سناریو برای هشت سهم موجود در پورتنفوی مطابق توزیع نرمال چند متغیره با میانگین و ماتریس

کواریانس اشاره شده در بخش آمار توصیفی استفاده شده است. برای هر سناریو، سیاست بهینه معاملاتی بدست آمده به روش برنامه ریزی پویا که به آن اشاره شد بر روی پورتنفوی اعمال گردید. تغییرات ارزش پورتنفوی برای ۵۰ سناریو از ۱۰۰۰ سناریوی در نظر گرفته شده، در نمودار (۱) آورده شده است. پس از اجرای ۱۰۰۰ سناریو، هزار داده برای ارزش نهایی پورتنفوی محاسبه گردید که میانگین و واریانس آنها در جدول (۶) آمده است. همانطور که مشاهده می شود پورتنفوی به هدف خود که رسیدن به سه دلار ارزش نهایی می باشد کاملاً نزدیک شده است.



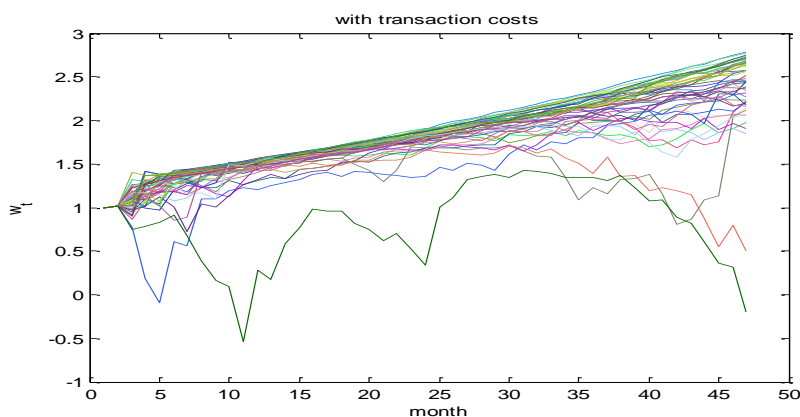
نمودار ۱- تغییرات ارزش پورتفوی در سناریوهای مختلف

جدول ۶- میانگین و واریانس روش نامقید

2.9508	ارزش نهایی پورتفوی
.....۱۵۶۵.۰	واریانس

معاملاتی، تصویر جواب بهینه نامقید یعنی بدون هزینه‌های معاملاتی مطابق روش بیان شده محاسبه گردید. با اعمال سیاست بهینه محاسبه شده نتیجه ارزش نهایی پورتفوی برای ۵۰ سناریو از ۱۰۰۰ سناریو در نمودار (۴) ارایه شده است.

۲-۴ نتایج مدل با وجود هزینه های معاملاتی در این روش هزینه معاملاتی فروش برابر ۰,۰۱۰۲۹ و خرید برابر ۰,۰۰۴۸۶ مطابق بورس اوراق بهادار تهران در نظر گرفته شده است و فروش استقراسی نیز امکان پذیر است. برای یافتن زیر جواب بهینه برای سیاست خرید و فروش با وجود هزینه‌های



نمودار ۴- تغییرات ارزش پورتفوی در سناریوهای مختلف با وجود محدودیت هزینه‌های معاملاتی

جدول ۷- مشخصات آماری ارزش نهایی پورتفوی با هزینه‌های معاملاتی

مقدار	پارامتر
2.363228	ارزش نهایی پورتفوی
0.276141	واریانس



معاملاتی و امکان فروش استقراضی بر روی مجموعه جواه‌های های با وجود محدودیت می باشد. با اعمال سیاست بهینه محاسبه شده نتیجه ارزش نهایی پورتهوی برای ۵۰ سناریو از ۱۰۰۰ سناریو در نمودار (۵) ارایه شده است.

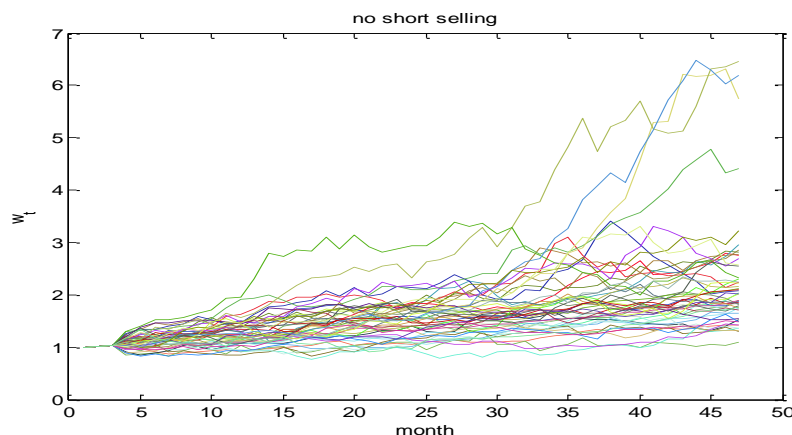
پس از اجرای ۱۰۰۰ سناریو، هزار داده برای ارزش نهایی پورتهوی با عدم امکان فروش استقراضی محاسبه گردید که میانگین، واریانس و دیگر مشخصات آماری این داده‌ها در جدول (۸) ارایه شده است.

همانطوری که از نتایج مشاهده می‌شود زیر جواب بهینه محاسبه شده به جواب نامقید نزدیک است و لذا کیفیت زیر جواب‌ها در این حالت مطلوب ارزیابی می‌شود.

پس از اجرای ۱۰۰۰ سناریو، هزار داده برای ارزش نهایی پورتهوی با وجود هزینه‌های معاملاتی محاسبه گردید که میانگین، واریانس و دیگر مشخصات آماری این داده‌ها در جدول (۷) ارایه شده است: همانطوری که از نتایج مشاهده می‌شود زیر جواب بهینه محاسبه شده به جواب نامقید نزدیک است و لذا کیفیت زیر جواب‌ها در این حالت مطلوب ارزیابی می‌شود.

#### ۳-۴- نتایج با عدم امکان فروش استقراضی

در این مدل هزینه‌های معاملاتی وجود ندارد و فروش استقراضی امکان پذیر نیست. زیر جواب بهینه، تصویر جواب بهینه نامقید یعنی بدون هزینه‌های



نمودار ۵- تغییرات ارزش پورتهوی در سناریوهای مختلف با عدم امکان فروش استقراضی

جدول ۸- مشخصات آماری ارزش نهایی پورتهوی با عدم امکان فروش استقراضی

پارامتر	مقدار
ارزش نهایی پورتهوی	2.350231
واریانس	0.817951

گرفتن هزینه‌های معاملاتی و با امکان فروش استقراضی ارایه نمودند. سپس با استفاده از تصویر کردن متعامد در فضای اقلیدسی، زیر جواب‌های مساله انتخاب سبد بهینه چند دوره‌ای با هزینه‌های معاملاتی و با عدم امکان فروش استقراضی را محاسبه کردند.

#### ۶- بحث و نتیجه‌گیری

اسکاف و بوید<sup>۴</sup> (۲۰۰۹) دو تن از اساتید دانشکده برق استنفورد، در پژوهش خود با استفاده از برنامه-ریزی پویا یک فرم بسته برای جواب تحلیلی مساله انتخاب سبد بهینه سهام چند دوره‌ای بدون در نظر



with transaction costs. European Journal of Operational Research, 222, 341-349.

یادداشت‌ها

<sup>1</sup> Skype & Boyd

<sup>2</sup> Sağlam.U & Benso

<sup>3</sup> Meng & Lin

نتیجه پژوهش عملی آنها نشان می‌دهد جواب‌های محاسبه شده به جواب تحلیلی نزدیک می‌باشند و از این رو کیفیت زیر جواب‌های محاسبه شده را مثبت ارزیابی می‌کنند. پژوهش حاضر با بررسی در بورس اوراق بهادار تهران، به مانند نتایج تحقیق اسکاف و بوید، کیفیت زیر جواب‌ها را مناسب ارزیابی می‌کند.

فهرست منابع

- 1) رئوف‌پناه، حسین (۱۳۹۲). بهینه‌سازی سبد اوراق بهادار چند دوره‌ای برای مدیریت دارایی و بدهی همراه با کنترل ورشکستگی-کارشناسی ارشد. موسسه آموزشی رجا.
- 2) مدرس یزدی، محمد؛ تاج بخش، علیرضا (۱۳۸۷). بهینه‌سازی استوار سبد مالی چند دوره‌ای با استفاده از ارزش در معرض خطر مشروط. منتشر شده در ششمین کنفرانس بین المللی مهندسی صنایع.
- 3) همائی فر، ساغر؛ روغنیان، عماد (۱۳۹۵). به کارگیری الگوهای بهینه‌سازی پایدار و برنامه‌ریزی آرمانی در مسئله انتخاب سبد سرمای گذاری چند دوره‌ای. مجله‌ی مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار. شماره ۲۸
- 4) Cong, F., Oosterle, C.W (2016), Multi-period mean-VaR Portfolio optimization based on monte-carlo simulation. Journal of Economics Dynamics and control, 1-23.
- 5) Meng. X and Lin. N (2017), Fuzzy multi-period mean-variance-skewness portfolio selection model with transaction cost. 36th Chinese Control Conference (CCC), Dalian, 2921-2927.
- 6) Sağlam.U and Benso. H (2018), Multi-Period Portfolio Optimization with Cone Constraints and Discrete Decisions (February 1, 2018). Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=2932567>.
- 7) Skaf. J and Boyd. H (2008), Multi-period portfolio optimization with constraints and transaction costs. Working Paper, 1-23.
- 8) Zhang, W.G., Liu, Y.j., Xu, W.J (2012), A possibilistic mean-semiVaR iance-entropy model for multi-period portfolio selection