نشریـه علمـی
دانش مالی تحلیل اوراق بهادار
سال سیزدهم، شماره چهل‌و هفتم
پائیز ۱۳۹۹

ارائه‌ی مدل برنامه ریزی استوار امکانی برای انتخاب سبد سهام بر مبنای نسبت شارپ

مقصود امیری[۱]
محمدسعید حیدری[۲]

تاریخ دریافت: ۹۸/۰۱/۳۱ تاریخ پذیرش: ۹۸/۰۳/۱۱

چکیده

مسئله انتخاب سبد[۱] سرمایه‌گذاری یکی از مهم‌ترین مسائل در حوزه مالی است که در آن تلاش می‌شود تا در طول چند دورۀ زمانی بودجه مشخص‌شده را طوری بین دارایی‌ها توزیع نمود که بازده[۲] سبد[۳] سرمایه‌گذاری بیشینه و درعین‌حال ریسک آن از یک حد معین بیشتر نشود. در این مقاله ابتدا یک مدل برنامه‌ریزی[۴] ریاضی غیرخطی[۵] مختلط برای مسئله‌ی انتخاب سبد سهام جهت بیشینه‌سازی نسبت‌های شارپ سهام پیشنهاد و آزمون شده است. سپس به‌واسطه‌ی طبیعت غیرقطعی پارامترهای ورودی چنین مسئله‌ای، یک مدل جدید برنامه‌ریزی امکانی استوار که قدرت تنظیم درجه استواری تصمیمات خروجی در برابر عدم قطعیت پارامترها را دارد، توسعه داده شده است. جهت بررسی عملکرد مدل، در ابتدا مدل پیشنهادی بر روی ۴۲ شرکت فعال(دارای بیشترین تعداد روز معاملاتی) در بازار بورس اوراق بهادار تهران، در دوره زمانی بهار ۱۳۹۷تست و ارزیابی شده است. در پایان نتایج محاسباتی کارایی مدل پیشنهادی، کیفیت بالای عملکرد و کاربردی بودن مدل برنامه‌ریزی امکانی استوار پیشنهادی را نشان میدهد.

واژه‌های کلیدی: برنامه‌ریزی استوار امکانی, نسبت شارپ, بهینه سازی سبد, بهینه سازی فازی.

۱- استاد گروه مدیریت صنعتی دانشکده حسابداری و مدیریت دانشگاه علامه طباطبایی، تهران، ایران. (نویسنده مسئول) mg_amiri@yahoo.com
۲- دانشجوی دکترای مدیریت مالی دانشگاه علامه طباطبایی، تهران، ایران.

۱- مقدمه

یکـی از بنیـادی‌تـرین راهبردهـا جهـت کـاهش و کنترل ریسک‌های در حـوزه سـرمایه‌گـذاری، تشـکیل سبد و متنوع‌سازی دارایی‌ها است (مارکوویتز ۱۹۵۲)، انتخاب یک سبد سرمایه‌گذاری خوب با بـازدهی بـالا و ریسک کم خواسته‌ی هر سرمایه‌گذاری است. از این رو مـدل‌هـای زیـادی بـرای انتخـاب سـبد ارائـه شـده و تلاش‌های زیادی در جهت بهبود این مـدل‌هـا صـورت گرفته است.

در واقع در حوزه مدیریت سرمایه‌گـذاری، انتخـاب سبد دارایی‌ها مهمترین مسئله اسـت. پـس از نـوآوری مارکویتز[۶] و مدل حداقل ریسک وی روش‌های مختلفی برای بهینه‌سازی ابداع شده، روش‌هایی که سعی نموده بـا افـزودن سـنجه‌هـای بیشـتری در تـابع هـدف و محدودیت‌های هوشـمندانه، بـا کیفیـت‌تـرین سـبد از منظر ریسک و بازده را تولید کند، طی سال‌های اخیـر نیز علاوه بر بهینه‌سازی ترکیب ریسک و بازده سبد، بـا توجه به وجود فاکتور عدم قطعیت در میزان ریسـک و بازده دارایی‌های مالی، بحث پایـداری نتـایج و کـاهش نیـاز بـه تغییـر پیـاپی وزن دارایـی‌هـا در سـبد سرمایه‌گذاری مطـرح شـده اسـت و بـا بهـره‌گیـری از رویکردهـای استوکاسـتیک[۷]، منطـق فـازی[۸] و استوارسازی[۹] سعی شـده اسـت، در کنـار دسـتیابی بـه ترکیب بهینه ریسک و بازده، میـزان عـدم قطعیـت در سطح مطلوبی مهار شود.

همچنین یک بعد دیگر به دلیـل فضـای رقـابتی و ریسکی در بازار سهام برای تصمیم‌گیری در بسـیاری از مسائل با مشکل کمبود اطلاعات و یا غیرقطعـی بـودن اطلاعات موجود مواجه هستیم؛ بنابراین در مـدل‌هـایی که برای برنامه‌ریزی آن ارائه میشود باید این مسـئله را مدنظر داشت.(منتظر، ۲۰۱۰)

رویکردی که در سالهای اخیر برای مقابله بـا عـدم قطعیت ارائه شده است ، بهینه سازی استوار[۱۰] میباشـد که در آن به بهینه سازی بـه هنگـام رخ دادن بـدترین موارد پرداخته میشود. رویکرد استوار برای حل مسـایل بهینه سازی با عـدم قطعیـت داده هـا پیشـنهاد شـد و اخیراً به‌طور گسـترده‌ای مـورد مطالعـه قـرار گرفتـه و توسعه یافته است.مزایای اصلی این رویکرد عبارتنـد از (آلم و مورابیتو، ۲۰۱۲):

۱) بهینه سازی استوار نسبت به رویکرد احتمالی از لحاظ حل مدل دارای سهولت بیشتری است.

۲) نیاز به دانش واضحی از توزیع احتمالی داده‌های دارای عدم قطعیت نیست .

بر اساس پژوهش‌های قبلی موجود در ادبیات عـدم قطعیت در داده‌ها، برخی از مسائل دچار عدم قطعیـت شناختی هستند که ناشی از کمبود دانش ما راجـع بـه مقادیر پارامترها اسـت کـه لزومـاً در ایـن حالـت داده تاریخی موجود نمی‌باشد. در این حالت برای مدلسـازی عدم قطعیت از برنامه‌ریزی امکانی استفاده میشـود. در مسئله‌ی مورد بررسی در ایـن مقالـه بـه دلیـل کامـل نبودن و در دسترس نبودن اطلاعات با عدم قطعیت در داده‌ها که از نو ع عدم قطعیت شناختی میباشد مواجه هسـتیم، لـذا بـرای مدلسـازی مسـئله از برنامـه‌ریـزی امکانی استوار استفاده شده است.

برنامه‌ریزی امکانی استوار به دلائل زیر از برنامه‌ریزی امکانی برتر میباشد: ۱) در بهینه‌سازی استوار سطح اطمینان ارضای محدودیت‌ها توسط خود مدل تعیین میشود و مقدار آن بهینه است. ۲) در بهینه سازی استوار جواب نهایی دارای استواری بهینگی و استواری شدنی بودن است. ۳) توجه به انحرافات تابع هدف به واسطه عدم قطعیت پارامترها موجب جلوگیری از هزینه های سنگین و جبران ناپذیری برای مدیران و سرمایه گذاران میگردد. در صورتیکه در برنامه ریزی امکانی به موارد مذکور توجه چندانی نمیشود (پیشوایی, ۲۰۱۲)

۲- مبانی نظری و مروری بر پیشینه پژوهش

در حوزه بهینه‌سازی سبد سهام با توجه به توسـعه روزافزون بازارهای مالی جهان و تاثیر این بهینـه‌سـازی بر کسب بازده اقتصادی و سود، تحقیقـات بسـیاری تـا کنون انجام شده است، در ایـن قسـمت بـه تعـدادی از

مهمترین و مرتبط‌ترین تحقیقات انجام شده که نزدیکی بیشتری با این تحقیق دارند اشاره می‌شود.

پس از مدل میانگین-واریانس مارکویتز (۱۹۵۲-۱۹۵۹)و رویکرد تک عاملی شارپ یا مدل بازار (شارپ 1964 لینتنر ۱۹۶۵) برای بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری که رویکردی تک دوره‌ای بود، رویکرد تک دوره‌ای مارکویتز به چنددوره‌ای توسعه یافت (هاکانسون ۱۹۷۱، التون و گرابر ۱۹۷۴، مویسون ۱۹۶۸ و لی ۲۰۰۰). همچنین مطالعات متعددی بر روی تئوری مدرن سبد سرمایه‌گذاری و سنجه ریسک مربوطه انجام‌شده است. در ادامه تحقیقات متعددی برای حل مسئله میانگین –واریانس (MV) انجام گرفت، تعدادی به دنبال حل مسئله به‌صورت تک هدفه و یا چند هدفه که شامل مدل‌های برنامه‌ریزی آرمانی[11] خطی است بودند (شارپ ۱۹۶۷)، عده‌ای نیز الگوریتم ژنتیک (ژیا و همکاران ۲۰۰۰، لوراشی و همکاران ۱۹۹۵)، گروهی ماشین‌های بردار پشتیبانی (فن و پالانسوامی ۲۰۰۱)، مدل‌سازی فازی (تاناگا و همکاران ۲۰۰۰)، رویکرد بهینه‌سازی ازدحام ذرات (کندال و سو ۲۰۰۵)، برنامه‌ریزی تصادفی یا استوکاستیک (سامولسون ۱۹۶۹) و... را دنبال نمودند.

هوانگ در سال ۲۰۰۹ با ترکیب تئوری دسته‌بندی فازی[12] نظریه مجموعه‌های راف[13] مدل پیش‌بینی اوتورگرسیو[14] و تئوری سیستم‌های خاکستری برای انتخاب سبد سرمایه‌گذاری استفاده نمود.

اگر به زمان حال نزدیکتر شویم، با مطالعه پیشینه پژوهشدر بازه زمانی اخیر و از سال ۲۰۰۹ برخی نکات مهم عبارت‌اند از(گش و ماهانتی، ۲۰۱۴):

الف) در میان تحقیقات انجام‌شده استفاده از شاخص شارپ به‌عنوان سنجه عملکرد بسیار بالا بوده و اختلاف معناداری با سایر روش‌ها داشته است برخی دیگر از مهم‌ترین سنجه‌ها عبارت‌اند از : CVAR، گشتاورها، کشیدگی، آلفا و نسبت ترینر.

ب) الگوریتم‌های مورداستفاده در این پژوهش‌ها جهت بهینه‌سازی سبددارایی‌ها به ترتیب تعدد استفاده عبارت‌اند از: مدل‌سازی ریاضی، منطق فازی و الگوریتم ژنتیک با اختلاف فاحش بیشترین موارد استفاده را داشتند، سایر موارد عبارت‌اند از: رویکرد بهینه‌سازی ازدحام ذرات، مدل برنامه‌ریزی کوادریاتیک، متدولوژی سیستم‌های خبره و برنامه‌ریزی آرمانی.

در ادامه به برخی از مهمترین و مرتبط‌ترین این تحقیقات اشاره خواهد شد.

لین و کو در سال ۲۰۰۹سازوکار پیش‌بینی ارزش در معرض خطر سبد (PVaR) مبتنی بر الگوریتم ژنتیک که از نظریه EVT[15] استفاده می‌کرد را معرفی نمودند. نتایج آزمون بر روی ۷۸ شرکت پذیرفته شده در بورس تایوان نشان از استواری و ثبات این الگوریتم با نرخ موفقیتی بالاتر از روش‌های میانگین نمایی متحرک و شبیه‌سازی تاریخی با ۹۵ و ۹۹درصد سطح اطمینان داشت. در همین سال سلیمانی و همکاران یک رویکرد مبتنی بر الگوریتم ژنتیک با محدودیت اعداد صحیح و سهم بازار صنایع مختلف جهت بهینه‌سازی مدل MV مارکویتز ارایه نمود که این رویکرد باعث کاربردی‌تر شدن مدل مارکویتز در شرایط واقعی شده است. در ادامه چانگ و همکاران (۲۰۰۹)یک الگوریتم ژنتیک برای حل مسایل بهینه‌سازی با سنجه‌های مختلف ریسک (شامل واریانس، نیم واریانس و انحراف مطلق از میانگین) بر روی مدل MV مارکویتز، معرفی نمود، نتایج این مدل نشان داد سرمایه‌گذاران برای کسب عملکرد بهتر بایستی تعداد کمتری دارایی را در سبد سرمایه‌گذاری داشته باشند. همچنین زاکامولین و کوکباکر (۲۰۰۹) در کنار استفاده از نسبت بازده به ریسک به‌عنوان سنجه عملکرد، مطلوبیت انتظاری برای هر دارایی را نیز جهت امتیازدهی استفاده نمودند. و نشان دادند نسبت شارپ جدید[16] با رفع کمبودهای نسبت استاندارد شارپ، جهت ارزیابی عملکرد سبد سرمایه‌گذاری قابل استفاده است.

در سال ۲۰۱۰ منتظر و همکاران متدی را برای طراحی سیستم خبره فازی جهت توصیه و معرفی سبد

سرمایه‌گذاری در بورس اوراق بهادار تهران پیشنهاد دادند، سیستم طراحی شده در این مقاله بصورت محسوسی نسبت به مدل کلاسیک مارکویتز در یک بازه زمانی مشخص با سرعت بیشتری باعث افزایش ثروت سرمایه‌گذاران می‌شد. همچنین در حوزه استفاده از متدهای فازی در همین سال سجادی و سیدحسینی (۲۰۱۱) یک مدل فازی پویای چند دوره‌ای را برای انتخاب سبد سهام پیشنهاد دادند که در آن امکان قرض دهی و قرض گیری در شرایط واقعی (نرخ‌های متفاوت قرض‌دهی و قرض گیری وجه نقد) وجود دارد، این مدل در شرایط مختلف ریسک و بازده کمک می‌کند تا سرمایه‌گذاران در مورد ایجاد اهرم و اهرم‌زدایی (وام‌گیری یا وام‌دهی از طریق بازار پول) در سبد سرمایه‌گذاری خود تصمیمات واقعی و درستی اتخاذ کنند.

سال بعد پیشوایی و رزمی و ترابی (۲۰۱۲) برنامه‌ریزی استوار امکانی را برای طراحی زنجیره تأمین مورد استفاده قرار دادند. آنها در این مقاله یک مدل برنامه‌ریز چندهدفه (کمینه‌سازی هزینه و بیشینه سازی مسئولیت‌پذیری اجتماعی) را طرحی نموده و برای غلبه موثر بر عدم قطعیت پارامترها یک رویکرد جدید تحت عنوان برنامه‌ریزی امکانی استوار (RPP[17]) پیشنهاد داده و چندین نسخه متفاوت از آن را توسعه داده و تفاوت‌ها و نقاط قوت و ضعف هر مدل را شناسایی و معرفی نمودند. در ادامه توسعه فعالیت‌های تحقیقاتی در حوزه بهینه‌سازی استوار، فابوزی و دیگران در سال ۲۰۱۴ با نگاهی عمیق‌تر به سبدهای سرمایه‌گذاری استوار، رفتار این سبدهای شکل گرفته با کمک بهینه‌سازی استوار را مورد تحلیل قراردادند، تحقیق آنها نشان داد با افزایش استواری سبد سرمایه‌گذاری، اوزان بهینه به سمت سبدی که واریانس آن در بالاترین حد توسط فاکتورهای مشخص توضیح داده می شوند حرکت می‌کند.

مایلت و توکپاوی (۲۰۱۵) مدل استواری ارایه دادند که در عین استوار ماندن در برابر مقوله نااطمینانی، نیاز سرمایه‌گذارانی که بدنبال هدف‌گیری سبد سراسری حداقل واریانس[18] هستند را تأمین می‌کند. در این مقاله شبیه‌سازی مونت‌کارلو برتری و تفوق سبداستوار بر سبدهای نا استوار را در ابعاد مختلف بازده تعدیل شده بر مبنای ریسک و واریانس، نشان داد. آنها مشاهده نمودن که سبد سرمایه‌گذاری استوار نسبت به سبدهای سنتی حداقل واریانس، گردش پایین‌تر و نسبت شارپ بالاتری دارد. در همین سال و در ارتباط با مقوله استوار سازی ایوب و ذوالفقار بر مبنای تحقیقی که برروی بورس کراچی و در حوزه استفاده از شاخص استوار ریسک نامطلوب[19] انجام دادند، نشان دادند که استفاده از این آماره بویژه در ارتباط با دارایی‌های که نمودار تغییرات قیمتی آنها دارای کشیدگی بیشتری است، عملکرد بسیار بهتری نسبت به مدل میانگین/واریانس مارکویتز دارد. در ۲۰۱۶ نیز هان، ژیا و لی در سال مدل استوار نامتقارن میانگن مطلق انحراف معیار را طراحی نمودند که عدم تقارن در توزیع بازده‌ها را تحت پوشش قرار می‌دهد. آنها استراتژی‌های مختلف استوارسازی را در بازارهای روبه رشد و بازارهای روبه نزول مورد آزمون قرارداده و نشان دادند مدل آنها قادر به شناسایی سهام پربازده است.

خلاء تحقیقاتی

توسعه روش‌ها و مدل‌های جدید انتخاب سبد سرمایه‌گذاری که بتواند به‌خوبی اهداف متفاوت و متضاد را در خود جاداده و به‌ویژه بتواند در مواجه با پدیده ریسک (که هیچ ابزار قطعی برای اندازه‌گیری آن وجود ندارد) انعطاف‌پذیرتر عمل نماید و جامعیت بیشتری داشته باشد خلائی است که همواره وجود دارد. حال سوال این است چه مدلی برای طراحی سبد سرمایه‌گذاری (از نظر نوع، حجم و تعداد دارایی‌های مالی قابل استفاده در سبد) انتخاب شود و در این مدل در مواجه با عدم قطعیت نرخ بازده (و بالطبع ریسک) از چه رویکردی استفاده نمود که بتواند در یک بازه زمانی قابل قبول (با وجود نوسانات پیوسته بازارهای مالی) اعتبار و کارایی خود را حفظ کند.

با توجه به این مسائل، منابع عدم اطمینان در بازارهای بورس باید به‌گونه‌ای اثربخش مدیریت شوند. لذا برای مدیریت عدم اطمینان حاکم بر این محیط و داشتن اعتماد کافی به نتایج، برنامه‌ریزی قابل اتکا و استوار باید انجام شود تا مدیران بتوانند به نتایج آن اطمینان داشته باشند و ریسک تصمیم‌گیری آنها کاهش یابد. یکی از رویکردهای جدید و قابل اتکا، برنامه‌ریزی استوار میباشد. در این تحقیق، برای کاهش ریسک در تصمیم‌گیری، از برنامه‌ریزی امکانی استوار استفاده میشود که ترکیبی از برنامه‌ریزی فازی و بهینه‌سازی فازی است.

با مطالعه پیشینه پژوهش مشخص می‌شود که هیچ یک از پژوهش‌هایی که در زمینه‌ی برنامه‌ریزی سبد سهام در شرایط عدم قطعیت صورت گرفته اند از رویکرد برنامه‌ریزی استوار امکانی برای برخورد با این موضوع استفاده نکرده‌اند، این در حالی است که استفاده از این رویکرد موجب میشود که پاسخ‌های مدل طوری تعیین شوند که استوار شدنی بودن و استوار بهینگی نیز تضمین شوند و در نتیجه هزینه اجرای تصمیم در دنیای واقعی کاهش یابد.

۳- روش‌شناسی پژوهش

پژوهش پیش‌رو از بعد هدف از نوع تحقیقات توصیفی-همبستگی است که در این نوع تحقیقات بدون اینکه در متغیرها دخالتی صورت گیرد جمع‌آوری می‌شوند. از بعد نحوه جمع‌آوری اطلاعات، پژوهش حاضر یک پژوهش اسنادی-کتابخانه‌ای است، بدین معنی که تمامی اطلاعات لازم را از منبعی که در کتب، نوشته‌ها و تحقیقات قبلی و موجود در کتابخانه‌ها یا بایگانی سازمان‌ها مکتوب است به دست می‌آورد و لزومی به مراجعه به افراد و انجام پرسش یا مشاهده یا مصاحبه وجود ندارد. از بعد نتیجه از آنجا که در پی حل یکی از مسائل جاری مدیریت سرمایه‌گذاری در شرکت‌ها و مؤسسات سرمایه‌گذاری می‌باشد.این پژوهش یک پژوهش کاربردی است.

۳-۱- مدل پایه‌ای تحقیق

دانتزیگ و سایرین (1993) یک چارچوب استاندارد برای حل مسایل بهینه‌سازی چنددوره‌ای سبددارایی‌ها ارایه نمود. آن‌ها با فرض وجود دارایی‌های ریسکی در کنار یک دارایی بدون ریسک (سپرده بانکی یا به اصطلاح وام‌دهی بدون ریسک) در بازار سرمایه، خطی بودن هزینه معاملات، دوره‌های معاملاتی چندگانه و... این مدل را طراحی نمودند، در این مقاله نیز این مدل مبنا قرار گرفته و بر مبنای اصول استوارسازی توسعه یافته است و اما بمنظور بیشینه‌سازی بازده در کنار کمینه‌سازی ریسک (به صورت همزمان) بیشینه‌سازی نسبت شارپ در تابع هدف قرارداده شده است. (همانگونه که در پیشینه تحقیق ملاحظه میشود، استفاده از شاخص و نسبت شارپ به عنوان ابزار سنجش علکرد و تابع هدف در مقالات سال‌های اخیر بسیار رایج بوده است (گش و ماهانتی، ۲۰۱۴)).

در وهله اول این مدل از طریق افزودن محدودیت‌های مربوط به حداقل و حداکثر وزن هر دارایی در سبد سرمایه‌گذاری و همچنین محدودیت تعداد دارایی‌های موجود توسعه یافت (هدف از اینکار تزریق نوع استواری به مدل قطعی اولیه است چرا که چنین محدودیت‌هایی باعث افزایش استواری مدل‌های بهینه‌سازی می‌شوند (فابوزی, ۲۰۰۷)). در وهله بعد با توجه به ماهیت غیرقطعی بازارهای مالی و غیرقطعی بودن داده‌های مربوط به بازده سهام، لازم بود یکی از رویکردهای مقابله با عدم قطعیت (تحلیل حساسیت، برنامه‌ربزی تصادفی، برنامه‌ریزی استوار و برنامه‌ریزی فازی) برای مواجهه با آن انتخاب می‌شد که در این بین ترکیبی از دو رویکرد برنامه‌ریزی استوار و فازی انتخاب گردید. علت انتخاب این دو روش، نتایج درخشان استفاده از آنها در پژوهش‌ها و همچنین در طراحی استراتژی‌های سرمایه‌گذاری طی سال‌های اخیر و در سطح جهان بوده است (بالتاس ۲۰۱۸).

۳-۲- مدل غیرقطعی بهینه سازی سبد سهام

در دنیای واقعی، به ویژه در بازارهای مالی، بسیاری از پارامترها و متغیرها در طی زمان دستخوش تغییرات قرار می گیرد و قطعی فرض کردن آن‌ها در هنگام برنامه‌ریزی باعث ایجاد خطاها و مشکلاتی در نتایج می‌شود (بالاباس، ۲۰۱۶). در مسئله‌ی تحت بررسی، فرض بر این است که پارامتر بازده سهام و به تبع آن نسبت‌های شارپ اعداد قطعی نیستند و به صورت اعداد فازی قابل پیش‌بینی هستند. در این مقاله پارامترهای مبهم فوق به‌عنوان داده غیرقطعی در قالب اعداد فازی ذوزنقه‌ای فرموله شده است. فازی‌سازی کمک می‌کند در مواجه با ابهام و عدم قطعیت‌ها و زمانی‌که با طیفی از حالات سرو کار داشته بصورت اثربخش‌تری از داده‌های موجود استفاده و از تصمیمات حدی (صفر و یکی) جلوگیری شود. (هاک، ۱۹۷۹)

۳-۳- مدل برنامه‌ریزی امکانی استوار

برای تصمیم‌گیری‌های بلندمدت، ارزیابی پارامترهای قطعی، سخت و حتی گاهی غیرممکن است. حتی اگر یک نفر بتواند یک تابع توزیع احتمالی برای این دو پارامتر برآورد کند، ممکن است که این پارامترها رفتار مشابهی با داده‌های گذشته نداشته باشند. رویکردهای مختلفی از جمله برنامه‌ریزی امکانی[۲۰] استفاده گردیده‌اند تا با عدم قطعیت مواجهه گردند. لازم به ذکر است که پارامترهای غیرقطعی توسط توابع امکانی مقتضی مانند تابع امکانی مثلثی و یا ذوزنقه‌ای، بر اساس داده‌های ناکافی موجود و یا دانش و تجربه تصمیم‌گیرندگان قابل مدل‌سازی می‌باشند. لذا در این مقاله، پارامترهای غیرقطعی در هر دوره زمانی که در یک افق برنامه‌ریزی بلند مدت تغییر می‌کند به‌عنوان داده‌های فازی در نظر گرفته‌شده است. در صورت استفاده از روش برنامه‌ریزی امکانی، به‌منظور کنترل سطح اطمینان برقراری این محدودیت‌های غیرقطعی، مفهوم تصمیم‌گیری می‌تواند سطح اطمینان حداقل را به‌عنوان یک حاشیه امن مناسب برای برقراری هر یک از این محدودیت‌ها به دست آورد. برای انجام این کار، دو اقدام و روش استاندارد فازی، با عناوین فازی خوش‌بینانه (POS) و فازی بدبینانه (NEC) معمولاً استفاده می‌شود. شایان‌ذکر است که فازی خوش‌بینانه نشان‌دهنده سطح احتمال خوش‌بینانه از وقوع یک رویداد نامشخص شامل پارامترهای غیرقطعی است، درحالی‌که فازی بدبینانه، نشان‌دهنده تصمیم‌گیری بدبینانه در مورد رویداد نامشخص است. با این اوصاف، محافظه‌کارانه‌تر است که از فازی بدبینانه استفاده شود یعنی فرض می‌کنیم تصمیم‌گیری دارای نگرش بدبینانه (محافظه‌کار) برای برقراری محدودیت‌های غیرقطعی است؛ در حال حاضر، بر اساس پارامترهای مبهم مذکور و استفاده از مقدار مورد انتظار برای تابع هدف و اقدام بدبینانه برای محدودیت‌های غیرقطعی، معادل بدیهی از مدل غیرقطعی اصلی می‌تواند فرموله شود. برای انجام این کار، ابتدا فرم اختصاری از مدل ارائه‌شده را در نظر بگیرید:

$$Max\ w = x \quad (1)$$
$$s.t.:$$
$$dx \geq x' \quad (2)$$
$$Bx = bx' \quad (3)$$
$$Ex \leq Sy \quad (4)$$
$$y \in \{0,1\},\ x,x' \geq 0 \quad (5)$$

فرض می‌شود که بردارهای b و d در مدل فوق به‌صورت پارامترهای غیرقطعی ارائه‌شده است. با توجه به شکل عمومی برنامه‌ریزی محدود غیرقطعی، مقدار انتظاری تابع هدف و فازی بدبینانه به ترتیب برای مقابله با تابع هدف و محدودیت غیرقطعی اخذ گردد. حال با توجه به فرم اختصاری، مدل پایه‌ای برنامه‌ریزی امکانی به‌صورت زیر است:

$$Max\ E[w] = x \quad (6)$$
$$s.t.:$$
$$NEC\{\tilde{d}x \geq x'\} \geq \alpha \quad (7)$$
$$NEC\{Bx = \tilde{b}x'\} \geq \beta \quad (8)$$
$$Ex \leq Sy \quad (9)$$
$$y \in \{0,1\},\ x,x' \geq 0 \quad (10)$$

که در آن α و β حداقل درجه اطمینـان برقـراری محـدودیت غیرقطعـی را بـا رویکـرد تصـمیم‌گیـری (بدبینانه) کنترل می‌کند. با توجـه بـه توزیـع احتمـال ذوزنقه‌ای برای پارامترهای مبهم، شکل کلی روابط ۶ تا ۱۰ بـه صـورت روابـط ۱۱ تـا ۱۶ قابـل تعریـف اسـت: (تاناگا، ۲۰۰۰)

$$Max\ E[w] = x \quad (11)$$
$$s.t.:$$
$$((1-\alpha)d^1 + \alpha d^2)x \geq x' \quad (12)$$
$$Bx \geq \left(\left(\frac{\beta}{2}\right)(b^4) + \left(1-\frac{\beta}{2}\right)(b^3)\right)x' \quad (13)$$
$$Bx \leq \left(\left(1-\frac{\beta}{2}\right)(b^4) + \left(\frac{\beta}{2}\right)(b^3)\right)x' \quad (14)$$
$$Ex \leq Sy \quad (15)$$
$$y \in \{0،1\}، x،x' \geq 0 \quad (16)$$

در مدل‌های برنامه‌ریـزی امکـانی، حـداقل سـطح اطمینان برای برقراری محـدودیت غیرقطعـی بایـد بـا لحاظ ترجیحات تصمیم‌گیری تعیین شود. همان‌طور که مشاهده می‌شود، در مدل ارائه‌شده تابع هدف نسبت به انحراف از مقدار مورد انتظار خود حسـاس نیسـت کـه بدین معنی است که دستیابی به راه‌حل‌های اسـتوار در مدل برنامه‌ریزی امکانی تضمین نمـی‌شـود. در چنـین مواردی، ممکن است ریسک بالایی در بسیاری از موارد واقعی به تصمیم‌گیـری تحمیـل شـود، بـه‌خصـوص در تصمیم‌گیری‌های استراتژیک که استوار سازی راه‌حل تا حد زیادی حیاتی است. در واقع برنامـه ریـزی امکـانی دارای کاستی های مهمی مـی باشـد. در برنامـه‌ریـزی امکانی سطح اطمینان ارضای محـدودیت‌هـا بـه‌صـورت یک پارامتر میباشد و توسـط تصـمیم گیرنـده تعیـین میشود و این موجب میشود سطح اطمینان تعیین شده بهینه نباشد. در مدل برنامه‌ریزی امکانی توجه چندانی به اسـتواری شـدنی بـودن و اسـتواری بهینگـی بـودن نمیشود. از طرفی عدم توجه به انحرافات تابع هدف به واسطه عدم قطعیت پارامترها میتواند سبب هزینه‌های جبران‌ناپذیری برای مدیران و سازمان گردد .در صورتی که در برنامه‌ریزی امکانی بـه ایـن امـر توجـه چنـدانی نمیشـود. از اینـرو پیشـوائی وهمکـاران[21] (۲۰۱۲) بـا استفاده از مفهوم بهینـه سـازی اسـتوار[22]، یـک مـدل برنامه‌ریزی امکانی جدید با عنوان برنامه‌ریـزی امکـانی اسـتوار[23] پیشـنهاد دادنـد. ایـن رویکـرد از مزایـای قابل‌توجه هـر دو بهینـه‌سـازی اسـتوار و برنامـه‌ریـزی امکـانی بهـره مـی‌بـرد کـه بـه‌وضـوح آن را از دیگـر رویکردهای برنامه‌ریزی عدم قطعیت متفاوت می‌سـازد. فرم برنامه‌ریزی امکانی استوار مدل ارائه‌شده قبلـی، بـه شرح روابط ۱۷-۲۳ است:

$$Max\ E[w] = x - \eta_1(d^2 - (1-\alpha)d^1 - \alpha d^2)x - \eta_2\left(b^4 - \left(1-\frac{\beta}{2}\right)b^3 - \frac{\beta}{2}b^4\right)x' - \eta_2\left(b^4 - \left(1-\frac{\beta}{2}\right)b^4 - \frac{\beta}{2}b^3\right)x' \quad (17)$$
$$s.t.:$$
$$((1-\alpha)d^1 + \alpha d^2)x \geq x' \quad (18)$$
$$Bx \geq \left(\left(\frac{\beta}{2}\right)(b^4) + \left(1-\frac{\beta}{2}\right)(b^3)\right)x' \quad (19)$$
$$Bx \leq \left(\left(1-\frac{\beta}{2}\right)(b^4) + \left(\frac{\beta}{2}\right)(b^3)\right)x' \quad (20)$$
$$Ex \leq Sy \quad (21)$$
$$y \in \{0،1\}، x،x' \geq 0 \quad (22)$$
$$0.5 \leq \alpha،\beta \leq 1 \quad (23)$$

در تابع هدف اول رابطه ۱۷ عبـارت اول بـه مقـدار مورد انتظار تابع هدف اول با استفاده از مقادیر متوسط پارامترهای غیرقطعی مدل اشاره دارد. جمله دوم، سوم و چهـارم نیـز هزینـه کـل جریمـه انحـراف از پـارامتر غیرقطعی را نشان می‌دهد. ازایـن‌رو، پـارامتر ξ ضـریب وزنی تابع هدف، η_1 و η_2 هزینه جریمـه عـدم بـرآورد پارامتر غیرقطعی می‌باشد. پارامترهای α و β به‌عنـوان ضرایب تصحیح در مقدار سطوح فـازی اعـداد را نشـان می‌دهد که بایستی عددی مابین ۰٫۵ و ۱ باشد.

در این قسمت مدلی پویا طراحی شده اسـت تـا در یک بازه زمانی چند دوره‌ای و با بودجه نقدی مشخصی کـه در ابتـدای دوره یـک تخصـیص داده شـده اسـت، برروی تعداد مشخص و محدودی از دارایـی‌هـای مـالی (سهام بورس اوراق بهادار تهران و سپرده بدون ریسک)

اقدام به سرمایه‌گذاری نموده و در انتهای هر دوره بر مبنای داده‌های موجود در مورد ریسک و بازده، مجددا سرمایه‌گذاری‌ها مورد بازبینی قرار گرفته، برخی فروخته شده و برخی دارایی‌های جدید خریداری می‌شود، محک و سنجه اصلی جهت انتخاب بین انبوه سهام و دارایی‌های مالی نسبت شارپ هر سهم/دارایی است و بمنظور رعایت هرچه بیشتر اصل متنوع‌سازی، وزن اختصاص یافته به هر سهم در سبد سرمایه‌گذاری در یک محدوده مشخص قرار داشته و با تعیین کف و سقف برای آن سعی شده سبدی متعادل و منطبق با واقعیات بازارهای سرمایه طراحی و ارایه شود. جامعه و داده‌های مورد استفاده در این پژوهش مربوط به نرخ بازده ۴۲ شرکت از شرکت‌های حاضر در بورس اوراق بهادار تهران و نرخ بازده سپرده بدون ریسک بوده و نمونه‌گیری از این داده‌ها مربوط به دوره بهار سال ۱۳۹۷ است که از بانک اطلاعاتی شرکت بورس اوراق بهاداران تهران به آدرس www.tse.ir استخراج شده است.

۴- یافته‌های پژوهش

همانطور که در مقدمه اشاره شد از آنجا که ریسک و بازده همزمان اهمیت حیاتی در سبد سرمایه‌گذاری دارد، در طراحی هر مدلی جهت بهینه‌سازی لازم است که در تابع هدف بصورت همزمان بحث بیشینه سازی[24] بازده و کمینه‌سازی ریسک مدنظر قرار گیرد، در این مسیر یا میتوان در قالب یک تابع چند هدفه[25] اینکار رانجام داد و یا اینکه سنجه‌ای را در تابع هدف قرارداد که ترکیبی از ریسک و بازده بوده و بیشینه/کمینه‌سازی سنجه مزبور هدف قرار گیرد. در این تحقیق بدنبال این بودیم که از رویکرد دوم استفاده شود، یعنی سنجه‌ای مورد استفاده قرار گیرد که همزمان ریسک و بازده را در خود داشته باشد، در میان سنجه‌های موجود، آماره/نسبت شارپ انتخاب گردید.

$$\frac{R_p - R_f}{\sigma_p}$$

R_p: بازده سبد

R_f : نرخ بازده بدون ریسک

σ_p : انحراف معیار استاندارد سبد سرمایه‌گذاری (سنجه ریسک)

نسبت شارپ (۱۹۶۳) علاوه بر اینکه از نظر اغلب متخصصان نسبت مناسبی برای ارزیابی عملکرد نسبی دارایی‌های مالی است، بیشینه‌سازی آن در مدل بهینه‌سازی سبد، معادل کمینه‌سازی احتمال سقوط بازده سرمایه‌گذاری به زیر یک حد مشخص (رعایت اصل اول ایمنی روی[26]) آنهم در محافظه‌کارانه‌ترین حالت ممکن است؛ یعنی زمانیکه شکل تابع توزیع احتمال مشخص نبوده و به استفاده از نابرابری چبیشف[27] نیاز است(بیشینه سازی نسبت شارپ مشابه حالت عکس معادله نابرابری چبیشف است)، در این حالت حتی بدترین انواع توزیع‌ها (توزیع‌هایی با کشیدگی منفی و...) نیز در جواب مدل صدق نموده و عملا به این واسطه نوع استوارسازی مجدد به مدل تزریق شده است. بنابراین آماره شارپ یکی از بهترین آماره‌هایی است که میتواند در یک مدل انتخاب سبد سرمایه‌گذاری مورد استفاده قرار گیرد، چرا که هم از بعد مالی و هم از بعد ریاضی واجد ویژگی‌هایی است که باعث می‌شود سبد سرمایه‌گذاری انتخاب شده توسط مدل کاربردی و باثبات باشد.

۴-۱- مدلسازی قطعی

پارامترها

S_{it}	نسبت شارپ سهم i ام در دوره زمانی t
R_{it}	بازده غیرقطعی سهم i ام در دوره زمانی t
$R_{(n+1)t}$	سود وام‌دهی بدون ریسک در دوره زمانی t
U_{it}	حداکثر وزن سهم i ام در سبد در دوره زمانی t
L_{it}	حداقل وزن سهم i ام در سبد در دوره زمانی t
K	تعداد سهم مجاز در سبد
cb	کارمزد خرید
cs	کارمزد فروش
W	وزن/اهمیت نسبت شارپ در تابع هدف

متغیرهای تصمیم گیری

D متغیر پیوسته

X_{it} مقدار سرمایه‌گذاری در سهم i ام در دوره زمانی t

$X_{(n+1)t}$ میزان وام‌دهی بدون ریسک در دوره زمانی t

Y_{it} میزان فروش سهم i ام در سبد در دوره زمانی t

Z_{it} میزان خرید سهم i ام در سبد در دوره زمانی t

F_{it} متغیر باینری، اگر یک شود یعنی سهم i ام در دوره زمانی t در سبد موجود است

$$\max Z = D - \left(\sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{n}(cs)Y_{it} + \sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{n}(cb)Z_{it}\right) \tag{24}$$

$s.t.:$

$$\sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{n}\tilde{S}_{it}X_{it} \geq D \tag{25}$$

$$\sum_{j=1}^{n+1}X_{jt}L_{it}F_{it} \leq X_{it} \leq \sum_{j=1}^{n+1}X_{jt}U_{it}F_{it}\text{،}\quad t = 1،2،\dots،T\text{،}\ i = 1،2،\dots،n \tag{26}$$

$$X_{it} = (1+\tilde{R}_{i(t-1)})X_{i(t-1)} - Y_{it} + Z_{it}\text{،}\quad t = 1،2،\dots،T\text{،}\ i = 1،2،\dots،n \tag{27}$$

$$X_{(n+1)t} = \left(1+R_{(n+1)(t-1)}\right)X_{(n+1)(t-1)} + \sum_{i=1}^{n}(1-cs)Y_{it} - \sum_{i=1}^{n}(1+cb)Z_{it}\text{،}\quad t = 1،2،\dots،T \tag{28}$$

$$\sum_{i=1}^{n}F_{it} = k\text{،}\qquad t = 1،2،\dots،T \tag{29}$$

$$F_{(n+1)t} = 1\text{،}\quad t = 1،2،\dots،T \tag{30}$$

$$X_{it}،Y_{it}،Z_{it} \geq 0\text{،}\quad t = 1،2،\dots،T\text{،}\ i = 1،2،\dots،n+1 \tag{31}$$

$$F_{it} = \{0،1\}\qquad t = 1،2،\dots،T\text{،}\ i = 1،2،\dots،n+1 \tag{32}$$

رابطه‌ی ۲۴ نشان دهنده‌ی تابع هدف مدل می باشد. بخش اول تابع سعی در افزایش نسبت شارپ سهام دارد. بخش دوم و سوم نیز هزینه های کارمزد فروش و خرید سهام را در نظر می‌گیرد. محدودیت ۲۵ بیان میکند که نسبت شارپ سهام باید به حداکثر مقدار خود برسد. محدودیت ۲۶ مشخص میکند میزان وزن هر سهم باید از مقادیر حداقل و حداکثر تعیین شده تجاوز نکند. محدودیت ۲۷ میزان وزن هر سهم را در هر دوره بر حسب وزن سهم در دوره‌ی قبل و میزان خرید و فروش آن سهم تعیین میکند. محدودیت ۲۸ میزان وزن پول نقد را مشخص میکند. محدودیت ۲۹ تعداد سهام انتخابی در هر دوره را مشخص میکند و محدودیت ۳۰ تضمین میکند که در هر دوره حتما پول نقد وجود داشته باشد. محدودیتهای ۳۱ و ۳۲ نیز محدوده‌ی متغیرهای تصمیم را مشخص میکنند.

۴-۲- مدل برنامه‌ریزی امکانی استوار پیشنهادی برای بهینه سازی سبد سهام

در این بخش هدف این است که امکان برآورده شدن محدودیت ۲۵ از سطح مشخصی بیشتر باشد. با توجه به اینکه از فازی بدبینانه برای حصول اطمینان بیشتر استفاده می شود بنابراین رابطه‌ی ۲۵ به صورت رابطه ۳۳ تبدیل می شود:

$$NEC\left(\sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{n}\tilde{S}_{it}X_{it} \geq D\right) \geq \alpha \tag{۳۳}$$

بنابر موارد مطرح شده، مدل نهایی برنامه‌ریزی امکانی استوار به صورت روابط ۳۴-۴۴ است:

$$\begin{aligned} \max E(w) = D - \Big(&\eta_1 \sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{n}X_{it}\big(S_{it(2)} - (1-\alpha)S_{it(1)} - \alpha S_{it(2)}\big) - \\ &\eta_2 \sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{n}X_{it}\Big((1+R_{it(4)}) - \Big(1-\frac{\beta}{2}\Big)(1+R_{it(3)}) - \frac{\beta}{2}(1+R_{it(4)})\Big) \\ &- \eta_2 \sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{n}X_{it}\Big((1+R_{it(4)}) - \Big(1-\frac{\beta}{2}\Big)(1+R_{it(4)}) - \frac{\beta}{2}(1+R_{it(3)})\Big)\Big) \\ &- \Big(\sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{n}(cs)Y_{it} + \sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{n}(cb)Z_{it}\Big) \end{aligned} \tag{34}$$

$s.t.:$

$$\sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{n}X_{it}\left((1-\alpha)S_{it(1)} + \alpha S_{it(2)}\right) \geq D \tag{35}$$

$$\sum_{j=1}^{n+1} X_{jt}L_{it}F_{it} \le X_{it} \le \sum_{j=1}^{n+1} X_{jt}U_{it}F_{it}, \quad t = 1,2,\dots,T, i = 1,2,\dots,n \tag{36}$$

$$X_{it} \ge \left(\left(\frac{\beta}{2}\right)\left(1 + R_{i(t-1)(4)}\right) + \left(1 - \frac{\beta}{2}\right)\left(1 + R_{i(t-1)(3)}\right)\right) X_{i(t-1)} - Y_{it} + Z_{it}, \quad t = 1,2,\dots,T, i = 1,2,\dots,n \tag{37}$$

$$X_{it} \le \left(\left(\frac{\beta}{2}\right)\left(1 + R_{i(t-1)(3)}\right) + \left(1 - \frac{\beta}{2}\right)\left(1 + R_{i(t-1)(4)}\right)\right) X_{i(t-1)} - Y_{it} + Z_{it}, \quad t = 1,2,\dots,T, i = 1,2,\dots,n \tag{38}$$

$$X_{(n+1)t} = (1 + R_{(n+1)(t-1)})X_{(n+1)(t-1)} + \sum_{i=1}^{n}(1 - cs)Y_{it} - \sum_{i=1}^{n}(1 + cb)Z_{it}, \quad t = 1,2,\dots,T \tag{39}$$

$$\sum_{i=1}^{n} F_{it} = k, \quad t = 1,2,\dots,T, i = 1,2,\dots,n+1 \tag{40}$$

$$F_{(n+1)t} = 1, \quad t = 1,2,\dots,T \tag{41}$$

$$X_{it}, Y_{it}, Z_{it} \ge 0, \quad t = 1,2,\dots,T, i = 1,2,\dots,n+1 \tag{42}$$

$$F_{it} = \{0,1\} \qquad t = 1,2,\dots,T, i = 1,2,\dots,n+1 \tag{43}$$

$$0.5 \le \alpha,\beta \le 1 \tag{44}$$

رابطه ی۳۴ تابع هدف استوار امکانی را براساس مدل ارائه شده نشان می دهد. محدودیت های ۳۵، ۳۷ و ۳۸ نیز بر اساس قوانین برنامه‌ریزی امکانی استوار بازنویسی شده است. سایر محدودیت‌ها همانند مدل قطعی پیشنهادی است.

۴-۳- نتایج محاسباتی

در این بخش ، در ابتدا ۴۲ شرکت فعال(دارای بیشترین تعداد روز معاملاتی) در بازار بورس اوراق بهادار تهران در ۶ دوره زمانی هفتگی در بازه زمانی بهار سال ۱۳۹۷ برای حل مسئله انتخاب و مدل با استفاده از سولور BONMIN در نرم‌افزار GAMS و با کمک سیستم RAM 3 GB, Core 2 Duo CPU حل و خروجی‌های حاصل از مسئله نیز نشان داده‌شده است. سپس تحلیل حساسیت بر روی برخی از پارامترهای مدل صورت گرفته و مقدار تابع هدف و متغیرهای تصمیم‌گیری با یکدیگر مقایسه شده است.

حل مسئله نمونه واقعی از شرکت‌های فعال در بورس

با توجه به غیرقطعی در نظر گرفتن برخی از پارامترهای مدل ازجمله نسب شارپ سهام و بازده سهام در دوره‌های زمانی مختلف، پارامترهای ذکرشده به‌صورت فازی ذوزنقه‌ای در نظر گرفته‌شده است. سایر پارامترهای مدل نیز بر اساس اطلاعات مستخرج از بورس اوراق بهادار تهران می‌باشد. جدول ۱ پارامترهای قطعی استفاده‌شده برای حل مدل (۴۲ شرکت فعال[28] در بورس اوراق بهادار تهران) را نشان می‌دهد.

جدول ۱- پارامترهای قطعی استفاده‌شده در حل مسئله

پارامتر	مقدار	پارامتر	مقدار
تعداد سهم مجاز در سبد	۵	کارمزد خرید	۰،۰۰۵
حداکثر وزن سهام	۰،۵	کارمزد فروش	۰،۰۰۶
حداقل وزن سهام	۰،۱	سرمایه اولیه	۱۰۰۰

با توجه به اطلاعات جدول ۱ مقدار حداکثر تابع هدف مسئله فوق ۱۷۷۸،۴۶ به‌دست‌آمده است.این در حالیست که مدل قطعی اولیه (۴-۱) حداکثر مقدار تابع هدف عدد ۱۵۶۳،۲۸۴ بدست آمده است.

همچنین سبد ایجاد شده از طریق مدل استوار امکانی ثروت سرمایه‌گذار را در انتهای شش دوره از ۱۰۰۰ واحد اولیه به ۱۳۲۲،۳۹۱ افزایش داده است در حالیکه سبد تشکیل شده بر پایه مدل قطعی اولیه میزان ثروت را به رقم ۱۲۸۶،۰۷۴ افزایش داده است.[29]

۴-۴- تحلیل حساسیت پارامترهای مدل

در این بخش برروی پارامترهای اصلی مدل اقدام به تحلیل حساسیت می‌شود، این تحلیل دو هدف

اساسی دارد، الف) ایجاد بینش مدیریتی و دستاوردهای علمی جدید ب) اطمینان از اعتبار (validity) مدل، واقعیت آن است که تحلیل حساسیت برروی برخی پارامترها عملا معنی خاصی نداشته و منجر به ایجاد دانش جدیدی نمی‌شود، اما این تحلیل حساسیت و مشاهده تغییر در مقدار تابع هدف کمک می کند تا محقق اطمینان یابد که مدل وی معتبر بوده و مشکل فنی ندارد.

- **تعداد سهام مجاز در هر سبد**

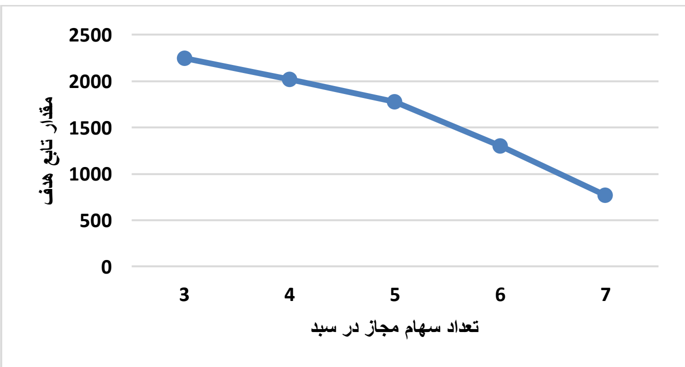
در ابتدا به تحلیل حساسیت مسئله بر روی تعداد سهام مجاز در هر سبد پرداخته‌شده است. بدین‌صورت که تعداد سهام مجاز به ترتیب از ۳تا ۷ در نظر گرفته‌شده و مقدار تابع هدف و زمان محاسباتی در جدول ۳ نشان داده‌شده است.

برای نمایش راحت‌تر، نمودارهای شکل ۱ و ۲ به ترتیب روند تغییرات مقدار تابع هدف و تعداد شرکت‌های درگیر در خرید سهام را با تغییرات تعداد سهام مجاز در هر سبد نشان می‌دهد.

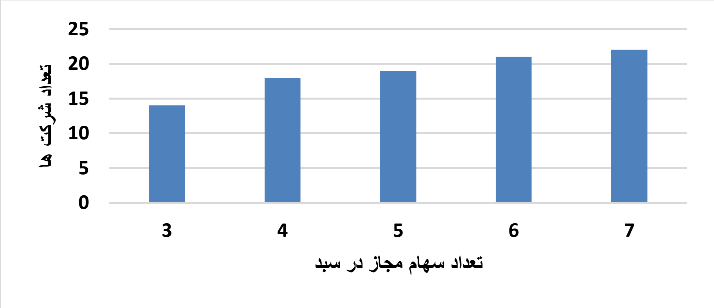
آنچه در ظاهر مشاهده میشود این است که برخلاف تئوری مارکویتز، افزایش تعداد سهام مجاز در سبد سرمایه‌گذاری باعث کاهش مقدار تابع هدف میشود، علت بروز این تناقض این است که تابع هدف هیچ انعطافی برای تعداد سهام قابل سرمایه‌گذاری در هر دوره قایل نبوده و تعداد دارایی‌ها در تمام دوره‌ها باید یکسان و برابر با مقدار تخصیص داده شده به پارامتر مربوطه باشد، این نتایج نشان می‌دهد محدودیت مربوط به تعداد سهام مجاز در سبد باید منعطف (از نوع بازه‌ای ، دارای سقف و یا کف تعداد سهام) بوده در غیراینصورت افزایش تعداد سهام قابل سرمایه‌گذاری لزوما باعث بهبود نتایج نمی‌شود.

جدول ۲- تغییر مقدار تابع هدف و زمان محاسباتی با تغییر تعداد سهام مجاز خرید

تعداد سهام مجاز	مقدار تابع هدف	زمان محاسباتی	تعداد شرکت‌های درگیر در خرید سهام
۳	2231.99366	8.15561	۱۴
۴	2041.00769	8.70717	۱۸
۵	1778.46552	11.19205	۱۹
۶	1276.43792	12.58707	۲۱
۷	798.48642	11.57911	۲۲



شکل ۱. نمودار تغییر مقدار تابع هدف با تغییر تعداد سهام مجاز خرید



شکل ۲. نمودار تعداد کل شرکت‌ها با تغییر تعداد سهام مجاز خرید

شکل فوق نشان می‌دهد با توجه به تعداد سهام مجاز در سبد (در هر دوره) تعداد شرکت‌هایی که حداقل یکبار در طی شش دوره سهام آن‌ها خریداری شده است چه میزان بوده است، نتایج این جدول کاربرد تحلیلی خاصی نداشته اما نشان می‌دهد همانگونه که قابل تصور است با افزایش تعداد سهام مجاز در سبد این تعداد روند افزایشی داشته است.

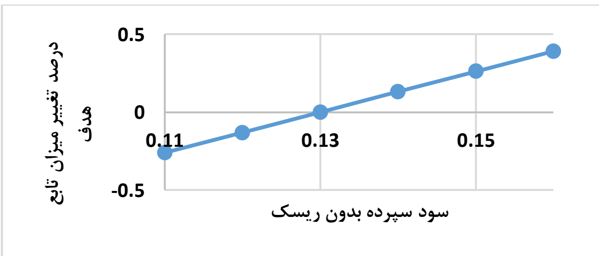
- **سود سپرده بدون ریسک**

در ادامه این بخش، با فرض ثابت در نظر گرفتن ۵ سهم در هر سبد خرید در هر دوره زمانی، مقدار تابع هدف و زمان محاسباتی کسب‌شده از حل مسئله با تغییر سود سپرده بدون ریسک محاسبه‌شده است. جدول ۴ میزان تغییرات این شاخص‌ها را در مقادیر مختلف سود سپرده بدون ریسک نشان می‌دهد.

با توجه به نتایج جدول فوق مشاهده می‌شود که با افزایش سود سپرده بدون ریسک، مقدار تابع هدف افزایش‌یافته و با افزایش یک درصد سود سپرده بدون ریسک، میزان کل تابع هدف به‌صورت خطی افزایش می‌یابد. برای این منظور شکل ۳ این میزان تغییر در تابع هدف با توجه به درصد تغییر در سود سپرده بدون ریسک را نشان می‌دهد.

جدول 3- تغییر مقدار تابع هدف و زمان محاسباتی با تغییر سود سپرده بدون ریسک

سود سپرده بدون ریسک	مقدار تابع هدف	زمان محاسباتی	درصد تغییر تابع هدف
۰,۱۱	1773.84987	10.53105	-۰,۲۵۹۳
۰,۱۲	1776.14424	11.35599	-۰,۱۳۰۵
۰,۱۳	1778.46552	11.29205	۰
۰,۱۴	1780.81605	11.13488	۰,۱۳۲۱
۰,۱۵	1783.11042	11.40416	۰,۲۶۱۱
۰,۱۶	1785.43521	12.24604	۰,۳۹۱۸



شکل ۳- نمودار تغییر درصد میزان سود کل با تغییر سود سپرده بدون ریسک

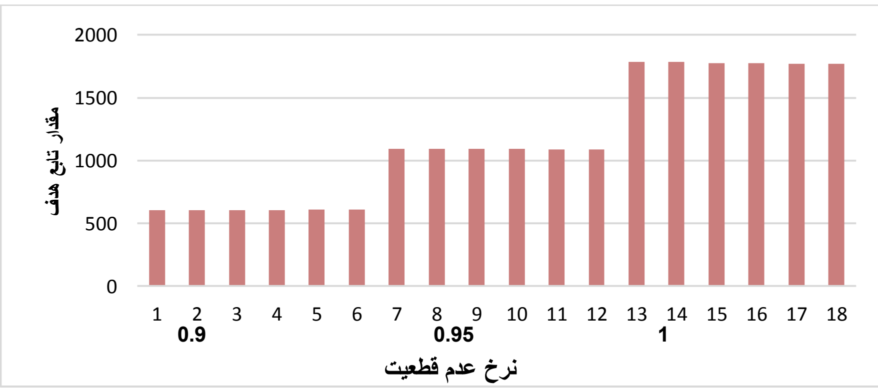
- **نرخ عدم قطعیت**

با توجه به ماهیت مدل بهینه‌سازی استوار امکانی، مقدار نرخ عدم قطعیت به‌عنوان یک متغیر تصمیم‌گیری در مدل‌سازی پیاده می‌شود که در بازه‌ای مابین ۰,۵ و ۱ قرار می‌گیرد. در این بخش با تغییر مقدار نرخ عدم قطعیت α و β مقدار تابع هدف و زمان محاسباتی محاسبه‌شده در جدول ۵ نشان داده‌شده است.

با توجه به نتایج جدول ۵ مشاهده می‌شود که بیشینه‌ترین مقدار تابع هدف کسب‌شده در نرخ عدم قطعیت α برابر ۱ و β برابر ۰,۵ کسب‌شده است. شکل ۴ روند تغییرات مقدار تابع هدف را در نرخ‌های مختلف عدم قطعیت نشان می‌دهد.

جدول 4- تغییر مقدار تابع هدف و زمان محاسباتی با تغییر نرخ عدم قطعیت

α	β	مقدار تابع هدف	زمان محاسباتی
۰,۹	۰,۵	586.60757	9.489159
	۰,۶	588.08411	9.044442
	۰,۷	591.5431	9.835452
	۰,۸	603.98454	8.625375
	۰,۹	605.4096	9.628443
	۱,۰	606.81711	10.665171
۰,۹۵	۰,۵	1088.01295	6.706755
	۰,۶	1086.18342	6.977718
	۰,۷	1084.34804	8.211357
	۰,۸	1082.50564	7.501131
	۰,۹	1080.65622	6.98445
	۱,۰	1077.80095	7.465788
۱,۰	۰,۵	1778.46552	12.142845
	۰,۶	1775.90638	14.393016
	۰,۷	1773.32267	10.288179
	۰,۸	1767.74364	11.032065
	۰,۹	1765.13653	10.347084
	۱,۰	1763.56569	12.489543



شکل۴- نمودار تغییر مقدار تابع هدف با تغییرات نرخ عدم قطعیت

نتایج بدست آمده طبیعی و منطقی است، با توجه به اینکه نرخ عدم قطعیت α مربوط به تابع هدف است و نرخ عدم قطعیت β مربوط به یکی از محدودیت‌ها (رابطه ۲۷) است، کاهش نرخ عدم قطعیت مربوط به محدودیت مذکور کمک می‌کند مدل با انعطاف بیشتری به سمت بیشینه‌سازی تابع هدف حرکت کند، با این حال باید دقت شود تغییر نرخ عدم قطعیت β بمراتب اثرات کمتری نسبت به نرخ عدم قطعیت آلفا (که مستقیما با تابع هدف در ارتباط است) دارد.

۵- نتیجه گیری

در فضای رقابتی امروز، طراحی یک برنامه استوار برای انتخاب سبد سهام، امری مهم و ضروری میباشد. در طول دهه‌های اخیر وقوع نوسانات ناگهانی و موضوع مقابله با اثرات نامطلوب آنها در بازار بورس به یک چالش بزرگ برای مدیران مالی سازمانها یا سرمایه گذاران تبدیل شده است. به‌واسطه طبیعت غیرقطعی پارامترهای ورودی در بازار بورس ، در این مقاله یک مدل جدید برنامه ریزی امکانی استوار با در نظر گرفتن نسبت شارپ توسعه داده شده است تا با عدم قطعیت پارامترها و کیفیت پایین تصمیمات به واسطه این عامل مقابله گردد. در ادامه یک مسئله‌ی واقعی بر مبنای داده های فازی ۴۲ شرکت فعال در بازار بورس اوراق بهادار تهران ارائه شد تا کارایی مدل پیشنهادی نمایش داده شود و همچنین کیفیت بالای عملکرد و کاربردی بودن مدل برنامه‌ریزی امکانی استوار پیشنهاد شده، نمایش داده شود.

در این تحقیق حل مدل رباست امکانی و تولید خروجی هرچند نسبت به مدل قطعی اولیه زمان‌بری بیشتری دارد و حجم محاسبات بیشتر است اما در مقابل خروجی ایجاد شده (ارایه شده در بخش ابتدایی نتایج محاسباتی)بهتر بوده و دستیابی به نسبت‌های بالاتر شارپ امکان‌پذیر گردید، در عین اینکه بواسطه تزریق استواری در مدل و کاهش هزینه‌های معاملاتی بازده دارایی‌ها نیز بیشتر از بهینه‌سازی با کمک مدل غیر استوار اولیه گردید. در نهایت ذکر این نکته ضروری است که با توجه به خروجی‌های مدل این امر کاملاً واضح است که تعیین مقدار دقیق جریمه‌ها در مدل برنامه‌ریزی امکانی امری بسیار مهم میباشد، چرا که عامل اصلی در عملکرد مدل و تعیین سطوح اطمینان پارامترهای غیرقطعی، جریمه‌ها می‌باشند. در تحقیقات آتی میتوان از سایر رویکردهای بهینه‌سازی استوار نیز استفاده نمود. همچنین میتوان از نظرات کارشناسان مختلف برای افزایش اعتبار توصیف پارامترهایی که حساسیت زیادی روی آنها داریم بهره گیری کرد.

از آنجا که در این مقاله مدل استوار فازی بر مبنای الزام و حالت بدبینانه (nec) محاسبه گردید، در پایان پیشنهاد می‌گردد که علاوه بر الزام، بر مبنای تئوری امکان [۳۰] (pos) و حالت خوشبینانه، مدل را طراحی و نتایج دو حالت را محاسبه نمود تا تفاوت عملکرد آن‌ها در بازارهای مالی و قابلیت کسب نتایج قابل قبول مورد مقایسه قرار گیرد.

همچنین پیشنهاد می‌شود این مدل را در بازار بورس و اوراق بهادار تهران بر روی دو یا چند جامعه آماری کوچک، متوسط و بزرگ پیاده کرده و آنالیز حساسیت انجام شده برروی پارامترها و عملکرد نهایی سبد (بازده نهایی حاصل شده، نسبت شارپ بدست آمده و...) را برای حالت‌های مختلف مقایسه نمود، تا مشخص شود اندازه جامعه بیشترین اثر را برروی کدام بعد عملکردی یک سبد سرمایه‌گذاری دارد.

فهرست منابع

* Alem, D. J., Morabito, R., (2012), "Production planning in furniture settings via robust optimization", Computers & Operations Research 39 (2),139-150.
* ayub, Usman & Shah, Syed Zulfiqar Ali & Abbas, Qaisar, 2015. "Robust analysis for downside risk in portfolio management for a volatile stock market," Economic Modelling, Elsevier, vol. 44(C), pages 86-96.
* Balbas, A., Balbas, B. and Balbas, R., “Good deals and benchmarks in robust portfolio selection”, European Journal of Operational Research,250(2), (2016), 666-678.

Review of Economics and Statisti cs47: 13-37
* Lin, P. C., & Ko, P. C. 2009. "Portfolio value-at-risk forecasting with GA-based extreme value theory". Expert Systems with Applications, 36(2), 2503-2512.
* Li, D., & Ng, W. L. 2000. "Optimal Dynamic Portfolio Selection: Multiperiod Mean-Variance Formulation". Mathematical Finance, 10(3), 387-406.
* Loraschi, A., Tomassini, M., Tettamanzi, A., & Verda, P. 1995. "Distributed genetic algorithms with an application to portfolio selection problems". In Artificial neural nets and genetic algorithms (pp. 384-387). Springer Vienna.
* Markowitz,H. (1952) "Portfolio selection," Journal of Finance, 7(1), 77–91.
* Montazer, G. A & Fasanghari, M. (2010). "Design and implementation of fuzzy expert system for Tehran Stock Exchange portfolio recommendation", Expert Systems with Applications, 37(9), 6138-6147.
* Mossin, J. 1968. "Optimal multiperiod portfolio policies". Journal of Business,41(2), 215.
* Pishvaee, M.S., Razmi, J., and Torabi, S., (2012), "Robust possibilistic programming for socially responsible supply chain network design: A new approach", Fuzzy sets and systems 206, 1-20
* Pishvaee, M.S., Khanjarpanah, H., (2017), "A fuzzy robust programming approach to multi-objective portfolio optimisation problem under uncertainty", International Journal of Mathematics in Operational Research, 2018 Vol.12 No.1, pp.45 - 65
* Sharpe, William, (1967)," Portfolio Analysis ", Journal of Financial and Quantitative Analysis, 2(2), 76-84
* Sharpe, W. F. (1964), "Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk", Journal of Finance19: 425-442.
* Sharpe, W. F. 1967. "A linear programming algorithm for mutual fund portfolio selection". Management Science, 13(7), 499-510.
* Sharpe, w (1963)."a simplified model for portfolio analysis" management science, 9, 277-293
* Samuelson, P. 1969. "Lifetime portfolio selection by dynamic stochastic programming". The Review of Economics and Statistics, Vol. 51, No. 3 (Aug., 1969),
* Ioannis Baltas, Anastasios Xepapadeas, Athanasios N. Yannacopoulos. "Robust portfolio decisions for financial institutions". Journal of Dynamics & Games, 2018, 5 (2) : 61-94. Chang, T. J., Yang, S. C., & Chang, K. J. (2009)." Portfolio optimization problems in different risk measures using genetic algorithm". Expert Systems with Applications, 36(7), 10529-10537
* Dantzig G, Infanger G (1993). "Multi-stage stochastic linear programs for portfolio optimization". Ann. Oper. Res., 45(1): 59-76.
* Elton, E. J., & Gruber, M. J. 1974. "On the optimality of some multiperiod portfolio selection criteria". Journal of Business, 231-243.
* Fan, A., & Palaniswami, M. 2001. "Stock selection using support vector machines. In Neural Networks", 2001. Proceedings. IJCNN'01. International Joint Conference on (Vol. 3, pp. 1793-1798). IEEE.
* Fabozzi Frank J., Woo Chang Kim and Jang Ho Kim "Deciphering robust portfolios" Journal of Banking & Finance, 2014, vol. 45, issue C, 1-8
* Fabozzi ،frank j. kolm ،petter n. pachamanova ،dessislava a. focardi ،sergio m. 2007. "Robust Portfolio Optimization and Management" ، John Wiley & Sons ،Inc.
* Ghosh, Amitava Mahanti,Ambuj "Investment Portfolio Management: A Review from 2009 to 2014" Global Business and Social Science Research Conference 23 -24 June 2014
* Haack, S., 1979. Do we need fuzzy logic? Int. J. Man Mach. Stud.11, 437–445.
* Hakansson, N. H. 1971. "Multi-Period Mean-Variance Analysis: Toward A General Theory of Portfolio Choice". The Journal of Finance, 26(4), 857-884.
* Huang, K. Y. (2009). "Application of VPRS model with enhanced threshold parameter selection mechanism to automatic stock market forecasting and portfolio selection". Expert Systems with Applications, 36(9), 11652-11661
* Kendall, G., & Su, Y. 2005. "A Particle Swarm Optimisation Approach in the Construction of Optimal Risky Portfolios". In Artificial Intelligence and Applications (pp. 140-145).
* lintner, J. (1965), "The valuation of risk assets on the selection of risky investments in stock portfolios and capital budgets",

pp. 239-246

* S.J. Sadjadi, S.M. Seyedhosseini, Kh. Hassanlou (2011), " Fuzzy multi period portfolio selection with different rates for borrowing and Lending", Applied Soft Computing 11, 3821–3826
* Soleimani, H., Golmakani, H. R., & Salimi, M. H. (2009). "Markowitz-based portfolio selection with minimum transaction lots, cardinality constraints and regarding sector capitalization using genetic algorithm". Expert Systems with Applications, 36(3), 5058-5063.
* Tiryaki, F., & Ahlatcioglu, B. (2009). "Fuzzy portfolio selection using fuzzy analytic hierarchy process". Information Sciences, 179(1), 53-69.
* TANAGA, H., GUO, P., TURKSEN, B., (2000). "Portfolio selection based on fuzzy probabilities and possibility distributions", Fuzzy sets and systems 111 (3), 387–397.
* Xia, Y., Liu, B., Wang, S., & Lai, K. K. 2000. “A model for portfolio selection with order of expected returns”. Computers & Operations Research, 27(5), 409-422.
* Woo ChangKim, Jang HoKim, Frank J.Fabozzi (2014), " Deciphering robust portfolios ", Journal of Banking & Finance 45, 1-8
* Woo Chang Kim, Frank Fabozzi (2014), "Controlling portfolio skewness and kurtosis without directly optimizing third and fourth moments", Economics Letters, 122(2), 154-158
* Zakamouline, V., & Koekebakker, S. 2009. “Portfolio performance evaluation with generalized Sharpe ratios: Beyond the mean and variance”. Journal of Banking & Finance, 33(7), 1242-1254.

یادداشت‌ها

[1] Portfolio selection
[2] return
[3] portfolio
[4] programming
[5] Non linear
[6] Markowitz
[7] stochastic
[8] Fuzzy logic
[9] robustification
[10] Robust optimization
[11] Goal programming
[12] FCM
[13] VPRS
[14] ARX
[15] Extreme value theory
[16] generalized sharp ratio
[17] robust possibilistic programming
[18] global minimum variance
[19] downside risk
[20] Possibilistic Programming
[21] Pishvaee et al.
[22] Robust Optimization
[23] Possibilistic Robust Optimization
[24] maximization
[25] Multi objectives
[26] Roy’s Safety-First
[27] Chebyshev

[۲۸] تعداد ۴۲ سهم نسبت به تعداد کل شرکت‌های موجود در بازار بورس اوراق بهادار تهران عدد بزرگی نیست، اما با توجه به اینکه که در اینجا یک مدل ریاضی جامع توسعه یافته است، همین نمونه متوسط جهت آزمون کارایی مدل کفایت می‌کند، و بدیهی است در صورت عملکرد صحیح این مدل ریاضی، امکان پیاده‌سازی آن برروی داده‌های صدها شرکت در بورس‌های داخل و خارج از کشور وجود دارد.

۲۹با توجه به رویکرد و روش‌شناسی این پژوهش، که بدنبال طراحی یک مدل ریاضی است، از آزمون‌های کلاسیک مبتنی بر فروض آماری استفاده نمی‌گردد.

[30] Possibility Theory