نشریـه علمـی
دانش مالی تحلیل اوراق بهادار
سال چهاردهم، شماره پنجاه‌ام
تابستان ۱۴۰۰

ارزیابی و بررسی خاصیت فراکتالی بازارهای سرمایه برپایه تحلیل نوسانات روند زدایی شده (مورد مطالعه: بازار ارز و شاخص بورس تهران)

آرش آذریون[۱]
نرگس یزدانیان[۲]
علیرضا میر عرب[۳]
هدی همتی[۴]

تاریخ دریافت: ۱۳۹۹/۱۲/۱۷ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۰۲/۲۵

چکیده

در این تحقیق حافظه بلندمدت شاخص بورس و نرخ ارز (دلار) با استفاده از تحلیل نوسانات روندزدایی شده مورد برآورد قرار گرفت. به منظور روندزدایی داده ها، رویکرد گارچ پیشنهاد شد و الگوی برآورد حافظه بلندمدت برای هر دو روش متداول و گارچ به طور جداگانه اجرا شد. برای این منظور از داده های روزانه شاخص بورس و نرخ دلار در بازار آزاد طی دوره ۱۳۹۳/۰۱/۰۵ تا ۱۳۹۹/۱۱/۱۹ استفاده شد. نتایج حاصل از پژوهش نشان می‌دهد که روش متداول در محاسبه نوسانات روندزدایی شده، قابلیت برآورد حافظه بلندمدت نرخ ارز را ندارد، در حالی که نتایج آن برای شاخص بورس نشان از وجود حافظه کوتاه مدت داشت. نتایج نشان می‌دهد که روش پیشنهادی در روندزدایی داده ها و محاسبه نوسانات روندزدایی شده مبتنی بر مدل گارچ، از توان بالاتری در کنترل تغییرات نوسانات بازار دارد و طبق یافته های این روش، شاخص بورس و نرخ دلار دارای حافظه بلندمدت بوده اند. همچنین نتایج نشان می‌دهد که این دو روش برآوردهای به طور معنادار متفاوتی از حافظه بلندمدت بازار ارائه می دهند و طبق نتایج آزمون همبستگی بین مقادیر حافظه بلندمدت داده ها و مقدار پارامتر q در تحلیل نوسانات روندزدایی شده، مشاهده شد که شاخص بورس و نرخ ارز در ایران دارای خاصیت چندبخشی هستند.

واژه‌های کلیدی: حافظه بلندمدت، خاصیت چندبخشی، نرخ ارز، شاخص بورس.

۱- دانشجوی دوره دکترای مدیریت صنعتی گرایش مالی، واحد رودهن، دانشگاه آزاد اسلامی، رودهن، ایران. info4030@gmail.com
۲- استادیارحسابداری،گروه حسابداری، واحدرودهن، دانشگاه آزاد اسلامی، رودهن، ایران. (نویسنده مسئول) n.yazdanian@riau.ac.ir
۳- استادیارحسابداری،گروه حسابداری، واحدرودهن، دانشگاه آزاد اسلامی، رودهن، ایران. mirarab_alireza@yahoo.com
۴- استادیارحسابداری،گروه حسابداری، واحدرودهن، دانشگاه آزاد اسلامی، رودهن، ایران. hemmati.hoda@gmail.com

۱- مقدمه

مجمع جهانی اقتصاد در فهرست توصیه های خود برای تسریع توسعه بازار سرمایه در اقتصادهای نوظهور، کارآیی و شفافیت بازار را با هدف ایجاد نقدینگی بیشتر در بازار و بهبود توانایی فعالان بازار در ارزیابی هزینه ها و مزایای بازار پیشنهاد داده است (مکینلی[۱]، ۲۰۱۵).

مسئله کارایی بازار در سال های گذشته با توجه به پیامدهای آن برای سرمایه گذاران و مقامات دولتی، مورد توجه بسیاری از محققان قرار گرفته است. سرمایه گذاران که به دنبال قیمت های عادلانه هستند، از سرمایه گذاری در بازارهای ناکارآ خودداری می کنند، در حالی که سایر سرمایه گذاران که به دنبال درآمدهای نادرست در بازارهای سرمایه هستند، از بازارهای کارآ خودداری می کنند، زیرا بازارهای کارا فرصت تحقق سودهای غیر عادی را فراهم نمی کنند. از طرف دیگر، دولت ها نیز توجه ویژه ای به افزایش کارایی بازار دارند تا اطمینان حاصل شود که کلیه دارایی های مالی نسبت بهینه ریسک به سود را ارائه می دهند. درک رفتار بازارهای سرمایه در هنگام اتخاذ سیاست های عمومی و به منظور تقویت نقش این بازارها در توسعه پایدار اقتصاد بسیار مهم است. تأثیر مثبت اقتصاد مبتنی بر بازار بر رشد اقتصادی، علی رغم برخی مطالعات که خلاف آن را اثبات می کنند یا نشان می دهند علیت در جهت مخالف جریان دارد، در ادبیات تحقیقی این حوزه به خوبی مستند شده است (کریستوفک و وسودرا[۲]، ۲۰۱۳).

یک سیستم مالی کارا، رشد تولید ناخالص داخلی را افزایش می دهد. در نتیجه، سیاست گذاران با سهولت در انجام معاملات و تخصیص سرمایه و اعمال اصول حاکمیتی مناسب، تمام تلاش های لازم را برای به حداقل رساندن شکست بازار انجام می دهند. از سوی دیگر، درک میزان فعلی کارایی بازار در اقتصادهای در حال توسعه، در چارچوب ادغام آنها با سایر بازارهای پیشرفته اهمیت بیشتری پیدا کرده است. فرضیه بازار کار[۳]، همانطور که در تحقیق پیشگامانه فاما (۱۹۷۰) تعریف شده است، فرض می کند که کلیه اطلاعات موجود در بازار بلافاصله در قیمت دارایی منعکس می شود و آن را تراز می کند. امروزه یک جریان در حال ظهور از ادبیات مالی، فرضیه بازار کارا را مورد انتقاد قرار می دهد، زیرا این فرضیه در توضیح برخی خصوصیات بازار مانند دم پهن بودن توزیع بازده، همبستگی بلندمدت، خوشه بندی نوسانات و چند بخشی بودن بازار ناتوان است. از این نظر، تئوری فراکتال ارائه شده و توزیع فراکتال در بازارهای مالی بسیار مورد کاربرد قرار گرفته است (میلوش[۴] و همکاران، ۲۰۲۰).

روش های فراکتال از روش های تک فراکتال و چند فراکتال (چندبخشی) تشکیل شده است. روش دوم با توجه به اینکه می تواند ساختارهای فرعی فراکتال و سیستم های پیچیده را توصیف کند، برتر است. در این راستا، تجزیه و تحلیل نوسانات روندزدایی شده چندبخشی[۵] (MF-DFA) به منظور بررسی منابع چندبخشی شدن بازار (مانند: همبستگی زمانی غیر خطی در داده ها) ایجاد شد. حوزه کاربرد MF-DFA در بازارهایی که توسط فرضیه گام تصادفی[۶] توصیف شده اند، گسترده است. از یک طرف، MF-DFA در بازارهای کشاورزی یا کالاهایی مانند نفت یا طلا اعمال شده است و نشان می دهد که قیمت ها از گام تصادفی پیروی نمی کنند. از طرف دیگر، در بازارهای مالی و عمدتاً در بازارهای سرمایه این فرضیه پذیرفته شده است و وجود خواص فراکتال را نشان می دهد (میلوش و همکاران، ۲۰۲۰).

به دلیل کشف خواص چندبخشی بازارهای مالی در دهه گذشته، علاقه به تجزیه و تحلیل مالی بازارهای سرمایه با استفاده از MF-DFA افزایش یافته است. امروزه، چند بخشی بودن یکی از مباحث مورد علاقه محققین در اقتصاد مقداری است. با این حال، بیشتر مطالعاتی که از مفهوم چندبخشی بودن استفاده کرده اند، بیشتر در بازارهای سهام توسعه یافته متمرکز است. استفاده از این روش برای بازارهای نوظهور و یا در حال توسعه و نادیده گرفتن پتانسیل برجسته

خواص چندبخشی در این بازارها غیر معمول بوده است (آناگتوسدیدیس[۷] و همکاران، ۲۰۱۶).

از این رو به نظر می رسد که رویکرد چندبخشی بودن در مطالعه بازارهای سرمایه می تواند منجر به توصیف بسیاری از رفتارهای تغییر قیمت در این بازارها گردد. لذا در بازارهای سرمایه در حال توسعه ایران شامل بورس و بازارهای موازی، شناسایی خاصیت فراکتالی و به طور خاص، چندبخشی بودن بازار می تواند منجر به اندازه گیری میزان قابلیت اعتماد تحلیل های بنیادی و تکنیکال در خصوص تغییرات قیمت و بازده در این بازارها شود. بر این اساس در تحقیق حاضر به بررسی حافظه بلندمدت و خاصیت فراکتالی نرخ ارز و همچنین شاخص بورس به عنوان یک بازار رقیب و موازی پرداخته می شود و در این راستا تحلیل نوسانات روندزدایی شده بازده به دلیل حذف روندهای مورد اتکا در تغییرات قیمت می تواند موثر واقع گردد، چرا که فرضیه کارایی بازار نیز اشاره بر تغییرات و منشأ تغییرات قیمت دارد. لذا در تحلیل صحیح وضعیت کارایی بازارهای سرمایه، روندزدایی اولین و مهمترین گام در نتیجه گیری است. با توجه به این که تحقیقات انجام شده در داخل کشور، متمرکز بر ابزارهای ساده تر ارزیابی کارایی مانند آزمون های نسبت واریانس و آزمون دوها و ... بوده اند، تحلیل نوسانات روندزدایی شده کمتر مورد توجه محققین بوده است و انجام این تحقیق می تواند گامی در راستای کاهش خلأ تحقیقاتی در این حوزه و معرفی ابزارهای جدیدتر تحلیل کارایی در بازارهای سرمایه کشور باشد. اما با توجه به اینکه روش روندزدایی در تحلیل نوسانات روندزدایی شده، مبتنی بر تجزیه روند و فصل از مقادیر داده ها است، می توان ادعا نمود که این روش لزوماً نمی تواند منجر به استخراج دقیق روندها از داده ها شود. از طرفی با توجه به اینکه در این تحلیل، نوسانات روندزدایی شده مورد توجه هستند، می توان روش های رقیبی برای برآورد این نوسانات ارائه داد که منجر به توسعه مبانی این روش تحلیل خواهد شد. از این رو در تحقیق حاضر، یک رویکرد مقایسه ای بین روش متداول تحلیل نوسانات روندزدایی شده و روش روندزدایی و براورد نوسانات روندزدایی شده مبتنی بر مدل های رگرسیون سری زمانی انجام شده و نشان داده می شود که روش های رقیب در استخراج روند از داده ها و برآورد نوسانات روندزدایی شده می توانند نتایجی متفاوت از روش های قدیمی تر ارائه دهند. بر این اساس، مسئله اصلی تحقیق حاضر این است که رویکرد روندزدایی و برآورد نوسانات روندزدایی شده داده ها چه تاثیری در برآورد حافظه و خاصیت فراکتالی داده ها در بازارهای مالی دارد؟

۲- چارچوب نظری و پیشینه پژوهش

از منظر مدل های کلاسیک بازار مالی، مقادیر متوالی نوسانات قیمت و شاخص هیچ خودهمبستگی زمانی قابل توجهی را نشان نمی دهند، مگر در مقیاس های کوتاه مدت تا چند دقیقه (آکتان[۸] و همکاران، ۲۰۱۹). باتوجه به خصوصیات دینامیکی این نوسانات، به عنوان تقریبی از نویزهای کسری گاوسی[۹] در نظر گرفته می شوند که احتمال وقوع جهش های غیرگاوسی و بزرگ را در قیمت سهم و شاخص بسیار ناچیز و غیرقابل وقوع نشان می دهد. به عنوان یک نتیجه، انتظار می رود طبق این ادعا، داده های بازار سهام فقط خواص تک فرکتال[۱۰] ارائه دهند (فریرا[۱۱]، ۲۰۱۸). با این حال، این مدل ها فرایندهای اساسی تکامل داده های مالی را با دقت مطلوبی توصیف نمی کنند. مفاهیم و مفروضاتی چون دم پهن بودن غیر قابل اغماض توزیع بازده، خوشه بندی نوسانات و همبستگی های طولانی مدت آن، مخالف پویایی بازار است و کاربرد مفهوم تک فراکتالی را در عمل به چالش می کشد. نمونه های پویایی از بازارهای مالی را می توان در داده های بازار فارکس و بازار کالا مشاهده کرد (گنرو و موسا[۱۲]، ۲۰۱۹). از این رو و با توجه به نواقصی که در تشریح رفتار بازارهای سرمایه با استفاده از مفهوم تک فراکتالی وجود داشت، مفهوم چند فراکتالی یا چندبخشی بودن به منظور توصیف

خصوصیات زمان-متغیر بازارهای مالی ارائه شد. خاصیت چندبخشی بودن، رفتار بازار را در دوره های زمانی متفاوت و متوالی ارزیابی می کند و یک نتیجه نهایی در مورد وضعیت کارایی بازار ارائه می دهد، در حالی که رویکردهای تک فراکتالی، یک ارزیابی کلی بر روی مجموعه داده های مورد مطالعه دارند و تحلیل تمامی داده ها به طور یکجا انجام می پذیرد (توکی[۱۳] و همکاران، ۲۰۱۸). با این حال، قدرت آزمون های ارائه شده در تشخیص چندبخشی یا چندفراکتالی بودن بازار، که معمولاً مورد استفاده قرار می گیرد محدود است، زیرا آنها نمی توانند به طور موثر بین دو نوع رفتار فراکتال داده های مالی تمایز قائل شوند. یکی از منابع مهم این دشواری، وجود دم های غیر گاوسی در تقسیم داده ها است. بنابراین، تمام نتیجه گیری های حاصل از تجزیه و تحلیل چند عملکردی باید با دقت تفسیر شود و توسعه این آزمون ها با ارائه رویکردهای رقیب و جایگزین مورد نیاز است (یان[۱۴] و همکاران، ۲۰۲۰).

در این خصوص تحقیقات متعددی انجام شده و روش های متفاوتی در سنجش حافظه و خاصیت فراکتالی بازار بکار گرفته شده است. در بین تحقیقات انجام شده در داخل کشور، رضایی (۱۳۹۷) در تحقیقی نشان داده که در روش‌های متداول برآورد پارامتر هرست، یک مقدار به عنوان مقدار برآوردشده پارامتر هرست، گزارش می‌شود و این امر باعث می‌شود که نوسانات و تغییرات فرایند در نظر گرفته نشود، در حالی‌که در روش برآورد به صورت لحظه‌ای، این اشکال برطرف شده است. روشن (۱۳۹۷) نیز نشان داده که رفتار چندفراکتالی نامتقارن در شاخص کل، صنعت و مالی بورس اوراق بهادار وجود دارد و همچنین با توجه به نتایج به دست آمده مشخص شد که شدت رفتار چندفراکتالی نامتقارن برای هر سه شاخص در حالت صعودی کمتر از حالت نزولی شاخص می‌باشد. نسیم سبحان (۱۳۹۵) با تحلیل فراکتالی سری‌های زمانی مالی با استفاده از نمای هرست و با روش R/S برای شاخص‌های ۳۰ شرکت بزرگ‌تر و زراعت نشان داد که این شاخص ها کارا بوده اند و در اکثر شاخص‌ها حافظه بلندمدت وجود داشته است. همچنین رستمی (۱۳۹۵) شواهدی را ارائه می دهد که مدل های واریانس ناهمسان می توانند در ارزیابی نهایی کارایی بازار مفید واقع شوند. در این تحقیق از حافظه بلندمدت انواع مدل های گارچ (HYGARCH، FIGARCH و FIAPARCH) و نظریه ارزش فرین (EVT) برای پیش بینی ارزش در معرض خطر شاخص قیمت کل بورس اوراق بهادار تهران استفاده شده است. خیاط سرکار (۱۳۹۵) نیز در تحقیقی نشان می دهد که بین کارایی بازار و حافظه بلند مدت سری های زمانی بازارها رابطه مستقیم معکوسی وجود دارد (مطابق فرضیه بازار کارا) و اجرای برجام منجر به کاهش حافظه بلندمدت بازار شده است. نتایج تحقیق نیک بین (۱۳۹۴) ضمن تأیید عدم کارایی اطلاعاتی بورس اوراق بهادار تهران در دوره مورد مطالعه، بیانگر اثر کاهنده شکست ساختاری بر میزان پارامتر حافظه بلندمدت نیز می‌باشد. نیکخواه بهرامی (۱۳۹۰) در تحقیقی از تخمین نمای هرست و شاخص آنتروپی Tsallis q استفاده کرده و نشان می‌دهد که بازده شاخص‌ها وابستگی کوتاه‌مدت دارند و همچنین از فرضیه گاوسی پیروی نمی‌کنند و این به منزله رد فرضیات تحقیق یعنی رد شکل ضعیف کارایی در بورس اوراق بهادار تهران می‌باشد.

در میان تحقیقات انجام شده در خارج از کشور نیز لی[۱۵] و همکاران (۲۰۲۰) شواهدی را ارائه می دهند که معاملات سرمایه گذاران بین المللی در بورس اوراق بهادار درجه چندبخشی بودن بازار را تشدید می کند. نتایج حاصل تأیید می کند که درجه چند بخشی بودن در بازارهای قابل دسترسی برای سرمایه گذاران بین المللی بسیار قوی تر از بازار غیرقابل دسترس است و با افزایش درجه باز بودن بازار، شدت می یابد. نتایج یان و همکاران (۲۰۲۰) نشان داده که نقدشوندگی بازار سهام نه تنها دارای خصوصیات غیرخطی است بلکه دارای ویژگی های چندبخشی نیز می باشد و توان هرست به نقدشوندگی بازار بستگی دارد. همچنین

یافته های آنها نشان داده که چندبخشی بودن از علل نقدشوندگی است. یوان و ژانگ[16] (۲۰۲۰) یک معیار برای اندازه گیری نوسانات چندبخشی ارائه داده اند و بر این اساس انواع جدیدی از مدل های نوسانات چندبخشی را مطرح کرده اند. در این تحقیق، این مدل ها از نظر ویژگی های حافظه طولانی مدت، اثرات اهرمی و وجود جهش در داده ها بررسی شده اند. نتایج این تحقیق عملکرد مطلوبی را در مدل چندبخشی برای تعیین وضعیت حافظه بازار نشان می دهد. استوسیچ[17] و همکاران (۲۰۱۹) به ویژگی چندبخشی بودن بازارهای برزیل پرداخته اند. نتایج این تحقیق نشان می دهد بخش های مختلف از پویایی کل بازار پیروی می کنند و اکثر بخش ها به دلیل فقدان همبستگی طولانی مدت، در بازار کارآ هستند. تغییر این مجموعه نشان می دهد که چند بخشی بودن در این بازارها، هم از یک تابع احتمال متراکم و هم از همبستگی های مختلف طولانی مدت ناشی می شود. هان[18] و همکاران (۲۰۱۹) در تحقیقی به تحلیل تطبیقی چند بخشی و کارایی بازارهای ارز پرداخته اند. نتایج حاصل از تجزیه و تحلیل نوسانات روندزدایی شده نشان داده که چهار نرخ ارز در کل مقیاس زمانی تحقیق دارای خصوصیات چند بخشی قابل توجهی هستند و ین در میان چهار سری نرخ ارز دارای کمترین ویژگی های چند بخشی است که بالاترین بازده بازار را نشان می دهد.

۳- فرضیه های پژوهش

- فرضیه اول: خاصیت فراکتالی بازارهای سرمایه برپایه تحلیل نوسانات روند زدایی شده نشان می دهد بازار سهام دارای حافظه بلند مدت است.
- فرضیه دوم: خاصیت فراکتالی بازارهای سرمایه برپایه تحلیل نوسانات روند زدایی شده نشان می دهد نرخ ارز دارای حافظه بلند مدت است.
- فرضیه سوم: برآورد حافظه بلندمدت بر اساس رویکرد روندزدایی داده ها متفاوت است.

۴- روش شناسی پژوهش

این پژوهش از نظر هدف، از دسته پژوهش های کاربردی به شمار می رود و از نظر روش، پژوهشی توصیفی مبتنی بر تحلیل رگرسیونی است که در آن، از روش تحلیل داده های سری زمانی استفاده شده است. به منظور آزمون فرضیه های تحقیق، از تحلیل نوسانات روندزدایی شده با دو روش روندزدایی متفاوت استفاده شده است. فرایند روندزدایی یک بار بر اساس روش متداول تجزیه روند و یکبار هم از طریق برازش مدل های واریانس ناهمسان شرطی و استخراج نوسانات روندزدایی شده انجام شده است.

روش اول (تحلیل STL[19]):

در ابتدا مقادیر بازده بر پایه بازده لگاریتمی و به شکل رابطه زیر محاسبه می شوند:

رابطه ۱)

$$r_t = \log(\frac{P_t}{P_{t-1}})$$

به طوری که در این رابطه، P_t برابر با قیمت دارایی (نرخ ارز یا شاخص بورس) در زمان t است. سپس به منظور استخراج نوسانات روندزدایی شده از داده های بازده، از تجزیه مولفه های روند و تغییرات فصلی بر روی داده های بازده استفاده می شود. به طوری که:

رابطه ۲)

$$r_t = T_t + S_t + R_t$$

به طوری که در این تجزیه، جمله T_t معرف مقدار روند اصلی داده های بازده در زمان t، S_t برابر با مقدار مولفه تغییرات فصلی داده ها در زمان t و R_t برابر با نوسانات تصادفی بازده در زمان t است. به بیان دیگر، در این تجزیه داده ها، داده های اصلی بازده لگاریتمی، به ۳ مولفه روند، تغییرات فصلی و جزء تصادفی (نوسانات) تجزیه می شود. مقادیر جزء تصادفی داده ها که بیانگر نوسانات تصادفی بازده است، پس از استخراج مولفه های T_t و S_t از رابطه $R_t = r_t - T_t + S_t$ قابل محاسبه است. در ادامه به منظور تحلیل چندبخشی بودن بازار، فرایند y_t را به شکل زیر تعریف می کنیم:

رابطه ۳)

$$y_t = \sum_{i=1}^{t} (R_i - \overline{R})$$

به طوری که $\overline{R}$ برابر با میانگین نوسانات تصادفی داده ها برای کل داده های مورد مطالعه است. اگر تعداد کل مشاهدات برابر با N در نظر گرفته شود، در گام بعدی، فرایند y_t به تعداد $N_s = \left\lfloor \frac{N}{s} \right\rfloor$ فرایند با تعداد مشاهدات برابر با s گروه بندی می شود. در صورتی که N مضرب صحیحی از s نباشد (که اغلب نیز این اتفاق می افتد)، آنگاه مقادیر انتهایی فرایند y_t به زیرگروه ها تعلق نمی گیرند و به این دلیل، یک زیرگروه بندی دیگر بر روی این فرایند، این بار از انتها به ابتدا انجام می شود (در این زیرگروه بندی، مشاهدات ابتدایی فرایند لحاظ نخواهند شد). بنابراین در این شرایط، تعداد $2N_s$ زیر گروه با تعداد مشاهدات برابر از فرایند y_t ایجاد می شود.

در گام بعدی، برروی هریک از گروه های ایجاد شده، یک تقریب چندجمله ای از روندهای محلی فرایند y_t به روش حداقل مربعات خطا ایجاد می شود. لذا در هریک از $2N_s$ زیر گروه ایجاد شده، یک تقریب چندجمله ای مرتبه دوم از y_t با استفاده از مقادیر داده های روند (T_t) در آن زیر گروه به روش حداقل مربعات خطا ایجاد می شود. میانگین مربعات خطای برازش در هر زیر گروه s تایی را با $F^2(s,\nu)$ نشان می دهیم، به طوری که $\nu = 1, \dots, 2N_s$. بنابراین برای هر زیر گروه یک مقدار $F^2(s,\nu)$ و در مجموع تعداد $2N_s$ از $F^2(s,\nu)$ وجود خواهد داشت. درگام بعد، تابع نوسانات مرتبه q بر اساس میانگین توانی این مقادیر و به شکل رابطه زیر محاسبه می شود:

رابطه ۴)

$$F_q(s) = \begin{cases} \left(\frac{1}{2N_s} \sum_{\nu}^{2N_s} [F^2(s,\nu)]^{\frac{q}{2}} \right)^{\frac{1}{q}} & q \neq 0 \\ \exp\left\{ \frac{1}{4N_s} \sum_{\nu}^{2N_s} \ln\left(F^2(s,\nu)\right) \right\} & q = 0 \end{cases}$$

در این رابطه، q به تشخیص زیرگروه های با نوسانات کم و زیاد کمک می کند به طوری که مقادیر منفی q نشان دهنده نوسانات کم و مقادیر مثبت q نشان دهنده نوسانات زیاد است. همچنین مقدار q=۲ نیز به طور خاص با عنوان مقدار معین پارامتر q در روش تحلیل نوسانات روندزدایی شده شناخته می شود. در این تحقیق مقادیر q در بازه [۴، ۰) در نظر گرفته می شوند. بنابراین رابطه کلی بین نوسانات روندزدایی شده و توان هرست (که معیار سنجش حافظه بلندمدت در داده های سری زمانی است)، بر اساس الگوی زیر تعیین می شود:

رابطه ۵)

$$F_q(s) \propto s^{h_q}$$

و به طور معادل:

رابطه ۶)

$$\ln\left(F_q(s)\right) = \alpha + h_q \ln s$$

به بیان دیگر، تصویرسازی مقادیر $\ln\left(F_q(s)\right)$ بر روی $\ln s$ به ازای مقادیر مختلف s منجر به برآورد ضریب رگرسیونی h_q می شود که همان پارامتر هرست تعمیم یافته است و در صورتی که داده ها مانا باشند، این پارامتر، همان پارامتر هرست ساده است. بنابراین به منظور برآورد حافظه بلندمدت داده ها، ابتدا مقادیر $\ln\left(F_q(s)\right)$ به ازای مقادیر متفاوت s و برای q های ثابت محاسبه می شود و پارامتر h_q نسبت به وجود حافظه بلندمدت در داده ها تصمیم گیری می کند. نحوه قضاوت در مورد وجود یا عدم وجود حافظه بلندمدت در داده ها بر اساس توان هرست تعمیم یافته به صورت زیر است:

رابطه ۷)

$$h_q = \begin{cases} 0 < h_q < 0.5 & \text{حافظه کوتاه مدت} \\ h_q = 0.5 & \text{گام تصادفی} \\ 0.5 < h_q < 1 & \text{حافظه بلند مدت} \end{cases}$$

در صورتی که h_q تابع نزولی از q باشد، نشان دهنده هرچه بیشتر، چندبخشی بودن داده ها است. لذا همبستگی منفی بین qو h_q نشان دهنده چندبخشی بودن داده ها خواهد بود. قابل ذکر است که بعد فراکتالی داده ها (D) دارای رابطه خطی مستقیم با حافظه آن، یعنی h_q است. به طوری که: $D = 2 - h_q$.

روش دوم (تحلیل GARCH):

در این روش تحلیل، ویژگی حافظه بلندمدت داده ها از طریق تشکیل فرایند y_t بر روی نوسانات برآورد شده بازده از یک مدل خودبازگشت واریانس ناهمسان برآورد می شود. به طوری که نوسانات روندزدایی شده از طریق برآورد انحراف معیار روزانه داده ها، تحت یک مدل GARCH(p1,p2) به شکل زیر برآورد می شوند:

رابطه ۸)

$$r_t = \alpha + \sum_{i=1}^{k} r_{t-i} + \varepsilon_t \quad ; \varepsilon_t \sim N(0, \sigma_t^2)$$

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^{p1} \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^{p2} \sigma_{t-i}^2$$

مقادیر برآورد شده تحت این مدل، نوسانات روندزدایی شده بازده خواهند بود که گام های برآورد پارامتر h_q تحت این مقادیر مجددا تکرار خواهد شد.

تجزیه و تحلیل داده های پژوهش با استفاده از نرم افزار R نسخه ۴،۰،۳ و نرم افزار ایویوز نسخه ۱۰ و در سطح معناداری ۹۵ درصد انجام گرفته است. به منظور توصیف داده ها از شاخص های تمرکز میانگین و میانه و شاخص های پراکنش انحراف معیار، کمینه و بیشینه استفاده شده است. جامعه آماری این تحقیق شامل بورس اوراق بهادار تهران است که اطلاعات شاخص کل بورس مورد مطالعه قرار می گیرد. به دلیل وجود ارتباطات گسترده بین بازار بورس و ارز که در بسیاری از تحقیقات نیز به تایید رسیده و همچنین با توجه به اینکه رشد شاخص بورس و نرخ ارز در ایران به خصوص طی دو سال اخیر به صورت هم زمان و در یک راستا صورت پذیرفته، اطلاعات مربوط به نرخ ارز (دلار آمریکا) نیز در کنار شاخص بورس مورد مطالعه قرار گرفت. قلمرو زمانی تحقیق مربوط به دوره ۱۳۹۳/۰۱/۰۵ تا ۱۳۹۹/۱۱/۱۹ است که از داده های با تواتر روزانه طی این دوره برای تجزیه و تحلیل استفاده شد. داده های مورد نیاز از سایت سازمان بورس و شبکه اطلاع رسانی طلا، سکه و ارز جمع آوری شده است.

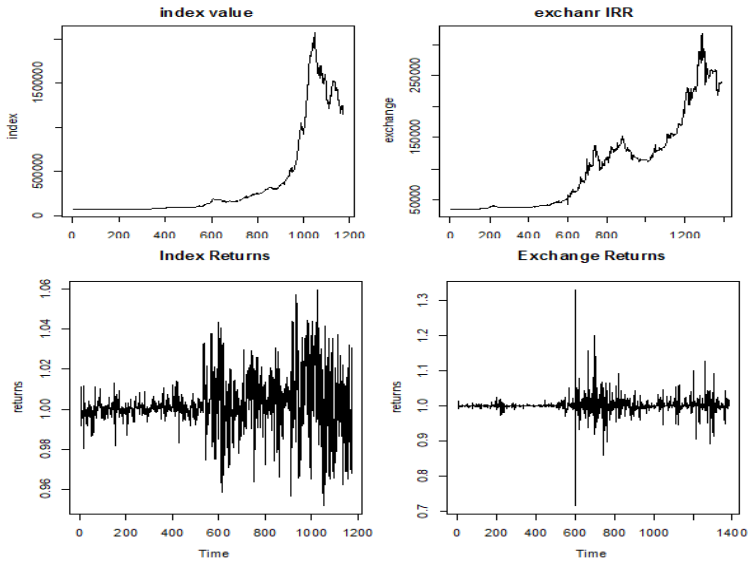
۵- یافته های پژوهش

شاخص های تمرکز و پراکنش متغیرهای تحقیق در جدول (۱) ارائه شده است.

جدول ۱: آمار توصیفی متغیرها

متغیر	میانگین	میانه	بیشینه	کمینه	انحراف معیار
شاخص بورس	۲۸۳۶۷۳/۲	۸۲۹۵۴/۶	۲۰۶۵۱۱۴	۶۱۱۶۳/۷	۴۴۲۸۲۰/۱
نرخ دلار	۸۲۷۴۸/۸۶	۳۹۰۵۰	۳۱۸۵۶۰	۳۰۳۰۰	۶۷۶۷۹/۳۲

باتوجه به نتایج جدول (۱) مشاهده می شود که متوسط شاخص بورس طی کل دوره تحقیق برابر با ۲۸۳۶۷۳/۲ و میانگین نرخ دلار برابر با ۸۲۷۴۸/۸۶ ریال برآورد شده است. بیشترین مقدار شاخص در این دوره برابر با ۲۰۶۵۱۱۴ و کمترین آن نیز برابر با ۶۱۱۶۳/۷ برآورد شده است. همچنین این شاخص ها برای نرخ دلار به ترتیب برابر با ۳۱۸۵۶۰ ریال و ۳۰۳۰۰ ریال بوده است. نمودار (۱)، مقادیر سری زمانی شاخص و نرخ ارز و همچنین بازده های لگاریتمی این شاخص ها را طی دوره تحقیق نشان می دهد.



نمودار ۱: مقادیر سری زمانی شاخص (نمودارهای چپ) و نرخ دلار (نمودارهای راست) و مقادیر بازده لگاریتمی

به منظور روندزدایی بازده های لگاریتمی، از تحلیل STL استفاده شد. این تحلیل به صورت گام به گام انجام پذیرفته و مقادیر روندزدایی شده از بازده های لگاریتمی به عنوان نوسانات روندزدایی شده در نظر گرفته شدند. کمترین و بیشترین مقدار بازده لگاریتمی شاخص در بازه [۱/۰۶، ۰/۹۵] و کمترین و بیشترین مقادیر بازده لگاریتمی نرخ دلار در بازه [۱/۳، ۰/۷] اتفاق افتاده است. مقادیر باقیمانده حاصل از این تحلیل به عنوان نوسانات روندزدایی شده مبتنی بر تحلیل STL در نظر گرفته شدند. به منظور روندزدایی بازده های لگاریتمی با استفاده از مدل GARCH، یک مدل واریانس ناهمسان شرطی برای هریک از متغیرهای شاخص بورس و نرخ دلار برازش داده شد. در این روش، روند شامل معادله میانگین (خودبازگشتی) در داده ها و نوسانات روندزدایی شده، حاصل معادله واریانس در این مدل ها است. جدول (۲) نتایج برازش این مدل را برای این دو متغیر نشان می دهد.

جدول ۲: نتایج برازش مدل GARCH

متغیر	معادله	متغیر توضیحی مدل	ضریب	خطا	آماره Z	معناداری
شاخص بورس	معادله میانگین (روند)	مقدار ثابت	-۰/۰۰۰۴۳۱	۰/۰۰۰۲۳۴	-۱/۸۴۲۰۸۳	۰/۰۶۵۵
		وقفه پسروی اول	۰/۳۵۲۲۶۰	۰/۰۲۲۱۳۲	۱۵/۹۱۶۱۶	۰/۰۰۰
	معادله واریانس	مقدار ثابت	۰/۰۰۰۰۰۱	۰/۰۰۰۰۰۰۱	۹/۳۷۲۱۰۳	۰/۰۰۰
		اثر آرچ (۱)	۰/۲۶۱۴۷۷	۰/۰۱۶۶۰۱	۱۵/۷۵۰۸۰	۰/۰۰۰
		اثر گارچ (۱)	۰/۷۶۵۴۱۹	۰/۰۰۸۹۷۱	۸۵/۳۲۵۵۷	۰/۰۰۰
نرخ دلار	معادله میانگین (روند)	مقدار ثابت	۰/۰۰۰۰۲۶۵	۰/۰۰۰۰۷۴۱	۰/۳۵۸۰۰۸	۰/۷۲۰۳
		وقفه پسروی اول	-۰/۰۴۹۲۸۶	۰/۰۱۴۲۴۷	-۳/۴۵۹۴۱۲	۰/۰۰۰۵
	معادله واریانس	مقدار ثابت	۰/۰۰۰۰۰۰۵	۰/۰۰۰۰۰۰۲	۲۲/۰۶۰۴۲	۰/۰۰۰
		اثر آرچ (۱)	۰/۳۸۸۵۸۸	۰/۰۱۹۴۳۱	۱۹/۹۹۷۹۵	۰/۰۰۰
		اثر گارچ (۱)	۰/۵۳۱۷۷۹	۰/۰۵۰۰۱۱	۱۰/۶۳۳۲۸	۰/۰۰۰
		اثر گارچ (۲)	۰/۲۲۱۸۳۷	۰/۰۴۰۴۹۰	۵/۴۷۸۸۰۴	۰/۰۰۰

مطابق با یافته های جدول (۲) مشاهده می شود که بازده های لگاریتمی شاخص بورس از طریق یک مدل GARCH (۱،۱) و بازده های لگاریتمی نرخ دلار از طریق یک مدل GARCH (۲،۱) مدل بندی شده اند. معادلات میانگین نشان از یک روند خودبازگشت مرتبه اول در هر دو سری داده داشته است و معناداری ضرایب اثرات آرچ و گارچ در مدل نیز نشان از کنترل تلاطمات (نوسانات) داده ها تحت مدل دارد. شاخص های نیکویی برازش هر دو مدل مورد آزمون قرار گرفته و نتایج نشان از همسانی واریانس، استقلال و نرمال بودن توزیع جملات خطا در هر دو مدل داشته است. جدول (۳) نتایج این آزمون ها را نشان می دهد.

جدول ۳: آزمون های مفروضات مدل GARCH

متغیر	آزمون	آماره آزمون	معناداری
شاخص بورس	دوربین-واتسون	۱/۸۷۳۳۷۶	-
	اثرات آرچ	۰/۰۰۰۱۸۳	۰/۹۸۹۲
	جارک-برا	۲/۷۸۷۰۰۶	۰/۱۶۳۴۰۹
نرخ دلار	دوربین-واتسون	۲/۰۷۸۶۳۳	-
	اثرات آرچ	۲/۰۴۶۴۵۳	۰/۱۲۹۴
	جارک-برا	۳/۳۷۰۷۳۶	۰/۰۹۴۳۸۱

باتوجه به نتایج جدول (۳) که مفروضات همسانی واریانس، استقلال و نرمال بودن جملات خطا را به ترتیب از طریق آزمون های اثرات آرچ، آماره دوربین واتسون و آزمون جارک-برا می سنجد مشاهده می شود که سطوح معناداری دو آزمون آرچ و جارک-برا بزرگتر از ۰/۰۵ و نشان دهنده همسانی واریانس و نرمال بودن جملات خطا هستند. همچنین مقادیر آماره دوربین واتسون نیز برای هر دو مدل نزدیک به مقدار تجربی ۲ برآورد شده اند که نشان از عدم خودهمبستگی سریالی اجزای خطا دارند. با استناد به برقراری مفروضات اولیه و اعتبار نتایج دو مدل، از واریانس های برآورد شده داده ها در هر زمان به عنوان نوسانات روندزدایی شده بازده های لگاریتمی استفاده شد و به منظور برآورد حافظه بازارها و خاصیت فراکتالی آنها، تحلیل نوسانات روندزدایی شده بر روی هر دو نوع نوسانات روندزدایی شده بدست آمده از تحلیل های پیشین انجام شد. این فرایند برای پنجره های غلتان ۲۰۰، ...، ۵۰ = s و برای ۴، ۳/۹، ...، ۰/۲، ۰/۱ = q انجام شده و به ازای هر q مشخص، یک مقدار برای پارامتر هرست برآورد شد. لذا تعداد ۴۰ مدل رگرسیونی طبق رابطه (۶)، برازش داده شده و ضرایب h_q تحت هر مدل برآورد شده اند. به منظور خلاصه کردن گزارش تحقیق، جدول (۴) نتایج برازش این مدل ها وبرآورد پارامترهای مدل را تنها در مقدار ۲ = q نشان می دهد. چرا که این مقدار به طور خاص در تحلیل نوسانات روندزدایی شده به روش متداول بکار گرفته می شود و به منظور مقایسه یافته ها، نتایج برازش مدل مبتنی بر نوسانات روندزدایی شده بدست آمده از روش GARCH نیز، برای این مقدار q گزارش شده است.

باتوجه به نتایج جدول (۴) مشاهده می شود که پارامترهای مدل رگرسیونی برازش داده شده بر روی داده ها در هر دو روش در سطح خطای ۰/۰۵ معنادار بوده اند. مقدار برآورد شده پارامتر h_q در روش متداول نشان از وجود حافظه کوتاه مدت و مقدار برآورد شده آن در روش مبتنی بر مدل گارچ نشان از وجود حافظه بلندمدت در داده ها دارد. اگرچه برآورد این پارامتر تحت روش گارچ، حافظ دامنه نیست، اما روش های متداول برآورد توان هرست نیز برآوردهایی فاقد حافظ دامنه ارائه می دهند که در این صورت، مقدار برآورد، برابر با کران دامنه نزدیک به مقدار برآورد در نظر گرفته می شود. از این رو برآورد پارامتر تحت روش گارچ، برابر با ۱ خواهد بود که نشان از وجود حافظه بلندمدت در داده های شاخص بورس دارد. اگرچه معناداری هر دو مدل نیز در سطح خطای ۰/۰۵ مورد تایید است، اما ضریب تعیین مدل گویای آن است که بر اساس مدل گارچ، تغییرات بیشتری از متغیر وابسته مدل توجیه می شود و این نتیجه دلالت بر ارتباط دقیق تر $\ln s$ و $\ln\left(F_q(s)\right)$ تحت روش گارچ دارد. این مدل ها برای داده های نرخ دلار نیز برازش داده شده

اند که نتایج آن برای q=۲ به شرح جدول (۵) بوده است.

علی رغم یافته های جدول (۴)، جدول (۵) نشان می دهد که تحلیل نوسانات روندزدایی شده بر پایه روش متداول، نمی تواند پارامتر h_q را به منظور ارزیابی حافظه نرخ ارز به درستی برآورد نماید. سطح معناداری کلی مدل در این روش بزرگتر از ۰/۰۵ بدست آمده و نشان از عدم وجود ارتباط معنادار بین $\ln s$ و $\ln\left(F_q(s)\right)$ در این روش دارد. در حالی که نتایج برای روش گارچ نشان از معناداری مدل، ضریب تعیین ۵۷/۷۲ درصدی و معناداری پارامتر در مدل دارد و تحت این مدل، نرخ ارز دارای حافظه بلندمدت بوده است. با توجه به این یافته ها می توان بعد فراکتالی شاخص بورس و بازار ارز را تحت هریک از روش های مورد مطالعه به شکل جدول (۶) برآورد کرد:

جدول ۴: نتایج برآورد پارامتر h_q در شاخص بورس

روش روندزدایی	پارامتر	برآورد	آماره t	معناداری	ضریب تعیین	معناداری مدل
متداول	α	-۴۳/۴۰۵۷	-۲۶۳/۸۶۹	۰/۰۰۰	۰/۱۴۹۸	۰/۰۰۰
	h_q	۰/۲۱۰۴۸۳	۵/۷۷۰۷	۰/۰۰۰		
روش GARCH	α	-۴۹/۶۴۱۰	-۲۷۶/۷۹۱۵	۰/۰۰۰	۰/۷۹۸۴	۰/۰۰۰
	h_q	۱/۰۸۷۹	۲۷/۳۵۵۹	۰/۰۰۰		

جدول ۵: نتایج برآورد پارامتر h_q در نرخ دلار

روش روندزدایی	پارامتر	برآورد	آماره t	معناداری	ضریب تعیین	معناداری مدل
متداول	α	-۴۲/۱۵۵۲	-۲۲۷/۷۵۹	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰۲۵۹۴	۰/۴۸۴۱
	h_q	۰/۰۲۸۷۷۴	۰/۷۰۱۱	۰/۴۸۴۱		
روش GARCH	α	-۴۶/۲۹۷۴	-۱۸۳/۸۸۵۴	۰/۰۰۰	۰/۵۷۷۲	۰/۰۰۰
	h_q	۰/۸۹۶۷	۱۶/۰۶۲۹	۰/۰۰۰		

جدول ۶: برآورد خاصیت فراکتالی بازار ارز و شاخص بورس

متغیر	روش روندزدایی	برآورد h_q	بعد فراکتالی ($2-h_q$)
شاخص بورس	متداول	۰/۲۱۰۴۸۳	۱/۷۸۹۵۱۷
	روش GARCH	۱	۱
نرخ دلار	متداول	-	-
	روش GARCH	۰/۸۹۶۷	۱/۱۰۳۳

بنابراین با توجه به بعد فراکتالی بدست آمده برای داده ها و همچنین نتایج جداول (۴) و (۵) می توان نتیجه گرفت که خاصیت فراکتالی بازارهای سرمایه برپایه تحلیل نوسانات روند زدایی شده نشان می دهد بازار سهام دارای حافظه کوتاه مدت است، اما این تحلیل بر پایه روش گارچ نشان از وجود حافظه بلندمدت در داده ها دارد. از این رو فرضیه اول تحقیق بر اساس روش متداول تحلیل نوسانات روندزدایی شده مورد تایید قرار نگرفته است. این نتایج در حالی است که تحلیل نوسانات روندزدایی شده به روش متداول نشان از عدم توانایی روش در برآورد حافظه داده ها دارد، اما روش گارچ، وجود حافظه بلندمدت در این داده ها را تایید می کند. بر این اساس فرضیه دوم تحقیق مورد تایید قرار گرفته است. به منظور مقایسه

عملکرد دو روش در برآورد پارامتر h_q از آزمون های مقایسات میانگین زوجی استفاده شده و مقدار برآورد شده این پارامتر بین دو روش متداول و گارچ، به ازای مشاهدات بدست آمده از ۴۰ مدل رگرسیونی مورد مقایسه قرار گرفت. جدول (۷) نتایج این آزمون را نشان می دهد.

باتوجه به نتایج جدول (۷)، مشاهده می شود که فرض نرمال بودن توزیع مقادیر داده ها تحت آزمون کلموگروف-اسمیرنوف مورد تایید بوده و به همین دلیل، از آزمون های مقایسات زوجی تی-استودنت استفاده شده است. مقایسه نتایج نشان می دهد که دو روش متفاوت روندزدایی نتایج متفاوتی در ارزیابی حافظه بلندمدت داده ها ارائه داده اند. از این رو فرضیه سوم تحقیق نیز مورد تایید قرار گرفته است. به منظور بررسی چندبخشی (چندفراکتالی) بودن بازار ارز و سهام، همبستگی های بین مقادیر q و پارامتر h_q در بین ۴۰ مدل رگرسیونی برآورد شده، مورد آزمون قرار گرفت که جدول (۸) نتایج این آزمون را نشان می دهد.

مطابق با نتایج بدست آمده از جدول (۸) مشاهده می شود که بین مقادیر q و پارامتر h_q تحت هر دو روش متداول و گارچ و برای هر دو بازار ارز و بورس رابطه معکوس و معناداری وجود دارد و می توان نتیجه گرفت که خاصیت فراکتالی چندبخشی در این دو بازار وجود دارد یعنی با افزایش نوسانات بازار، حافظه بلندمدت آن به سمت حافظه کوتاه مدت میل می کند.

جدول ۷: آزمون اختلاف عملکرد روش ها در براورد h_q

متغیر	روش روندزدایی	آزمون KS		آزمون t زوجی	
		آماره آزمون	معناداری	آماره آزمون	معناداری
شاخص بورس	متداول	۰/۹۹۶	۰/۲۷۵	-۴۳/۷۸۶	۰/۰۰۰
	روش GARCH	۰/۷۲۸	۰/۶۶۵		
نرخ دلار	متداول	۰/۳۷۹	۰/۹۹۹	-۲۱/۶۲۲	۰/۰۰۰
	روش GARCH	۰/۹۰۱	۰/۳۹۲		

جدول ۸: آزمون چندبخشی بودن بازار ارز و بورس

متغیر	روش روندزدایی	ضریب همبستگی	معناداری
شاخص بورس	متداول	-۰/۹۲۷۳۷۴	۰/۰۰۰
	روش GARCH	-۰/۹۷۵۹۸۱۵	۰/۰۰۰
نرخ دلار	متداول	-۰/۹۸۴۸۵۰۱	۰/۰۰۰
	روش GARCH	-۰/۹۵۹۹۶۴۲	۰/۰۰۰

۶- نتیجه گیری

در پژوهش حاضر حافظه بلندمدت داده ها از طریق دو روش روندزدایی متفاوت مورد برآورد قرار گرفت. نتایج نشان داد که روش تحلیل نوسانات روندزدایی شده متداول از کاستی هایی در برآورد حافظه بلندمدت برخوردار است که روش گارچ از این کاستی ها به دور بوده است. عدم توان روش متداول در سنجش حافظه نرخ ارز، گواهی بر این ادعا بود. طبق یافته های تحقیق مشاهده شد که بازار ارز و شاخص بورس هر دو دارای خاصیت چندبخشی هستند. نتایج تحقیق رضایی (۱۳۹۷) نیز با تأکید بر پویا بودن پارامتر هرست در تعیین حافظه داده ها، این یافته را تایید می کند. همچنین روشن (۱۳۹۷) نیز شواهدی مبنی بر چندبخشی بودن بازار سرمایه ایران

ارائه داده است. از این رو یافته های تحقیق در این بخش همسو با نتایج تحقیقات مذکور بوده است. همچنین دیگر یافته های تحقیق نیز نشان داد که استفاده از روش گارچ در براورد نوسانات روندزدایی شده، نتایج متفاوتی نسبت به رویکرد معمول در این تحلیل ارائه می دهد و طبق این روش، هر دو بازار دارای حافظه بلندمدت هستند. رستمی (۱۳۹۵) نیز شواهدی مبنی بر توانایی این روش در سنجش حافظه بلندمدت داده های مالی ارائه داده است، اما مقایسه ای نسبت به عملکرد آن با روش متداول این تحلیل ارائه نکرده است. یافته های این تحقیق نشان می دهد رویکرد چندبخشی بودن بازارهای مالی باید با دقت بالاتری در سنجش حافظه بلندمدت داده ها بکار گرفته شود و با افزایش دقت در فرایند روندزدایی داده ها، می توان نتایجی با صحت بالاتر نیز کسب نمود. اگرچه انجام مطالعات شبیه سازی برای فرایندهایی با حافظه های مختلف و برآورد حافظه بلندمدت داده ها با اتکا به مفهوم چندبخشی بودن بازار، می تواند در این راستا موثر واقع شود. باتوجه به تایید وجود حافظه بلندمدت در داده های شاخص بورس و نرخ دلار به نظر می رسد که در تصمیمات سرمایه گذاری در این دو بازار می توان به نتایج حاصل از تحلیل های بنیادی و تکنیکال مبتنی بر تغییرات بلندمدت داده ها اتکا نمود.

فهرست منابع

* خیاط سرکار، وحید (۱۳۹۵). اثر اجرای برجام بر حافظه بلند مدت سری های زمانی مالی(مطالعه ای در بورس اوراق بهادار تهران)، کارشناسی ارشد، دانشگاه یزد، دانشکده مدیریت و حسابداری.
* رستمی، علی (۱۳۹۵). بکارگیری نظریه ارزشِ فرین و حافظه بلندمدت در بازار سهام ایراندرچارچوب مدل (GARCH)، کارشناسی ارشد، دانشگاه شیخ بهایی، دانشکده علوم ریاضی.
* رضائی، مهدیه (۱۳۹۷). برآورد پارامتر هرست وابسته به زمان در سری‌های زمانی مالی، کارشناسی ارشد، دانشگاه الزهرا (س)، دانشکده علوم ریاضی.
* روشن، رحمت اله (۱۳۹۷). بررسی رفتار نامتقارن چندفراکتالی در شاخص‌های بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از تحلیل چند فراکتالی نوسانات بدون روند شده نامتقارن، کارشناسی ارشد، دانشگاه ارومیه، دانشکده اقتصاد و مدیریت.
* نسیم‌سبحان، محمد (۱۳۹۵). تحلیل فراکتالی سری‌های زمانی مالی با استفاده از نمای هرست (مطالعه‌ای در بازار سرمایه ایران)، کارشناسی ارشد، دانشگاه علم و هنر یزد، دانشکده علوم انسانی.
* نیک‌بین، بهنام (۱۳۹۴). بررسی توسعه مالی بورس اوراق بهادار تهران: رهیافت حافظه بلند مدت برای آزمون EMH، کارشناسی ارشد، دانشگاه علامه طباطبائی، دانشکده اقتصاد.
* نیکخواه بهرامی، الهام (۱۳۹۰). آزمون کارایی در سطح ضعیف در بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از پارامتر حافظه و انحراف از فرضیه گاوسی، کارشناسی ارشد، دانشگاه الزهرا (س)، دانشکده اقتصاد و حسابداری.
* Aktan, C.; Iren, P.; Omay, T. (2019). Market development and market e_ciency: Evidence based on nonlinear panel unit root tests. Eur. J. Financ., 25, 979–993
* Anagnostidis, P.; Emmanouilides, C.; Varsakelis, C.(2016). Has the 2008 financial crisis affected stock market e_ciency? The case of Eurozone. Phys. A Stat. Mech. Appl., 447, 116–128.
* Fama, E.F.(1970). Efficient capital markets: A review of theory and empirical work. J. Financ., 25, 383–417.
* Ferreira, P. (2018). Long-range dependencies of Eastern European stock markets: A dynamic detrended analysis. Phys. A Stat. Mech. Appl., 505, 454–470.
* Gbenro, N.; Moussa, K.R. (2019). Asymmetric mean reversion in low liquid markets: Evidence from BRVM. J. Risk Financ. Manag., 12, 38.
* Han C., Wang Y., Ning Y., (2019). Comparative analysis of the multifractality and efficiency of exchange markets:

یادداشت‌ها

[1] McKinley
[2] Kristoufek and Vosvdra
[3] Efficient Market Hypothesis (EMH)
[4] Milos
[5] Multi Fractal Detrended Fluctuation Analysis (MF-DFA)
[6] Random Walk Hypothesis
[7] Anagnostidis
[8] Aktan
[9] Fractional Gaussian Noise
[10] Mono Fractal
[11] Ferreira
[12] Gbenroand Moussa
[13] Toki
[14] Yan
[15] Li
[16] Yuan and Zhang
[17] Stosic
[18] Han
[19] seasonal and trend decomposition using loess

Evidence from exchange rates dynamics of major world currencies, Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, Vol. 535, 12236.

* Kristoufek, L.; Vosvdra, M.(2013). Measuring capital market e_ciency: Global and local correlations structure. Phys. A Stat. Mech. Appl., 392, 184–193.
* Li S., Xu N., Hui X., (2020). International investors and the multifractality property: Evidence from accessible and inaccessible market, Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, Vol. 559, 125029.
* McKinley, W. (2015). Python and Data Analysis / W. McKinley; Translated from English. A.A. Slinkin. - Moscow: DMK Press, p. 482.
* Milo¸s L.R., et. Al., (2020). Multifractal Detrended Fluctuation Analysis (MF-DFA) of Stock Market Indexes. Empirical Evidence from Seven Central and Eastern European Markets, sustainability, 12, 535, 1-15.
* Stosic D., Stosica D., Mattos P., TatijanaStosic N., (2019). Multifractal characterization of Brazilian market sectors, Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, Vol. 525, pp 956-964.
* Toki´c, S.; Bolfek, B.; Radman Peša, A. (2018). Testing e_cient market hypothesis in developing Eastern European countries. Invest. Manag. Financ. Innov., 15, 281–291.
* Yan R., Yue D., Chen X., Wu X., (2020). Non-linear characterization and trend identification of liquidity in China's new OTC stock market based on multifractal detrended fluctuation analysis, Chaos, Solitons & Fractals, Vol. 139, 110063.
* Yuan Y., Zhang T., (2020). Forecasting stock market in high and low volatility periods: a modified multifractal volatility approach, Chaos, Solitons & Fractals, Vol. 140, 110252.