



توسعه الگوریتم فورديس و وبستر برای حل مسائل سفارشات دوره‌ای با هزینه‌های فازی

دکتر ناصر حمیدی*
پروانه سموئی**
مهدی اقبالی***

چکیده

یکی از الگوریتم‌هایی بسیار مفیدی که در کنترل کارآمد موجودی و تعیین سیاست سفارش‌دهی مناسب برای حل مسائل سفارشات دوره‌ای استفاده می‌شود، الگوریتم فورديس و وبستر است. اما با وجود تمام کارایی‌هایی که این الگوریتم داراست، تنها می‌تواند زمانی مورد استفاده قرار گیرد که هزینه‌های موجودی مقادیری قطعی هستند. این در حالی است که در دنیای واقعی عوامل زیادی نظیر تغییرات نرخ ارز و تورم باعث ایجاد نوسان در هزینه‌های موجودی می‌گردند. لذا در این مقاله سعی می‌شود به دلیل مزایایی این الگوریتم، توسعه‌ای از آن را برای شرایطی که هزینه‌های خرید، سفارش‌دهی و نگهداری از نوع اعداد فازی مثلثی هستند، صورت گیرد. برای نشان دادن الگوریتم پیشنهادی جدید یک مثال عددی نیز بیان گردیده‌است. نتایج نشان می‌دهد که الگوریتم پیشنهادی جدید، از قابلیت انعطاف زیادی برخوردار می‌باشد.

واژگان کلیدی :

کنترل موجودی، برنامه‌ریزی تولید، سفارشات دوره‌ای، الگوریتم فورديس و وبستر، تئوری مجموعه‌ی فازی

* استادیار، عضو هیات علمی تمام وقت دانشگاه آزاد اسلامی، واحد قزوین

قزوین- خیابان دانشگاه - بلوار نجفگان - دانشکده مدیریت و حسابداری دانشگاه آزاد اسلامی، واحد قزوین

** دانش آموخته کارشناسی ارشد مهندسی صنایع، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد قزوین

قزوین- خیابان دانشگاه - بلوار نجفگان - دانشکده مدیریت و حسابداری دانشگاه آزاد اسلامی، واحد قزوین

*** دانش آموخته کارشناسی مهندسی صنایع، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد قزوین

قزوین- خیابان دانشگاه - بلوار نجفگان - دانشکده مدیریت و حسابداری دانشگاه آزاد اسلامی، واحد قزوین

نویسنده مسئول یا طرف مکاتبه : دکتر ناصر حمیدی

مقدمه

روش فوردیس و وبستر با داده‌های قطعی به مرجع (حاج شیر محمدی ۱۳۸۲) مراجعه نمایند). لذا در این مقاله سعی می‌گردد برای زمانی که ماهیت عدم قطعیت هزینه‌ها از نوع فازی هستند توسعه‌ای از این الگوریتم صورت پذیرد.

تعاریف و روابط

تخفیف جزئی

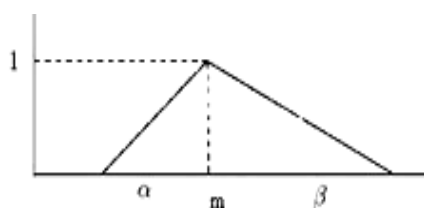
نوعی از تخفیف است که تخفیف‌ها به طور تدریجی به بخش‌های مختلف یک سفارش تعلق می‌گیرد. به گونه‌ای که برای مقدار ۰ تا Q_1-1 قیمت واحد کالا u_0 ، از Q_1 تا Q_2-1 قیمت واحد کالا u_1 ، و برای مقادیر بالاتر از Q_n ، Q_n واحد پولی قیمت‌گذاری شده است. در واقع در این نوع تخفیف اعداد Q_1, Q_2, \dots, Q_n نقاط شکست قیمت‌ها هستند. بدیهی است که $u_n > u_{n-1} > \dots > u_0$ می‌باشد (حاج شیر محمدی ۱۳۸۲).

عدد فازی

عدد فازی \tilde{M} از نوع $L-R$ است، اگر تابع L برای سمت چپ، تابع R برای سمت راست و اعداد اسکالر $\alpha > 0$ و $\beta > 0$ با شرایط زیر موجود باشند:

$$\mu_{\tilde{M}}(x) = \begin{cases} L\left(\frac{m-x}{\alpha}\right); & x \leq m, \alpha > 0 \\ R\left(\frac{x-m}{\beta}\right); & x \geq m, \beta > 0 \end{cases}$$

شکل ۱: عدد فازی مثلثی



یکی از مسائلی که ذهن بسیاری از مهندسين و مديران واحدهای توليدی و بازرگانی را به خود اختصاص می‌دهد، کنترل و مدیریت موجودی‌های سیستم می‌باشد. در واقع آنها همواره به دنبال این پاسخ بوده‌اند که کی و چه مقدار ماده، محصول و یا قطعه‌ی مورد نظر خود را با توجه به شرایط بازار و محدودیت‌های داخلی سفارش دهند (تولید کنند) تا هزینه‌های موجودی سازمان در حداقل مقدار خود قرار گیرد. در این راستا بسیاری از محققین مدل‌های مختلفی را برای کنترل موجودی در شرایط گوناگون ارائه داده‌اند. یکی از این مدل‌ها، مدل‌هایی هستند که در آنها برای چند دوره میزان مصرف معین بوده ولی لزوماً با هم برابر نیستند. کاربرد این مدل‌ها را می‌توان در شرایط روزمره‌ی صنعتی و تجاری مشاهده نمود (حاج شیر محمدی ۱۳۸۲).

هزینه‌های موجودی از مهمترین پارامترهای مدل‌های کنترل موجودی هستند که می‌توان در تمام مدل‌ها با آن مواجه شد. عمده‌ی هزینه‌های موجودی را می‌توان به هزینه‌های خرید، هزینه‌های سفارش‌دهی و هزینه‌های نگهداری طبقه‌بندی نمود. در بسیاری از مدل‌های پایه‌ی کنترل موجودی، مقادیر هزینه قطعی در نظر گرفته شده‌اند. اما با این حال در دنیای واقعی عوامل زیادی نظیر تغییرات نرخ تورم و یا نوسانات نرخ ارز می‌تواند در عدم قطعیت این هزینه‌ها صخه‌گذاری نماید. البته گاهی اوقات این عدم قطعیت را می‌توان به کمک تئوری احتمال رفع و رجوع نمود. اما با این اوصاف بعضی از مواقع حتی این تئوری نیز نمی‌تواند مناسب واقع شود. در چنین مواقعی تئوری مجموعه‌های فازی می‌تواند مانند یک ابزار مناسب برای مدیریت تولید و کنترل موجودی در زمانی که پویایی محیط مانع تعیین دقیق پارامترهایی نظیر هزینه می‌شود، کاربرد داشته باشد.

از سوی دیگر یکی از روش‌های بسیار مفیدی که برای حل مدل‌های سفارشات دوره‌ای در برنامه‌ریزی تولید و کنترل موجودی استفاده می‌شود، الگوریتم فوردیس و وبستر است. البته در این الگوریتم تمام پارامترها قطعی بوده و خاصیت عدم قطعیت هزینه‌ها در نظر گرفته نشده‌اند (خوانندگان محترم می‌توانند برای کسب آگاهی از

مروری بر تحقیقات پیشین

لی^۱ و یائو (۱۹۹۸) به محاسبه مقدار EPQ با تقاضای فازی پرداختند. لین و یائو^۲ (۲۰۰۰) نیز به فازی سازی میزان تغییرات Q و به دست آوردن مقدار اقتصادی تولید اقدام نمودند.

سامانتا و الاریمی^۳ (۲۰۰۱) یک مدل کنترل موجودی فازی با مقدار متغیر سفارش را بررسی کردند.

سایه^۴ (۲۰۰۲) از پارامترهای فازی نظیر هزینه موجودی، تقاضا، هزینه نصب، نرخ تقاضا و نرخ تولید برای ارائه ی ۲ مدل فازی برنامه ریزی تولید و کنترل موجودی استفاده نمود.

مایتی و موندال^۵ (۲۰۰۲) روش هایی برای حل مدل های فازی EOQ با توجه به هزینه های موجودی ارائه دادند که دارای توابع هدف فازی آرمانی و محدودیت فضای انبار و تعداد دفعات سفارش بودند. آنها مدل خود را با ۲ روش الگوریتم ژنتیک و برنامه ریزی غیرخطی فازی براساس روش زیمرمن حل نمودند.

مایتی و ماهاپاراتا^۶ (۲۰۰۵) به توسعه ی مدل های موجودی فازی با توابع هدفی در مورد تقاضا، سطح موجودی، قیمت فروش و سود مورد انتظار پرداختند.

ری^۷ و همکارانش (۲۰۰۵) یک مدل موجودی فازی با محدودیت های فضای انبار، تعداد سفارشات و هزینه های تولید را در نظر گرفتند. آنها پارامترهای هزینه، توابع هدف و محدودیت های تصمیم گیرندگان را در یک محیط فازی لحاظ کردند.

اسلام و ری^۸ (۲۰۰۶) یک مدل مقدار اقتصادی تولید، با توجه به انعطاف پذیری و قابلیت اطمینان در فرایند و تقاضای وابسته به هزینه های تولید توسعه دادند.

در این رابطه m ، α و β مقادیری حقیقی می باشند. عدد فازی \tilde{M} می تواند به شکل $(m, \alpha, \beta)_{LR}$ نشان داده شود (Noora and Karami(2008)). علاوه بر این یک عدد فازی L-R می تواند به شکل (a_1, a_2, a_3) نیز نشان داده شود که در آن:

$$a_1 = m - \alpha, \quad a_2 = m, \quad a_3 = m + \beta.$$

جمع و ضرب اعداد فازی

فرض کنید \tilde{M} و \tilde{N} دو عدد فازی از نوع L-R و $\lambda \in R$ مقداری اسکالر باشد. در چنین حالتی روابط زیر برقرار است (Dubois & Prade (1978)):

$$\lambda \tilde{M} = (\lambda m, \lambda \alpha, \lambda \beta)_{LR}$$

$$\tilde{M} \oplus \tilde{N} = (m + n, \alpha + \alpha', \beta + \beta')_{LR}$$

آنگاه

$$\lambda(m, \alpha, \beta)_{LR} = (\lambda m, \lambda \alpha, \lambda \beta)_{LR} \quad \lambda \geq 0$$

$$(m, \alpha, \beta)_{LR} \oplus (n, \alpha', \beta')_{LR} = (m + n, \alpha + \alpha', \beta + \beta')_{LR}$$

مقایسه و ترتیب اعداد فازی

برای رتبه بندی فازی روش های مختلفی وجود دارد، اما روشی که در این مقاله برای مرتب کردن اعداد فازی به کار می رود دارای ۳ معیار است. در صورتی که با به کار بردن معیار اول (سطح محصور)، تعدادی از اعداد مرتب نشده باشند به ترتیب از معیارهای دوم (مد) و معیار سوم (دامنه) استفاده می شود (آذر و فرجی (۱۳۸۶)).

علاوه بر این روش واضح است چنانچه برای دو عدد فازی مثلثی (b_1, b_2, b_3) و (a_1, a_2, a_3) روابط زیر برقرار باشد:

$$b_1 \leq a_1$$

$$b_2 \leq a_2$$

$$b_3 \leq a_3$$

می توان گفت $\tilde{b} \leq \tilde{a}$ می باشد. یعنی:

$$(b_1, b_2, b_3) \leq (a_1, a_2, a_3)$$

1. Lee & Yao
2. Lin & Yao
3. Samanta & AlAraini
4. Hsieh
5. Maiti & Mondal
6. Maiti & Mahapatra
7. Roy
8. Islam & Roy

مواجهه با هزینه های فازی در این مقاله توسعه ای از این الگوریتم برای شرایط فازی صورت می پذیرد.

الگوریتم پیشنهادی

قبل از آنکه به ارائه ی الگوریتم پیشنهادی پرداخته شود، بار دیگر ذکر می گردد که الگوریتم فوردیس و وبستر برای سفارشات دوره ای با داده های قطعی به کار گرفته می شود. لازمست پیش فرض های زیر بیان گردد.

۱. مقدار سفارش شده برای دوره ی I ، همواره در ابتدای دوره ی I به صورت آنی وارد انبار شده و مقدار مصرف دوره ی I نیز همواره در ابتدای دوره ی I به طور یک جا از انبار خارج خواهد شد.

۲. کمبود در دوره های سفارش دهی مجاز نمی باشد.

۳. هزینه ی سفارش دهی بستگی به میزان سفارش ندارد.

۴. هزینه های نگهداری در شروع دوره به ازای جمع مقدار موجودی که در طول دوره در انبار خواهد ماند به سازمان تعلق خواهد گرفت.

۵. پیش از شروع و همچنین در انتهای دوره ی برنامه ریزی، موجودی انبار صفر می باشد.

قابل ذکر است که این روش از یک سری ماتریس برای حل استفاده می کند. به گونه ای که سطرهای ماتریس نشان دهنده ی دوره های تامین و ستون های آن بیانگر دوره های مصرف می باشد. قابل توجه است که اگر تعداد دوره ها N باشد، این ماتریس، دارای ابعاد $N \times N$ می باشد.

اما مراحل پیاده سازی این الگوریتم به شرح زیر است:

گام ۱: به تعداد نوع هزینه هایی که دارید، ماتریس $N \times N$ تشکیل دهید.

گام ۲: هزینه های سفارش دهی را در قطر ماتریس مربوطه یادداشت نمایید. معنای چنین کاری این است که در صورت سفارش دهی در ابتدای دوره ی I برای مصرف دوره ی I و یا بعد از آن چه مقدار هزینه به سازمان تحمیل خواهد شد. به عبارت دیگر اگر هزینه ی سفارش دهی هر دوره را Cp_i و هر خانه ی ماتریس را با a_{ij} نشان دهیم، خواهیم داشت:

$$a_{ij} = Cp_i = (Cp_{i1}, Cp_{i2}, Cp_{i3}) \quad \text{For } i=j, i=1,2,\dots,N, j=1,2,\dots,N \quad (1)$$

چانگ^۱ و همکارانش (۲۰۰۶) (۱) یک مدل کمی برای مقدار اقتصادی تولید بر مبنای اجزای مختلف هزینه توسعه دادند.

(چانگ و همکارانش، ۲۰۰۶) (۲) یک مدل زمان بندی برای مقدار انباشته ی اقتصادی تحت تقاضای فازی ارائه دادند.

(رئی و اسلام، ۲۰۰۷) یک مدل مقدار اقتصادی تولید منعطف با پارامترهای فازی، قابلیت اطمینان در فرایند، تقاضای وابسته به هزینه ی تولید و محدودیت انبار ارائه کردند.

(رضائی و همکاران، ۱۳۸۱) مدلی برای کنترل موجودی در حالت فازی ارائه می دهند که هزینه نگهداری، هزینه سفارش و قیمت هر قلم، به صورت اعداد فازی نرمال دوزنقه ای و مثلثی و میزان مصرف به صورت قطعی در نظر گرفته شده اند. برای به دست آوردن تابع عضویت مقدار سفارش و هزینه کل موجودی علاوه بر استفاده از روش α -برش، روش جدیدی براساس مفهوم اصل گسترش و مفاهیم موجود در آنالیز ریاضی، ارائه گردیده است. خروجی های مسئله (هزینه کل موجودی و میزان سفارشات) نیز فازی می باشند. ولی از آنجا که مقدار سفارش اقتصادی در عمل باید به صورت یک عدد قطعی و مشخص باشد، نتایج به دست آمده به حالت قطعی برگردانده شده اند.

(رضایی و فاطمی قمی، ۱۳۸۶) در مدل های مرور مستمر، کلیه پارامترهای هزینه، شامل هزینه نگهداری، هزینه سفارش و هزینه کمبود را به صورت اعداد فازی مثلثی و تقاضا را به صورت احتمالی در نظر می گیرد. همچنین آنها با استفاده از مفهوم اصل گسترش و حساب فازی، یک الگوریتم برای به دست آوردن مقدار بهینه ی سفارش و نقطه بهینه سفارش مجدد در حالت فازی ارائه می دهند.

با توجه به توضیحاتی که در این قسمت بیان گردید، مشاهده می شود که برخی از محققین به مسائل برنامه ریزی تولید و کنترل موجودی به دلیل اهمیت و ماهیت موضوع پرداخته اند، ولی در هیچ یک از تحقیقات به الگوریتم ارائه شده توسط فوردیس و وبستر که در حل مسائل سفارشات دوره ای بسیار مفید و کاراست، نپرداخته بودند. لذا به خاطر کارایی زیاد این الگوریتم و امکان

1. Chang

چنانچه عناصر این ماتریس را نیز با f_{ij} نشان دهیم، خواهیم داشت:

$$f_{ij} = e_{ij} + \min\{f_{k,i-1}\} \quad j \geq i \quad j=2, \dots, N \quad k=1, 2, \dots, i-1 \quad (5)$$

در این ماتریس عنصر $f_{00}=(0, 0, 0)$ خواهد بود.
گام ۸: به ستون آخر ماتریس نهایی مراجعه نمایید و عدد مینیمم را مشخص نمایید (مجدداً برای پیدا کردن عدد مینیمم از بخش ۲-۴ استفاده نمایید). از خانه‌ی مربوطه پاره‌خطی افقی را به سمت چپ تا خانه‌ی تقاطع با قطر اصلی (ستون i) ادامه دهید. پس از آن عدد مینیمم ستون $i-1$ را پیدا کنید و از آن سلول مجدداً پاره‌خط افقی تا قطر اصلی را امتداد دهید. این کار را تا زمانی انجام دهید که برای تمام دوره‌ها، برنامه‌ریزی سفارش صورت گیرد.

مثال عددی و تست الگوریتم پیشنهادی

مسئله‌ی کنترل تولید و موجودی زیر را در نظر بگیرید. اگر قیمت خرید اقلام دارای تخفیف جزئی باشند، سیاست بهینه‌ی سفارش‌دهی و نگهداری را تعیین نمایید. داده‌های مسئله در جداول ۱ و ۲ آورده شده‌اند.

جدول ۱: میزان تقاضا و هزینه‌های سفارش‌دهی و نگهداری برای هر دوره

دوره	میزان تقاضا	هزینه سفارش‌دهی	هزینه نگهداری
۱	۱۰	(۷۰، ۸۰، ۸۵)	(۲، ۵، ۳، ۴)
۲	۱۵	(۵۰، ۶۰، ۷۰)	(۱، ۵، ۲، ۳، ۵)
۳	۲۰	(۸۵، ۱۰۰، ۱۱۰)	(۲، ۵، ۳، ۴)
۴	۸	(۳۵، ۵۰، ۶۰)	(۴، ۵، ۶، ۵)
۵	۱۴	(۱۰۰، ۱۲۰، ۱۳۵)	(۳، ۴، ۵)
۶	۲۰	(۱۸۰، ۲۰۰، ۲۱۵)	(۲، ۵، ۳، ۴)

گام ۳: ماتریس هزینه‌ی نگهداری را تشکیل دهید. خانه‌های این ماتریس نشان‌دهنده‌ی هزینه‌هایی هستند که در ازای صدور سفارش در دوره i و مصرف در دوره j به دوره j تعلق خواهد گرفت. اگر هزینه نگهداری هر واحد کالا در دوره‌ی i را با Ch_i و میزان تقاضا در دوره‌ی مورد نظر را با D_j و عناصر ماتریس هزینه‌ی نگهداری را با b_{ij} نشان دهیم، مقادیر هر خانه به شکل زیر محاسبه می‌شوند:

$$b_{ij} = \begin{cases} \sum_{k=i}^{j-1} D_j \cdot Ch_k = \sum_{k=i}^{j-1} D_j (Ch_{k1}, Ch_{k2}, Ch_{k3}) = (\sum_{k=i}^{j-1} D_j \cdot Ch_{k1}, \sum_{k=i}^{j-1} D_j \cdot Ch_{k2}, \sum_{k=i}^{j-1} D_j \cdot Ch_{k3}) & i < j, j=1, \dots, N \\ (0,0,0) & i = j, j=1, \dots, N \end{cases} \quad (2)$$

بدیهی است که این هزینه‌ها زیر قطر اصلی قرار نمی‌گیرند و عناصر روی قطر اصلی ماتریس برابر با صفر می‌باشند.

گام ۴: ماتریس هزینه‌ی خرید را تشکیل دهید. در تهیه‌ی این ماتریس توجه داشته باشید که اگر تخفیفی در قیمت کالا و یا مواد وجود دارد، در این مرحله باید اعمال شود. عناصر این ماتریس را با c_{ij} نشان دهید.

گام ۵: ماتریس‌های به دست آمده در گام‌های قبل را با هم جمع نمایید. اگر خانه‌های این ماتریس با d_{ij} نشان داده شوند، این عناصر برابر هستند با:

$$d_{ij} = a_{ij} + b_{ij} + c_{ij} \quad (3)$$

گام ۶: ماتریس تجمعی ردیفی ماتریس به دست آمده در گام ۵ را تشکیل دهید (در این ماتریس اعداد هر خانه به صورت تجمعی ردیفی از ماتریس گام ۵ به دست می‌آید). اگر اعضای این ماتریس نیز با e_{ij} نمایش داده شوند، خواهیم داشت:

$$e_{ij} = \sum_{k=i}^j d_{kj} \quad j \geq i \quad j=1, 2, \dots, N \quad (4)$$

گام ۷: ماتریس مینیمم دوره‌ی مصرف قبل را تشکیل دهید. برای تهیه این ماتریس مقدار مینیمم ستون شماره‌ی $i-1$ را با اعداد ردیف i ماتریس تجمعی ردیفی جمع کنید. برای این کار از روابط رتبه‌بندی و مقایسات اعداد فازی که در بخش ۲-۴ بیان شد، استفاده نمایید.

جدول ۲: مقادیر قیمت کالا با تخفیفات جزئی

دامنه	قیمت
۰ تا ۴۰	(۶،۷،۹)
۴۱ تا ۶۰	(۵،۶،۷)
۶۱ تا ۷۵	(۴،۵،۶)
بیش از ۷۶	(۳،۴،۵)

سفارش دهی شکل می گیرد. از آنجا که سفارش ها در ابتدای دوره ۱، در ابتدای دوره ۲ و ... یا در ابتدای دوره ۶ می تواند صورت پذیرد، تنها عناصر روی قطر اصلی دارای مقدار غیر صفر هستند. از سوی دیگر به این دلیل که نمی توان تقاضاهای از دست داده را جبران نمود، عناصر زیر قطر اصلی بی معنا خواهند بود. برای این کار می توانید به عبارت ۱ نیز مراجعه نمایید. با انجام این کار ماتریس زیر به وجود خواهد آمد:

در گام بعد الگوریتم باید ماتریس هزینه نگهداری را تشکیل داد. با توجه به یکی از پیش فرض های مسئله که بیان می کرد تمام تقاضای دوره ی مورد نظر در ابتدای دوره و یک جا از انبار خارج می شود، عناصر روی قطر اصلی صفر خواهند بود. عناصر ماتریس ۲ را نیز می توان با توجه به عبارت ۲ به دست آورد:

حل مسئله:

با توجه به گام اول الگوریتم ماتریس های حل مسئله دارای ابعاد ۶×۶ می باشد و از آنجا که ۳ نوع هزینه (سفارش دهی، نگهداری و خرید) در سیستم وجود دارد باید به این تعداد ماتریس مستقل ایجاد نمود. در گام بعد ماتریس هزینه ی

ماتریس ۱: هزینه سفارش دهی

	۱	۲	۳	۴	۵	۶
۱	(۷۰۰،۸۰،۸۵)	(۰،۰،۰)	(۰،۰،۰)	(۰،۰،۰)	(۰،۰،۰)	(۰،۰،۰)
۲	—	(۵۰،۷۰،۶۰)	(۰،۰،۰)	(۰،۰،۰)	(۰،۰،۰)	(۰،۰،۰)
۳	—	—	(۸۵،۱۰۰،۱۱۰)	(۰،۰،۰)	(۰،۰،۰)	(۰،۰،۰)
۴	—	—	—	(۳۵،۵۰،۶۰)	(۰،۰،۰)	(۰،۰،۰)
۵	—	—	—	—	(۱۰۰،۱۲۰،۱۳۵)	(۰،۰،۰)
۶	—	—	—	—	—	(۱۸۰،۲۰۰،۲۱۵)

ماتریس ۲: هزینه نگهداری

	۱	۲	۳	۴	۵	۶
۱	(۶۰،۷۰،۹۰)	(۹۰،۱۰۵،۱۳۵)	(۱۱۵،۱۳۵،۱۷۰)	(۴۰،۴۸،۵۶)	(۶۳،۷۷،۹۱)	(۶۸،۸۸،۱۰۸)
۲	—	(۹۰،۱۰۵،۱۳۵)	(۱۲۰،۱۴۰،۱۸۰)	(۴۵،۵۳،۶۶)	(۷۰،۸۴،۹۸)	(۸۳،۱۰۳،۱۲۳)
۳	—	—	(۱۲۰،۱۴۰،۱۸۰)	(۴۸،۵۶،۷۲)	(۸۲،۹۶،۱۲۲)	(۹۸،۱۱۸،۱۳۸)
۴	—	—	—	(۴۸،۵۶،۷۲)	(۸۴،۹۸،۱۲۶)	(۱۱۸،۱۳۸،۱۷۶)
۵	—	—	—	—	(۸۴،۹۸،۱۲۶)	(۱۲۰،۱۴۰،۱۸۰)
۶	—	—	—	—	—	(۱۲۰،۱۴۰،۱۸۰)

در مرحله‌ی بعد باید ماتریس هزینه‌ی خرید را تشکیل داد. از آنجا که هزینه‌ی خرید دارای تخفیف جزئی است، در این مرحله این تخفیف اعمال می‌شود. با انجام این کار ماتریس ۳ به وجود خواهد آمد:

در گام بعد با ماتریس جمع هزینه‌ی سفارش دهی، نگهداری و خرید به ماتریس ۴ برخورد خواهیم نمود:

ماتریس ۳: هزینه‌ی خرید

	۱	۲	۳	۴	۵	۶
۱	(۶۰، ۷۰، ۹۰)	(۹۰، ۱۰۵، ۱۳۵)	(۱۱۵، ۱۳۵، ۱۷۰)	(۴۰، ۴۸، ۵۶)	(۶۳، ۷۷، ۹۱)	(۶۸، ۸۸، ۱۰۸)
۲	—	(۹۰، ۱۰۵، ۱۳۵)	(۱۲۰، ۱۴۰، ۱۸۰)	(۴۵، ۵۳، ۶۶)	(۷۰، ۸۴، ۹۸)	(۸۳، ۱۰۳، ۱۲۳)
۳	—	—	(۱۲۰، ۱۴۰، ۱۸۰)	(۴۸، ۵۶، ۷۲)	(۸۲، ۹۶، ۱۲۲)	(۹۸، ۱۱۸، ۱۳۸)
۴	—	—	—	(۴۸، ۵۶، ۷۲)	(۸۴، ۹۸، ۱۲۶)	(۱۱۸، ۱۳۸، ۱۷۶)
۵	—	—	—	—	(۸۴، ۹۸، ۱۲۶)	(۱۲۰، ۱۴۰، ۱۸۰)
۶	—	—	—	—	—	(۱۲۰، ۱۴۰، ۱۸۰)

ماتریس ۴: جمع هزینه‌ی سفارش دهی، نگهداری و خرید

	۱	۲	۳	۴	۵	۶
۱	(۱۳۰، ۱۷۵، ۱۵۰)	(۱۲۷، ۵۰، ۱۵۰، ۱۹۵)	(۱۹۵، ۲۳۵، ۳۰۰)	(۹۲، ۱۱۲، ۱۴۰)	(۲۱۰، ۲۵۹، ۳۲۹)	(۳۳۸، ۴۲۸، ۵۴۸)
۲	—	(۱۴۰، ۱۶۵، ۲۰۵)	(۱۵۰، ۱۸۰، ۲۳۰)	(۷۷، ۹۳، ۱۱۸)	(۱۸۲، ۲۲۴، ۲۸۰)	(۳۰۳، ۳۸۳، ۴۸۳)
۳	—	—	(۲۰۵، ۲۹۰، ۳۴۰)	(۶۸، ۸۰، ۱۰۴)	(۱۷۳، ۲۰۸، ۲۶۹)	(۲۸۸، ۳۵۸، ۴۴۸)
۴	—	—	—	(۸۳، ۱۰۶، ۱۳۲)	(۱۴۰، ۱۶۸، ۲۱۷)	(۲۵۸، ۳۱۸، ۴۰۶)
۵	—	—	—	—	(۱۸۴، ۲۱۸، ۲۶۱)	(۱۸۰، ۲۲۰، ۲۸۰)
۶	—	—	—	—	—	(۳۰۰، ۳۴۰، ۳۹۵)

در مرحله‌ی بعد ماتریس تجمعی ردیفی با توجه به عبارت ۴ به دست می‌آید:

ماتریس ۵: ماتریس تجمعی ردیفی

	۱	۲	۳	۴	۵	۶
۱	(۱۳۰، ۱۷۵، ۱۵۰)	(۲۵۷، ۵۰، ۳۰۰، ۳۷۰)	(۴۵۲، ۵۰، ۵۳۵، ۶۷۰)	(۵۴۴، ۵۰، ۶۴۷، ۸۱۰)	(۷۵۴، ۵۰، ۹۰۶، ۱۱۲۹)	(۱۰۹۲، ۵۰، ۱۳۳۴، ۱۶۸۷)
۲	—	(۱۴۰، ۱۶۵، ۲۰۵)	(۲۹۰، ۳۴۵، ۴۳۵)	(۳۶۷، ۴۳۸، ۵۵۳)	(۵۴۹، ۶۶۲، ۸۳۳)	(۸۵۲، ۱۰۴۶، ۱۳۱۶)
۳	—	—	(۲۰۵، ۲۴۰، ۲۹۰)	(۲۷۳، ۳۲۰، ۳۹۴)	(۴۴۶، ۵۲۸، ۶۶۳)	(۷۳۴، ۸۸۶، ۱۱۱۱)
۴	—	—	—	(۸۳، ۱۰۶، ۱۳۲)	(۲۲۳، ۲۷۴، ۳۴۹)	(۴۸۱، ۵۹۲، ۷۵۵)
۵	—	—	—	—	(۱۸۴، ۲۱۸، ۲۶۱)	(۳۶۴، ۴۳۸، ۵۴۱)
۶	—	—	—	—	—	(۳۰۰، ۳۴۰، ۳۹۵)

می‌باشد. اما این الگوریتم برای شرایطی است که تمام پارامترهای مسئله معلوم و دارای مقادیر قطعی هستند. این در حالی است که بسیاری از پدیده‌های محیط تجاری و صنعتی مثل هزینه‌ها، دارای مقادیر غیر قطعی و فازی می‌باشند. لذا در این مقاله، به الگوریتم فوردیس و ویستر از منظر فازی نگریسته شد و اصلاحات لازم صورت پذیرفت. برای نشان دادن روش حل الگوریتم جدید، یک مثال عددی بیان شد که هزینه‌ی (۱۲۶۹، ۱۰۲۶، ۸۶۱) را به همراه زمان سفارش‌دهی بهینه نشان داد. کاملاً واضح است که الگوریتم پیشنهادی دارای انعطاف زیادی می‌باشد چرا که می‌توان از اعداد فازی دیگر مثل اعداد ذوزنقه‌ای و یا از روابط رتبه‌بندی دیگری که در مراجع مختلف ارائه شده‌اند، استفاده نمود. برای تحقیقات آتی نیز می‌توان در این الگوریتم وجود پارامترهای فازی دیگر مثل تقاضا را بررسی نمود.

در گام نهایی نیز باید ماتریس مینیمم دوره مصرف قبل را به دست آورد و با توجه به آن سیاست بهینه‌ی سفارش‌دهی را تعیین نمود. این ماتریس به شکل زیر خواهد بود:

در این حالت سفارش بهینه در دوره‌های زیر قرار خواهد گرفت:

در دوره ۱ تنها برای مصرف همان دوره، در دوره‌ی ۲ برای مصارف دوره‌های ۲، ۳ و ۴ و در دوره‌ی ۵ برای مصارف دوره‌های ۵ و ۶ سفارش صورت پذیرد. در چنین حالتی میزان هزینه‌ی کمینه نیز برابر با (۱۲۶۹، ۱۰۲۶، ۸۶۱) خواهد بود.

نتیجه‌گیری

در این تحقیق به بررسی الگوریتمی که توسط فوردیس و ویستر در سال ۱۹۸۵ ارائه شده بود، پرداختیم. این الگوریتم در حل مسائل سفارشات دوره‌ای بسیار سودمند

ماتریس ۶: ماتریس مینیمم دوره مصرف قبل

	۱	۲	۳	۴	۵	۶
۱	(۱۳۰.۱۷۵.۱۵۰)	(۲۵۷.۵.۳۰۰.۳۷۰)	(۴۵۲.۵.۵۳۵.۶۷۰)	(۵۴۴.۵.۶۴۷.۸۱۰)	(۷۵۴.۵.۹۰۶.۱۱۳۹)	(۱۰۹۲.۵.۱۳۳۴.۱۶۸۷)
۲	←	(۲۷۰.۳۱۵.۳۸۰)	(۴۲۰.۴۹۵.۶۱۰)	(۴۹۷.۵۸۸.۷۲۸)	(۶۷۹.۸۱۲.۱۰۰۸)	(۹۸۲.۱۱۹۶.۱۴۹۱)
۳	←	←	(۴۶۲.۵.۶۶۰.۵۴۰)	(۵۳۰.۵.۶۲۰.۷۶۴)	(۷۰۳.۵.۸۲۸.۱۰۳۳)	(۹۹۱.۵.۱۱۸۶.۱۴۷۱)
۴	←	←	←	(۵۰۳.۶۰۱.۷۴۲)	(۶۴۳.۷۶۹.۹۵۹)	(۹۰۱.۱۰۸۷.۱۳۶۵)
۵	←	←	←	←	(۶۸۱.۸۰۶.۹۸۹)	(۸۶۱.۱۰۲۶.۱۲۶۹)
۶	←	←	←	←	←	(۹۴۳.۱۱۰۹.۱۳۵۴)

منابع و مآخذ:

۱. آذر، عادل و حجت فرجی، (۱۳۸۶)، "علم مدیریت فازی"، انتشارات مهربان نشر، چاپ اول، صفحه ۷۴.
۲. حاج شیرمحمدی، علی، (۱۳۸۲)، "اصول برنامه ریزی و کنترلی تولید و موجودی ها"، انتشارات ارکان، ۲۷۱-۲۳۷.
۳. رضایی، جعفر و محمد تقی فاطمی قمی، (۱۳۸۶)، "مدل موجودی (Q, r) با تقاضای احتمالی و هزینه فازی"، فصلنامه چشم انداز مدیریت، شماره ۲۴، ص ۱۰۵.
۴. رضایی، جعفر، محمد تقی فاطمی قمی، محمدرضا مهرگان و مومنی، (۱۳۸۱)، "ارائه یک مدل کنترل موجودی با رویکرد فازی"، پایان نامه (کارشناسی ارشد) - دانشگاه تهران، دانشکده مدیریت.
5. Chang, P.T. & Chang, C.H., (1), (2006), "An Elaborative Unit Cost Structure-Based Fuzzy Economic Production Quantity Model", *Mathematics and Computer Modeling* 43, 1337-1356
6. Chang, P.T. & Yao, M.J. & Huang, S.F. & Chen, C.T., (2), (2006), "A Genetic Algorithm For Solving A Fuzzy Economic Lot-Size Scheduling Problem", *International Journal of Production Economics* 102, 265-288.
7. Dubois, D., & Prade, H., (1978), "Operations on Fuzzy Numbers", *International Journal of Systems Science* 30, 613-626.
8. Hsieh, C.H., (2002), "Optimization of Fuzzy Production Inventory Models", *Information Science an International Journal* 146, 29-40.
9. Islam, S. & Roy, T.K., (2006), "A Fuzzy EPQ Model with Flexibility and Reliability Consideration and Demand Dependent Unit Production Cost Under a Space Constraint: A Fuzzy Geometric Programming Approach", *Applied Mathematics and Computation* 176, 531-544
10. Lee, H.M. & Yao, J.S., (1998), "Economic Production Quantity for Fuzzy Demand Quantity and Fuzzy Production quantity", *European Journal of Operational Research* 109, 203-211.
11. Lin, D.C. & Yao, J.S., (2000), "Fuzzy Economic Production for Production Inventory", *Fuzzy Sets and Systems* 111, 465-495
12. Maiti, M. & Mahapatra, N.K., (2005), "Decision Process for Multi-objective, Multi-Item Production Inventory System via Interactive Fuzzy Satisficing Technique", *an International Journal Computers & Mathematics with Application* 49, 805-821.
13. Maiti, M. & Mondal, S., (2002), "Multi-Item Fuzzy EOQ Model Using Genetic Algorithm", *Computers & Industrial Engineering* 44, 105-117.
14. Noora, A. A., & Karami, P., (2008), "Ranking Functions and its Application to Fuzzy DEA", *International Mathematical Forum* 3, no. 30, 1469 - 1480.
15. Roy, T.K. & Islam.S., (2007), "Fuzzy Multi-Item economic Production Quantity Model under Space Constraints: A Geometric Programming Approach", *Applied Mathematics and Computation* 184, 326-335.
16. Roy, T.K. & Maiti, M. & Mandal, N.K., (2005), "Multi-Objective Fuzzy Inventory Model with Three Constraints: A Geometric Programming Approach", *Fuzzy Sets and Systems* 150, 87-106.
17. Samanta, B. & AlAraini, S.A., (2001), "An Inventory Control Model Using Fuzzy Logic", *International Journal of Production Economics* 73, 217-226.