

تعیین نرخ بهینه چاپ پول با استفاده از الگوی نسل های تداخلی (ایران)

ایوب فرامرزی^۱

رحیم دلالی اصفهانی^۲

سعید صمدی^۳

پذیرش: ۱۳۹۲/۰۹/۰۴

دریافت: ۱۳۹۲/۰۷/۰۲

چکیده

اثر خصوصی سازی بر عملکرد شرکتهای واگذار شده از طریق بورس به بخش خصوصی طی از مهمترین مسائل مربوط به بخش عمومی اقتصاد، چگونگی تأمین مالی دولت‌ها می باشد. در اکثر سیستم های اقتصادی عمده ترین منبع تأمین مالی مخارج دولت را مالیات ها تشکیل می دهند. در این فضا سوالات کلیدی بیشماری مورد توجه اقتصاددانان واقع شده است. از مهمترین سوالات این است که مالیات ها بایست بر روی کدام کالاها، به چه روشی و به چه میزان تعیین و وضع شوند؟ آیا می توان از پول به عنوان یک کالا مالیات اخذ کرد؟

این مقاله از بین انبوه سوالات مطرح شده در این حوزه، با استفاده از روش های جبری و الگوهای بهینه یابی به این دو سوال به شکل خاص پاسخ داده است.

برای پاسخ گویی به اولین سوال از مقاله ۱۹۲۲ فرانک رمزی و کتاب تئوری عمومی کینز و برای پاسخ گویی به دومین سوال از الگوی نسل های تداخلی پولی شده استفاده شده است. در این مقاله علاوه بر پاسخ گویی به این دو سوال با طراحی یک الگوی تعادل عمومی به تحلیل تاثیر یکی از مهمترین پارامترهای اقتصادی یعنی نرخ رجحان زمانی بر روی متغیرهای کلیدی اقتصادی نیز پرداخته شده است.

نتایج حاصل از سناریو های طراحی شده بیان کننده این واقعیت هستند که ترجیح مصرف زمان حال به مصرف زمان آینده (یکی از ریشه های شکل گیری نرخ بهره) باعث کوچک شدن مقیاس اقتصاد می شود.

واژگان کلیدی: نرخ چاپ پول، الگوی نسل های تداخلی، مالیات تورمی

طبقه بندی JEL: E51, O42, H21

۱. استادیار پژوهشکده آمار و عضو هیات علمی (نوسینده مسئول)، Email: Faramarzi.ayoub@srtc.ac.ir

۲. دانشیار گروه اقتصاد دانشگاه اصفهان و عضو هیات علمی، Email: rateofinterest@yahoo.com

۳. دانشیار گروه اقتصاد دانشگاه اصفهان و عضو هیات علمی، Email: Samadi_sa@yahoo.com

۱- مقدمه

دولت‌ها به عنوان متصدیان سیاست‌گذاری مالی از ابزارهای مالی در جهت نیل به اهداف خود (اعم از کوتاه‌مدت و بلند مدت) استفاده می‌کنند. اصلی‌ترین هدف دولت‌ها از زمان پیدایش تا کنون به حداکثر رسانیدن رفاه جامعه بوده است. دولت‌ها برای نیل به این هدف باید به سیاست‌گذاری‌های ممکن در عرصه‌های مختلف اقدام کنند. در جهت تأمین هزینه‌های مخارج سیاست‌گذاری‌ها، دولت‌ها نیازمند تجهیز منابع مالی هستند. در اقتصاد سرمایه‌داری تنها منبع مالی مجاز برای تأمین مالی دولت، اخذ مالیات می‌باشد. اینکه از چه کالاهایی با چه ویژگی‌هایی و به چه میزانی باید مالیات اخذ کرد مسئله‌ای بسیار با اهمیتی است. برای پاسخ‌گویی به این سؤالات در بخش دوم به بررسی متون پایه و مرجع موجود در ادبیات اقتصادی و تعیین ویژگی‌های کالای مورد مالیات ستانی پرداخته می‌شود. در بخش سوم مقاله یک الگوی نسل‌های همپوشان^۱ طراحی و نرخ بهینه مالیات تعیین می‌گردد. در بخش چهارم الگوی طراحی شده برای اقتصاد ایران کالیبره می‌شود و بر اساس متغیرهای مهم اقتصادی تعدادی سناریو اجرا خواهد شد و نهایتاً در بخش پنجم و پایانی مقاله نتیجه‌گیری ارائه می‌شود.

۲- ادبیات موضوع و پیشینه پژوهش

فرانک رمزی^۲ (۱۹۲۷) در مطالعه‌ای بنیادین و پایه‌ای با بهینه‌یابی رفتار مصرف‌کننده‌ای نوعی در یک اقتصاد فرضی که در آن دولت همواره از کالاهای موجود در اقتصاد حجم معینی مالیات دریافت می‌کند، به نتایجی دست می‌یابد که این نتایج از گذشته تا به حال اساس و پایه مالیات ستانی در حوزه اقتصاد بخش عمومی قرار گرفته است. یکی از نتایج اساسی که از این مطالعه حاصل شده است معادله زیر است که تعیین‌کننده ویژگی آن دسته از کالاهایی است که باید از آن‌ها مالیات اخذ شود. در صورت مالیات ستانی از این کالاها زیان از دست رفته کل اقتصاد کمتر از زیان از دست رفته ناشی از جمع‌آوری همین حجم از مالیات از سایر کالاها می‌باشد.

1. Over Lapping Generation Model(OLG)
2. Ramsey(1927)

$$\theta = \frac{\mu_1}{\theta \left(\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\rho_1} \right)} \quad (1)$$

در این معادله کشش عرضه کالا، کشش تقاضای کالا، نرخ مالیات وضع شده بر کالا و θ مقداری ثابت می‌باشد. بر اساس این معادله یکی از مهمترین ویژگی‌های کالاهای مورد نظر مشخص شد. کالا یا کالاهای مورد مالیات ستانی باید دارای کشش عرضه یا تقاضای صفر و یا نزدیک به صفر باشد. علت این امر این است که هر قدر کشش عرضه یا تقاضای کالایی کوچکتر باشد باید صورت کسر که نرخ مالیات وضع شده بر همان کالا است بزرگتر باشد تا معادله فوق همواره برقرار باشد.

از منظر کاربردی ویژگی با اهمیت دیگری که کالای مورد مالیات ستانی باید داشته باشد این است که استفاده از این کالا یا گروه کالایی باید به اندازه‌ای باشد که دولت بتواند منابع مورد نیاز مالیاتیش را به واسطه وضع مالیات بر آن‌ها تأمین کند. کشش جانشینی پایین از دیگر ویژگی‌های مورد نیاز این کالاها است. این ویژگی به این دلیل مورد نیاز است که در صورت وضع مالیات بر این کالاها، سایر کالاها توسط پرداخت کنندگان مالیات جانشین آن‌ها نشده و منابع مالیاتی دولت دچار تغییرات ناخواسته و غیر قابل پیش‌بینی نشود. جان مینارد کینز در کتاب تئوری عمومی اشتغال، بهره و پول در ارتباط با خواص و ویژگی‌های پول به عنوان یکی از کالاهای موجود در اقتصاد به ذکر نکات مهمی مبادرت ورزیده است.

نخستین خصوصیتی که برای پول بیان می‌شود کشش تولیدی (کشش عرضه) پول، در دراز مدت و کوتاه مدت، صفر یا نزدیک به صفر است (کینز، ۱۳۸۷، ص ۲۸۲). دومین وجه تمایز پول آن است که کشش جانشینی آن برابر یا تقریباً برابر با صفر است. (کینز، ۱۳۸۷، ص ۲۸۲). این خصوصیات در کنار ویژگی‌های بیان شده توسط رمزی این نکته را بیان می‌کند که کالای مورد مالیات ستانی بهینه همان پول است. ۱- کشش عرضه صفر دارد ۲- کشش جانشینی صفر دارد ۳- میزان آن به قدری است که بتواند منابع مالی مورد نیاز دولت را در صورت وضع مالیات بر آن تأمین کند. حال سوال این است که چگونه می‌توان از پول مالیات اخذ کرد؟

طبق مدل ارائه شده توسط رمزی می‌توان از کالاهای زیادی مالیات اخذ کرد و این جمع آوری مالیات می‌تواند زیان‌های رفاهی متفاوتی را با توجه به خصوصیت کالا به جامعه

تحمیل کند ولی کالایی که کمترین زیان های رفاهی را به جامعه تحمیل خواهد کرد کالای بی کشش یا کم کشش تر خواهد بود. دولت با خلق پول می تواند سبب ساز افزایش در سطح عمومی قیمت ها شود. افزایش در سطح عمومی قیمت ها ناشی از افزایش حجم پول، موجب کاهش ارزش پول حقیقی شده و این اتفاق مانند مالیاتی است که بر صاحبان پول در جامعه تحمیل می شود. به عبارت دیگر به تورم ناشی از خلق پول جدید به وسیله دولت، می توان به صورت مالیاتی بر پول موجود در دست مردم نگاه کرد. بدین صورت که مردم با درک تورم، سعی در تنظیم مقدار موجودی وجوه حقیقی خود نموده و به خاطر ثابت نگه داشتن مقدار وجوه حقیقی خود در سطح جدید، به ناچار بایستی بر مقدار موجودی پول خود بیفزایند که این کار به قیمت از دست دادن قسمتی از مصرف جاری آنان تمام خواهد شد. این مقدار کاهش در مصرف را می توان به عنوان مالیاتی فرض نمود که بر دارندگان پول وضع می شود، در اصطلاح اقتصادی به این مالیات، «مالیات تورمی»^۱ گفته می شود.

پیشینه تحقیق

مطالعه	هدف مطالعه	نتیجه گیری
فلیس (۱۹۷۳) ^۲	بررسی آثار تورم بر تقاضای خانوارها برای مصرف و فراغت، سرمایه گذاری و رشد اقتصادی. همچنین طراحی مدلی برای تعیین مقدار بهینه مالیات تورمی.	خلق پول با تحت تأثیر قرار دادن سطح عمومی قیمت ها و کاستن از دارایی های نقدینه حقیقی افراد همانند مالیات عمل می کند و دارای آثار درامدی مشابه مالیات ها است. این آثار سبب خواهند شد تا اولویت های تقاضای خانوارها برای کالاهای گوناگون تحت تأثیر قرار گیرد. لذا قابلیت جایگزینی مالیات تورمی به جای مالیات مأخوذه از سایر روش ها وجود دارد.
فریدمن (۱۹۷۱) ^۳	پاسخ این پرسش که: چه نرخ از تورم برای دولتی که دارای حق انحصاری چاپ پول	در شرایطی که درآمد حقیقی خانوار نماینده مورد بررسی در مدل ثابت باشد، در آن نرخ از تورم که در آن کشش تورمی تقاضای پول واحد باشد، هدف دولت محقق خواهد شد. دولت می تواند همانند یک تولید کننده انحصاری که دارای هزینه تولید

1. Inflationary Tax
2. Phelps, 1973
3. Friedman, 1971

صفر است در زمینه چاپ پول فعالیت داشته باشد.	است بالاترین وضعیت پایا را در کسب منابع حقیقی به همراه دارد؟	
سیاست پیشنهادی فریدمن مبنی بر صفر بودن نرخ بهره‌ی اسمی بهترین گزینه‌ی ممکن برای چگونگی کنترل حجم پول و تعیین نرخ بهینه مالیات تورمی است.	تعیین مالیات تورمی بهینه با استفاده مدل‌های تعادل عمومی	کوریا و تلس (۱۹۷۷) ^۱
دولت آن نرخ‌ی از مالیات و تورم را بخواهد گزید که ارزش زمان حال هزینه‌های رفاهی برآمده از این دو پدیده را به حداقل برساند. تئوری بیان شده توسط وی این نکته را ذکر می‌کند که نرخ بهره اسمی و تورم باید رفتارهای منطبق بر الگوی گام تصادفی داشته و نرخ بهره اسمی و تورم هر دو باید با افزایش مالیات افزایش یابند.	ارائه و آزمون تئوری محض سیاست‌های پولی و مالی	مانکیو (۱۹۸۷) ^۲
که اگر پول تنها برای خرید کالاهای مصرفی هزینه شود، آنگاه با افزایش نرخ رشد پول هزینه‌ی نگهداری پول نقد افزایش می‌یابد، (بروز تورم) ولی تأثیری در مصرف حقیقی آن نخواهد داشت. در وضعیت پایا نسبت کار به سرمایه نیز به نرخ رشد پول بستگی ندارد. لذا افزایش رشد پول تأثیری در تولید نداشته و نتیجه‌ی افزایش در نرخ رشد پول کاهش رفاه خواهد بود.	چگونگی تأثیر پول بر اقتصاد و تشریح نقش پول	لوکاس (۱۹۸۸) ^۳
وی با در نظر گرفتن تمام منافع و مضرات خلق بدهی توسط دولت، در غالب مدل‌های رشد درون زا و برونزا میزان بهینه بدهی دولت را تعیین می‌کند و به این نتیجه می‌رسد که در صورت کاهش بدهی‌های دولت عایدی‌های بزرگ رفاهی متوجه خانوارها خواهد شد. به بیانی، مضرات دخالت دولت در اقتصاد از منافع آن بزرگ‌تر است.	طراحی مدلی برای محاسبه مقدار بهینه بدهی دولت در اقتصاد آمریکا	آیاگاری (۱۹۹۴) ^۴
در این شرایط می‌توان با اتخاذ یک سیاست پولی بهینه به شرایط تخصیص بهینه پارتو دست یافت. سیاست های پولی با پایدار کردن نرخ پس انداز در اقتصاد از طریق تغییر در بازده حقیقی اوراق قرضه اسمی و همچنین نرخ تورم انتظاری در نیل به این مهم اثرگذار هستند. این مطالعه نتایج ارایه شده را با کالبره مدل نسل های همپوشان برای اقتصاد کانادا به دست آورده است. از دیگر نتایج بدست آمده توسط محقق این است که نرخ تورم انتظاری بهینه در یک اقتصاد با در نظر	بررسی نقش سیاست های پولی در محیط های با ریسک های بالا و نامتقارن در بازارهای ناکامل	آیکول (۲۰۰۴)

1. Correia &Teles, 1977

2. Mankiw, 1987

3. Loucas , 1988

4. Aiagary and mcgrattan1994

گرفتن نااطمینانی بالاتر از اقتصادی است که نااطمینانی را در نظر نمی-گیرد.		
با طراحی مدل نسل های تداخلی و با در نظر گرفتن هردو قاعده متفاوت در سیاست گذاری پولی، قاعده ثبات نرخ تورم با تقریب بسیار زیاد به مقادیر بهینه سیاست های پولی موجود در ادبیات اقتصادی نزدیک تر هستند و برای اقتصاد درگیر با شوک های دائمی سیاست ثبات نرخ تورم بسیار بهینه تر از سیاست ثبات عرضه پول می باشد.	مقایسه اثرات رفاهی دو قاعده متفاوت پولی که شامل: الف) نرخ رشد ثابت برای پول ب) نرخ ثابت تورم	پاناچارایو سینگ (۲۰۱۰)
با افزایش سهم بخش‌هایی از تولید ناخالص ملی که از نظر اخذ مالیات دهی مناسب‌تر و هزینه جمع‌آوری مالیات در آن‌ها پایین‌تر است (بخش تجارت داخلی) تأمین مالی تورمی کاهش می‌یابد. همچنین با افزایش درآمد سرانه میزان مالیات تورمی نیز افزایش می‌یابد. افزایش مخارج دولت نیز به علت آنکه انعطاف پذیری لازم در سایر منابع درآمد دولت وجود ندارد، منجر به استفاده بیشتر دولت از مالیات تورم شده است.	بررسی اهمیت و تعیین عوامل مؤثر بر مالیات تورمی در ایران	جعفری صمیمی و شمخال (۱۳۷۶)
ارتباط بین نرخ تورم و کل کسری‌های بودجه ۶۴ درصد است اما چاپ پول فقط ۳۵ درصد از کل کسری‌های بودجه‌ی دولت را تأمین مالی کرده است. پس اثری که بر میزان تورم دارد ۳۵ درصد از کل اثری است که کل کسری بودجه با تورم دارد. به طور کلی، در طول دوره‌ی مورد بررسی در ایران به اندازه‌ی ۲۲ درصد از تغییر میزان تورم تحت تأثیر چاپ پول بوده و بقیه‌ی تغییرات تورم ناشی از عوامل دیگر بوده-اند	تعیین اینکه پول یا درآمد مالیات تورمی چند درصد از کسری‌های بودجه‌ی دولت را تأمین می‌کند	سامتی (۱۳۸۴)

۱. مبانی نظری و طراحی مدل

در این قسمت با استفاده از مدل های OLG ، اقتصادی فرضی طراحی خواهد شد که در آن دولت تنها از طریق مالیات تورمی به تأمین مالی مخارج خود خواهد پرداخت. این اقتصاد بر پایه چندین فرض طراحی خواهد شد که به قرار زیر می‌باشند:

۱. اقتصاد شامل ۴ بخش است (دولت، خانوار، بخش پولی و تولید).
۲. نرخ رشد جمعیت صفر است.
۳. دولت منابع مالی در اختیار خود را به شکل مساوی بین نسل پیر تقسیم می‌کند (همانند مدل پایه ساموئلسن (۱۹۵۸)).

۴. زمان گسسته است.

۵. افراد در دوره زندگی می کنند.

۶. افراد هیچ گونه ارثی از خود به جای نمی گذارند.

۷. افراد تنها در دوره جوانی کار می کنند و به اندازه دستمزد در یافت می کنند.

۸. افراد در دوره جوانی درآمد خود را یا مصرف یا پس انداز و یا به شکل پول نقد نزد خود

نگهداری می کنند و در دوره پیری از پس انداز خود بهره دریافت می کنند.

۱- بخش اول (دولت): در این اقتصاد دولت با قید بودجه زیر مواجه است:

$$P_t G_t = \bar{M}_t - \bar{M}_{t-1} = \lambda \bar{M}_{t-1} \quad (5)$$

که در این معادله λ نرخ چاپ پول، P_t سطح عمومی قیمت ها، G_t مخارج دولت و \bar{M}_t حجم کل پول موجود در اقتصاد است.

۲- بخش دوم (خانوارها)

الف- خانوارهای جوان (افرادی که در دوره اول زندگی قرار دارند) با قید زیر مواجه هستند:

$$C_t + S_t + \frac{M_t}{P_t} = W_t \quad (6)$$

که در این معادله C_t مصرف سرانه کالاها، S_t پس انداز سرانه و W_t دستمزد سرانه می باشد.

خانوارهای پیر با قید بودجه زیر مواجه هستند:

شایان ذکر است که در این اقتصاد دولت نسل پیر را به عنوان جامعه هدف پرداخت های انتقالی انتخاب کرده است و منابع مالی گردآوری شده از طریق چاپ پول را به آنها به شکل مساوی اهدا خواهد کرد.

$$d_{t+1} = R_{t+1} S_{t+1} + \frac{M_t}{P_{t+1}} + \frac{G_{t+1}}{P_{t+1}} \quad (7)$$

که در این معادله d_{t+1} مصرف در دوران پیری و R_{t+1} نرخ بهره می باشد. مصرف زمان پیری خانوارها یا از طریق پس انداز صورت گرفته در دوره قبل، یا از طریق پول نقد نگهداری شده از دوره قبل و یا از طریق پرداخت های انتقالی اهدایی از سوی دولت تامین مالی خواهد شد.

قید CIA:

این قید را برای اینکه استفاده از پول در مدل اجباری باشد و افراد مجبور به استفاده از پول باشند به مدل اضافه می‌شود.

$$M_t = \mu P_{t+1} d_{t+1} \quad (۸)$$

که در این معادله μ درصدی از مصرف دوران پیری است که با پول نقد نگهداری شده از دوره قبل خریداری می‌شود. لذا تمام خانوارها در دوره جوانی مجبور هستند تا سهمی هرچند ناچیز از مصرف دوره آتی خود را از طریق نگهداری پول نقد تامین مالی کنند.
۳- بخش سوم (تولید):

تابع تولید مورد استفاده در این مدل از نوع کاب داگلاس می‌باشد.

$$Y_t = F(K_t, L_t) = AK_t^a L_t^{1-a} \quad (۹)$$

که در این معادله A ضریب تکنولوژی، K_t سرمایه، L_t نیروی کار و α کشش تولیدی سرمایه می‌باشد.

در بخش تولید، بازارهای نیروی کار و سرمایه زمانی در حال تعادل خواهند بود که بازده نهایی نیروی کار و سرمایه با دستمزد و هزینه اجاره سرمایه برابر باشند. لذا:

$$w_t = F'_L(k_t, 1) = A(1-a)(k_t)^a \quad (۱۰)$$

$$R_t = F'_K(k_t, 1) = Aa(k_t)^{a-1} \quad (۱۱)$$

۴. بخش چهارم (بازار پول):

در این بازار رابطه تعادلی عبارت است از:

$$NM_t = \bar{M}_t = (1 + \lambda_t) \bar{M}_{t-1} \quad (۱۲)$$

این رابطه بیان می‌کند که دولت همواره با درنظر گرفتن پول چاپ شده دوره قبل، در دوره جاری با ضریبی ثابت به آن حجم پول می‌افزاید که در ادامه به تعیین مقداری بهینه برای نرخ چاپ پول مبادرت ورزیده می‌شود.

پس از معرفی ۴ بخش روابط تعادلی استخراج شده به قرار زیر می‌باشند:

$$C_t = (1-a)w_t \quad (۱۳)$$

$$S_t = aw_t - m_t \quad (۱۴)$$

$$m_t = \mu \frac{P_{t+1}}{P_t} d_{t+1} \quad (15)$$

$$d_{t+1} = \frac{1}{(1 - \mu(1 + \lambda))} R_{t+1} S_t \quad (16)$$

که در معادله ۱۰، $(1 - \alpha)$ درصدی از دستمزد است که فرد در همین دوره مصرف می کند به عبارتی نشان دهنده نرخ رجحان زمانی یا سلیقه فرد در انتخاب بین مصرف در زمان حال یا آینده است.

پس از جایگذاری رابطه ۱۶ در ۸ رابطه‌ی تعادلی زیر به دست خواهد آمد:

$$\frac{1}{NP_t} \bar{M}_{t-1} = Bk_t^a \quad (17)$$

که در این رابطه

$$B = \frac{\mu}{1 - \rho} A\alpha \quad (18)$$

و

$$\rho = \mu(1 + \lambda) \quad (19)$$

لذا:

$$m_t = \frac{M_t}{P_t} = (1 + \lambda) Bk_t^a \quad (20)$$

با جایگذاری معادله ۲۰ در ۱۴:

$$k_{t+1} = s_t = (\bar{\lambda} - \lambda_t) k_t^a \quad (21)$$

که

$$Z = \frac{a(1 - a) + a}{a} \quad (22)$$

و

$$\bar{\lambda} = \frac{a(1 - a)(1 - \mu) - \mu a}{(1 - a)\mu + \mu a} \quad (23)$$

این عبارت نشان دهنده سقف موجود بر روی نرخ چاپ پول است. در این اقتصاد فرضی با توجه به پارامترهای موجود، این سقف تعیین می شود. مساله با اهمیت این است که در

صورت عدم رعایت این سقف توسط دولت پس انداز و در نتیجه سرمایه گذاری در این اقتصاد رو به افول و نزول می گذارد و این اقتصاد فرضی دچار فروپاشی خواهد شد. با استفاده از این معادلات برای مخارج دولت خواهیم داشت:

$$G_t = \lambda_t \frac{\bar{M}_{t-1}}{P_t} = \lambda_t B k_t^a \quad (24)$$

اکنون پس از دست یابی به روابط تعادلی با انجام بهینه یابی به تعیین مقادیر بهینه متغیرها دست خواهیم یافت:

هدف در این مسئله حداکثر شدن رفاه مصرف کنندگان است. لذا تابع رفاه کلی جامعه در زمان حاضر به شکل زیر در نظر گرفته می شود:

$$N \sum_{t=0}^{\infty} \delta^t [(\ln c_t) + (\ln d_t + b \ln G_t)] \quad (25)$$

که در این معادله b ضریب اثر گذاری مخارج دولت بر روی رفاه خانوار است. روابط تعادلی متغیرهای دخیل در این تابع رفاه اجتماعی نیز به قرار زیر هستند:

$$c_t (1-a) W_t = (1-a)(1-a) A k_t^a \quad (26)$$

$$d_t = \frac{1}{1-\rho} R_t S_{t-1} = \frac{aA}{1-\rho} k_t^a \quad (27)$$

$$G_t = BN \lambda_t k_t^a \quad (28)$$

از آنجا که عامل مشترک موجود در تمام این روابط تعادلی K_t می باشد، می توان از این عامل فاکتور گیری کرد و از آنجا که تابع رفاه اجتماعی به شکل لگاریتمی می باشد، می توان با لگاریتم گرفتن از روابط تعادلی، آن ها را به شکل قابل استفاده در تابع رفاه اجتماعی تبدیل کرد.

از روابط تعادلی c_t ، d_t ، G_t لگاریتم گرفته ولذا خواهیم داشت:

$$\ln c_t = a \ln k_t + C_1 \quad (29)$$

$$\ln d_t = a \ln k_t + \ln B + C_2 \quad (30)$$

$$\ln G_t = \ln \lambda_t + a \ln k_t + \ln B + C_3 \quad (31)$$

با جایگذاری روابط تعادلی تغییر شکل یافته در تابع رفاه اجتماعی خواهیم داشت:

$$N \sum_{t=0}^{\infty} \delta^t [a(2+b_1) \ln k_t + b \ln \lambda_t] \quad (32)$$

همچنین معادله حرکت سرمایه به شکل زیر است:

$$k_{t+1} = ZB(\bar{\lambda} - \lambda_t)k_t^a \quad (33)$$

پس از اعمال تغییرات مشابه به فرم زیر تغییر شکل خواهد داد:

$$\ln k_{t+1} = a \ln k_t + \ln(\bar{\lambda} - \lambda_t) + \ln B \quad (34)$$

همچنین برای اینکه از رسیدن به جواب‌های نامرتب با شرایط مدل اجتناب شود یک قید دیگر که مبنی بر مثبت بودن $\ln k_t$ می‌باشد، به مسئله بهینه یابی افزوده می‌شود.

$$\ln k_t > 0$$

اکنون به تعیین آن مقداری از λ_t که تابع رفاه اجتماعی را با توجه به معادله حرکت سرمایه و قید مثبت بودن X_t ، به حداکثر مقدار ممکن خود می‌رساند، مبادرت ورزیده خواهد شد. تابع لاگرانژ این مسئله بهینه یابی به شکل زیر خواهد بود:

$$L_t = a(2+b) \ln k_t + \ln \lambda_t - (1+b) \ln(1-a) + \delta q_{t+1} (a \ln k_t + \ln(\bar{\lambda} - \lambda_t) - \ln(1-a)) - q_t \ln k_t \quad (35)$$

شرایط مرتبه اول برای این تابع لاگرانژ به قرار زیر است:

$$\frac{\partial L_t}{\partial \lambda_t} = \frac{b}{\lambda_t} + \frac{\mu + b\mu}{(1-\mu-\lambda_t\mu)} - \frac{\delta q_{t+1}}{\bar{\lambda} - \lambda_t} + \frac{\delta q_{t+1}\mu}{(1-\mu-\lambda_t\mu)} \quad (36)$$

$$\frac{\partial L_t}{\partial \ln k_t} = a(2+b) + a \delta q_{t+1} - q_t = 0 \quad (37)$$

در معادله دوم اگر شرایط پایا را در نظر بگیریم آنگاه خواهیم داشت:

$$q_t = q^*$$

آنگاه می‌توان مقداری برای q^* بر اساس معادله دوم یافت، لذا خواهیم داشت:

$$q_t = q^* = \frac{a(2+b)}{1-as} \quad (38)$$

با جایگذاری این مقدار در شرط مرتبه اول یک معادله درجه ۳ بر حسب λ_t حاصل می‌شود که پس از حل کردن آن برای λ_t ، مقدار بهینه برای چاپ پول استخراج می‌شود که با جایگذاری آن در سایر روابط تعادلی مربوط به متغیرهای مدل مقادیر بهینه آن‌ها استخراج می‌شود. لذا در این مرحله نرخ بهینه چاپ پول برای اقتصادی که تنها از طریق پول مالیات پرداخت می‌کند تعیین شد.

۴- کالیبره کردن الگو

بر اساس روابط تعادلی به دست آمده در فوق، پارامترهای مورد نیاز برای کالیبره کردن مدل عبارتند از: نرخ تنزیل (δ)، جمعیت نیروی کار (N)، ضریب تکنولوژی (A)، سهم سرمایه در تولید (a)، مقادیر عددی این پارامترها در جدول (۲) نمایش داده شده‌اند.

جدول ۲

مقدار عددی	معیار کالیبره کردن	علامت اختصاری	نام پارامتر
۰,۰۱	مطالعه‌ی دین محمدی	δ	نرخ تنزیل
۹	مطالعه‌ی محمود زاده و اسدی	A	ضریب تکنولوژی
۰,۶۲	مطالعه‌ی محمود زاده و اسدی	a	کنش تولیدی سرمایه

منبع: گردآوری محقق

علاوه بر پارامترها، در این مطالعه برای کالیبره کردن و تعیین مقادیر بهینه متغیرهای مورد نظر از داده‌های سرمایه سرانه و جمعیت نیروی کار ایران در سال ۱۳۵۷ استفاده می‌شود زیرا سال شروع کالیبره کردن مدل سال ۱۳۵۷ در نظر گرفته می‌شود. بر اساس اطلاعات ذکر شده در بانک اطلاعاتی بانک مرکزی مقادیر این دو متغیر در سال ۱۳۵۷ برای سرمایه سرانه برابر با ۰,۰۰۶۳۹ میلیارد ریال و برای جمعیت نیروی کار برابر با ۱۰۲۹۸۰۰۰ نفر می‌باشد. این داده‌ها برای شروع کالیبره کردن مدل مورد استفاده قرار می‌گیرند. در این مطالعه ۳ سناریو برای هر دو مدل کالیبره شده در نظر گرفته شده است. این سناریوها بر اساس ترجیحات مصرفی فرد بین زمان حال و آینده طراحی می‌شوند. در قسمت مبانی نظری و ارائه الگو ضریبی تحت عنوان a در توابع مصرف و پس‌انداز تعبیه شده که نشان دهنده این ترجیحات می‌باشد. در نظر گرفتن این ضریب قابلیت عملیاتی شدن و ارائه توصیه‌های سیاستی را در این مدل بالا می‌برد. همچنین این ضریب به عنوان یکی از ریشه‌های نرخ بهره است که بوم باورک^۱ از آن‌ها نام می‌برد. در نظر گرفتن سناریوها و اعداد مختلف برای این ضریب می‌تواند به نتایج رفتارها و عادات مصرفی هر جامعه را تحلیل و

1. Bombawerk

وضعیت و شرایط اقتصادی آن‌ها را نمایش دهد. بوم باورک معتقد بود که یکی از ریشه های به وجود آمدن نرخ بهره عدم تمایل به تعویق انداختن مصرف حال به آینده است. به بیانی افراد مصرف حال را به آینده ترجیح می‌دهند. در کالیبره کردن این مدل سطح بهینه متغیرهای کلیدی اقتصادی و همچنین رفاه کل جامعه در حالاتی که افراد مصرف زمان حال را به آینده ترجیح دهند، افراد بین مصرف زمان حال و آینده بی تفاوت باشند و نهایتاً حالتی که افراد مصرف آینده را به حال ترجیح می‌دهند، برآورد خواهد شد و نتایج این بررسی در غالب توصیه های سیاستی ارائه خواهد شد.

در این قسمت سه سناریو معرفی می‌شود که در هر سناریو ترجیحات مصرف بین حال و آینده تغییر می‌کند و در آن غالب مقادیر بهینه متغیرهای کلیدی تعیین می‌شود.

سناریوی اول

در این سناریو فرد جوان ۰,۹ از منابع مالی در اختیار خود(که در این حالت منابع مالی در اختیار فرد تنها دستمزد می‌باشد) را مصرف می‌کند و تنها از ۰,۱ باقیمانده را به صورت ترکیبی از پول نقد یا پس‌انداز به دوره بعد منتقل می‌کند. در این حالت مدل طراحی شده در قسمت قبل با استفاده از پارامترهای معرفی شده کالیبره می‌شود که نتیجه آن برای این سناریو به قرار زیر است:

شایان ذکر است که تمام شکل های مربوط به هر سه سناریو در پایان مقاله جمع آوری شده اند.

الف- سرمایه سرانه

همان‌گونه که در شکل (۱) در پایان مقاله قابل مشاهده است مقدار سرمایه بهینه از سطح صفر معرفی شده به سطحی پایین‌تر تنزل می‌یابد و در همان سطح پایدار باقی می‌ماند. علت این امر کم بودن و کوچک بودن بیش از اندازه نرخ پس‌انداز است که سبب می‌شود تا در دوره های آتی، اقتصاد با کمبود شدید سرمایه مواجه شود. البته مقدار شروع سرمایه سرانه در دوره صفر برگرفته از مقدار واقعی آن برای اقتصاد ایران در سال ۱۳۵۷ می‌باشد. این شکل بیان کننده این واقعیت است که اگر در جامعه ای مصرف در زمان حال به شدت نسبت به مصرف در زمان آتی ترجیح داده شود حجم سرمایه بهینه شکل گرفته و سایر

متغیرهای کلیدی بسیار کم خواهد بود. یکی از دلایل و پیش زمینه های اصلی شکل گیری نرخ بهره در بازارهای مالی این استدلال است که مصرف در دوره حال نسبت به دوره های آتی ترجیح داده می شود و نرخ بهره پاداش به تعویق انداختن مطلوبیت کسب شده از مصرف دوره های جاری است به آینده است. نتیجه و خروجی این مدل بیانگر این گواه است که در یک اقتصاد مصرف گرا و اقتصادی که در آن زمینه شکل گیری نرخ بهره بسیار مساعد است سطح پایدار متغیرهای کلیدی پایین تر از حد مورد انتظار است.

ب- مخارج دولت

همان گونه که در شکل (۲) قابل مشاهده است، مخارج دولت و یا به عبارتی چاپ پول بهینه نیز به علت کمبود شدید در سرمایه سرانه رو به کاهش می گذارد. مخارج دولت به شکل مستقیم تابعی از سطح سرمایه سرانه می باشد. در این اقتصاد اندازه در مقایسه با حالت های دیگر کوچک می باشد لذا حجم پول بهینه متناسب، نیز کاهش خواهد یافت. حجم پول بهینه به عبارتی متناسب با سایر متغیرهای کلیدی اقتصاد تغییر خواهد کرد.

ج- مصرف در دوره جوانی

همان گونه که در شکل (۳) قابل مشاهده است، زمانی که در یک اقتصاد حجم سرمایه سرانه از سطحی پایین برخوردار باشد و یا اینکه در طول زمان رو به کاهش بگذارد طبیعتاً سطح تولید در دوره های آتی کاهش خواهد یافت و این کاهش سبب خواهد شد تا منابع مالی در دسترس بنگاه ها کاهش و نتیجتاً سطح دستمزدها و منابع مالی در اختیار مصرف کنندگان کاهش یابد. این امر سبب می شود تا توان مصرفی در دوره های آتی به شدت کاهش یابد. نکته قابل ذکر این است که اگر نسل کنونی نسبت به دوره آتی زندگی خود کم توجه باشد علاوه بر اینکه در دوره آتی زندگی خود با کمبودهای منابع مالی مواجه می شود، زندگی و سطح رفاه نسل های آتی را به شدت تحت تأثیر قرار خواهد داد و آن را به شدت کاهش خواهد داد. چون سرمایه سرانه و نتیجتاً درآمدهای در اختیار نسل های آتی بسیار کاهش یافته است لذا به ناچار سهم بسیار بالایی از درآمد و منابع مالی خود را باید مصرف کنند و کماکان سهم مصرفی خود از درآمدهای در دسترس در دوره جاری را در حد بالایی نگاه دارد تا این مسیر کاهشی متغیرهای کلیدی ادامه یابد. در ابتدا به اختیار افراد حاضر در دوره صفر، این مسیر شکل می گیرد ولی در ادامه، نسل های آتی مجبور به ادامه دادن این مسیر

خواهند بود.

د- مصرف در دوره پیری

همان گونه که در شکل (۴) قابل مشاهده است، از آنجا که پس انداز کاهش یافته و به دنبال آن حجم سرمایه سرانه نیز کم شده است و در مجموع تولید در این اقتصاد کاهش یافته لذا دستمزد پرداختی به نیروی کار نیز کاهش می یابد و منجر به کاهش مصرف می شود. اگر افراد عادات مصرفی خود را کماکان حفظ کنند به ناچار اقتصاد کوچک شده و اندازه تمام متغیرهای کلیدی آن کاهش می یابد و اقتصاد در مسیر رشد پایا در سطوح پایینی قرار خواهد گرفت.

ه- رفاه کل

عدد مربوط به رفاه کل در این اقتصاد $۱۰۷\% \times ۷$ می باشد.

سناریوی دوم

همان گونه که در شکل (۱) قابل مشاهده است، در این سناریو افراد نسل جوان بین مصرف دوره جوانی و پیری تفاوتی قائل نیستند و از مجموع امکانات مصرفی خود نیمی را مصرف و نیم دیگر را یا پس انداز می کنند و یا به شکل پول نقد نگهداری می کنند. در این سناریو مقادیر بهینه متغیرها به قرار زیر خواهد بود:

الف- سرمایه سرانه

همان گونه که در شکل (۵) قابل مشاهده است، پس از اینکه فرض شد مصرف در زمان حال هیچ ارجحیتی نسبت به مصرف در زمان آینده ندارد و ریشه سوم نرخ بهره که توسط بوم باورک عنوان شده بود، از بین رفت، سرمایه سرانه به شدت با رشد همراه شده است. وقتی فرد به دوره آتی از زندگی خود به اندازه دوره حال بها می دهد، نرخ پس انداز در جامعه افزایش و به دنبال آن سطح سرمایه سرانه افزایش می یابد. با افزایش نرخ پس انداز جامعه، مسیر رشد پایا در سطوح بالاتری قرار خواهد گرفت.

ب- مخارج دولت

همان گونه که در شکل (۶) قابل مشاهده است، با قرار گرفتن اقتصاد در مسیرهای پایای سطوح بالاتر (نسبت به سناریوی قبل) اندازه متغیره و همچنین اقتصاد رشد خواهد کرد و لذا

حجم پول بالاتری برای انجام معاملات در چنین اقتصادی مورد نیاز است.

ج- مصرف در دوره جوانی

همان‌گونه که در شکل (۷) قابل مشاهده است، در این شکل به وضوح مشخص است که اگر افراد نسل جوان در یک اقتصاد سهم بالاتری از درآمدهای در اختیار خود در دوره جوانی را به پس‌انداز اختصاص دهند، در بلند مدت مصرف آن‌ها افزایش می‌یابد. این افزایش چشمگیر در مصرف در این سناریو نسبت به سناریو قبل به علت افزایش در سطح سرمایه سرانه و حجم بهینه چاپ پول می‌باشد که خود آن‌ها نیز تحت تأثیر سایر متغیرهای اثر گذار مدل هستند. در ادبیات رشد اقتصادی ذکر شده است که اگر نرخ پس‌انداز در یک اقتصاد افزایش یابد مسیر رشد اقتصادی با سمت بالا شیفت پیدا خواهد کرد و توان بالقوه و بالفعل جامعه را برای رشد افزایش می‌دهد. نتایج مستخرج در این سناریو در مقایسه با سناریوی قبلی به وضوح این نظریه را تایید می‌کند. در این اقتصاد نرخ پس‌انداز افزایش یافته و همین امر سبب شده تا مسیرهای تعادلی متغیرهای کلیدی به شدت نسبت به سناریوی قبل رشد داشته باشند.

د- مصرف در دوره پیری

همان‌گونه که در شکل (۸) قابل مشاهده است، مصرف در دوره پیری نیز به علت قرار گرفتن اقتصاد در مسیرهای بالاتر رشد اقتصادی و افزایش توان اقتصادی جامعه در طول زمان افزایش یافته و در سطح بسیار بالاتری نسبت به سناریوی قبل به پایداری می‌رسد. اگر افراد جوان در دوره جاری نسبت به دوره پیری خود احساس مسئولیت بالاتری داشته باشند علاوه بر اینکه خود آن‌ها در دوره پیری از منافع آن استفاده می‌کنند، نسل‌های آتی نیز از این امر بسیار منتفع خواهند شد. نسل‌های آتی که سطح درآمدها و منابع مالی در اختیارشان افزایش یافته است برای مصرف کردن اختیارات بسیار بالاتری نسبت به سناریوی قبل دارند و حتی اگر بخواهند سطح مصرف بالاتری نیز داشته باشند به علت بالا بودن منابع مالی در اختیار بازم سهم درآمد مصرف شده، زیاد بالا نخواهد رفت و اقتصاد کماکان شرایط خوب اقتصادی خود را حفظ خواهد کرد.

ه- رفاه کلی

عدد مربوط به رفاه کلی در این اقتصاد $10.8 * 1.46$ می‌باشد.

سناریوی سوم

در این سناریو فرض بر این است که افراد نسل جوان به شدت به مصرف در دوره پیری علاقه مند هستند و ترجیح می‌دهند تا بیشتر درآمد و منابع مالی در اختیار خود را به شکل پس‌انداز یا پول نقد به دوره بعد منتقل کند. دولت هم منابع مالی گردآوری شده خود از طریق مالیات تورمی را به نسل پیر اختصاص می‌دهد. نتایج مربوط به مقادیر بهینه متغیرها به قرار زیر می‌باشند:

الف- سرمایه سرانه

همان‌گونه که در شکل (۹) قابل مشاهده است، از آنجا که سرمایه سرانه تابعی از پس‌انداز می‌باشد، لذا افزایش پس‌انداز در این اقتصاد سبب می‌شود تا سرمایه سرانه رشد کند. در این سناریو مقدار سرمایه سرانه از ۲ سناریوی قبل بسیار بالاتر است و آن هم به دلیل سطح بالای پس‌انداز از منابع مالی در اختیار است.

ب- مخارج دولت

همان‌گونه که در شکل (۱۰) قابل مشاهده است، مخارج بهینه دولت که نشان دهنده چاپ پول بهینه در حالت پایا است نیز با افزایش همراه است. در این اقتصاد همان‌گونه که در قسمت قبل هم ذکر شد مسیر رشد پایا به واسطه افزایش نرخ پس‌انداز به سمت بالا شیفیت می‌کند و علت آن هم رشد کردن سطح تعادلی متغیرهای کلیدی است.

ج- مصرف در دوره جوانی

همان‌گونه که در شکل (۱۱) قابل مشاهده است، مصرف سرانه به عنوان یکی از متغیرهای کلیدی حاضر در مدل نیز به واسطه کاهش در نرخ مصرف دوره جوانی در ابتدای شروع به بهینه یابی در مدل (زمان صفر) در دوره های آتی و برای نسل‌های بعد با افزایش چشمگیری مواجه شده است. در زمان صفر ممکن است مصرف دوره جوانی به علت افزایش شدید در نرخ پس‌انداز پایین باشد ولی با گذر زمان و به بار نشستن سرمایه گذاری‌های منتج از پس‌اندازهای بالا برای نسل‌های بعدی با افزایش شدید همراه خواهد بود. به عبارتی اگر چند نسل اولیه بعد از زمان صفر از خود گذشتگی بالایی داشته باشند می‌توانند سیستم اقتصادی را به حدی ارتقا بخشند که نسل‌های آتی از موهبت قرار گرفتن در اقتصادی بسیار بزرگ و کارآمد قرار بگیرند.

د- مصرف در دوره پیری

همان‌گونه که در شکل (۱۲) قابل مشاهده است، مطابق توضیحات داده شده در مورد شکل‌های قبلی در این سناریو مصرف در زمان پیری نیز در طول زمان با افزایش زیادی همراه شده است که این افزایش به علت افزایش سایر متغیرهای کلیدی و مرتبط، مورد انتظار بوده است.

ه-رفاه کل

عدد مربوط به رفاه کلی در این سناریو $۱۰۸ * ۱,۴۸$ می‌باشد.

جمع بندی

در این قسمت بر اساس عادات مصرفی مختلفی برای مدل مورد استفاده سناریو سازی شده است. مدل مورد استفاده در این حالت به گونه ای طراحی شده بود که در آن دولت تنها از طریق چاپ پول هزینه های سیاست گذاری را تامین مالی و سیاست مالی خود را تنها در تعیین نرخ بهینه مالیات بر روی پول و ارایه پرداخت‌های انتقالی آن هم به شکل پول نقد به نسل پیر جامعه قرار داده بود. در حالت کلاسیک مدل نسل‌های همپوشان دولت همواره به این صورت رفتار می‌کرده است. دولت در حالت‌های کلاسیک این مدل پول نقد را در اختیار نسل پیر قرار می‌داد و به تعیین مقادیر بهینه برای متغیرهای حاضر در مدل اقدام می‌کرده است. در این مدل که به سبک کلاسیک طراحی شده، مقادیر بهینه متغیرهای کلیدی محاسبه شده‌اند و رفاه کلی در چنین اقتصادی با استفاده از این مقادیر بهینه محاسبه شده است. در این مدل نرخ بهینه چاپ پول برای اقتصاد همواره با محدودیت و مرزی در بالا مواجه است. لذا دولت‌ها مجاز به استفاده دلخواه از این منبع درآمدی نیستند و اگر محدودیت و قید نرخ بهینه چاپ پول در این اقتصاد فرضی نادیده گرفته و رعایت نشود اقتصاد دچار فروپاشی و زوال خواهد شد.

نتایج به دست آمده در سناریوی اول نشان می‌دهد که سطوح بهینه متغیرهای مدل بسیار پایین‌تر است از سناریوهای دوم و سوم که در غالب آن‌ها افراد یا بین مصرف دوره جوانی و پیری بی تفاوت می‌باشند و یا مصرف در دوره‌های پیری را به جوانی ترجیح می‌دهند. در جامعه‌ای که افراد مصرف‌گرا هستند و زمینه شکل‌گیری نرخ بهره وجود دارد اندازه اقتصاد و متغیرهای اقتصادی کوچک‌تر است از حالتی که افراد چنین حالتی را ندارند.

منابع

- بلانچارد، الیور؛ فیشر، استانلی (۱۳۷۶). درس‌هایی در اقتصاد کلان. ترجمه محمود ختای و تیمور محمدی. تهران: سازمان برنامه و بودجه.
- جعفری صمیمی، احمد؛ شمخال، رشید (۱۳۷۶)، بررسی اهمیت و عوامل موثر بر مالیات تورمی در ایران. مجله تحقیقات اقتصادی، دانشگاه تهران، شماره ۵۰.
- سامتی، مرتضی؛ صامتی، مجید؛ جعفری، غلامحسین (۱۳۸۴)، عدم تعادل‌های مالی دولت و نرخ تورم در ایران. فصلنامه پژوهش‌های اقتصادی ایران، شماره ۲۴.
- فریدمن، میلتون (۱۳۷۵). اقتصاد مکتب پولی. ترجمه مهدی تقوی و حسن مدرکیان. تهران: آموزش مدیریت دولتی.
- کینز، جان مینارد (۱۹۳۷). تئوری عمومی اشتغال، بهره و پول، ترجمه منوچهر فرهنگ، تهران، نشر نی.
- قیاسوند، محمد، (۱۳۸۴). کاربرد تئوری مقداری پول در ایران، دکتر دلالی اصفهانی، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه اصفهان.
- هژبر کیانی، کامبیز (۱۳۷۹). بررسی رابطه بین حجم پول و مالیات تورمی در اقتصاد ایران. فصلنامه پژوهش‌های اقتصاد ایران شماره ۷.
- هژبر کیانی، کامبیز (۱۳۷۶). بررسی ثبات تقاضای پول و جنبه‌های پویای آن در ایران، موسسه تحقیقات پولی و بانکی، بانک مرکزی جمهوری اسلامی ایران.
- Allais, M. (1947). *Economie et InteÂreÃt*. Paris: Imprimerie Nationale.
- Aiyagari, S. Rao & McGrattan, Ellen R., 1998. "The optimum quantity of debt," *Journal of Monetary Economics*, Elsevier, vol. 42(3), pages 447-469, October.
- Aiyagari S. Rao & Ellen R. McGrattan, 1997. "The optimum quantity of debt," *Staff Report 203*, Federal Reserve Bank of Minneapolis.
- Akyol, Ahmet, 2004. "Optimal monetary policy in an economy with incomplete markets and idiosyncratic risk," *Journal of Monetary Economics*, Elsevier, vol. 51(6), pages 1245-1269, September.
- Azariadis, C. (1993). *Intertemporal Macroeconomics*. Oxford: Basil Blackwell.
- Click, R. (1998). Seigniorage in across-section of countries, *Journal of Money, Credit and Banking*, 30, 154-171.

- Bhattacharya, Joydeep, Singh, Rajesh, 2010 " Optimal monetary rules under persistent shocks", Journal of Economic Dynamics and Control, 2010, vol. 34, issue 7, pages 1277-1294.
- Isabel Correia & Pedro Teles, 1999. "The Optimal Inflation Tax," Review of Economic Dynamics, Elsevier for the Society for Economic Dynamics, vol. 2(2), pages 325-346, April.
- Correia, Isabel and Pedro Teles. "Money as an Intermediate Good and the Welfare Cost of the Inflation Tax", mimeo Universidade Católica Portuguesa, Lisbon. April 1995.
- Crettez, B., Michel, P. & Wigniolle, B. (1999). Cash-in-advance constraints in the Diamond overlapping generations model: neutrality and optimality of monetary policy. Oxford Economic Papers, 51, 431-452.
- Cukierman, A. Edwards, S. & Tabellini, G. (1992). Seignorage and political instability. American Economic Review, 82, 537-555.
- Dahl, R. & Lindblom, E. Politics, Economics, and Welfare (1953) Planning and Politico-Economic Systems Resolved into Basic Social Problems, University Of Chicago Press.
- Diamond, P. (1965). National debt in a neo-classical growth model. American Economic Review, 55, 1126-1150.
- Drazen, A. (1981). Inflation and capital accumulation under a finite horizon. Journal of Monetary Economics, 8, 247-250.
- Downs, Anthony (1957). An Economic Theory of Democracy. New York: Harper.
- Faig, Miquel. "Characterization of the Optimal Tax on Money When It Functions as a Medium of Exchange." Journal of Monetary Economics. 22(1), July 1988: 137-48.
- Feldstein, Martin. "The Costs and Benefits of Going from Low Inflation to Price Stability." NBER Working Paper No. 5469, February 1996.
- Friedman, Milton. "The Optimum Quantity of Money." in Milton Friedman, ed. The Optimum Quantity of Money and Other Essays. Chicago: Aldine Publishing Company, 1969.
- Friedman, Milton and Anna Jacobson Schwartz. Monetary Trends in the United States and United Kingdom: Their Relation to Income, Prices, and Interest Rates, 1867-1975. Chicago: University of Chicago Press, 1982.
- Gahvari, F. (1988). Lump-sum taxation and the superneutrality and optimum quantity of money in life-cycle growth models. Journal of Public Economics, 36, 338-366.
- Gale, D. (1983). Money: in Disequilibrium, Cambridge, UK: Nisbet/Cambridge.
- Hahn, F. & Solow, R. (1995). A Critical Essay on Modern Macroeconomic Theory. Oxford: Basil Blackwell.

- Lucas, Robert E., Jr. and Nancy L. Stokey. "Money and Interest in a Cash-in-Advance Economy." *Econometrica*. 55(3), May 1987: 491-513.
- Lucas, Robert E., Jr. and Nancy L. Stokey. "Optimal Fiscal and Monetary Policy in an Economy without Capital." *Journal of Monetary Economics*. 12(1), July 1983: 55-93.
- Phelps, Edmund S. "Inflation in the Theory of Public Finance." *Swedish Journal of Economics*. 75(1), March 1973: 67-82.
- Ping Wang and chong.k.yip.(1992)"alternative approach to money and growth" *Journal of money ,credit and banking*.pp.553-544
- Ramsey, Frank. "A Contribution to the Theory of Taxation." *Economic Journal*. 37, March 1927:47-61.
- Samuelson, Paul. (1958): "An exact consumption loan model of interest with or without the social contrivance of money," *Journal of Political Economy*, 66, 467-482.
- SchoÈnfelder, B. (1992). *Overlapping Structures as a Model of Money*. Berlin: Springer-Verlag.
- Woodford, Michael. "The Optimum Quantity of Money." in Benjamin M. Friedman and Frank H.Hahn, eds. *Handbook of Monetary Economics*. Volume 2. New York: Elsevier Science,1990: 1067-1152.