



## بررسی رابطه همبستگی شرطی بین بازارهای مالی ایران با تأکید بر اثر حافظه بلندمدت و عدم تقارن

شهرام فتاحی<sup>۱</sup>

مرتضی سبحان خدامرادی<sup>۲</sup>

میثاق ایوتوند<sup>۳</sup>

تاریخ دریافت: ۱۳۹۶/۰۴/۰۵ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۶/۰۶/۱۱

### چکیده

ارزیابی همبستگی بین دارایی‌های مالی از جمله موضوعات اساسی در تحلیل‌های سرمایه‌گذاری و مدیریت ریسک می‌باشد. سرمایه‌گذارانی که به منظور اجتناب از ریسک سعی می‌کنند سبد دارایی‌های خود را متنوع کنند به ارتباطات بین بازارها توجه ویژه‌ای دارند. در سال‌های اخیر وجود حافظه‌ی بلندمدت در بازارهای مالی ایران بخش مهمی از تجزیه و تحلیل‌های سری زمانی را به خود اختصاص داده است. شواهد تجربی نشان دهنده این است که شوک‌های منفی و مثبت اثر یکسانی بر روی نوسانات سری‌های زمانی متغیرهای مالی ندارند. در این پژوهش رابطه‌ی همبستگی شرطی ثابت و پویا بین بازارهای ارز، سکه و سهام با تأکید بر اثر حافظه‌ی بلندمدت و عدم تقارن تاثیرگذاری آنها بررسی شود. برای این منظور از داده‌های روزانه‌ی ارز، سکه و شاخص‌های سهام صنعت و ۵۰ شرکت فعال در فاصله‌ی زمانی ۸۷/۹/۲۳ تا ۹۵/۳/۳۰ استفاده شده است. نتایج مربوط به بررسی رابطه‌ی همبستگی شرطی بر اساس مدل‌های APARCH, GJRGARCH, FIAPARCH, FIEGARCH, FIGARCH, HYGARCH بیانگر وجود رابطه‌ی همبستگی شرطی

۱- دانشیار گروه اقتصاد، دانشگاه رازی کرمانشاه، کرمانشاه، ایران، (نویسنده مسئول) sh\_fatahhi@yahoo.com

۲- استادیار گروه اقتصاد، دانشگاه رازی کرمانشاه، کرمانشاه، ایران

۳- کارشناس ارشد رشته اقتصاد، دانشگاه رازی کرمانشاه، کرمانشاه، ایران

۲۶ / بررسی رابطه همبستگی شرطی بین بازارهای مالی ایران با تأکید بر اثر ...

---

مثبت و معنادار بین شاخص‌های سهام صنعت و ۵۰ شرکت و وجود رابطه‌ی همبستگی شرطی مثبت و معنادار بین متغیرهای ارز و سکه در دوره‌ی زمانی مورد مطالعه است.

**واژه‌های کلیدی:** بازارهای ارز، سکه و سهام، همبستگی شرطی ثابت، همبستگی شرطی پویا.

**طبقه بندی JEL:** C32, D53, G11

## ۱- مقدمه

سرمایه‌گذاری به عنوان موتور محرک تولید و رشد اقتصادی، آن دسته از مخارج نهایی در اقتصاد است که منجر به حفظ و افزایش ظرفیت‌های تولید در اقتصاد می‌شود. مقصد سرمایه‌گذاری نیز می‌تواند بازارهای متعددی مانند بورس اوراق بهادار، مسکن، ارز، سکه، ابزار مشتقه و انواع کالاها باشد.

سرمایه‌گذاران به دنبال کسب حداکثر بازدهی از سرمایه‌گذاری در جستجوی اطلاعاتی هستند که به آنها در تصمیم‌گیری برای تخصیص وجوه و انتخاب بازار مناسب مالی کمک کند. همبستگی میان دارایی‌ها از جمله موضوعات مهم و اساسی در مباحث اقتصادی و مدیریت ریسک می‌باشد. به طور معمول سرمایه‌گذاران به منظور کاهش ریسک تنوع بخشیدن به دارایی‌ها را به عنوان سیاستی اساسی اعمال می‌کنند. هدف اصلی از تنوع بخشی جلوگیری از تغییر شکل پس انداز به یک نوع سرمایه‌گذاری خاص می‌باشد. تنوع بخشی کارا، سبب دارایی‌های مالی توسط سرمایه‌گذاران بدون آگاهی از روابط بین دارایی‌های مورد نظر امکانپذیر نخواهد بود (امیری و همکاران، ۱۳۹۳).

طی دوره‌های گذشته، بخش مهمی از تجزیه و تحلیل سری‌های زمانی به فرآیندهای با حافظه‌ی بلندمدت معطوف شده است. حافظه‌ی بلندمدت (که آن را وابستگی با دامنه‌ی بلندمدت نیز می‌نامند) ساختار همبستگی بین مقادیر یک سری زمانی را در فواصل زمانی زیاد توضیح می‌دهد. از آنجا که حافظه‌ی بلندمدت موجب وابستگی بازده آینده دارایی با بازده‌های قبلی آن می‌شود، وجود این ویژگی دلیلی بر رد شکل ضعیف فرضیه‌ی بازار کارا است. مطالعات و شواهد تجربی نشان داده‌اند که وجود حافظه‌ی بلندمدت و عدم تقارن دو ویژگی مهم و قابل توجه بازارهای مالی همچون سهام و ارز است. در پژوهش‌های خارجی حافظه‌ی بلندمدت در بازارهای مالی توسط مندلیبرت<sup>۱</sup> (۱۹۷۱)، گرین و فیلیتز<sup>۲</sup> (۱۹۷۷)، کراتو و دلیما<sup>۳</sup> (۱۹۹۴)، بارکولاس و باوم<sup>۴</sup> (۱۹۹۶)، رایت<sup>۵</sup> (۱۹۹۹)، ویلاسوسو<sup>۶</sup> (۲۰۰۲) بررسی شده است. در مطالعات داخلی عرفانی (۱۳۸۷)، کشاورز حداد و صمدی (۱۳۸۸)، شعرای و ثنایی اعلم (۱۳۸۹)، نیکومرام و همکاران (۱۳۹۰)، محمدی و چیت سازان (۱۳۹۰)، شایان زینیوند و همکاران (۱۳۹۴) اشاره کرد. بررسی رابطه‌ی همبستگی شرطی بین بازارهای مالی در ایران با مدل‌هایی صورت گرفته که این ویژگی‌ها در آنها لحاظ نشده است. بر این اساس شناسایی مدل‌های کارا که ساختار همبستگی میان داده‌های چند متغیره را با در نظر گرفتن ویژگی‌هایی همچون حافظه‌ی بلندمدت و عدم تقارن بررسی کنند ضروری به نظر می‌رسد.

فرضیات این پژوهش به این صورت است که: (۱) بین بازدهی شاخص‌های سهام ۵۰ شرکت و صنعت رابطه‌ی همبستگی شرطی مثبت و معنادار وجود دارد. (۲) بین بازدهی متغیرهای ارز و سکه رابطه‌ی همبستگی شرطی مثبت و معنادار وجود دارد.

ساختار این مقاله در پنج بخش تنظیم شده است. بعد از مقدمه مطالعات تجربی و در بخش سوم روش شناسی تحقیق ارائه شده است. بخش چهارم به برآورد و تجزیه و تحلیل مدل، بخش پنجم به نتیجه‌گیری و در آخر به منابع اختصاص یافته است.

## ۲- پیشینه پژوهش

ایده‌ی اصلی و قدیمی تنوع در پرتفوی که در قالب ضرب المثل همه‌ی تخم مرغ‌ها را نباید در یک سبد گذاشت نشان می‌دهد که سرمایه‌گذاران از زمان‌های پیش‌تر بجای سرمایه‌گذاری در یک دارایی، سرمایه‌گذاری در سبد دارایی را برای کسب حداکثر بازده و حداقل نمودن ریسک ترجیح می‌دادند. اما برای اولین بار هری مارکوویتز بود که در سال ۱۹۵۰ مدل اساسی پرتفولیو را ارائه کرد. مارکوویتز پیشنهاد داد که سرمایه‌گذاران بجای سرمایه‌گذاری در یک دارایی، در مجموعه‌ای از دارایی‌ها سرمایه‌گذاری کنند. مدل مارکوویتز امکان اندازه‌گیری ریسک و بازده پرتفوی را که شامل انواع مختلفی از دارایی‌ها با بازدهی‌های متفاوت می‌باشند را برای اولین بار ارائه داد. از آن زمان تاکنون تجزیه و تحلیل همبستگی بازده دارایی‌ها به یک مسأله‌ی اساسی در مطالعات اقتصادی تبدیل شده است. در سال‌های اخیر نیز مطالعات زیادی در زمینه‌ی همبستگی بازده دارایی‌ها انجام شده است که در عمل بیشتر مطالعات به این نتیجه رسیده‌اند که همبستگی بازدهی‌ها در طول زمان ثابت نمی‌ماند.

از پژوهش‌های خارجی و داخلی صورت گرفته شده در زمینه‌ی همبستگی شرطی که ارتباط بیشتری با موضوع این پژوهش دارند می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

انگل<sup>۷</sup> (۲۰۰۱)، مدل همبستگی پویای شرطی (DCC) را ارائه داد. وی همبستگی میان شاخص سهام داو جونز و شاخص ترکیبی نزدک برای ۱۰ سال داده‌های روزانه و نیز همبستگی بین سهام و اوراق قرضه و نرخ ارز را محاسبه کرد. انگل دریافت که ویژگی خاص مدل‌های DCC این است که در پیش‌بینی نوسان مدل‌های تک متغیره و چند متغیره با یکدیگر سازگارند. یعنی هنگامیکه یک متغیر جدید به سیستم اضافه می‌شود پیش‌بینی نوسان دارایی‌ها تغییر نخواهد کرد و همبستگی‌ها ثابت خواهد ماند.

آکار<sup>۸</sup> (۲۰۱۱)، در مطالعه خود به بررسی ارتباط بین بورس اوراق بهادار، طلا و بازده ارز در ترکیه با استفاده از روش همبستگی پویای شرطی DCC-GARCH<sup>۹</sup> پرداخت. نتایج نشان داد که

همبستگی شرطی بین سرمایه‌گذاری‌ها در زمان‌های مختلف وجود دارد و بحران سال ۲۰۰۱ نقطه عطف مهمی در ارتباطات پویابین سرمایه‌گذاری‌های مختلف بود.

پنگ و دنگ<sup>۱۰</sup> (۲۰۱۰)، به بررسی همبستگی شرطی پویای بین بازارهای هنگ کنگ و ژاپن پرداختند. آنها با استفاده از مدل DCC-GARCH به این نتیجه رسیدند که همبستگی بین این دو بازار بر اساس زمان و نوسانات هر بازار تغییر می‌کند. همچنین تجزیه و تحلیل داده‌های تجربی بدست آمده از بازار دو کشور حکایت از افزایش همبستگی بین بازارهای هنگ کنگ و ژاپن طی سالهای اخیر دارند.

ابد، میگری و مکنوف<sup>۱۱</sup> (۲۰۱۶)، در مطالعه‌ای همبستگی پویا بین قیمت‌های سهام بین‌المللی NIKKEI225، SSE.KOSPI و MSCI را با استفاده از مدل DCC-FIAPARCH بررسی نمودند. نتایج بیانگر پایداری بالای همبستگی شرطی طی زمان است. همچنین بررسی‌های صورت گرفته در این پژوهش بیان می‌کند مدل تک متغیره FIAPARCH و مدل چندمتغیره DCC-FIAPARCH نسبت به سایر مدل‌های رقیب در پیش‌بینی ریسک بازارهای سهام از توانایی بالاتری برخوردارند.

کاراناسوس، یفنتی و کاروگلو<sup>۱۲</sup> (۲۰۱۶)، همبستگی شرطی بازده روزانه شاخص‌های سهام را در هر یک از بازارهای سهام آسیا و اروپا در فاصله‌ی زمانی ۱۹۹۸ تا ۲۰۱۰ با استفاده از مدل DCC-FIAPARCH بررسی نمودند. یافته‌ها بیانگر همبستگی پویای بالای بازارهای سهام پس از بحران مالی است. همچنین نتایج نشان می‌دهد بحران مالی جهانی نسبت به بحران مالی آسیا بر افزایش همبستگی شرطی بین شاخص‌های سهام اثر ماندگارتری داشته است.

مگایت<sup>۱۳</sup> (۲۰۱۷)، همبستگی پویا بین شاخص‌های سهام اسلامی و متعارف را مورد بررسی قرار می‌دهد. این مطالعه اطلاعاتی در رابطه با همبستگی پویا بین شاخص‌های سهام اسلامی و متعارف را فراهم می‌آورد. همچنین نتایج این مطالعه بیانگر برتری مدل DCC-FIAPARCH نسبت به مدل‌های GARCH و FIGARCH است.

منسی، هاموده و هون کانگ<sup>۱۴</sup> (۲۰۱۶)، در مطالعه‌ی خود به بررسی همبستگی پویا بین بازارهای سهام کشورهای توسعه یافته آمریکا، ژاپن، فرانسه و انگلستان و بازار سهام کشورهای برزیل، روسیه، هند و آفریقا پرداخته‌اند. نتایج این مطالعه با استفاده از مدل DCC-FIAPARCH بیانگر تغییرات زیاد همبستگی شرطی طی دوره‌های رکود و رونق بوده است.

امیری و همکاران (۱۳۹۴)، در مقاله‌ای تحت عنوان بررسی همبستگی پویا بین دارایی‌های عمده در ایران با استفاده از روش DCC-GARCH همبستگی متغیر با زمان را بین دارایی‌های مختلف در ایران، با استفاده از روش همبستگی شرطی پویای گارچ (DCC-GARCH) انگل بررسی

می‌کنند. نتایج تحقیق نشان می‌دهد که در طول دوره مورد بررسی همبستگی متغیر با زمان بین دارایی‌ها وجود دارد. بررسی اثر بحران مالی جهانی بر تغییرات همبستگی بین دارایی‌ها نشان می‌دهد که بحران مالی جهانی باعث افزایش و سپس کاهش همبستگی مثبت قیمت نفت و ارز شده است. از طرف دیگر، در ابتدا باعث منفی شدن همبستگی بین قیمت سکه و نرخ ارز شده ولی پس از مدتی، این همبستگی منفی کاهش یافته، به صفر رسیده و دوباره مثبت شده است.

فلاحی و همکاران (۱۳۹۳)، در مقاله‌ای تحت عنوان بررسی همبستگی بین تلاطم بازار سهام، ارز و سکه در ایران با استفاده از مدل DCC-GARCH ساختار همبستگی در داده‌های روزانه‌ی بازدهی‌های نرخ ارز، شاخص بازار سهام و قیمت سکه‌ی طلا را با استفاده از مدل همبستگی شرطی پویا بررسی نموده‌اند. نتایج این مطالعه حاکی از وجود همبستگی شرطی زیاد بین بازده نرخ ارز و سکه‌ی طلا و همچنین همبستگی شرطی کم بین بازده شاخص بازار سهام با نرخ ارز و سکه‌ی طلا است. در نهایت برای تعیین اینکه کدامیک از بازارهای ارز، سکه‌ی طلا، یا سهام برای سرمایه‌گذاری مناسب است، از نتایج مدل DCC برای حل مسأله‌ی بهینه‌سازی سبد دارایی مارکویتر استفاده شده است. نتایج بهینه‌سازی نشان داد که بهتر است بخش قابل توجهی از دارایی قابل سرمایه‌گذاری به سرمایه‌گذاری در بازار سهام اختصاص یابد.

با بررسی مطالعات پیشین مشخص شد وجه تمایز این پژوهش با مطالعات پیشین صورت گرفته شده این است که سعی شده است به‌طور خاص رابطه‌ی همبستگی شرطی ثابت و پویا بین بازارهای ارز، سکه و سهام در ایران با لحاظ ویژگی‌های مهم و قابل توجه بازارهای مالی همچون حافظه‌ی بلندمدت و عدم تقارن مورد بررسی قرار گیرد که در مطالعات قبلی صورت گرفته شده در زمینه‌ی همبستگی شرطی بین بازارها این ویژگی‌ها لحاظ نشده بود.

### ۳- روش شناسی پژوهش

در پژوهش حاضر به منظور بررسی رابطه‌ی همبستگی شرطی بین بازارهای ارز، سکه و سهام از داده‌های روزانه نرخ ارز غیر رسمی، قیمت سکه تمام بهار آزادی و شاخص‌های قیمت سهام در فاصله‌ی زمانی ۸۷/۹/۲۳ تا ۹۵/۳/۳۰ (در مجموع ۷۲۴۰ داده) استفاده شده است. داده‌ها با مراجعه به سایت بورس اوراق بهادار تهران و بانک مرکزی بدست آمده است. شاخص‌های سهام مورد استفاده در این تحقیق شامل دو شاخص زیر است:

- (۱) شاخص سهام صنعت
- (۲) شاخص سهام ۵۰ شرکت

این شرکت‌ها شامل بانک انصار، گروه بهمن، بانک پارسیان، بانک پاسارگارد، بانک صادرات ایران، معدنی و صنعتی چادرملو، سرمایه‌گذاری دارویی تأمین، فولاد خراسان، فولاد خوزستان، فولاد مبارکه اصفهان، سرمایه‌گذاری غدیر، معدنی و صنعتی گل‌مهر، شرکت ارتباطات سیار ایران، حفاری شمال، ایران خودرو، سرمایه‌گذاری خوارزمی، خدمات انفورماتیک، توسعه معدنی و صنعتی صابانور، بانک کارآفرین، کشتیرانی جمهوری اسلامی ایران، کالسیمین، توسعه معادن و فلزات، گروه مپنا (سهامی عام)، ماشین سازی اراک، مخابرات ایران، ملی صنایع مس ایران، نفت تهران، سرمایه‌گذاری ملی ایران، بانک اقتصاد نوین، گروه مدیریت سرمایه‌گذاری امید، پتروشیمی شازند، گسترش نفت و گاز پارسیان، پتروشیمی فناوران، صنایع پتروشیمی کرمانشاه، پتروشیمی خارک، صنایع پتروشیمی خلیج فارس، پالایش نفت بندرعباس، پالایش نفت تبریز، پتروشیمی پردیس، پتروشیمی شیراز، نفت و گاز و پتروشیمی تأمین، سرمایه‌گذاری صندوق بازنشستگی، نفت سپاهان، سیمان فارس و خوزستان، سایپا، سرمایه‌گذاری سایپا، صنایع شیمیایی ایران، سرمایه‌گذاری توسعه معدنی، توسعه صنایع بهشهر و بانک سینا می‌باشد. داده‌های قیمت با روش استاندارد ذیل به بازدهی تبدیل شده‌اند:

$$R_t = 100 \times [\text{LN}(P_t) - \text{LN}(P_{t-1})] \quad (1)$$

که در معادله‌ی  $R_t$  مقدار بازدهی دارایی‌ها و  $P_t$  و  $P_{t-1}$  به ترتیب مقدار قیمت و قیمت دارایی واقعی در زمان  $t$  و  $t-1$  می‌باشد. قابل ذکر است انتخاب بازارهای ارز، سکه و سهام بر اساس بالا بودن حجم معاملات این بازارها صورت گرفته است.

### ۳-۱- فرآیندهای ARFIMA<sup>۱۵</sup>

مدل‌های حافظه‌ی بلندمدت نشان‌دهنده‌ی ساختار ناخطی بازارهای سرمایه است و در نتیجه نشان می‌دهد که الگوهای خطی در توصیف ماهیت واقعی این بازارها ناکارآمد هستند. مدل‌هایی نظیر  $AR(P)$ ،  $MA(P)$ ،  $ARMA(P,q)$ ،  $ARIMA(P,d,q)$  ویژگی حافظه‌ی بلندمدت بودن سری را در نظر نمی‌گیرند. مشهورترین مدلی که به موضوع حافظه‌ی بلندمدت پرداخته است مدل ARFIMA است. مهمترین مرحله‌ی اجرای مدل ARFIMA، مرحله‌ی تفاضل‌گیری کسری است که به دلیل مشکل بودن آن معمولاً اقتصاددانان در تحلیل‌های تجربی خود از تفاضل‌گیری مرتبه اول استفاده می‌کنند که بدون شک یک چنین جایگزینی منجر به بیش تفاضل‌گیری شده که پیامد آن از دست رفتن بخشی از اطلاعات موجود در سری زمانی خواهد شد (عرفانی، ۱۳۸۷). مدل  $ARFIMA(P,d,q)$  به صورت رابطه‌ی ۲ نوشته می‌شود:

(۲)

$$\Phi(L)(1-L)^d(y_t - \mu) = \theta(L)\varepsilon_t$$

که در آن  $\Phi(L)$  چندجمله‌ای خودهمبستگی،  $\theta(L)$  چندجمله‌ای میانگین متحرک،  $L$  عملگر وقفه و  $\mu$  میانگین  $y_t$  است.  $(1-L)^d$ ، معرف عملگر تفاضل کسری است که با استفاده از فرمول ۳ محاسبه می‌شود:

(۳)

$$(1-l)^d = \sum_{j=0}^{\infty} \delta_j l^j = \sum_{j=0}^{\infty} \binom{d}{j} (-l)^j$$

در این معادله فرض شده است که  $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma_{\varepsilon_t}^2)$  و همچنین بخش ARFIMA آن معکوس‌پذیر است.

### ۳-۲- مدل‌های همبستگی شرطی

مدلهای همبستگی شرطی در واقع، به عنوان ترکیبات غیرخطی از مدل‌های GARCH تک متغیره هستند. این مدل‌ها اجازه می‌دهند که دریکسو، واریانس شرطی و در سوی دیگر، ماتریس همبستگی شرطی به صورت جداگانه تصریح شوند. ماتریس واریانس کواریانس شرطی ( $H_t$ ) این گروه از مدل‌ها از طریق فرآیند سلسله مراتبی تصریح میشود، به نحوی که نخست یک معادله میانگین که می‌تواند به صورت مدل ARMA یا ARFIMA باشد، برای هر سری بازدهی برآورد میشود تا از پسماندهای حاصل از آن (این پسماندها را در اصطلاح سری بازدهی با میانگین صفر و ماتریس کواریانس  $H_t$  می‌نامند) یک مدل از نوع GARCH تک متغیره برای واریانس شرطی همه داراییها انتخاب و سپس، مبتنی بر واریانس شرطی مرحله اول، ماتریس همبستگی شرطی پویا مدلسازی می‌شود (فلاحی و همکاران، ۱۳۹۳). مدل‌های گارچ انتخابی در این پژوهش شامل مدل‌های JRGARCH، APARCH، FIGARCH، FIEGARCH و FIAPARCH می‌باشند.

مدل همبستگی شرطی ثابت (CCC<sup>۱۶</sup>) توسط بالرسلو (۱۹۹۰)، ارائه شد. در این مدل ماتریس واریانس- کواریانس شرطی  $H_t$ ، به وسیله ماتریس واریانس شرطی و ماتریس همبستگی شرطی به طور جداگانه الگو سازی می‌شود. در این مدل، همبستگی‌های شرطی ثابت بوده اما واریانس‌ها و به تبع آن کوواریانس‌های شرطی متغیر با زمان هستند.

$$H_t = D_t R D_t \quad (۴)$$



ماتریس  $H_t$  از دو جزء تشکیل شده است، ماتریس همبستگی شرطی  $R$  که در آن در آن  $\rho_{ij}$  ضریب همبستگی بین دارایی های  $i$  و  $j$  است. و  $D_t$  که یک ماتریس قطری است که  $i$  امین مولفه ی روی قطر آن با انحراف معیار شرطی  $i$  امین دارایی  $(h_{iit}^{1/2})$  متناظر است.  $h_{iit}$  می تواند توسط هر یک از فرآیندهای  $EGARCH(1,1)$ ،  $GJRGARCH(1,1)$ ،  $APARCH(1,1)$ ،  $HYGARCH(1,d,1)$ ،  $FIAPARCH(1,d,1)$ ،  $FIEGARCH(1,d,1)$  تصریح گردد.

یک محدودیت مهم در روش های ARCH و GARCH در مورد متقارن بودن آن هاست بدین معنی که آن ها ارزش مطلق تغییرات را در مدل سازی و پیش بینی در نظر می گیرند و علامت آن را نادیده می گیرند لذا اثرات شوک منفی و شوک مثبت با بزرگی یکسان، بر روی نوسان سری به یک میزان در نظر گرفته می شود. در حالیکه نوسانات سری نسبت به نوع خبر (شوک مثبت و منفی) واکنش یکسانی نشان نمی دهند. بدین ترتیب برای رفع این مشکل لازم است تا از یک مدل نامتقارن استفاده شود (وربک<sup>۱۷</sup>، ۲۰۰۵). در این پژوهش دو دسته از مهم ترین مدل های گارچ نامتقارن به صورت زیر معرفی شده است :

۱- مدل  $GJRGARCH$ <sup>۱۸</sup>: مطالعات تجربی نشان می دهد شوک های منفی با اندازه ی یکسان بیش از شوک های مثبت بر نوسانات اثرگذار هستند. به منظور اصلاح این نقص در مدل GARCH و ایجاد تمایز بین شوک های مثبت و منفی بر واریانس شرطی، گلوستون، جانانان و رانکل مدل گارچ نامتقارن را معرفی کردند. مدل  $GJRGARCH(1,1)$  را می توان به صورت رابطه ی ۶ نوشت:

$$h_{iit} = \omega + \alpha_i u_{iit-1}^2 + \beta_i h_{iit-1} + \gamma_i \varepsilon_{iit-1}^2 I_{t-1} \quad (6)$$

$$I = \begin{cases} 1 & \varepsilon < 0 \\ 0 & \text{در غیر این صورت} \end{cases}$$

۲- مدل ناهمسانی توان دار نامتقارن  $APARCH$ <sup>۱۹</sup>: در این مدل نیز همانند مدل های  $GJRGARCH$  اثر اهرمی لحاظ شده است ولی بر خلاف مدل های قبلی وابستگی فرمول به توان دو از بین رفته است و این مقدار توان در زمان تخمین مشخص می گردد. زمانیکه  $\delta = 2$  باشد مدل  $APARCH$  مانند  $GJRGARCH$  عمل می کند و اگر  $\delta = 2$  و  $\gamma = 0$  باشد، مدل  $APARCH$  مانند  $GARCH$  عمل می کند (دینگ، گرنجر و انگل، ۱۹۹۳). این مدل به صورت رابطه ی ۷ نوشته می شود:

$$(\sqrt{h_{iit}})^\delta = \omega + \beta_i (\sqrt{h_{iit}})^\delta + \alpha_i (|\varepsilon_{iit-1}| - \gamma_i \varepsilon_{iit-1})^\delta \quad (7)$$

نتایج تجربی بسیار زیادی در مورد حافظه‌ی بلندمدت تلاطم در بازارهای مالی وجود دارد (دینگ<sup>۲۰</sup>، ۱۹۹۳). مطالعات متعددی وجود دارد که نشان می‌دهد اثر شوک‌ها بر روی نوسانات نه به صورت سریع و نمایی بلکه به آرامی در طول زمان در حال کاهش هستند. دو گروه از مهم‌ترین مدل‌هایی که اثر حافظه‌ی بلندمدت را در نظر می‌گیرند به صورت زیر معرفی شده‌اند:

۱- مدل FIGARCH<sup>۲۱</sup>: در یک فرآیند  $I(0)$  اثر شوک‌ها با نرخ نمایی در حال کاهش است (که گفته می‌شود سری دارای حافظه‌ی کوتاهمدت است) در حالیکه در یک فرآیند  $I(1)$  اثر شوک در یک دوره‌ی بسیار بلندمدت باقی می‌ماند (که گفته می‌شود سری فاقد بازگشت به میانگین است). ولی با فرض  $0 < d < 1$  اثر شوک‌ها در طول زمان با نرخ بسیار کم هیپربولیک کاهش می‌یابد (یعنی حافظه‌ی بلند مدت وجود دارد). اگر  $d=1$  باشد این مدل تبدیل به IGARCH و اگر  $d=0$  باشد تبدیل به مدل GARCH می‌شود. روش شبه حداکثر راستنمایی نیز روش تخمین پارامترهای مدل است (کشاورز حداد و صمدی، ۱۳۸۸). به طور خلاصه مدل FIGARCH به صورت رابطه‌ی ۸ نوشته می‌شود:

$$h_{iit} = w[1 - \beta_i(L)]^{-1} + \{1 - [1 - \beta_i(L)]^{-1}(1 - L)^d \varphi(L)\} \varepsilon_{it}^2 \quad (۸)$$

که در آن  $0 < \beta, \varphi < 1$  و  $w > 0$  و  $0 \leq d \leq 1$  می‌باشد و عملگر تفاضل کسری  $(1 - L)^d$  به صورت رابطه‌ی زیر تعریف می‌شود

$$(1 - L)^d = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\Gamma(d+1)L^k}{\Gamma(k+1)\Gamma(d-k+1)} = 1 - dL - \frac{1}{2}d(d-1)L^2 - \frac{1}{6}d(d-1)(d-2)L^3 - \dots$$

۲- مدل گارچ هیپربولیک HYGARCH<sup>۲۲</sup>: در مدل گارچ هیپربولیک نیز مانند مدل FIGARCH و بر خلاف مدل‌های GARCH, GJRGARCH و APARCH اثر حافظه‌ی بلندمدت توسط پارامتر  $d$  قابل بررسی است.

$$h_{iit} = w[1 - \beta_i(L)]^{-1} + \{1 - k[1 - \beta_i(L)]^d \varphi(L)[1 + k(1 - L)^d - 1]\} \varepsilon_{it}^2 \quad (۹)$$

زمانی که  $0 < k < 1$  باشد سری واریانس ایستاست و اگر  $k > 1$  باشد، سری واریانس نایستاست. اگر  $k = 1$  باشد، مدل مانند مدل FIGARCH عمل می‌کند و اگر  $k = 0$  باشد مدل مانند GARCH عمل می‌کند (داویدسون<sup>۲۳</sup>، ۲۰۰۴).

اگرچه وجود حافظه‌ی بلندمدت توسط مدل‌های FIGARCH و HYGARCH قابل بررسی است ولی یکی از اشکالات این دو مدل نادیده گرفتن اثرات اهرمی است. دو گروه از مهم‌ترین مدل‌هایی که اثرات عدم تقارن و حافظه‌ی بلندمدت را به طور همزمان در نظر می‌گیرند به صورت زیر معرفی شده‌اند:

۱- مدل FIEGARCH<sup>۲۴</sup>: برای در نظر گرفتن تاثیر نامتقارن شوک‌های مثبت و منفی بالرسلو و میکلسن (۱۹۹۶)، به معرفی مدل نامتقارن FIEGARCH یا FIGARCH نمایی پرداختند. این مدل به صورت زیر معرفی می‌شود:

$$\ln(h_{iit}) = w + \varphi(L)^{-1}(1-L)^d[1 + \alpha_i(L)]g(z_{it-1}) \quad (10)$$

که در آن  $g(z_{it}) = \theta z_{it} + \gamma[|z_{it}| - E|z_{it}|]$  بوده و جزء اول آن یعنی  $\theta z_{it}$  اثر علامت و جزء دوم آن یعنی  $\gamma[|z_{it}| - E|z_{it}|]$  اثر مقدار شوک است. در صورتیکه  $d=0$  باشد مدل FIEGARCH تبدیل به یک مدل EGARCH نامتقارن با حافظه‌ی کوتاه‌مدت معرفی شده توسط نلسون<sup>۲۵</sup> (۱۹۹۱) می‌شود. همچنین اگر  $d=1$  باشد، مدل تبدیل به IEGARCH یا EGARCH جمعی معرفی شده توسط بالرسلو و میکلسن (۱۹۹۶) خواهد شد.

۲- مدل FIAPARCH<sup>۲۶</sup>: این مدل برای اولین بار توسط تسه ارائه شده است. در این مدل نیز همانند مدل FIEGARCH اثرات اهرمی و حافظه‌ی بلندمدت قابل بررسی است. این مدل به صورت زیر ارائه می‌شود.

$$h_{iit}^\delta = w + \{1 - \beta_i(L)\varphi(L)(1-L)^d\}(|\varepsilon_{it}| - \gamma\varepsilon_{it}) \quad (11)$$

که در آن  $\gamma$  و  $\delta$  به ترتیب نشان‌دهنده‌ی اثر اهرمی و توان معادله واریانس ناهمسانی است. اگر  $d=0$  باشد، مدل FIAPARCH به مدل APARCH نامتقارن معرفی شده توسط دینگ، گرنجر و انگل<sup>۲۷</sup> (۱۹۹۳) تبدیل می‌شود، و در صورتیکه  $\delta=2$  و  $\gamma=0$  باشد به مدل FIGARCH معرفی شده توسط بایلی (۱۹۹۳) تبدیل می‌شود.

در حالت دو متغیره ( $N=2$ ) و  $P=q=1$  حالت گسترده ماتریس  $H_t$  به شکل رابطه ۱۲ است:

$$H_t = \begin{bmatrix} \sqrt{h_{11,t}} & 0 \\ 0 & \sqrt{h_{22,t}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \rho_{12} \\ \rho_{21} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sqrt{h_{11,t}} & 0 \\ 0 & \sqrt{h_{22,t}} \end{bmatrix} \quad (12)$$

ماتریس  $H_t$ ، با در نظر گرفتن محدودیتهای خاص بر روی پارامترها، مثبت معین بودنش تضمین می‌شود. به طور کلی در مدل CCC، ماتریس واریانس-کواریانس  $H_t$  مثبت معین است اگر تمام  $N$  نوسان مثبت بوده و ماتریس همبستگی  $R$  نیز مثبت باشد. همچنین مدل CCC فرض میکند که همبستگی شرطی  $\rho_t$  در طول زمان ثابت است. و وابسته به زمان بودن کوواریانس شرطی تنها می‌تواند به وابسته به زمان بودن واریانس شرطی نسبت داده شود. کریستودولاکیس و ساتچل<sup>۲۸</sup> (۲۰۰۲)، انگل<sup>۲۹</sup> (۲۰۰۲) و تسه و تسوی<sup>۳۰</sup> (۲۰۰۲)، حالت تعمیم یافته مدل CCC، را از طریق وابسته کردن ماتریس همبستگی شرطی به زمان پیشنهاد کرده‌اند. این مدل با عنوان مدل همبستگی شرطی پویا (DCC) شناخته میشود. این مدل مشکل اضافی دیگری نسبت به مدل CCC دارد؛ به این صورت که ماتریس همبستگی شرطی وابسته به زمان باید برای هر لحظه از زمان  $t$  معین مثبت باشد (فلاحی و همکاران، ۱۳۹۳). در مدل DCC ارائه شده توسط انگل (۲۰۰۲) ماتریس واریانس-کوواریانس شرطی ( $H_t$ ) را می‌توان به صورت رابطه‌ی ۱۳ تجزیه کرد:

$$H_t = D_t R_t D_t \quad (13)$$

و ماتریس قطری نوسانات شرطی متغیر با زمان  $D_t$  به صورت رابطه ۱۴ می‌باشد:

$$D_t = \begin{bmatrix} \sqrt{h_{11,t}} & 0 \\ 0 & \sqrt{h_{22,t}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{t,1} & 0 \\ 0 & \sigma_{t,2} \end{bmatrix} \quad (14)$$

هریک از درایه‌های ماتریس همبستگی  $R_t$  را در مدل DCC می‌توان به شکل رابطه زیر نشان داد.

$$\rho_{12,t} = \frac{(1 - \alpha - \beta)\bar{q}_{12} + \alpha u_{1,t-1}u_{2,t-1} + \beta q_{12,t-1}}{\sqrt{((1 - \alpha - \beta)\bar{q}_{12} + \alpha u_{1,t-1}^2 + \beta q_{11,t-1})((1 - \alpha - \beta)\bar{q}_{22} + \alpha u_{2,t-1}^2 + \beta q_{22,t-1})}} \quad (15)$$

ماتریس کوواریانس  $Q_t = [q_{ij,t}]$  ماتریس متقارن معین مثبت است. محدودیت‌های  $\alpha, \beta \geq 0$  و  $\alpha + \beta < 1$  شرط مثبت بودن  $R_t$  و در نهایت شرط مثبت بودن  $H_t$  را تضمین خواهند کرد.

## ۴- یافته‌های پژوهش

جدول ۱، آماره‌های توصیفی مربوط به بازده لگاریتمی شاخص‌های سهام صنعت، ۵۰ شرکت و بازده لگاریتمی متغیرهای سکه طلا و ارز را در بازه‌ی زمانی ۸۷/۹/۲۳ تا ۹۵/۳/۳۰ نشان می‌دهد

جدول ۱- آماره‌های توصیفی بازده لگاریتم داده‌های روزانه

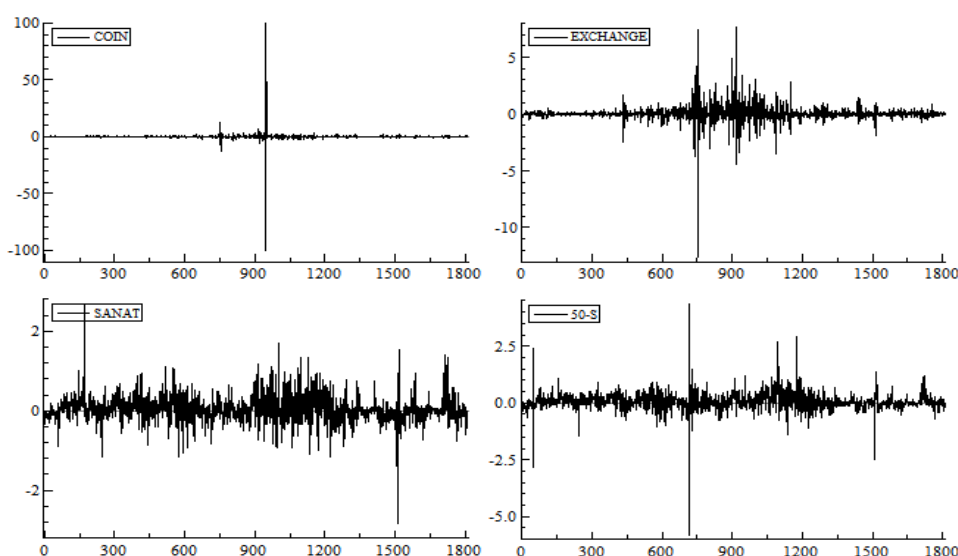
آماره‌های توصیفی	بازدهی صنعت	بازدهی ۵۰ شرکت	بازدهی سکه	بازدهی ارز
میانگین	۰/۰۵۲	۰/۰۶۳	۰/۰۳۶	۰/۰۲۹
میانه	۰/۰۱۹	۰/۰۳۱	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰
ماکزیمم	۲/۶۹	۴/۳۵	۹۹/۵۳	۷/۶۲
مینیمم	-۲/۸۵	-۵/۷۹	-۱۰۰/۲۸	-۱۲/۶۱
خطای استاندارد	۰/۳۴	۰/۳۸	۳/۴۱	۰/۶۹۸
چولگی	۰/۳۴	-۹/۱۶۶	-۰/۳۴	-۱/۳۳
کشیدگی	۹/۴۹	۴۸/۴۴	۸۱۴/۳۴	۸۵/۶۹
آماره Jarque-Bera	۳۲۱۰/۳۵۹ (۰/۰۰۰)	۱۵۵۹۸۰/۶ (۰/۰۰۰)	۴۹۶۴۵۱۸۱ (۰/۰۰۰)	۵۱۶۲۴۱/۷ (۰/۰۰۰)
LB (20)	۴۶۲/۷۰۲ (۰/۰۰۰)	۲۸۹/۵۷۹ (۰/۰۰۰)	۴۰۵/۴۸۵ (۰/۰۰۰)	۱۱۹/۸۲۰ (۰/۰۰۰)
LB <sup>2</sup> (20)	۱۹۱/۵۹۷ (۰/۰۰۰)	۳۰۴/۶۳۵ (۰/۰۰۰)	۴۵۲/۲۵۸ (۰/۰۰۰)	۳۴۷/۳۰۰ (۰/۰۰۰)
BDS[5]	۰/۱۰۲۱۸ [ ۲۳/۴۱۶۳ ]	۰/۱۱۱۱ [ ۲۶/۳۶۹۰ ]	۰/۱۴۰۱۸ [ ۲۴/۳۶۸۴ ]	۰/۱۹۰۷۰ [ ۳۱/۱۵۲۵ ]

(ماخذ: یافته‌های پژوهشگر)

بیشترین مقدار و کمترین مقدار بازدهی مربوط به سکه طلا است. تفاوت میان بیشترین و کمترین بازدهی همانطور که در نمودار هم دیده می‌شود نشان دهنده‌ی نوسان زیاد و غیر عادی است. بیشترین مقدار خطای استاندارد یعنی ۳/۴۱ مربوط به بازده لگاریتمی سکه طلا و کمترین آن یعنی ۰/۳۴ مربوط به بازده لگاریتمی شاخص سهام صنعت است. چولگی تمام متغیرها به جز شاخص سهام صنعت منفی است. معیار ضریب کشیدگی، اختلاف کشیدگی توزیع‌ها را نسبت به کشیدگی توزیع نرمال که ۳ است به دست می‌آورد. اگر این اختلاف از مقدار ۵ بیشتر باشد، اختلاف فاحشی با توزیع نرمال وجود خواهد داشت که غیر قابل اغماض است. این اختلاف در متغیرها مشاهده می‌شود. آماره جارک- برا یا به اختصار JB با داشتن توزیع کای دو با درجه‌ی

آزادی ۲، فرضیه‌ی صفر را آزمون می‌کند که در آن سری داده‌ها به صورت نرمال توزیع شده‌اند. و اعداد داخل پرانتز حداقل احتمال تأیید فرضیه‌ی صفر را برای آماره جاک- برا بیان می‌کند. بر این اساس بازده لگاریتمی داده‌های این پژوهش از توزیع نرمال تبعیت نمی‌کند.

همانطور که ملاحظه می‌شود نتایج آزمون الجانگ باکس در داده‌های روزانه بیانگر وجود خودهمبستگی در سری بازدهی و مربعات سری بازدهی متغیرهای صنعت، ۵۰ شرکت، سکه و ارز می‌باشد. آزمون BDS دارای فرضیه صفری است که در آن فرآیند تولید داده‌ها تصادفی بوده و از توزیع نرمال استاندارد تبعیت می‌کند. فرضیه مقابل در این آزمون وجود فرآیند غیرخطی در سری داده‌ها است. آماره BDS از انتگرال تابع همبستگی بدست می‌آید. نتایج آزمون BDS نشان می‌دهد، در تمام سری‌های زمانی پژوهش میزان آماره آزمون، از مقدار بحرانی کمتر بوده، بنابراین بر اساس این آزمون در سطح ۹۵ درصد تأیید می‌شود که متغیرها دارای حافظه‌ی بلندمدت هستند و ساختار غیرخطی دارند. بررسی نمودارهای سری بازدهی تمام متغیرها، بیانگر وجود نوسانات خوشه‌ای در دوره‌ی زمانی مورد مطالعه است.



نمودار ۱- روند بازده متغیرهای روزانه

اما به منظور اطمینان از وجود نوسانات خوشه‌ای و توجیه استفاده از مدل‌های واریانس ناهمسانی شرطی قبل از بررسی همبستگی شرطی بهتر است آزمون ARCH-LM برای داده‌ها انجام گیرد.

جدول ۲- نتایج آزمون ARCH-LM

متغیر	آماره F	سطح احتمال	نتیجه
صنعت	۳۹/۹۲۰	۰/۰۰۰۰	وجود ناهمسانی واریانس
۵۰ شرکت	۲۰۲/۸۸	۰/۰۰۰۰	وجود ناهمسانی واریانس
سکه طلا	۴۵۰/۲۸	۰/۰۰۰۰	وجود ناهمسانی واریانس
ارز	۷۴/۵۷۸	۰/۰۰۰۰	وجود ناهمسانی واریانس

(ماخذ: یافته‌های پژوهشگر)

بنابراین به دلیل وجود نوسانات خوشه‌ای در بازده لگاریتمی داده‌های مربوط به صنعت، ۵۰ شرکت، ارز و سکه، لزوم استفاده از مدل‌های خانواده‌ی ARCH در این متغیرها توجیه پذیر است. رابطه‌ی همبستگی شرطی بین بازارهای ارز، سکه و سهام با در نظر گرفتن اثر عدم تقارن، اثر حافظه‌ی بلندمدت و اثرات همزمان حافظه‌ی بلندمدت و عدم تقارن به ترتیب در جداول (۳)، (۴) و (۵) ارائه شده است.

در جدول ۳ بر اساس بیشترین مقدار درست‌نمایی و کمترین مقادیر آکاییک و بی‌زین در حالت توزیع t-student، مدل‌های بهینه  $ARMA(1,1) - GJRARCH(1,1)$  و  $ARMA(1,1) - APARCH(1,1)$  به منظور بررسی رابطه‌ی همبستگی شرطی پویا و ثابت بین متغیرها انتخاب شده‌اند.

جدول ۳- برآورد ضریب همبستگی شرطی ثابت و پویا با مدل  $APARCH$  و  $GJRARCH$

DCC-ARMA(1,1)- APARCH(1,1)				DCC-ARMA(1,1)-GJRARCH(1,1)				متغیر سکه
۵۰ شرکت	صنعت	ارز	سکه	۵۰ شرکت	صنعت	ارز	سکه	
			۱				۱	
		۱	*۰/۰۱۷ (۰/۰۰۱)			۱	*۰/۰۱۷ (۰/۰۰۳)	ارز
	۱	۰/۰۵ (۰/۳۵)	۰/۰۱ (۰/۷۹)		۱	۰/۰۲ (۰/۵۹)	۰/۰۴ (۰/۴۴)	صنعت
۱	*۰/۷۷ (۰/۰۰۰)	۰/۰۴ (۰/۴۸)	-۰/۰۴ (۰/۴۳)	۱	*۰/۷۷ (۰/۰۰۰)	۰/۰۱ (۰/۷۸)	-۰/۰۰۶ (۰/۹)	۵۰ شرکت
*۰/۰۱ (۰/۰۱)				*۰/۰۲ (۰/۰۳)				$\alpha$
*۰/۹۸ (۰/۰۰۰)				*۰/۹۷ (۰/۰۰۰)				$\beta$
*۳/۷۷ (۰/۰۰۰)				*۳/۶ (۰/۰۰۰)				df
-۱۲۱۶/۹۱				-۱۰۷۶/۳۹				LL
۱/۳۸۹				۱/۲۳۰				AIC
۱/۵۱۴				۱/۳۴۳				BIC

(ماخذ: یافته‌های پژوهشگر)

جدول ۳- برآورد ضریب همبستگی شرطی ثابت و پویا با مدل APARCH و GJR GARCH

CCC- ARMA(1,1) - APARCH(1,1)				CCC- ARMA(1,1)- GJR GARCH(1,1)				متغیر
شرکت ۵۰	صنعت	ارز	سکه	شرکت ۵۰	صنعت	ارز	سکه	
			۱				۱	سکه
		۱	*.۰/۲ (۰/۰۰۰)			۱	*.۰/۲۴ (۰/۰۰۰)	ارز
	۱	-۰/۰۰۲ (۰/۹۴)	۰/۰۱ (۰/۵۷)		۱	-۰/۰۰۵ (۰/۸۱)	۰/۰۲ (۰/۴۱)	صنعت
۱	*.۰/۷۳ (۰/۰۰۰)	-۰/۰۰۴ (۰/۸۷)	-۰/۰۰۹ (۰/۶۹)	۱	*.۰/۷۲ (۰/۰۰۰)	-۰/۰۰۵ (۰/۸۳)	۰/۰۰۲ (۰/۹۳)	شرکت ۵۰
*۳/۶۸ (۰/۰۰۰)				*۳/۵۳ (۰/۰۰۰)				df
-۱۳۰۰/۳۴				-۱۱۵۳/۴۷				LL
۱/۴۷۹				۱/۳۱۳				AIC
۱/۵۹۸				۱/۴۱۹				BIC
۴۴۸/۴۵ (۰/۰۰۰)				۳۹۹/۱۹ (۰/۰۰۰)				LM Test (2000)
۱۰۳/۱۰۳ (۰/۰۰۰)				۸۲/۳۷ (۰/۰۰۰)				E-S (5) Engle and Sheppard Test (2001)
۱۰۵/۵۹ (۰/۰۰۰)				۸۴/۹۵ (۰/۰۰۰)				E-S (10)

\* نشاندهنده معناداری در سطح خطای ۵ درصد می باشد.

(ماخذ: یافته‌های پژوهشگر)

بر اساس نتایج حاصل از جدول ۳ بیشترین مقدار همبستگی شرطی پویا و ثابت مربوط به شاخص‌های سهام ۵۰ شرکت و صنعت در دوره‌ی زمانی مورد مطالعه است. مثبت و معنادار ضریب همبستگی شرطی پویا و ثابت بین متغیرهای ارز و سکه هم دیده می‌شود. همانطور که ملاحظه می‌شود، پارامترهای  $\alpha$  و  $\beta$  غیر منفی هستند و مجموع آن‌ها کوچکتر از یک است. مثبت و معنادار بودن پارامتر  $\alpha$  بیانگر این است که به دنبال بروز شوک در سری بازدهی‌ها افزایش در همبستگی شرطی برای دوره‌ی جاری را می‌توان انتظار داشت. مثبت و معنادار بودن پارامتر  $\beta$  نیز بیانگر آن است که همبستگی شرطی دوره‌ی قبل بر همبستگی شرطی دوره‌ی جاری اثر مثبت و معناداری داشته است. همچنین نتایج آزمون‌های ثبات همبستگی شرطی با استفاده از آزمون‌های پیشنهادی تسه (۲۰۰۰) و انگل و شپارد (۲۰۰۱) بیان‌کننده رد فرضیه‌ی صفر مبنی بر ثابت بودن همبستگی شرطی طی زمان است. بنابراین به منظور بررسی رابطه‌ی همبستگی شرطی از نتایج مدل DCC



استفاده می‌شود. نتایج حاصل از این مدل بیانگر این است که فرضیه‌های اول و دوم مورد قبول قرار می‌گیرد.

در جدول ۴ بر اساس مقادیر معیارهای اطلاعاتی در حالت توزیع t-student مدل‌های ARMA(1,1) - HYGARCH(1,d,1)، ARFIMA(0,d,0) - FIGARCH(1,d,1) و ARMA(1,1) - HYGARCH(1,d,1)، FIGARCH(1,d,1) - ARFIMA(1,d,1) به ترتیب به منظور بررسی همبستگی شرطی پویا و ثابت انتخاب شد.

بر اساس نتایج حاصل از جدول ۴ همبستگی شرطی پویا و ثابت بین شاخص‌های سهام ۵۰ شرکت و صنعت، مثبت، معنادار و بیشترین مقدار است. مثبت و معنادار بودن ضریب همبستگی شرطی پویا و ثابت بین متغیرهای ارز و سکه هم دیده می‌شود. پارامترهای  $\alpha$  و  $\beta$  نیز شرایط  $\alpha, \beta \geq 0$  و  $\alpha + \beta < 1$  را برقرار می‌سازند. همچنین نتایج آزمون‌های ثبات همبستگی شرطی با استفاده از آزمون‌های پیشنهادی تسه (۲۰۰۰) و انگل و شپارد (۲۰۰۱) بیان‌کننده رد فرضیه صفر مبنی بر ثابت بودن همبستگی شرطی طی زمان است. بنابراین به منظور بررسی رابطه‌ی همبستگی شرطی از نتایج مدل DCC استفاده می‌شود. که نتایج حاصل از این مدل فرضیه‌های اول و دوم را مورد تأیید قرار می‌دهد.

جدول ۴ - برآورد ضریب همبستگی شرطی ثابت و پویا با مدل FIGARCH و HYGARCH

DCC-ARFIMA(0,d,0)-FIGARCH(1,d,1)				DCC-ARMA(1,1)-HYGARCH(1,d,1)			
شرکت ۵۰	صنعت	ارز	سکه	شرکت ۵۰	صنعت	ارز	سکه
			۱				۱
		۱	*.۱۷ (.۰۰۰۷)			۱	*.۱۹ (.۰۰۰۰)
	۱	.۰۰۲ (.۰۶۷)	-.۰۰۳ (.۰۵۶)		۱	.۰۰۱ (.۰۷۹)	.۰۰۳ (.۰۵۱)
۱	*.۰۸ (.۰۰۰۰)	.۰۰۱ (.۰۷۶)	.۰۰۰۹ (.۰۸۵)	۱	*.۰۷۷ (.۰۰۰۰)	.۰۰۱ (.۰۸۱)	.۰۰۰۶ (.۰۰۹)
							$\alpha$
							$\beta$
							df
							LL
							AIC
							BIC

(ماخذ: یافته‌های پژوهشگر)

جدول ۴- برآورد ضریب همبستگی شرطی ثابت و پویا با مدل FIGARCH و HYGARCH

CCC- ARFIMA(1,d,1) - FIGARCH(1,d,1)				CCC- ARMA(1,1) - HYGARCH(1,d,1)				متغیر
۵۰ شرکت	صنعت	ارز	سکه	۵۰ شرکت	صنعت	ارز	سکه	سکه
			۱				۱	
		۱	*.۰/۲۳ (۰/۰۰۰)			۱	*.۰/۲۳ (۰/۰۰۰)	ارز
	۱	-۰/۰۰۱ (۰/۹۶)	-۰/۰۰۹ (۰/۶۹)		۱	-۰/۰۰۴ (۰/۸۴)	۰/۰۱ (۰/۵۳)	صنعت
۱	*.۰/۷۴ (۰/۰۰۰)	-۰/۰۰۰۲ (۰/۹۹)	-۰/۰۰۰۳ (۰/۹۹)	۱	*.۰/۷۲ (۰/۰۰۰)	-۰/۰۰۳ (۰/۸۸)	۰/۰۰۳ (۰/۸۹)	۵۰ شرکت
*۴/۰۴ (۰/۰۰۰)				*۳/۷۵ (۰/۰۰۰)				df
-۱۲۷۳/۹۹				-۱۲۰۸/۹۶				LL
۱/۴۴۶				۱/۳۷۹				AIC
۱/۵۵۳				۱/۴۹۷				BIC
۴۱۳/۷۹ (۰/۰۰۰)				۳۲۱/۱۴ (۰/۰۰۰)				LM Test (2000)
۱۷/۹۹ (۰/۰۰۶۲)				۷۲/۱۳ (۰/۰۰۰)				E-S (5)
۲۱/۸۱ (۰/۰۲۵۹)				۷۴/۲۹ (۰/۰۰۰)				E-S (10)
								Engle and Sheppard Test (2001)

\* نشاندهنده معناداری در سطح خطای ۵ درصد می‌باشد.

(ماخذ: یافته‌های پژوهشگر)

در جدول ۵، در حالت توزیع t-student به ترتیب مدل‌های ARMA(0,0) - FIGARCH(1,d,1)، ARMA(1,0) - FIAPARCH(1,d,1)، ARFIMA(1,d,0) - FIGARCH(1,d,1) و ARMA(1,0) - FIAPARCH(1,d,1) به منظور بررسی رابطه‌ی بررسی همبستگی شرطی پویا و ثابت انتخاب شده است.

همان‌طور که در جدول ۵ ملاحظه می‌شود نتایج حاصل از مدل‌های همبستگی شرطی پویا و ثابت با لحاظ هر دو ویژگی عدم تقارن و حافظه‌ی بلندمدت بیانگر این است که، رابطه‌ی همبستگی شرطی پویا و ثابت بین شاخص‌های سهام ۵۰ شرکت و صنعت، مثبت، معنادار و بیشترین مقدار است. مثبت و معنادار بودن ضریب همبستگی شرطی پویا و ثابت بین متغیرهای ارز و سکه هم دیده می‌شود. پارامترهای  $\alpha$  و  $\beta$  شرایط  $\alpha, \beta \geq 0$  و  $\alpha + \beta < 1$  را برقرار می‌سازند.

شهرام فتاحی، مرتضی سبحان خدامرادی و میثاق ایوتوند / ۴۳

جدول ۵- برآورد ضریب همبستگی شرطی ثابت و پویا با مدل FIAPARCH و FIEGARCH

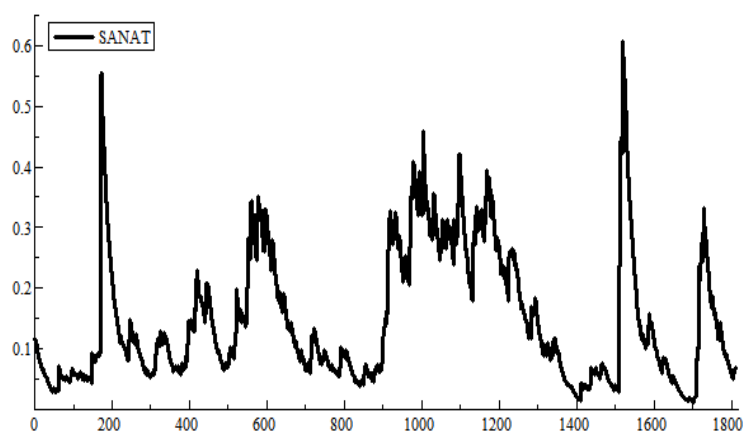
DCC-ARMA(1,0) - FIAPARCH(1,d,1)				DCC-ARMA(0,0) - FIEGARCH(1,d,1)				متغیر
۵۰ شرکت	صنعت	ارز	سکه	۵۰ شرکت	صنعت	ارز	سکه	
			۱				۱	سکه
		۱	*.۰/۲۳ (۰/۰۰۰)			۱	*.۰/۲۳ (۰/۰۰۰)	ارز
	۱	۰/۰۲ (۰/۶۳)	۰/۰۰۴ (۰/۹۳)		۱	۰/۰۰۶ (۰/۸۸)	۰/۰۲ (۰/۶۷)	صنعت
۱	*.۰/۸ (۰/۰۰۰)	۰/۰۲ (۰/۶۷)	-۰/۰۱ (۰/۷۸)	۱	*.۰/۸ (۰/۰۰۰)	-۰/۰۰۴ (۰/۹۲)	۰/۰۲ (۰/۵۷)	۵۰ شرکت
۰/۰۱ (۰/۰۷)				*۰/۰۲ (۰/۰۳)				$\alpha$
*۰/۹۷ (۰/۰۰۰)				*۰/۹۴ (۰/۰۰۰)				$\beta$
*۳/۷۸ (۰/۰۰۰)				*۴/۰۵ (۰/۰۰۰)				df
-۱۰۷۳/۳۳				-۱۰۰۸/۱۷				LL
۱/۲۳۱				۱/۱۵۵				AIC
۱/۳۵۶				۱/۲۶۷				BIC
CCC- ARMA(1,0) - FIAPARCH(1,d,1)				CCC-ARFIMA(1,d,0) - FIEGARCH(1,d,1)				متغیر
۵۰ شرکت	صنعت	ارز	سکه	۵۰ شرکت	صنعت	ارز	سکه	
			۱				۱	سکه
		۱	*.۰/۲۵ (۰/۰۰۰)			۱	*.۰/۲۲ (۰/۰۰۰)	ارز
	۱	۰/۰۰۴ (۰/۸۸)	۰/۰۰۳ (۰/۹)		۱	۰/۰۰۳ (۰/۸۹)	-۰/۰۲ (۰/۶۷)	صنعت
۱	*.۰/۷۴ (۰/۰۰۰)	۰/۰۰۷ (۰/۷۷)	-۰/۰۰۹ (۰/۶۹)	۱	*.۰/۷۴ (۰/۰۰۰)	-۰/۰۰۲ (۰/۹۲)	-۰/۰۱ (۰/۵۵)	۵۰ شرکت
*۳/۷۲ (۰/۰۰۰)				*۳/۸۱ (۰/۰۰۰)				df
-۱۱۴۲/۰۴				-۱۱۰۶/۷۷				LL
۱/۳۰۵				۱/۲۷۰				AIC
۱/۴۲۳				۱/۴۰۱				BIC
۳۳۳/۴۵ (۰/۰۰۰)				۲۶۴/۵۹ (۰/۰۰۰)				LM Test (2000)
۲۲/۵۳ (۰/۰۰۰۹)				۷۳/۴۶۱ (۰/۰۰۰)			E-S (5)	Engle and Sheppard Test (2001)
۲۵/۳۳ (۰/۰۰۸۱)				۷۷/۲۴ (۰/۰۰۰)			E-S (10)	

\*نشاندهنده‌ی معناداری در سطح خطای ۵ درصد می‌باشد.

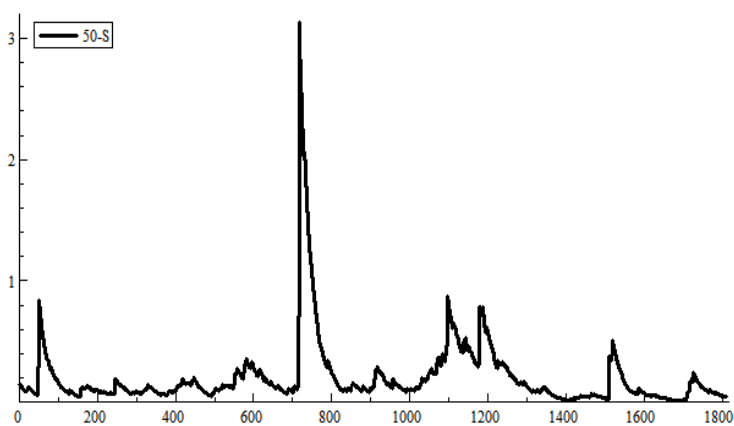
(ماخذ: یافته‌های پژوهشگر)

فصلنامه اقتصاد مالی  
شماره ۴۰ / پاییز ۱۳۹۶

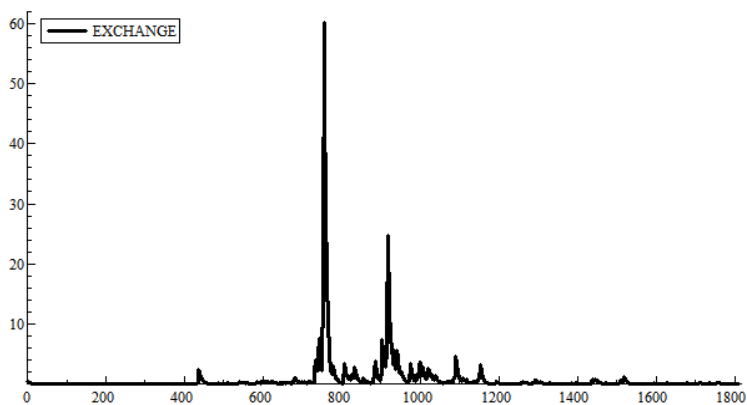
همچنین نتایج آزمون‌های ثبات همبستگی شرطی با استفاده از آزمون‌های پیشنهادی تسه (۲۰۰۰) و انگل و شپارد (۲۰۰۱) بیان‌کننده رد فرضیه‌ی صفر مبنی بر ثابت بودن همبستگی شرطی طی زمان است. بنابراین به منظور بررسی رابطه‌ی همبستگی شرطی از نتایج مدل DCC استفاده می‌شود. که نتایج حاصل از این مدل فرضیه‌های اول و دوم را مورد تأیید قرار می‌دهد. در نمودارهای زیر روند واریانس (نا اطمینانی) شرطی بازدهی متغیرهای روزانه گزارش شده است.



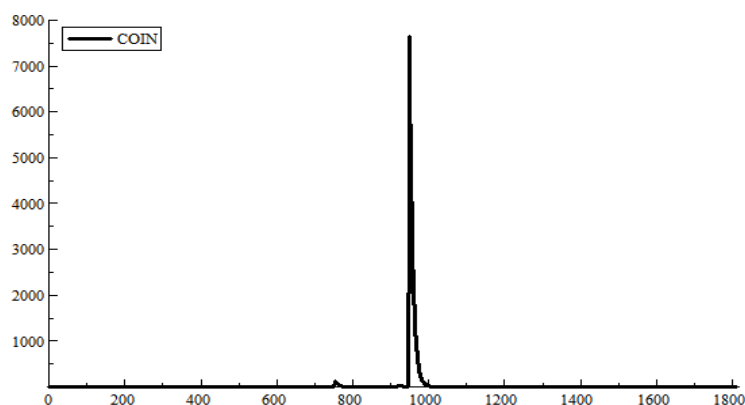
نمودار ۲- واریانس شرطی بازدهی صنعت



نمودار ۳- واریانس شرطی بازدهی ۵۰ شرکت

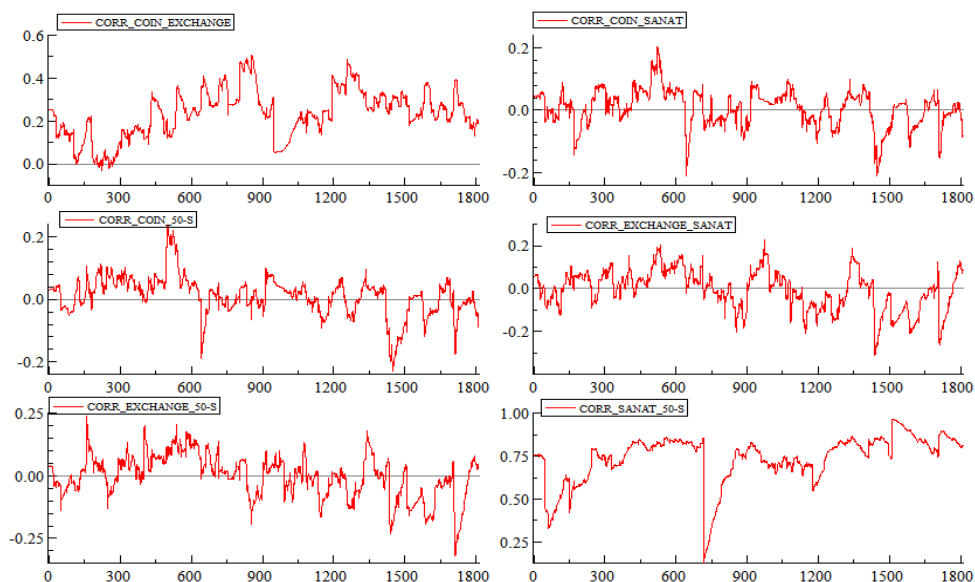


نمودار ۴- واریانس شرطی بازدهی ارز



نمودار ۵- واریانس شرطی بازدهی سکه طلا

با توجه به نمودارهای داده شده، می‌توان گفت واریانس (نااطمینانی) شرطی بازدهی ارز تا سال ۹۰ مقداری ثابت بوده ولی در فاصله‌ی سال‌های ۹۰ تا ۹۳ این روند ثابت از بین رفته و در اواخر سال ۹۰ و ابتدای سال ۹۱ در نتیجه‌ی اعمال تحریم‌ها، رشد فزاینده‌ی نقدینگی در سالیان متمادی و سایر عوامل، به بیشترین مقدار خود می‌رسد. واریانس (نااطمینانی) شرطی بازدهی سکه طلا نیز که تا اواخر تابستان سال ۹۱ مقداری ثابت بوده است به صورت ناگهانی افزایش یافته و به اوج خود می‌رسد و بعد از آن کاهش یافته و در سال ۹۲ مجدداً ثابت می‌شود.



نمودار ۶- همبستگی شرطی پویا بین متغیرهای روزانه پژوهش

بر اساس نمودار ۶ می‌توان گفت همبستگی شرطی پویا بین بازدهی سکه و ارز در اوایل سال ۹۱ ماکزیمم مقدار است.

همانطور که از نمودارهای همبستگی شرطی پویا ملاحظه می‌شود بیشترین مقدار همبستگی شرطی مربوط به همبستگی شرطی بین بازدهی شاخص‌های سهام ۵۰ شرکت و صنعت است، که این همبستگی در طول دوره‌ی زمانی مورد مطالعه مثبت است. همچنین همبستگی شرطی بین بازدهی ارز و سکه نیز در طول دوره‌ی زمانی مورد مطالعه مثبت است. در مقابل همبستگی شرطی بین بازدهی سکه و سهام (شاخص‌های سهام صنعت و ۵۰ شرکت) و همچنین همبستگی شرطی بین بازدهی ارز و سهام (شاخص‌های سهام ۵۰ شرکت و صنعت) در بعضی دوره‌ها مثبت و ناچیز و در بعضی دوره‌ها منفی مشاهده می‌شود.

##### ۵- نتیجه‌گیری

نتایج مربوط به بررسی رابطه‌ی همبستگی شرطی پویا، در همه‌ی مدل‌ها فرضیه‌های وجود رابطه‌ی همبستگی شرطی مثبت و معنادار بین بازدهی متغیرهای ارز و سکه و وجود رابطه‌ی همبستگی شرطی مثبت و معنادار بین بازدهی شاخص‌های سهام ۵۰ شرکت فعال در بازار بورس و

صنعت را تأیید نمود. نتایج حاصل از بررسی رابطه‌ی همبستگی شرطی پویا با مدل HYGARCH، بیانگر همبستگی بسیار پایین بین بازدهی سکه و سهام (شاخص‌های سهام صنعت و ۵۰ شرکت) و همبستگی شرطی بین بازدهی ارز و سهام (شاخص‌های سهام ۵۰ شرکت و صنعت) بوده است که این همبستگی در دوره‌ی زمانی مورد مطالعه معنادار نبود. همچنین نتایج حاصل بیانگر رابطه‌ی همبستگی شرطی پویای منفی بین بازدهی سکه و شاخص سهام ۵۰ شرکت در مدل‌های APARCH، GJRGARCH و FIAPARCH، رابطه‌ی همبستگی شرطی پویای منفی بین بازدهی ارز و شاخص سهام ۵۰ شرکت در مدل FIGARCH و رابطه‌ی همبستگی شرطی پویای منفی بین بازدهی سکه و شاخص سهام صنعت در مدل FIGARCH است.

نتایج حاصل از معیارهای اطلاعاتی بیشترین مقدار درست‌نمایی و کمترین مقادیر آکاییک و بیزین در دوره‌ی زمانی مورد مطالعه بیانگر این است که مدل FIGARCH(1,d,1) نسبت به سایر مدل‌های معرفی شده در این پژوهش برازش بهتری را برای بررسی رابطه‌ی همبستگی شرطی پویا بین بازارهای ارز، سکه و سهام فراهم می‌کند.

دستاورد‌های این مقاله در دوره‌ی زمانی مورد مطالعه نتایج پژوهش فلاحی و همکاران (۱۳۹۳) مبنی بر همبستگی شرطی زیاد بین بازده نرخ ارز و سکه طلا و همچنین همبستگی شرطی کم بین بازده شاخص بازار سهام با نرخ ارز و سکه طلا را تأیید می‌کند.

سرمایه‌گذارانی که به منظور اجتناب از ریسک، سعی می‌کنند سید دارایی‌شان را متنوع کنند به ارتباطات بین بازارها توجه ویژه‌ای دارند. بنابراین با توجه به وجود رابطه‌ی همبستگی شرطی پویای مثبت و معنادار بین سکه و ارز و وجود رابطه‌ی همبستگی شرطی پویای بسیار ضعیف و گاهی منفی مشاهده شده بین متغیرهای سکه - شاخص سهام ۵۰ شرکت، سکه - شاخص سهام صنعت، ارز - شاخص سهام صنعت، ارز - شاخص سهام ۵۰ شرکت بر اساس نتایج حاصل از مدل‌های مورد بررسی به سرمایه‌گذارانی که در سید دارایی خود سکه و ارز نگه‌داری می‌کنند پیشنهاد می‌شود سرمایه‌گذاری در بورس را به عنوان جایگزین مناسب در مقابل سکه و ارز انتخاب کنند. همچنین با توجه به وجود رابطه‌ی همبستگی شرطی مثبت و معنادار بین شاخص‌های سهام ۵۰ شرکت و صنعت به سرمایه‌گذاران توصیه می‌شود در سید سرمایه‌گذاری سهام خود این دارایی‌ها را با هم نگهداری نکنند. بنابراین بهتر است سرمایه‌گذاران در سید سرمایه‌گذاری خود ارز را با یکی از دو نوع سهام صنعت و ۵۰ شرکت و سکه را نیز با یکی از دو نوع سهام صنعت و ۵۰ شرکت نگهداری کنند.

از آنجا که یکی از ویژگی‌های داده‌های مالی نظیر قیمت سهام، نرخ ارز، قیمت طلا و... غیرخطی بودن آنهاست، بنابراین استفاده از مدل‌های خطی برای پیش‌بینی و مدلسازی نتایج مطلوبی به

همراه نخواهد داشت. به علاقه مندانی که در آینده قصد دارند در این زمینه مطالعه کنند پیشنهاد می‌شود برای بررسی همبستگی بین بازارهای مالی و مدلسازی از سایر مدل‌های غیرخطی استفاده کنند.



## فهرست منابع

- ۱) امیری، شادی، همایونی فر، مسعود، کریم زاده، مصطفی، فلاحی، محمدعلی (۱۳۹۴). بررسی همبستگی پویا بین دارایی های عمده در ایران با استفاده از روش DCC- GARCH، فصلنامه پژوهشهای اقتصادی (رشد و توسعه پایدار)، سال پانزدهم، شماره دوم، صفحات ۲۰۱-۱۸۳.
- ۲) شایان زینیوند، عبدالله، کاردگر، راضیه و کاظمی، ابوطالب (۱۳۹۴). بررسی اثرات عدم تقارن و حافظه‌ی متغیرهای نرخ ارز و بازده قیمت سهام در ایران، فصلنامه اقتصاد مقداری، دوره‌ی ۱۲، شماره‌ی ۲، تابستان ۱۳۹۴، صفحات ۵۵-۲۳.
- ۳) شعرایی، سعید و ثنایی اعلم، محسن (۱۳۸۹). بررسی وجود حافظه‌ی بلندمدت در بورس اوراق بهادار تهران و ارزیابی مدل‌هایی که حافظه‌ی بلندمدت را در نظر می‌گیرند، مجله پژوهش‌های حسابداری مالی، سال دوم، شماره چهارم، صفحات ۱۷۳-۱۸۶.
- ۴) عرفانی، علیرضا (۱۳۸۷). بررسی حافظه‌ی بلندمدت بودن شاخص کل قیمت بورس اوراق بهادار تهران، پژوهشنامه‌ی علوم انسانی و اجتماعی، سال هشتم، شماره‌ی بیست و هشتم، بهار ۸۷.
- ۵) فلاحی، فیروز، حقیقت، جعفر، صنوبر، ناصر، جهانگیری، خلیل (۱۳۹۳). بررسی همبستگی بین تلاطم بازار سهام، ارز و سکه در ایران با استفاده از مدل DCC-GARCH، فصلنامه پژوهشنامه اقتصادی، سال چهاردهم، شماره ۵۲، صفحات ۱۴۷-۱۲۳.
- ۶) کشاورز حداد، غلامرضا، صمدی، باقر (۱۳۸۸). برآورد و پیش‌بینی تلاطم بازدهی در بازار سهام تهران و مقایسه‌ی دقت روش‌ها در تخمین ارزش در معرض خطر: کاربردی از مدل‌های خانواده FIGARCH، تحقیقات اقتصادی دانشگاه تهران، دوره‌ی ۸۶.
- ۷) محمدی، شاپور، چیت سازان، هستی (۱۳۹۰). بررسی حافظه‌ی بلندمدت بورس اوراق بهادار تهران، مجله‌ی تحقیقات اقتصادی، شماره ۹۷، زمستان ۹۰، صفحات ۲۲۶-۲۰۷.
- ۸) نیکومرام، هاشم، سعیدی، علی، عنبرستانی، مرجان (۱۳۹۰). بررسی حافظه‌ی بلندمدت در بورس اوراق بهادار تهران، فصلنامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار تهران، شماره نهم.
- 9) Akar, C., (2011), Dynamic Relationships between the Stock Exchange, Gold, and Foreign Exchange Returns in Turkey; Middle Eastern Finance and Economics, Issue 12.
- 10) Abed, R., Mghaieth, Z., & Maktouf, S. (2016), Empirical analysis of asymmetries and long memory among international stock market returns: A Multivariate FIAPARCH-DCC approach,
- 11) Journal of Statistical and Econometric Methods, vol.5, no.1, 2016, 1-28.
- 12) Barkoulas, J. T., & Baum, C. F. (1996). Long Term Dependence in Stock Returns Economics Letters , PP: 253-259.

- 13) Bollerslev, T. and Mikkelsen H. (1996), Modeling and Pricing Long Memory in Stock Market Volatility, *Journal of Econometrics*, No. 73, pp. 151-184.
- 14) Bollerslev, T (1990), Modeling the Coherence in Short-run Nominal Exchange Rates: a Multivariate Generalized ARCH Model, *Review of Economics and Statistics*, 72.
- 15) Christodoulakis, G.A., & Satchell S.E. (2002), Correlated ARCH: Modelling the Time-varying Correlation between Financial Asset Returns, *European Journal of Operations Research*, 139.
- 16) Crato, N., & deLima, P. J. (1994). Long-range dependence in the conditional variance of stock returns. *Economics Letters*, 281-285
- 17) Davidson, J. 2004, Moment and memory properties of linear Conditional Heteroskedasticity Models, and a New Model, *J. Bus. Econ. Stat.*, 22, 16-29.
- 18) Ding, Z. C. W. J. Granger. And R. F. Engle. 1993. A long memory property of stock market returns and a new model. *Journal of Empirical Finance* 1.83-106.
- 19) Engle, R.F, & Sheppard, K. (2001), Theoretical and Empirical Properties of Dynamic Conditional Correlation Multivariate GARCH. *Mimeo, UCSD*.
- 20) Engle, R.F (2002), Dynamic Conditional Correlation-a Simple Class
- 21) of Multivariate GARCH Models, *Journal of Business and Economic Statistics*, 20.
- 22) Greene, M., & Fielitz, B. (1977). Long term dependence in common stock returns. *Journal of Financial Economics*, 339- 349.
- 23) Karanasos, M., Yfanti, S., & Karoglou, M., (2016). Multivariate FIAPARCH modelling of financial markets with dynamic correlations in times of crisis, *International Review of Financial Analysis* 45 (2016) 332-349.
- 24) Longin, F., & Solnik, B. (1995). Is the correlation in international equity returns constant: 1960–1990?, (14)1, 3-26.
- 25) Mensi, W., Hammoudeh, S., & Hoon Kang, S., (2016). Risk spillovers and portfolio management between developed and BRICS stock markets, *Finance Research Letters* 000 (2016) 1–8.
- 26) Mghaieth, A., (2017). Volatility spillover and hedging strategies between Islamic and conventional stocks in the presence of asymmetry and long memory, *Research in International Business and Finance* 39 (2017) 595–611.
- 27) Mandelbrot, B. B. (1971). When can price be arbitrated efficiently? A limit to the validity of the random walk.
- 28) Nelson, D. B. (1991), 'Conditional heteroskedasticity in asset returns: A new approach', *Econometrica* 59, 347—370.
- 29) Tse, Y. (1998), The Conditional Heteroscedasticity of the Yen-dollar Exchange Rate, *Journal of Applied Econometrics*, No. 193, pp. 49-55.
- 30) Tse, Y.K (2000), A Test for Constant Correlations in a Multivariate GARCH Model, *Journal of Econometrics*, 98.
- 31) Tse, Y.K, and Tsui, A.K.C. (2002), A Multivariate GARCH Model with Time-varying Correlations, *Journal of Business and Economic Statistics*, 20.
- 32) Vilasuso, J. (2002). Forecasting exchange rate volatility. *Economics Letters*, Wright, J. H. (1999). Long Memory in Emerging Market Stock Returns. *FRB Letters*, 59-64.
- 33) Verbeek, M. (2005), *A Guide To Modern econometrics*, Erasmus University Rotterdam, England, second edition, P300.

- 34) Wright, J. H. (1999). Long Memory in Emerging Market Stock Returns. FRB International Finance Discussion Paper No. 650.

#### یادداشت‌ها

- <sup>1</sup> Mandelbrot, B
- <sup>2</sup> Greene, M., & Fielitz, B. (1977)
- <sup>3</sup> Crato, N., & deLima, P. J. (1994).
- <sup>4</sup> Barkoulas, J. T., & Baum, C. F. (1996)
- <sup>5</sup> Wright, J. H. (1999)
- <sup>6</sup> Vilasuso, J. (2002)
- <sup>7</sup> Engle (2001)
- <sup>8</sup> Acar (2011)
- <sup>9</sup> Dynamic Conditional Correlation Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity
- <sup>10</sup> Peng and Deng
- <sup>11</sup> Abed, Mighri & Maktouf (2016)
- <sup>12</sup> Karanasos, Yfanti, Karoglou (2016)
- <sup>13</sup> Mghaieth (2017)
- <sup>14</sup> Mensi, Hammoudeh & Hoon Kang (2016)
- <sup>15</sup> Autoregressive Fractionally Integrate Moving Average
- <sup>16</sup> Constant Conditional Correlation
- <sup>17</sup> Verbeek, M. (2005)
- <sup>18</sup> Glosten-Jagannathan-Runkle GARCH
- <sup>19</sup> Asymmetric Power ARCH
- <sup>20</sup> Ding (1993)
- <sup>21</sup> Fractionally Integrate GARCH
- <sup>22</sup> Hyperbolic GARCH
- <sup>23</sup> Davidson, J
- <sup>24</sup> Fractionally Integrate Exponential GARCH
- <sup>25</sup> Nelson (1991)
- <sup>26</sup> Fractionally Integrate APARCH
- <sup>27</sup> Ding, Granger & Engle (1993)
- <sup>28</sup> Christodoulakis, G.A., & Satchell S.E. (2002)
- <sup>29</sup> Engle (2002)
- <sup>30</sup> Tse & Tsui (2002)