

استخراج منحنی‌های IDF از داده‌های روزانه بارش در ایستگاه هواشناسی ساوه

علیرضا زمانی نوری^{*}

^{*}) عضو هیئت علمی دانشگاه آزاد اسلامی واحد ساوه، مسئول مکاتبات: Ar.zamani@iau-saveh.ac.ir

تاریخ پذیرش: ۹۰/۰۸/۰۵ تاریخ دریافت: ۹۰/۰۳/۲۰

چکیده

یکی از پارامترهای مهم طراحی سازه‌های هیدرولیکی، رگبار طرح می‌باشد که از روی منحنی‌های شدت-مدت - فراوانی (IDF) برای دوام و دوره‌ی بازگشت معین استخراج می‌شود. روش‌های متداول محاسبه‌ی منحنی‌های IDF علاوه بر طولانی‌تر بودن، دارای تعداد پارامترهای زیادی می‌باشند که این خود باعث کاهش اعتمادپذیری این منحنی‌ها می‌شود. در روش متداول محاسبه‌ی منحنی‌های IDF باید بارش به ازای دوام‌های مختلف ثبت شده باشد تا استخراج این منحنی‌ها میسر گردد. در بعضی مناطق تنها آمار بارش‌های ۲۴ ساعته موجود است که از روی این آمارها استخراج منحنی‌های IDF به روش‌های متداول ممکن نیست. در این پژوهش از خصوصیات مقیاس زمانی بارش استفاده شده و از روی بارش‌های روزانه (۲۴ ساعته)، منحنی‌های IDF برای دوام‌های کوتاه مدت ساخته شد. روش به کار برده شده نسبت به روش‌های متداول دارای مراحل محاسباتی کمتری بوده و تعداد پارامترهای آن به مرتبه کمتر می‌باشد که این امر باعث افزایش اعتمادپذیری می‌گردد. این روش به طور موردنی برای ایستگاه هواشناسی ساوه به کار رفته که نتایج نشان دهنده بالا بودن دقت آن است.

کلمات کلیدی: رگبار طرح؛ مشخصات مقیاس زمانی بارش؛ منحنی IDF

مقدمه

منحنی‌های شدت-مدت - فراوانی بارش یکی از ابزارهای هیدرولوژیکی جهت محاسبه‌ی سیلان طرح و طراحی سازه‌های هیدرولیکی می‌باشد. این منحنی‌ها برای یک منطقه از روی داده‌های بارش، که در دوام مختلف ثبت شده است، ساخته می‌شود. معمولاً در کشورهای در حال پیشرفت مانند ایران که از وسعت زیادی برخوردار است، ایستگاه باران نگار در بسیاری از مناطق وجود ندارد و یا طول آماری آن کم می‌باشد که امکان محاسبه‌ی منحنی‌های IDF را غیرممکن

1. Scaling invariance

در روابط فوق، i : شدت بارش (میلی متر بر ساعت)، d : دوام بارش (دقیقه)، a ، b و e ضرایب ثابت می‌باشد که به شرایط هیدرومترولوژی بستگی دارند.

Bell (1969) طی تحقیقاتی که انجام داد روابطی برای منحنی‌های IDF ارائه کرد که تابعی از بارش یک ساعته با دوره‌ی بازگشت 10 ساله (P_1^{10}) بود. Kothyari and Grade (1992) بین شدت بارش و متوسط بارش 24 ساعته رابطه تجربی ارائه نمودند که این روابط برای شرایط هیدرومترولوژی خاصی صادق بوده و برای حوضه‌های دیگر نیاز به واسنجی دارند.

Koutsoyiannis and Manetas (1998) یک رابطه‌ی جامع‌تری برای منحنی‌های IDF ارائه کردند که بصورت زیر می‌باشد.

$$i = \frac{w}{(d + \theta)^{\eta}} \quad (4)$$

رابطه فوق، i : شدت بارش، d : دوام بارش، w ، θ و η ضرایب ثابت غیر منفی می‌باشند. طبق مطالعات صورت گرفته توسط کوتسویانیس در رابطه‌ی فرق θ و η تقریباً مستقل از دوره‌ی بازگشت بوده ولی ضریب w تابعی از دوره‌ی بازگشت می‌باشد بطوری که اگر $\{w_1, \theta_1, \eta_1\}$ و $\{w_2, \theta_2, \eta_2\}$ به ترتیب مقدار پارامترهای $\{w, \theta, \eta\}$ به ازای دوره‌ی بازگشت‌های T_1 و T_2 باشند آنگاه برای

$T_2 < T_1$ داریم:

$$\theta_1 = \theta_2 = \theta \geq 0 ; w_1 = w_2 = w > 0 \quad (5)$$

بطور کلی بر اساس روابط ارائه شده برای منحنی‌های IDF، می‌توان رابطه کلی را زیر تعریف کرد:

$$i = \frac{a(T)}{b(d)} \quad (6)$$

در رابطه فوق، $a(T)$ و $b(d)$ به ترتیب توابعی از دوره‌ی بازگشت و دوام بارش می‌باشند.

مواد و روش‌ها

و فرمول‌بندی منحنی‌های IDF کشیده شده است. Menabde *et al.*, (1996) Burlando and Rosso Nhat *et al.*, (1999) Poo Sshan *et al.*, (2004) و (2006) از جمله محققانی هستند که از مشخصات IDF مقیاس زمانی بارش جهت استخراج منحنی‌های IDF استفاده کردند. Bruno *et al.*, (2004) با بررسی سری‌های زمانی بارش، جریان و مقاومت الکتریکی دو چشمی کارستی واقع در ایتالیا دریافتند که این سه نوع سری زمانی از عدم تغییرپذیری مقیاس پیروی می‌کنند و تفاوت آنها در درجه نایستایی و تناوب می‌باشد. Nhat *et al.*, (2007) با استفاده از خصوصیت عدم تغییرپذیری مقیاس، روابطی جهت استخراج منحنی‌های IDF در ایستگاه‌های فاقد آمار Bara کشور ژاپن ارائه کرد. Bara (2008) و Bara (2009) خصوصیات فرکتالی مقادیر حدی بارش را بررسی و وجود خاصیت عدم تغییرپذیری در داده‌های حدی را تایید کردند. Isabel and Lima (2008), با بررسی رواناب حوضه‌های کوچک در پرتغال، دریافتند که رواناب این حوضه‌ها از حالت مالتی‌فرکتالی برخوردار می‌باشند. آنان بیان کردند پارامترهای فرکتال که مهمترین آنها توان مقیاس نامیده می‌شود مشخصه پروسه رواناب بوده که حاصل ترکیب تمامی پروسه‌های غیرخطی دخیل در تبدیل بارش به رواناب می‌باشد.

در ادامه ابتدا روابط متداول منحنی‌های IDF ارائه شده و سپس تئوری عدم تغییرپذیری مقیاس زمانی بارش ارائه خواهد شد.

معادلات متداول برای منحنی‌های IDF بصورت زیر می‌باشد:

$$i = \frac{a}{d + b} \quad (1)$$

$$i = \frac{a}{d^e} \quad (2)$$

$$i = \frac{a}{d^e + b} \quad (3)$$

اگر از طرفین رابطه فوق گشتاور مرتبه q گرفته شود، خواهیم داشت.

$$E(I_d^q) = \lambda^{-H_q} E(I_{\lambda d}^q) \quad (11)$$

در رابطه‌ی فوق، H_q نمایه مقیاس برای گشتاور مرتبه q می‌باشد. اگر از رابطه‌ی فوق لگاریتم بگیریم، مشخص می‌گردد که H_q به ازای q معین، شبیه خط رگرسیونی $\log E(I_{\lambda d}^q)$ در برابر لگاریتم پارامتر مقیاس، $\log \lambda$ است.

تغییرات H_q نسبت به q نشان دهنده خصوصیات مقیاس زمانی بارش است. بطوریکه اگر تغییرات H_q نسبت به q ثابت باشد، H_q تابع خطی از q بوده و نشان دهنده عدم تغییرپذیری مقیاس زمانی^۳ بارش می‌باشد. ولی چنانچه تغییرات H_q نسبت به q ثابت نباشد، H_q تابع غیرخطی از q بوده و دلالت بر چند مقیاسی^۴ بودن بارش دارد(شکل ۱).

Menabde *et al.*, (1999) با بررسی تئوری اشکال خود متشابه (یا خود تکرار) دریافت، در حالتی که عدم تغییرپذیری مقیاس زمانی در داده‌های بارش وجود داشته باشد آنگاه:

$$\mu_d = \lambda^{-H} \mu_{\lambda d} \quad (12)$$

$$\sigma_d = \lambda^{-H} \sigma_{\lambda d} \quad (13)$$

در رابطه فوق، μ_d و σ_d به ترتیب مقدار میانگین و انحراف معیار شدت بارش با دوام d می‌باشد.

اگر داده‌های شدت بارش دارای توزیع فراوانی تجمعی F باشد، آنگاه شدت بارش با دوام d و دوره‌ی بازگشت T ، $i_{d,T}$ ، بر اساس رابطه‌ی چو (۱۹۶۴) به صورت زیر قابل تعریف است.

$$i_{d,T} = \mu_d + K_T \sigma_d = \mu_d + \sigma_d F^{-1}(1 - \frac{1}{T}) \quad (14)$$

در این قسمت منحنی‌های IDF بر اساس تئوری مقیاس زمانی بارش ارائه خواهد شد. متغیر تصادفی I_d که نشان دهنده ماقزیم شدت سالانه بارش با دوام d است، بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$I_d = \max_{\text{over one year}} \left[\frac{1}{d} \int_{1-d/2}^{1+d/2} x(\xi) d\xi \right] \quad (7)$$

در رابطه فوق (ξ) تابع پیوسته شدت بارش و d دوام بارش می‌باشد. متغیر تصادفی I_d به عنوان ماقزیم مقدار میانگین متحرک (ξ) در عرض d تعریف می‌شود که دارای یک توزیع احتمالاتی تجمعی می‌باشد.

$$\Pr(I_d \leq i) = F_d(i) = 1 - \frac{1}{T(i)} \quad (8)$$

Menabde *et al.*, (1969) Burlando and Rosso (1999) بر اساس آنالیز اشکال خود متشابه (فرکتال‌ها) دریافتند، متغیر تصادفی I_d هنگامی دارای مشخصه‌های مقیاس زمانی می‌باشد که در رابطه‌ی زیر صدق کند.

$$I_d = \left(\frac{d}{D} \right)^H I_D \quad (9)$$

در رابطه فوق، I_D : ماقزیم شدت سالانه بارش با دوام D ، H : نمایه مقیاس^۱ می‌باشد. رابطه فوق نشان می‌دهد که توزیع فراوانی بارش به ازای دوام‌های مختلف دارای توزیع فراوانی یکسانی می‌باشند.

اگر نسبت $\frac{d}{D}$ با پارامتر λ (که فاکتور مقیاس^۲ نامیده می‌شود) نشان داده شود، معادله فوق بشکل زیر در خواهد آمد.

$$I_d = \lambda^{-H} I_{\lambda d} \quad (10)$$

¹ Scaling exponent

² Scaling factor

نوع آن توزیع گامبل و توزیع مقادیر حدی تعمیم یافته است.

رابطه (۱۶) جهت استخراج روابط منحنی‌های IDF ایستگاه هواشناسی ساوه بکار برده شده که نتایج آن در بخش بعد ارائه می‌شود.

نتایج

جهت ساخت منحنی‌های IDF به کمک خصوصیت مقیاس زمانی بارش، ابتدا باید نوع مقیاس زمانی داده‌ها مشخص شود که می‌توان از نوع ساده و یا چند مقیاسی باشد. بر اساس آمار موجود، برای تمام سال‌های آماری، مقادیر حداقل شدت بارش‌های سالانه در دوام‌های مختلف استخراج گردیده و گشتاورهای مرتبه ۱، ۲، ...، ۵ آنها محاسبه شد. گشتاورهای مرتب مختلف در مقابل دوام بارش‌ها در نموداری لگاریتمی ترسیم گردید که در شکل ۲ نمایش داده شده است. نمایه مقیاس برای رتبه Hq و q شبیه خط رگرسیونی بین داده‌های گشتاور مرتبه q و دوام بارش می‌باشد که از شکل (۲) قابل محاسبه است. نمودار نمایه مقیاس، Hq ، در برابر q برای ایستگاه باران‌سنج مورد مطالعه محاسبه و در شکل (۳) ارائه گردید. همان طور که در شکل (۳) مشاهده می‌شود رابطه بین Hq و q خطی می‌باشد یعنی تغییرات Hq نسبت به q ثابت است که این نشان دهنده عدم تغییرپذیری مقیاس زمانی بارش است. بنابراین می‌توان از رابطه (۱۵)، که نتیجه عدم تغییرپذیری مقیاس زمانی بارش است، جهت استخراج منحنی‌های IDF استفاده کرد.

با جایگزینی روابط (۱۲) و (۱۳) در رابطه‌ی فوق و با ضرب و تقسیم کردن آن، در d^{-H} خواهیم داشت:

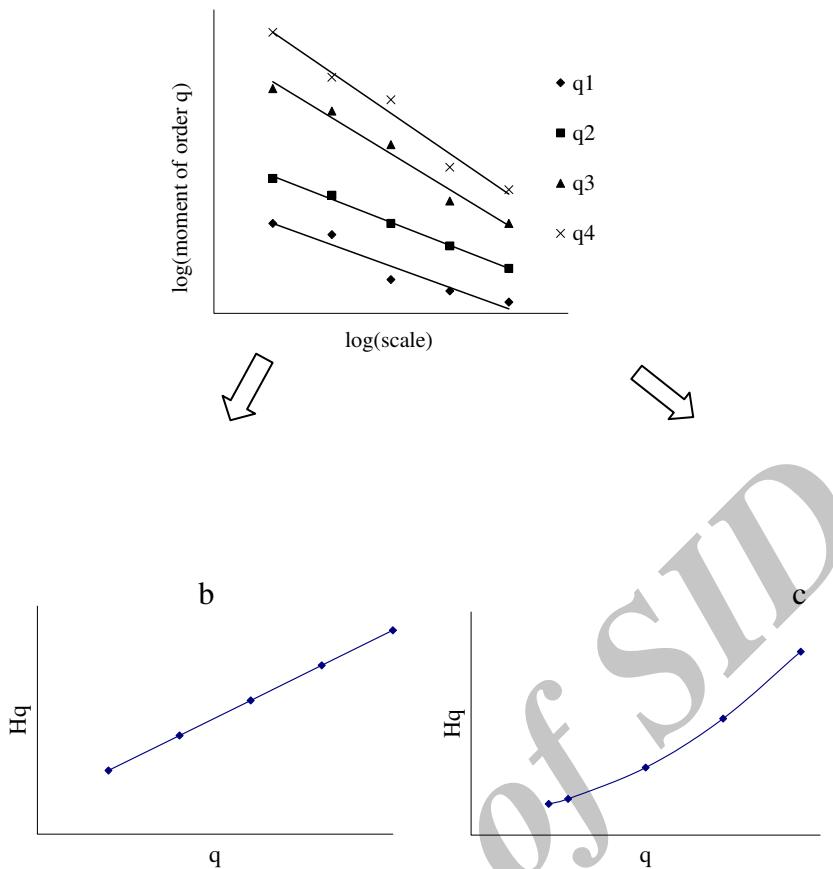
$$i_{d,T} = \frac{\mu_{\lambda d} (d\lambda)^{-H} + \sigma_{\lambda d} (d\lambda)^{-H} F^{-1} (1 - \frac{1}{T})}{d^{-H}} \quad (15)$$

در رابطه‌ی فوق، $\mu_{\lambda d}$ و $\sigma_{\lambda d}$ ضرایب ثابت می‌باشند. با مقایسه‌ی روابط (۴) و (۱۴) مشخص می‌گردد که $\theta = 0$ ، $\eta = -H$ و $w = \mu_{\lambda d} (d\lambda)^{-H} + \sigma_{\lambda d} (d\lambda)^{-H} F^{-1} (1 - \frac{1}{T})$ همانطور که قبل اشاره شد w تابعی از دوره بازگشت، T ، است.

اگر λd برابر ۲۴ فرض شود آنگاه رابطه‌ی (۱۴) بصورت زیر ساده می‌شود.

$$i_{d,T} = \frac{\mu_{24} (24)^{-H} + \sigma_{24} (24)^{-H} F^{-1} (1 - \frac{1}{T})}{d^{-H}} \quad (16)$$

در رابطه فوق، شدت بارش با دوام d و دوره بازگشت T ، $i_{d,T}$ ، تابعی از مشخصات بارش ۲۴ ساعته (μ_{24} و σ_{24}) می‌باشد. بنابراین می‌توان با استفاده از رابطه فوق، که نتیجه تئوری عدم تغییرپذیری مقیاس زمانی بارش است، از روی داده‌های روزانه بارش، منحنی‌های IDF را ساخت. جهت تکمیل شدن توضیحات رابطه (۱۶) باید گفت، F تابع توزیع احتمالاتی تجمعی شدت بارش می‌باشد که مهمترین



شکل ۱: a: لگاریتم گشتاورهای مرتبه q شدت بارش، H_q در برابر لگاریتم مقیاس (دوم بارش)
b: رابطه خطی H_q و q نشان دهنده عدم تغییرپذیری مقیاس زمانی بارش (مقیاس ساده) است
c: رابطه غیر خطی خطی H_q و q نشان دهنده چند مقیاسی بود بارش است.

داده‌های حداکثر شدت سالانه بارش ۲۴ ساعته ایستگاه هواشناسی ساوه با استفاده از آزمون کای اسکور از توزیع احتمالاتی گامبل تعیین می‌کنند. مقدار $F^{-1}(1 - \frac{1}{T})$ برای تابع گامبل برابر $\ln(-\ln(1 - \frac{1}{T}))$ می‌باشد.

$$i_{d,T} = \frac{2.77 - 0.84 \ln(-\ln(1 - \frac{1}{T}))}{d^{0.67}} \quad (18)$$

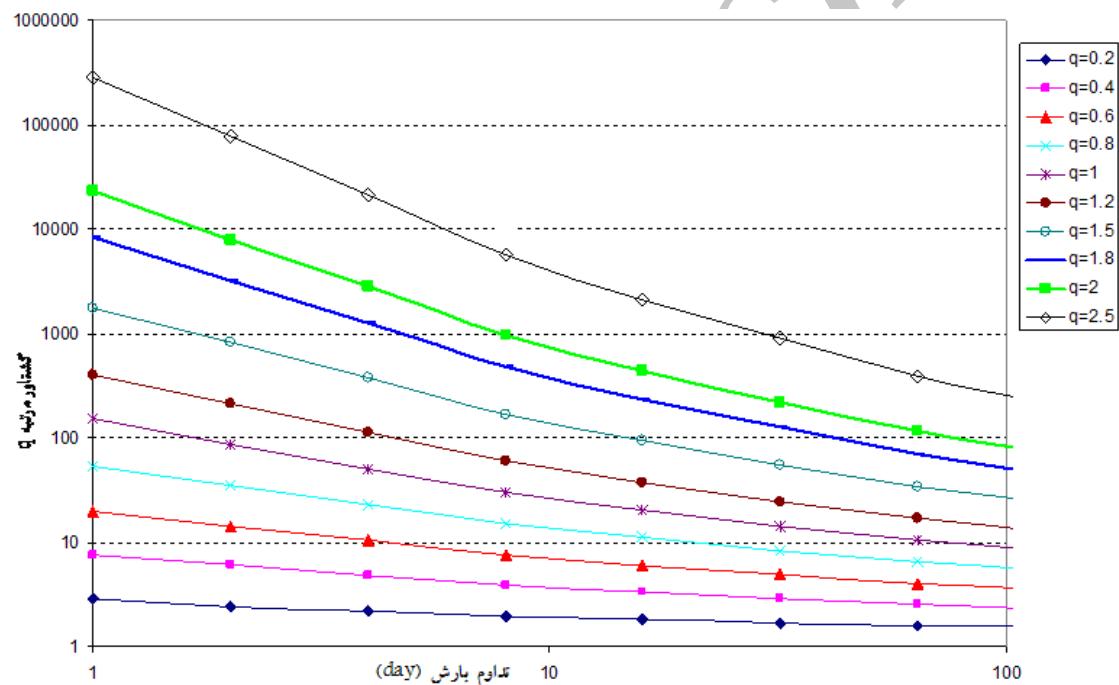
رابطه (۱۸) فرمول منحنی‌های شدت - مدت - فراوانی بارش ایستگاه هواشناسی ساوه می‌باشد که از روی داده‌های حداکثر بارش ۲۴ ساعته به روش عدم تغییرپذیری مقیاس زمانی بارش ساخته شده است.

شیب خط رگرسیونی بین نمایه مقیاس، H_q و رتبه گشتاور، q ، در شکل (۳) برابر -0.67 می‌باشد که این همان مقدار پارامتر H می‌باشد که در رابطه (۱۶) مورد استفاده قرار می‌گیرد. مقدار متوسط و انحراف معیار شدت بارش‌های ۲۴ ساعته ایستگاه هواشناسی ساوه بترتیب برابر 105 و 32 میلی‌متر بر ساعت می‌باشد. رابطه (۱۶) به ازای این اعداد به صورت زیر در می‌آید.

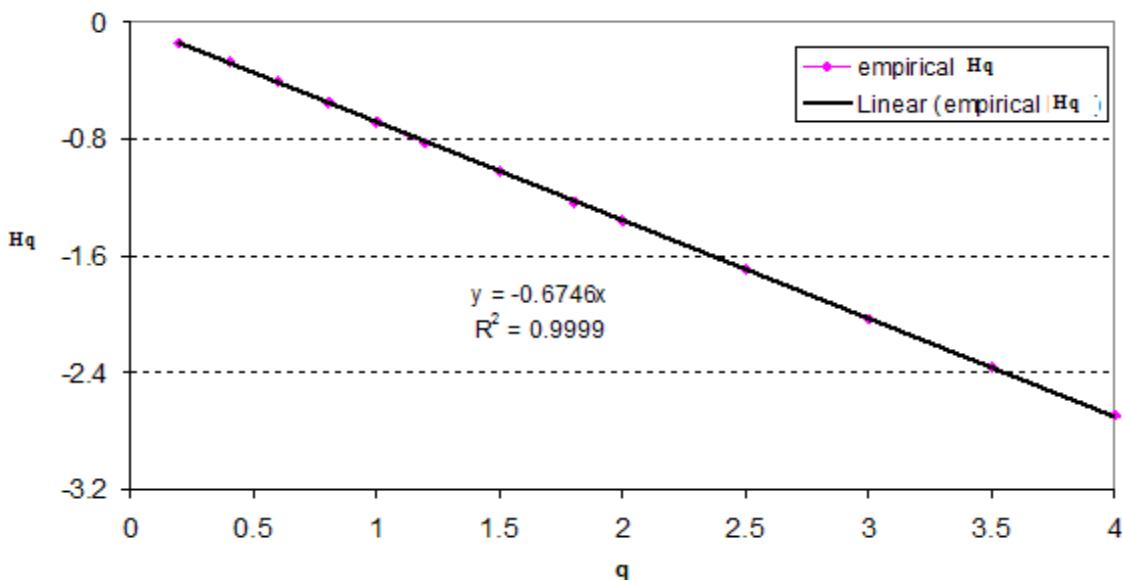
$$i_{d,T} = \frac{2.77 + 0.84 F^{-1}(1 - \frac{1}{T})}{d^{0.67}} \quad (17)$$

لازم به ذکر است که در این تحقیق از روش ویبول جهت محاسبه احتمال تجربی شدت بارش‌های ثبت شده استفاده گردید. در جدول (۱) برای دوره‌های بازگشت مختلف رابطه توانی برای شدت بارش (I_d) نسبت تداوم بارش(d) که از تئوری عدم تعییرپذیری مقیاس (رابطه ۱۸) استخراج شده در دوره‌های بازگشت مختلف ارائه شده است. همانطور که مشاهده می‌گردد توان این روابط حدود ۰/۶۷ می‌باشد که برابر توان مقیاس بدست آمده می‌باشد.

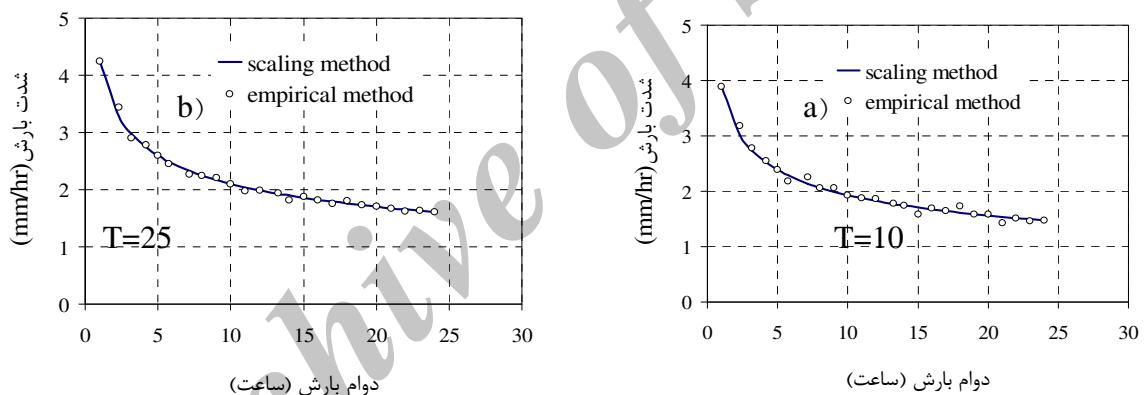
با استفاده از رابطه (۱۸) منحنی‌های IDF برای دوره‌های بازگشت مختلف محاسبه گردید که نمونه‌ی آن در شکل (۴) برای دوره‌های بازگشت ۱۰ و ۲۵ ساله نمایش داده شده است. همان طور که در این شکل قابل مشاهده است، منحنی IDF محاسبه شده با روش خصوصیت مقیاس زمانی بارش بهترین انطباق با داده‌های شدت بارش ثبت شده دارد که این نشان از قابلیت بالای این روش جهت ساخت منحنی‌های IDF می‌باشد.



شکل ۲- روابط بین گشتاور مرتبه^۹ نمونه با دوام بارش



شکل ۳- رابطه بین نمایه مقیاس(Hq) با مرتبه کشتاورها(q)



شکل ۴- a و b بترتیب منحنی‌های IDF برای دوره بازگشت ۱۰ و ۲۵ ساله به روشن خصوصیت مقیاس زمانی و روش تجربی(ویبول)

جدول ۱- رابطه توانی بین شدت بارش(Id) برحسب (mm/day) برای دوره بازگشت‌های مختلف که از تئوری عدم تغییرپذیری مقیاس استخراج شده است

دوره بازگشت T (سال)	رابطه توانی	ضریب همبستگی (R^2)
۲	$I_d = 157 d^{-0.6706}$	۰/۹۹۸۸
۱۰	$I_d = 265 d^{-0.6727}$	۰/۹۹۸۳
۵۰	$I_d = 365 d^{-0.6730}$	۰/۹۹۸۷
۱۰۰	$I_d = 443 d^{-0.6718}$	۰/۹۹۷۱
۵۰۰	$I_d = 503 d^{-0.6710}$	۰/۹۹۹۴

- 3) Bell, F.C. 1969. Generalized rainfall duration frequency relationships. *Journal of Hydraulic Div.*, ASCE, 95(1), PP.311-327.
- 4) Bruno M. Bellin A. Borsato A. 2004. Runoff generation in karst catchment: multifractal analysis. *Journal of Hydrology* 294: 176-195.
- 5) Burlando P., and Rosso, R. 1996. Scaling and multiscaling models of depth – duration – frequency curves for storm precipitation. *Journal of Hydrology*, 187, p. 45-65.
- 6) Chow, V.T. 1964. *Handbook of Applied Hydrology*, McGraw-Hill, New York, pp. 1-1450.
- 7) Isabel M. Lima P. 2008. Runoff from Small basins Studied from a Multifractal view point. Institute of Marine Research – Coimbra Interdisciplinary Center/Forestry Department, ESAC/Polytechnic Institute of Coimbra, Bencanta, 3040-316 Coimbra, Portugal.
- 8) Kothyari, U.C. and Grade, R.J. 1992 Rainfall intensity – duration – frequency formuls for India, *J. Hydr. Engrg.*, ASCE, 118(2), 323-336.
- 9) Koutsoyiannis, D., and Manetas, A. 1998. A mathematical framework for studying rainfall intensity – duration – frequency relationships, *Journal of Hydrology*, 206, pp. 118-135.
- 10) Menabde M., A. Seed and Pegram, G. 1999. A simple scaling model for extreme rainfall. *Water Resources Research*, Vol. 35, No.1, pp.335-339.
- 11) Nhat, L. M., Tachikawa, Y. and Takaka, K. 2006. Establishment of IDF relationships for monsoon areas, Annual of Disas. Prev. Rrev. Inst., Kyoto University, No. 49B, pp. 93-103.
- 12) Nhat L. M. Tachikawa Y. Sayama T. Takara K. 2007. Regional rainfall intensity – duration – frequency relationships for ungauged catchments based on scaling properties. *Prev. Res. Inst.*, Kyoto Univ 50 (B):33-43.
- 13) 12-Poo Sshan Yu, T.C. Yang and Lin, C.S. 2004. "Regional rainfall intensity formulas based on scaling property of rainfall", *Journal of Hydrology*, 295(1-7), pp.108-123.

بحث و نتیجه‌گیری

در این مقاله از تئوری اشکال خود متشابه (و یا تئوری فرکتال) جهت استخراج رابطه‌ی منحنی‌های IDF استفاده شده است. رابطه‌ی ارائه شده دارای سه پارامتر، میانگین بارش ۲۴ ساعته، انحراف معیار بارش ۲۴ ساعته و نمایه مقیاس(H) بوده که این پارامترها مستقل از دوره بازگشت می‌باشند. در روش بکار گرفته شده تنها به کمک این سه پارامتر تمامی منحنی‌های IDF ساخته می‌شود. در حالی که در روش‌های متداول محاسبه منحنی‌های IDF، برای هر منحنی حداقل ۵ پارامتر وجود دارد. از آنجا که کاهش تعداد پارامترها باعث افزایش اعتمادپذیری می‌شود(Nhat et al., 2006) روش بکار گرفته شده دارای اعتمادپذیری زیادتری می‌باشد. در مناطقی که داده‌های بارندگی برای دوام‌های مختلف ثبت نشده است، امکان محاسبه منحنی‌های IDF با روش‌های متداول میسر نمی‌باشد. ولی در چنین مناطقی می‌توان از داده‌های روزانه بارش، که براحتی قابل دسترسی است، استفاده کرد و به کمک خصوصیت عدم تعییرپذیری مقیاس زمانی بارش، منحنی‌های IDF را ساخت. دقت این روش بطور موردنی برای ایستگاه هواشناسی ساوه بکار گرفته شد که نتایج گویای دقت بسیار بالای این روش می‌باشد.

فهرست منابع

- 1) Bara M. 2008. Analysis of short-term rainfall intensities the simple scaling approach. *Proceedings of the 20th Conference of young hydrologists*, SHMI, Bratislava, CD, 10 p.
- 2) Bara M. 2009. Scaling properties of extreme rainfall in Slovakia. *Proceedings of the 11th international science conference of PhD Students*, Juniorstav 2009, VUT Brno, CD, 6 p.

Derivating rainfall intensity – duration – frequency curves from daily data in Saveh hydro-meteorological station

Alireza Zamani Noori^{1*}

1^{*}) Assist. Prof. of Islamic Azad University, Saveh branch, Corresponding author: email: Ar.zamani@iau-saveh.ac.ir

Abstract

One of the most important parameters for design of hydraulic constructions is standard project storm which is derived from IDF curves for specific durations and return periods. The previous methods to estimate IDF curves are time consuming. In addition, they required many input parameters that tend to reduce their reliability. In previous methods, rainfall data should be recorded in different durations to extract the IDF curves. In some regions, only 24-hour rainfall data are recorded that they cannot build the IDF curves. In this study, temporal scaling properties of rainfall were used to extract the IDF curves for short durations from daily rainfall data. The used method has less complex stages and less number of parameters compares to previous methods. The proposed method was used in Saveh hydro-meteorological station as a case study and the results indicated its reasonable accuracy.

Keywords: IDF curve; Standard project storm; temporal scaling properties of rainfall