



روشی سه مرحله‌ای برای بهینه‌سازی سبد سهام با استفاده از سنجه ریسک ارزش در معرض خطر شرطی

سارا نویدی^۱، شکوفه بنی‌هاشمی^{۲*}، مسعود صانعی^۳

- (^۱) فارغ‌التحصیل کارشناسی ارشد، گروه ریاضی، دانشکده علوم پایه، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد تهران مرکزی، تهران، ایران.
(^۲) استادیار، گروه ریاضیات، ریاضیات و علوم کامپیوتر، دانشگاه علامه طباطبایی (ره)، تهران، ایران.
(^۳) دانشیار، گروه ریاضی، دانشکده علوم پایه، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد تهران مرکزی، تهران، ایران.

تاریخ دریافت مقاله: زمستان ۱۳۹۴ تاریخ پذیرش مقاله: بهار ۱۳۹۵

چکیده

برای بهینه‌سازی سبد سهام باید از روش‌های جامعی استفاده کرد. برای این منظور باید به صورت‌های مالی شرکت‌ها، متغیرهای ورودی و خروجی، سنجه ریسک مورد استفاده، تمایلات سرمایه‌گذار و درجه ریسک‌پذیری سرمایه‌گذار توجه کرد. در این مقاله ما با در نظر گرفتن این نکات روشی برای بهینه‌سازی سبد سهام ارائه می‌دهیم. در این راستا، از صورت‌های مالی شرکت‌های سهامی برای غربال کردن شرکت‌ها استفاده می‌کنیم. با توجه به برتری سنجه ریسک ارزش در معرض خطر شرطی، از این سنجه ریسک برای بهینه‌سازی سبد سهام، استفاده می‌کنیم. برای اینکه بتوانیم کارایی شرکت‌ها را بدست آوریم، باید از تحلیل پوششی داده‌ها استفاده کنیم. اکثر مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها فقط داده‌های مثبت را می‌پذیرند، در حالی که اکثر داده‌ها (مخصوصاً در بحث مالی) منفی هستند. بنابراین ما مدل‌های میانگین شارپ - بتا ارزش در معرض خطر شرطی و میانگین شارپ - بتا ارزش در معرض خطر شرطی چند هدفه را براساس مدل اندازه جهت مبنایی ارائه می‌دهیم. این مدل‌ها هم داده‌های مثبت و هم داده‌های منفی را می‌پذیرند. با استفاد از مدل تصمیم‌گیری چند هدفه به سرمایه‌گذاران اختیار می‌دهیم آنگونه که ترجیح می‌دهند سرمایه‌شان را به سهام شرکت‌های موجود در سبد اختصاص دهند. در آخر روش ارائه شده را مرحله به مرحله روی بازار بورس ایران اجرا می‌کنیم.

واژه‌های کلیدی: بهینه‌سازی سبد سهام، تحلیل پوششی داده‌ها، تصمیم‌گیری چند هدفه، ارزش در معرض خطر شرطی، داده‌های منفی.

۱- مقدمه

داده‌های منفی را نرمال‌سازی می‌کنند و از مدل BCC استفاده می‌کنند (هانگ (۲۰۱۵)). نرمالسازی داده‌ها ممکن است باعث ایجاد تغییر در نتایج بدست آمده شود، همچنین ممکن است برخی از داده‌ها را نتوان نرمالسازی کرد. بنابراین بهتر است به جای نرمال‌سازی از مدل‌هایی که داده منفی می‌پذیرند استفاده کنیم.

به‌طور کلی ریسک به دو دسته مطلوب و نامطلوب تقسیم می‌گردد. ریسک مطلوب شامل فرصت‌های ارزشمند سرمایه‌گذاری می‌شود که افزایش بازدهی مالی را به همراه دارد اما ریسک نامطلوب بیانگر احتمال زیان است یعنی آن دسته از مشاهداتی که بازده شان کمتر از حداقل بازده قابل قبول می‌باشد. با توجه به تعریف ریسک مطلوب و نامطلوب، می‌توان گفت سنج ریسک واریانس که در مدل مارکوویتز به‌عنوان ریسک در نظر گرفته شده است، شامل هر دو دسته ریسک مطلوب و نامطلوب می‌باشد. یکی از سنج‌های ریسک نامطلوب که اولین بار توسط باومل (۱۹۶۳) مطرح گردید، ارزش در معرض خطر (VaR) نام دارد. از مزایای این معیار می‌توان گفت ریسک سید را در یک عدد خلاصه می‌کند. این سنج ریسک، روی بازده سبدهایی که ریسک زیادی دارند تمرکز می‌کند. VaR بیانگر حداکثر زیان مورد انتظار یک سرمایه‌گذار، ناشی از انتخاب یا نگهداری سبدهای سهام مختلف در بازه زمانی مشخص در سطح اطمینان معین است. با وجود مزیت‌های VaR، این سنج ریسک دارای دو نقطه ضعف عدم جمع‌پذیری و عدم تحدب می‌باشد (آرتزتر (۱۹۹۷، ۱۹۹۹)). راکفلر و اوریسو (۲۰۰۲، ۲۰۰۰) سنج ریسک ارزش در معرض خطر شرطی (CVaR)^۹ را بیان کردند. CVaR به صورت میانگین ضررهای بیشتر از VaR تعریف می‌شود.

یکی از مسائل مهمی که از گذشته توجه سرمایه‌داران را به خود جلب کرده است انتخاب و مدیریت سید سهام برای سرمایه‌گذاری است. اولین مدلی که برای حل این مسائل ارائه شد، مدل مارکوویتز یا همان میانگین واریانس (MV)^۱ است که توسط هری مارکوویتز (۱۹۵۲) بیان شد. در این مدل بازده سید، میانگین بازده سهام‌های موجود در سید و ریسک، انحراف معیار بازده سید است. مارکوویتز معتقد بود سرمایه‌گذاران خواهان بیشترین بازده و کمترین ریسک هستند. در مدل مارکوویتز رابطه بین ریسک و بازده با یک منحنی به نام مرز کارا نشان داده می‌شود. هیچ نقطه‌ای روی این مرز با داشتن ریسک یکسان، بازده بیشتری ندارد و برعکس (با داشتن بازده یکسان، ریسک کمتری ندارد).

از آنجا که اکثر سرمایه‌گذاران هر دو هدف متضاد در تصمیم‌گیری از قبیل بازده و ریسک را به‌طور هم‌زمان در نظر می‌گیرند، پس می‌توان مساله انتخاب سید سهام را به‌عنوان یک مساله تصمیم‌گیری چند هدفه (MODM)^۲ در نظر گرفت و از مدل‌های آن برای حل مسائل تصمیم‌گیری مالی استفاده کرد. همچنین ما از MODM برای تخصیص سرمایه به سهام شرکت‌های موجود در سید استفاده می‌کنیم.

با استفاده از علم تحلیل پوششی داده‌ها (DEA)^۳ می‌توان کارایی شرکت‌های سهامی را محاسبه کرد، سپس سهام شرکت‌های کارا را برای تشکیل سید انتخاب کرد. برای این منظور می‌توان هر شرکت را به‌عنوان یک واحد تحت ارزیابی (DMU)^۴ در نظر گرفت. برای استفاده از مدل‌های DEA به ورودی و خروجی نیاز داریم. (به طور مثال ریسک را ورودی و بازده را خروجی در نظر بگیرید) اکثر مدل‌های DEA برای زمانی که داده‌های مثبت و منفی وجود دارد، قابل استفاده نیستند. مانند مدل CCR (چارز و کوپر و رودز (۱۹۷۸)) و مدل BCC (بنکر و کوپر و رودز (۱۹۸۴)). به‌عنوان راه حل، افراد زیادی مدل‌هایی ارائه دادند که هم داده‌های مثبت و هم داده‌های منفی را می‌پذیرد. مانند پورتلا (۲۰۰۴) مدل (RDM)^۵ شارپ (۲۰۰۶) مدل (MSBM)^۶ امروز نژاد (۲۰۱۰) مدل (SORM)^۷. برخی از افراد به جای استفاده از این مدل‌ها،

1. Mean-Variance
2. Multi Objective Decision Making
3. Data Envelopment Analysis
4. Decision Making Unit
5. Rang Directional Measure
6. Modified Slacks Based Measure
7. Semi Oriented Radial Measure
8. Value at Risk
9. Conditional Value at Risk

فرض کنید n تعداد دارایی‌های مختلف، $r_{R_i R_j}$ ، $\sigma_{R_i} \sigma_{R_j}$ برابر کوواریانس بین بازده دارایی i و j ، μ_i بازده مورد انتظار دارایی i و R_f بازده بدون ریسک باشد. همچنین متغیر تصمیم λ_i نشان دهنده نسبت سرمایه i ام که سرمایه‌گذاری شده است، می‌باشد. مدل مارکوویتز برای مساله انتخاب سبد سهام به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} \text{Min } z = & \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j r_{R_i R_j} \sigma_{R_i} \sigma_{R_j} \\ \text{s. t. } & \sum_{i=1}^n \lambda_i \mu_i \geq R_f \\ & \sum_{i=1}^n \lambda_i = 1 \\ & 0 \leq \lambda_i \leq 1 \quad i = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (1)$$

هدف پیدا کردن یک سبد سهام با حداقل واریانس است که باید بازده مورد انتظار مربوطه بیشتر از مقدار از پیش تعیین شده باشد مثل R_f (نرخ بازده بدون ریسک). همچنین مجموع نسبت سرمایه اختصاص داده شده به تمام سهام‌ها باید برابر با ۱ باشد و نسبت سرمایه اختصاص داده شده به هر سهام، باید در محدوده [۰ و ۱] باشد. اما شارپ (۱۹۶۳) معتقد بود که ریسک تنها مربوط به سطح ارتباط خطی بین بازده مورد انتظار هر سهام و بازده مورد انتظار بازار است. بنابراین شارپ (۱۹۷۱) مدل خود را برای حل مساله انتخاب سبد سهام پیشنهاد داد. بیشتر محققان بر این باورند که اندازه‌گیری مرسوم ریسک عیناً نگرانی سرمایه‌گذار را منعکس نمی‌کند. سرمایه‌گذاران در واقع بیشتر نگران ریسک نامطلوب هستند. ناوروکی (۱۹۹۹) به مروری بر توسعه و مسائل مربوط به اندازه‌گیری ریسک نامطلوب و به بررسی کاربردهای مختلف اندازه‌گیری ریسک نامطلوب در حالات متفاوت پرداخت. آنها نتیجه گرفتند که نیم واریانس و ارزش در معرض خطر، از معمول‌ترین اندازه‌گیری‌های ریسک نامطلوب مورد استفاده و تشکیل دهنده تئوری سبد سهام هستند. برای تعمیم مدل مارکوویتز چند محدودیت مانند کاردنالیته و کران محدودیت‌ها، به مدل اضافه شد تا منعکس‌کننده واقعیت شود. محدودیت کاردنالیته تعداد دارایی مجاز در یک سبد سهام را محدود می‌کند، در حالی که کران محدودیت‌ها مقدار

به خاطر مزیت‌های CVaR مثل تحدب، این سنجه ریسک بسیار محبوب گشته است (فلاگ (۲۰۰۰)، اگریچاک و راشچنسکی (۲۰۰۲)). در این مقاله ما از سنجه ریسک CVaR استفاده کرده‌ایم تا کاربردی‌تر باشد. صورت‌های مالی یک شرکت قدرت تجارت آن شرکت را بیان می‌کند و اطلاعات بسیار مهمی را برای سرمایه‌گذاران دارد. همچنین برای پیش‌بینی قیمت سهام از صورت‌های مالی شرکت‌ها استفاده می‌شود. این صورت‌های مالی می‌تواند به شدت با عملکرد قیمت سهام همبستگی داشته باشد. افراد زیادی در مطالعات و تحقیقات خود از صورت‌های مالی شرکت‌ها استفاده کردند مانند چنگ (۲۰۰۰)، فرناندز و گومز (۲۰۰۷)، کاناس (۲۰۰۱)، گراهام (۲۰۰۲). در این مقاله ما از صورت‌های مالی شرکت‌ها به‌عنوان عاملی برای غربالگری استفاده می‌کنیم.

در ادامه به مروری بر مسائل انتخاب سبد سهام، مدل مارکوویتز، تحلیل پوششی داده‌ها، مساله تصمیم‌گیری چند هدفه، تعریف ارزش در معرض خطر و ارزش در معرض خطر شرطی می‌پردازیم. سپس مراحل روش پیشنهادی را به‌طور کامل شرح می‌دهیم. همچنین مثالی تجربی از روش ارائه شده روی بازار بورس ایران ارائه می‌دهیم و نتایج بدست آمده را مورد بررسی قرار می‌دهیم.

۲- پیشینه تحقیق

۲-۱- مساله انتخاب سبد سهام

تئوری سبد سهام اولین بار توسط هری مارکوویتز در سال ۱۹۵۲ مطرح شد. از برجسته‌ترین نکات مورد توجه در مدل مارکوویتز، توجه به ریسک سرمایه‌گذاری نه تنها براساس انحراف معیار یک سهام، بلکه براساس ریسک مجموعه سرمایه‌گذاری است. یعنی سبد‌های کارا، سبدهایی هستند که بالاترین بازدهی مورد انتظار را به ازای سطح مشخصی از ریسک و همچنین پایین‌ترین درجه ریسک را به ازای سطح مشخصی از بازدهی مورد انتظار داشته باشند.

اطمینان حاصل شود که با حل کردن مدل، در سطح ورودی‌ها و خروجی‌های DMU بهبود حاصل شود. نقطه ایده‌آل I در حضور داده‌های منفی به صورت زیر است:

$$I = \left(\max_j \{y_{rj} : r = 1, \dots, s\}, \min_j \{x_{ij} : i = 1, \dots, m\} \right) \quad (2)$$

بردارهای جهت به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$R_{io} = x_{io} - \min_j \{x_{ij} : j = 1, \dots, n\}, \quad i = 1, \dots, m \quad (3)$$

$$R_{ro} = \max_j \{y_{rj} : j = 1, \dots, n\} - y_{ro}, \quad r = 1, \dots, s \quad (4)$$

مدل مطرح شده به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} & \text{Max } \theta \\ & \text{s.t. } \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} \leq x_{io} - \theta R_{io} \\ & i = 1, \dots, m \\ & \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} \geq y_{ro} + \theta R_{ro} \\ & r = 1, \dots, s \\ & \sum_{j=1}^n \lambda_j = 1 \\ & \lambda_j \geq 0 \quad j = 1, \dots, n \end{aligned} \quad (5)$$

بردارهای جهت به گونه‌ای هستند که در هر سطحی می‌توانند بیشینه بهبود را به‌وجود آورند. همچنین مدل ارائه شده میزان بهبود در سطح یک نقطه را نسبت به کاراترین واحدها در هر سطح (ورودی و خروجی) می‌سنجد. θ میزان عدم کارایی را نشان می‌دهد به همین دلیل از شاخص $1 - \theta$ برای سنجش کارایی بدست آمده از مدل RDM استفاده می‌کنیم. مقدار $1 - \theta$ هیچ‌گاه از یک بیشتر نمی‌شود و زمانی که برابر ۱ باشد بیانگر این است که DMU مورد نظر همان نقطه بهینه است.

۲-۳- تصمیم‌گیری چند هدفه

زمانی که در تصمیم‌گیری چندین هدف وجود دارد (که معمولاً برخی با هم در تضادند) و باید آنها را به‌طور همزمان در نظر گرفت، از روش‌های MODM استفاده می‌شود. زیرا MODM بر این باور است که تک هدفه

پولی را که در هر یک از دارایی‌ها سرمایه‌گذاری می‌شود، محدود می‌کند (چنگ (۲۰۰۰)، برنک (۲۰۰۹)، فرناندز و گومز (۲۰۰۷)، شارف (۲۰۰۲) مدل‌های خود را برای حل این مسائل پیچیده ارائه دادند). لوزا (۲۰۱۱) چندین مدل انتخاب سبد سهام چند مرحله‌ای برای کاهش ابعاد سبد با در نظر گرفتن منابع متفاوت ریسک با روش‌های ابتکاری برای حل این مدل پیچیده، پیشنهاد داد.

۲-۲- تحلیل پوششی داده‌ها

برای اولین بار فارل از برنامه‌ریزی خطی جهت ارزیابی کارایی نسبی واحدهای تصمیم‌گیرنده (DMUها) استفاده کرد. مفهوم تحلیل مرزی که توسط فارل (۱۹۵۷) پیشنهاد شد، اساس DEA را شکل می‌دهد. بعد از آن با توسعه DEA دو تا از معروف‌ترین و پرکاربردترین مدل‌ها یعنی مدل CCR توسط چارز و کوپر و رودز (۱۹۷۸) و مدل BCC توسط بنکر و کوپر و رودز (۱۹۸۴) ارائه شدند. هدف از DEA شناسایی DMUای است که با مصرف کمترین ورودی بیشترین خروجی را تولید می‌کند، چنین DMUای کارا در نظر گرفته می‌شود. با برنامه‌های کاربردی مالی روش DEA محققان معمولاً کارایی مدیریتی یک شرکت را با استفاده از صورت‌های مالی نشان اندازه‌گیری می‌کنند. برای مثال در استفاده از بعضی از نسبت‌های مالی به‌عنوان ورودی‌ها و خروجی‌ها، DEA را می‌توان برای ارزیابی کارایی بانک‌ها و اتحادیه‌های اعتباری مورد استفاده قرار داد (یه (۱۹۹۶)، پیل و پرادی (۲۰۰۲)). باسو و فوناری (۲۰۰۱) با استفاده از شاخص‌های عددی عملکرد شرکت‌های سرمایه‌گذاری و DEA، مجموعه‌ای از شرکت‌های سرمایه‌گذاری متقابل^۱ را رتبه بندی کردند. پس می‌توان از DEA به‌عنوان یک روش موثر برای انتخاب سبد سهام استفاده کرد.

۲-۲-۱- مدل اندازه جهت مبنایی

در مدل‌های رایج تحلیل پوششی داده‌ها بردارهای ورودی و خروجی مقادیر منفی نمی‌پذیرند. این در حالی است که در دنیای واقعی بردارهای ورودی و خروجی می‌توانند منفی نیز باشند. پورتالا (۲۰۰۴) مدل RDM را ارائه داد. در این مدل جهت‌ها به گونه‌ای تعریف می‌شوند تا

1. Mutual fund

و سرمایه ثانویه P_{t+k} باشد. احتمال اینکه سرمایه‌گذار ضرر کند برابر:

$$p(-\Delta_k P_t < VaR) = \alpha \quad (۶)$$

که در آن $\Delta_k P_t = P_{t+k} - P_t$ و $1 - \alpha$ مقدار خطا می‌باشد. روش‌های متفاوتی برای محاسبه (VaR) توسط افراد مختلف ارائه شده است. مانند سیلوپول و گرنجر (۲۰۰۱)، چن و تنگ (۲۰۰۵)، جانگ و کانگ (۲۰۰۹)، شامبورگ (۲۰۱۲).

در سنجه ریسک ارزش در معرض خطر نرمال بودن توزیع داده‌ها مهم نیست. همین امر باعث شده تا بسیاری از محققان از این سنجه برای اندازه‌گیری ریسک استفاده کنند. اما از آنجایی که این سنجه ریسک دارای محدودیت‌هایی مانند عدم تحذب می‌باشد، سنجه ریسک ارزش در معرض خطر شرطی بیان شد. در این سنجه ریسک نیز نرمال بودن توزیع داده‌ها مهم نیست و کمبودهای ارزش در معرض خطر (عدم تحذب) رفع شده است. همان‌طور که گفته شد CVaR میانگین ضررهای بیشتر از VaR است. به خاطر مزیت‌های این سنجه ریسک بسیاری از محققان در مبحث مالی از این سنجه ریسک استفاده کرده‌اند. مانند جان و حافیض (۲۰۰۶)، هانگ (۲۰۰۸)، ژو و فوکوشیما (۲۰۰۹)، یاو (۲۰۱۱)، سویک (۲۰۱۱)، کلارو و پینهو (۲۰۱۲).

۳- روش کار

روشی که در اینجا به ارائه آن می‌پردازیم شامل سه مرحله می‌باشد. در مرحله اول کلیه شرکت‌های سهامی با استفاده از صورت‌های مالی‌شان غربال می‌شوند. سهام شرکت‌های قبول شده در آزمون به‌عنوان کاندید برای سبد سهام در نظر گرفته می‌شوند و به مرحله دوم فرستاده می‌شوند. در مرحله دوم از مدل‌هایی که ارائه می‌کنیم، برای اندازه‌گیری کارایی نسبی هر یک از شرکت‌ها استفاده می‌کنیم. سهام شرکت‌هایی که نمره کارایی‌شان ۱ هست، برای تشکیل سبد سهام انتخاب می‌شوند. در مرحله سوم با استفاده از مدل MODM به تخصیص سرمایه به سهام شرکت‌های انتخاب شده در سبد می‌پردازیم.

بودن در تصمیم‌گیری‌ها به ندرت در دنیای واقعی اتفاق می‌افتد. از این‌رو به دنبال یک راه‌حل رضایت بخش و توافقی باتوجه به اولویت‌های تصمیم‌گیرنده است (نه یک جواب بهینه). اولین بار مارکوویتز (۱۹۵۲) مساله مدیریت سبد سهام را به صورت یک مساله MODM معمولی با دو هدف قراردادی بازده و ریسک مطرح کرد. ماهیت چند بعدی تصمیم‌گیری‌های مالی پیش از این مورد تاکید محققانی بوده که به ضرورت رسیدگی به مشکلات مالی در زمینه‌ای گسترده‌تر و واقعی‌تر توجه می‌کردند و تمام عامل‌های مربوط درگیر را در نظر می‌گرفتند (زلنی (۱۹۸۲)، زاپوندیس (۱۹۹۹)). اگرچاک (۲۰۰۰) مدل برنامه‌ریزی خطی چند معیاره را پیشنهاد داد که براساس کار شارپ (۱۹۷۱) برای حل مساله‌ی انتخاب سبد سهام است. ستوئر و پل (۲۰۰۳) بررسی جامعی از MODM برای مسائل و مشکلات در سرمایه‌گذاری را ارائه دادند. سابو (۲۰۰۵) مدل خود را ارائه داد که در آن بازده را حداکثر، واریانس و ارزش در معرض خطر سبد سهام (VaR) را حداقل می‌کند.

در این مقاله ما از MODM در مدل پیشنهادی میانگین شارپ - بتا ارزش در معرض خطر شرطی چند هدفه استفاده کردیم تا بتوانیم به طور هم‌زمان میانگین و نسبت شارپ سبد را بیشینه، ضریب بتا و ریسک سبد (ارزش در معرض خطر شرطی) را کمینه کنیم. همچنین از مدل MODM برای تعیین میزان تخصیص سرمایه به سهام شرکت‌های موجود در سبد نیز استفاده کرده‌ایم.

۲-۴- ارزش در معرض خطر و ارزش در معرض خطر شرطی

همان‌طور که گفته شد، VaR بیانگر حداکثر زیان مورد انتظار یک سرمایه‌گذار، ناشی از انتخاب یا نگهداری سبدهای مالی مختلف در بازه زمانی مشخص در شرایط عادی بازار، در سطح اطمینان معین است. به بیان ساده‌تر سرمایه‌گذار، α درصد اطمینان دارد که طی k روز آتی قطعاً بیشتر از مبلغ VaR متحمل زیان نخواهد شد. همان‌طور که بیان شد، معیار VaR دارای دو پارامتر افق زمانی k و سطح اطمینان α است، فرض کنید سرمایه اولیه P_t

خالص است. نحوه محاسبه آن به صورت زیر است:

$$(۹) \quad \text{سود خالص} = \frac{\text{سود خالص}}{\text{کل فروش}} = \text{حاشیه سود خالص}$$

این نسبت نشان می‌دهد که از یک دلار فروش شرکت، چه مقدار آن به سود خالص تبدیل شده است. به‌عنوان مثال اگر شرکت دارای حاشیه سود خالص ۳۰ درصد باشد، به این معنا است که از ۱ دلار فروش محصولات شرکت ۳۰ سنت سود خالص به دست آورده است.

۳-۲- ساختن سبد سهام

شرکت‌های سهامی که در مرحله قبل غربال شدند، در این مرحله به‌عنوان کاندیدهایی برای ساخت سبد در نظر گرفته می‌شوند. در این مرحله کاندیدها به‌عنوان DMUهای مدل DEA در نظر گرفته می‌شوند. سپس کارایی هر یک از کاندیدها مشخص می‌شود و شرکت‌های کارا برای ساخت سبد انتخاب می‌شوند. در این قسمت ما مدل‌هایمان را برای اندازه‌گیری کارایی، ارائه می‌دهیم. اما قبل از آن به ارائه چند تعریف می‌پردازیم.

تعریف ۳-۲-۱: فرض کنید سبد سهامی متشکل از n دارایی مالی باشد و λ_i میزان سرمایه اختصاص داده شده به دارایی i ام باشد. مجموعه سبدهای قابل قبول عبارتند از:

$$(۱۰) \quad \phi = \left\{ \lambda_i \in \mathbb{R}^n ; \sum_{i=1}^n \lambda_i = 1, \lambda_i \geq 0 \right\}$$

بازده سبد برابر است با:

$$(۱۱) \quad r(\lambda) = \sum_{i=1}^n \lambda_i r_i$$

بازده مورد انتظار این سبد برابر است با:

$$(۱۲) \quad E(r(\lambda)) = \sum_{i=1}^n \lambda_i E(r_i)$$

تعریف ۳-۲-۲: فرض کنید $f(\lambda, r)$ تابع زبان یک سبد دارایی با بردار تصمیم‌گیری $\lambda \in \phi \subset \mathbb{R}^n$ که

۳-۱- غربال‌گری شرکت‌های سهامی

از آنجا که حرکت قیمت سهام، به‌شدت در ارتباط با عملکرد مالی شرکت‌ها در زمان حال و آینده است، استفاده از صورت‌های مالی شرکت‌ها یک روش موثر برای پاسخ به این سوال است: عملکرد کدام شرکت‌ها در دراز مدت کارا است؟

در این مقاله ما از سه پارامتر بازده حقوق صاحبان سهام (ROE)^۱ و بازده دارایی (ROA)^۲ و حاشیه سود خالص (GNP)^۳ برای هدف غربال‌گری شرکت‌های سهامی استفاده می‌کنیم.

۳-۱-۱- بازده حقوق صاحبان سهام

بازده حقوق صاحبان سهام میزان کارایی یک شرکت در خلق سود خالص برای سهام‌داران را بررسی می‌کند. در واقع این نسبت بیان می‌کند که شرکت سهامی به ازاء هر یک واحد سرمایه‌گذاری سهام‌داران، به چه میزان سود خالص برای آنها کسب می‌کند. نحوه محاسبه آن به صورت زیر است:

$$(۷) \quad \text{بازده حقوق صاحبان سهام} = \frac{\text{سود خالص}}{\text{حقوق صاحبان سهام}}$$

در این رابطه بازده بدست آمده از تمام منابع متعلق به سهام‌داران است. این رابطه به سرمایه‌گذاران اجازه می‌دهد تا ببینند چگونه به‌طور موثر پول آنها در شرکت سرمایه‌گذاری شده، استفاده می‌شود.

۳-۱-۲- بازده دارایی

بازده دارایی چگونگی سودآوری شرکت از کل دارایی‌های آن شرکت را نشان می‌دهد. بازده دارایی، یک ایده درباره مدیریت کارآمد در رابطه با چگونگی استفاده از دارایی‌ها در جهت تولید سود را بیان می‌کند. نحوه محاسبه آن به‌صورت زیر است:

$$(۸) \quad \text{بازده دارایی} = \frac{\text{سود خالص}}{\text{میانگین کل دارایی‌ها}}$$

۳-۱-۳- حاشیه سود خالص

یکی از نسبت‌های سودآوری شرکت‌ها حاشیه سود

1. Return On Equity
2. Return On Assets
3. Gross Net Profit

ضریب بتا می‌تواند به عنوان شاخصی برای رتبه‌بندی ریسک دارایی‌های مختلف قرار بگیرد. بدین صورت که اگر ضریب بتا برای یک دارایی بیشتر از یک باشد، نوسانات بازدهی آن دارایی بیشتر از نوسانات بازار خواهد بود و به آن دارایی پر ریسک گفته می‌شود. به عکس اگر ضریب بتا برای یک دارایی کمتر از یک باشد، نوسانات بازدهی آن دارایی کمتر از نوسانات بازار خواهد بود و به آن دارایی کم ریسک گفته می‌شود. ضریب بتای صفر نیز نشان دهنده بی‌تفاوتی و استقلال تغییرات بازده شرکت مورد نظر، نسبت به بازده بازار می‌باشد. ضریب بتا به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\beta_i = \frac{Cov(R_i, R_m)}{Var(R_m)} \quad (20)$$

که در آن R_i بازده سهام i و R_m بازده بازار می‌باشد.

تعریف ۳-۲-۴: نسبت شارپ را که نسبت بازده به تغییرپذیری (RVAR) نیز می‌گویند، بازده اضافی به دست آمده در هر واحد از ریسک ($\mu_p - R_f$ = صرف ریسک) است. نسبت شارپ بیان می‌کند که آیا بازدهی بدست آمده از سرمایه‌گذاری در یک سبد با ریسک بالا بدست آمده یا خیر. هر اندازه میزان این معیار بالاتر باشد نشان می‌دهد که بازدهی بدست آمده با تقبل ریسک کمتری بوده است. رابطه آن به صورت زیر است:

$$RVAR = \frac{\mu_p - R_f}{\sigma_p} \quad (21)$$

که در این رابطه μ_p بازده مورد انتظار و σ_p انحراف معیار بازده سبد می‌باشد. R_f نرخ بازده بدون ریسک است.

تعریف ۳-۲-۵: مرز کارایی ضعیف به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\begin{aligned} \Delta^w(\phi) = \{ & (\mu, RVAR, \beta, CVAR) \in S; \\ & (-\mu', -RVAR', \beta', CVAR') < \\ & (-\mu, -RVAR, \beta, CVAR) \Rightarrow \\ & (\mu', RVAR', \beta', CVAR') \notin S \} \end{aligned} \quad (22)$$

حاوی وزن‌های متناظر با هر یک از دارایی‌ها است و بردار تصادفی $r \in \mathbb{R}^n$ که بازده‌های حقیقی N دارایی مورد نظر برای تشکیل سبد دارایی می‌باشد و $\mathbb{P}(0)$ یک تابع چگالی پیوسته مرتبط با احتمال توزیع بازده‌ها می‌باشد. برای یک سبد دارایی مفروض λ ، احتمال اینکه تابع زیان کمتر از آستانه Γ باشد، به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\psi(\lambda, \Gamma) := \mathbb{P}(f(\lambda, r) \leq \Gamma)$$

VaR مرتبط با سبد دارایی معین λ با سطح اطمینان مشخص α ($0 < \alpha < 1$) کوچکترین Γ است که در $\psi(\lambda, \Gamma) \geq \alpha$ صدق می‌کند. که این یعنی:

$$VaR_\alpha(\lambda) := \inf\{\Gamma \in \mathbb{R}, \psi(\lambda, \Gamma) \geq \alpha\} \quad (14)$$

از آنجایی که $\psi(\lambda, \Gamma)$ طبق فرض پیوسته می‌باشد، داریم:

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(f(\lambda, r) \leq VaR_\alpha(\lambda)) &= \\ \psi(\lambda, VaR_\alpha(\lambda)) &= \alpha \end{aligned} \quad (15)$$

به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\begin{aligned} CVaR_\alpha(\lambda) &:= E[f(\lambda, r) | f(\lambda, r) \geq \\ VaR_\alpha(\lambda)] &= \frac{1}{1-\alpha} \int_{VaR_\alpha(\lambda)}^{+\infty} xp(x) dx \end{aligned} \quad (16)$$

راکفلر و اوروسو (۲۰۰۰، ۲۰۰۲) CVaR را به صورت زیر بیان کردند:

$$CVaR_\alpha(\lambda) = \min_{\Gamma} F_\alpha(\lambda, \Gamma) \quad (17)$$

که در آن $F_\alpha(\lambda, \Gamma)$ با در نظر گرفتن $(x)^+ = \max\{x, 0\}$ ، به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$F_\alpha(\lambda, \Gamma) := \Gamma + \frac{1}{1-\alpha} E[(f(\lambda, r) - \Gamma)^+] \quad (18)$$

همچنین آنها رابطه زیر را اثبات کردند:

$$\min_{\lambda \in \Phi} CVaR_\alpha(\lambda) = \min_{(\lambda, \Gamma) \in \Phi \times \mathbb{R}} F_\alpha(\lambda, \Gamma). \quad (19)$$

تعریف ۳-۲-۳: ضریب بتا شاخصی برای اندازه‌گیری هم‌نوایی حرکت یک شرکت با حرکت کل بازار است.

مدل MOMSh β CV به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad & \frac{1}{4}\theta_1 + \frac{1}{4}\theta_2 + \frac{1}{4}\theta_3 + \frac{1}{4}\theta_4 \\ \text{s. t.} \quad & E(r(\lambda)) \geq \mu_o + \theta_1 R_{\mu_o} \\ & RVAR(r(\lambda)) \geq RVAR_o + \theta_2 R_{RVAR_o} \\ & \beta(r(\lambda)) \leq \beta_o - \theta_3 R_{\beta_o} \\ & CVaR(r(\lambda)) \leq CVaR_o - \theta_4 R_{CVaR_o} \\ & \sum_{i=1}^n \lambda_i = 1 \\ & 0 \leq \lambda_i \leq 1 \quad i = 1, \dots, n \end{aligned} \quad (26)$$

طرز کار این دو مدل مانند مدل RDM است. زمانی که مقدار θ برای یک DMU برابر صفر باشد به این معنا است که آن DMU کارا است. به عبارت دیگر $1 - \theta$ مقدار کارایی را نشان می‌دهد.

توابع چند هدفه در تعیین جهت بهینه انعطاف‌پذیرتر از توابع تک هدفه هستند. تابع چند هدفه در اینجا برای به حداکثر رساندن θ در جهت‌های میانگین، نسبت شارپ، ضریب بتا و ارزش در معرض خطر شرطی به‌طور جداگانه، تلاش می‌کند. تفاوت اصلی این دو مدل در این است که DMU ای که در مدل MSh β CV کارا بدست آمده روی مرز کارایی ضعیف قرار دارد اما DMU ای که در مدل MOMSh β CV کارا بدست آمده روی مرز کارایی قوی قرار دارد. ما با قرار دادن ارزش در معرض خطر شرطی و ضریب بتا به‌عنوان ورودی‌ها و بازده مورد انتظار و نسبت شارپ به‌عنوان خروجی‌های این دو مدل، کارایی شرکت‌های سهامی را بدست می‌آوریم و شرکت‌های کارا را برای ساخت سبد انتخاب می‌کنیم.

۳-۳- تخصیص سرمایه

در این مرحله به تخصیص سرمایه به سهام شرکت‌های موجود در سبد، با استفاده از مدل MODM می‌پردازیم. این مدل در تلاش است تا به یک جواب توافقی که بیشتر نزدیک به جواب ایده‌آل مثبت (PIS)¹ و کمتر نزدیک به جواب ایده‌آل منفی (NIS)² باشد، برسد. از آنجایی که بازده و ریسک مهم‌ترین اهداف یک سرمایه

تعریف ۳-۲-۶: مرز کارایی قوی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\begin{aligned} \Delta^s(\phi) = \{ & (\mu, RVAR, \beta, CVaR) \in S; \\ & (-\mu', -RVAR', \beta', CVaR') \leq \\ & (-\mu, -RVAR, \beta, CVaR) \text{ and} \\ & (-\mu', -RVAR', \beta', CVaR') \neq \\ & (-\mu, -RVAR, \beta, CVaR) \Rightarrow \\ & (\mu', RVAR', \beta', CVaR') \notin S\} \end{aligned} \quad (23)$$

در تعاریف ۳-۲-۵ و ۳-۲-۶، μ ، $RVAR$ ، β و $CVaR$ به ترتیب بازده مورد انتظار (میانگین)، نسبت شارپ، ضریب بتا و ارزش در معرض خطر شرطی یک نقطه در ناحیه شدنی S می‌باشد و μ' ، $RVAR'$ ، β' و $CVaR'$ به ترتیب بازده مورد انتظار (میانگین)، نسبت شارپ، ضریب بتا و ارزش در معرض خطر شرطی یک نقطه دلخواه در ناحیه میانگین شارپ - بتا ارزش در معرض خطر شرطی می‌باشد.

تعریف ۳-۲-۷: ما مدل میانگین شارپ - بتا ارزش در معرض خطر شرطی (MSh β CV) و مدل میانگین شارپ - بتا ارزش در معرض خطر شرطی چند هدفه (MOMSh β CV)² را بر مبنای مدل RDM که توسط پورتلا (۲۰۰۴) بیان شده، ارائه می‌کنیم:

فرض کنید $DMU_o = (\mu_o, RVAR_o, \beta_o, CVaR_o)$ بردار جهت g به صورت زیر باشد:

$$g = (R_{\mu_o}, R_{RVAR_o}, R_{\beta_o}, R_{CVaR_o}) \in [0, +\infty) \times [0, +\infty) \times [0, +\infty) \times [0, +\infty) \quad (24)$$

مدل MSh β CV به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad & \theta \\ \text{s. t.} \quad & E(r(\lambda)) \geq \mu_o + \theta R_{\mu_o} \\ & RVAR(r(\lambda)) \geq RVAR_o + \theta R_{RVAR_o} \\ & \beta(r(\lambda)) \leq \beta_o - \theta R_{\beta_o} \\ & CVaR(r(\lambda)) \leq CVaR_o - \theta R_{CVaR_o} \\ & \sum_{i=1}^n \lambda_i = 1 \\ & 0 \leq \lambda_i \leq 1 \quad i = 1, \dots, n \end{aligned} \quad (25)$$

1. MeanSharp- β CVaR

2. Multi Objective MeanSharp- β CVaR

معادله فاصله PIS از هدف بازده را اندازه‌گیری می‌کند در حالی که جمله دوم فاصله PIS از هدف ریسک را اندازه‌گیری می‌کند. سرمایه‌گذاران می‌توانند اولویت خود را برای بازده و ریسک با تخصیص وزن‌های مختلف (W_1, W_2) به این دو جمله بیان کنند.

همچنین باید توجه داشت که:

بازده سبد سهام انتخاب شده باید برتر از بازده بدون ریسک (R_f) باشد.

مجموع نسبت سرمایه اختصاص داده شده به تمام سهام‌ها برابر با ۱ باشد.

نسبت سرمایه تخصیص داده شده به هر سهام باید در محدوده $[0, 1]$ باشد.

(مقدار بازده بدون ریسک R_f را از سود بانکی کشور (ایران) در طول دوره مطالعه، انتخاب کردیم)

۴- مطالعه کاربردی

همان طور که در بخش‌های قبل ذکر شده است، روش کار شامل سه مرحله زیر است:

I. غربال‌گری شرکت‌های سهامی و پیدا کردن شرکت‌های کاندید.

II. محاسبه و مقایسه کارایی نسبی هر یک از شرکت‌های کاندید شده با استفاده از مدل‌هایی که در بخش ۳ ارائه داده‌ایم و سپس ساختن سبد سهام.

III. تعیین تخصیص سرمایه به سهام شرکت‌های موجود در سبد با استفاده از مدل MODM.

۴-۱- جمع‌آوری داده‌ها

مجموعه داده‌های مورد استفاده در این قسمت، قیمت روزانه هر واحد از سهام ۴۰ شرکت از بازار بورس ایران در بازه زمانی ۱۳۹۴.۲۶ الی ۱۳۹۵.۲۶ است که از سایت اینترنتی تالار مجازی بورس ایران^۱ جمع‌آوری شده است.

۴-۲- غربال‌گری شرکت‌های سهامی

همان طور که گفته شد، استفاده از صورت‌های مالی

گذار در سرمایه‌گذاری می‌باشند، جواب ایده‌آل مثبت (PIS) را چنین بیان می‌کنیم: یک سبد سهام بتواند به طور هم‌زمان به هر دو هدف یعنی به حداکثر رساندن بازده و به حداقل رساندن ریسک، برسد. به همین ترتیب اگر نتیجه حاصل از یک سبد سهام رسیدن به حداقل بازده و حداکثر ریسک به طور هم‌زمان باشد، آن را جواب ایده‌آل منفی (NIS) می‌نامیم. روش برنامه‌ریزی توافقی توسط زلی (۱۹۷۳) ارائه شد. در این روش فاصله گزینه‌ها از نقطه ایده‌آل تعیین می‌شود و نزدیک بودن یا دور بودن گزینه‌ها نسبت به نقطه ایده‌آل مورد بررسی قرار می‌گیرد. گزینه بهتر گزینه‌ای است که حداقل فاصله را با (PIS) و حداکثر فاصله را با (NIS) داشته باشد. در مدل MODM ارائه شده سرمایه‌گذاران مجاز به تخصیص وزن‌های مختلف برای اهداف بازده و ریسک براساس درجه ریسک‌گریزشان، هستند. فرض کنید:

W_1 : وزن تخصیص داده شده به هدف بازده، W_2 : وزن تخصیص داده شده به هدف ریسک و $W_1 + W_2 = 1$. f^* جواب ایده‌آل مثبت (PIS) و f^- جواب ایده‌آل منفی (NIS) باشد. همچنین داریم:

$$f_1(x) = \sum_{i=1}^n \lambda_i \mu_i \begin{cases} f_1^* = \text{Max} \sum_{i=1}^n \lambda_i \mu_i \\ f_1^- = \text{Min} \sum_{i=1}^n \lambda_i \mu_i \end{cases} \quad (27)$$

$$f_2(x) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j r_{R_i R_j} \sigma_{R_i} \sigma_{R_j} \quad (28)$$

$$\begin{cases} f_2^* = \text{Min} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j r_{R_i R_j} \sigma_{R_i} \sigma_{R_j} \\ f_2^- = \text{Max} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j r_{R_i R_j} \sigma_{R_i} \sigma_{R_j} \end{cases}$$

مدل MODM به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\text{Min} \quad z = W_1 \left(\frac{f_1^* - f_1(x)}{f_1^* - f_1^-} \right) + W_2 \left(\frac{f_2(x) - f_2^*}{f_2^- - f_2^*} \right)$$

$$s. t. \quad f_1(x) \geq R_f \quad (29)$$

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1$$

$$0 \leq \lambda_i \leq 1, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

تابع هدف به عنوان فاصله PIS از هر دو هدف (بازده و ریسک) بیان شده که به عنوان یک سبد مشخص به دنبال نزدیک‌ترین جواب توافقی به PIS است که جواب آن بهترین سبد برای سرمایه‌گذار خواهد بود. جمله اول

1. Positive Ideal Solution
2. Negative Ideal Solution
3. <http://www.irvex.ir/index>

بعد از غربال‌گری شرکت‌ها، از بین ۴۰ شرکت تنها ۱۵ شرکت به عنوان کاندید برای ساخت سبد انتخاب شدند. ۱۵ شرکت انتخاب شده در جدول ۱ پررنگ‌تر نشان داده شده‌اند.

۴-۳- ساختن سبد سهام

برای محاسبه کارایی شرکت‌ها باید ورودی‌ها و خروجی‌ها را مشخص کنیم. در جدول ۲ ورودی‌ها، مقدار ضریب بتا و ارزش در معرض خطر شرطی؛ خروجی‌ها، بازده مورد انتظار و نسبت شارپ هر یک از شرکت‌ها آمده است. ارزش در معرض خطر شرطی برای هر یک از شرکت‌ها در سه سطح اطمینان ۹۰٪، ۹۵٪ و ۹۹٪ محاسبه شده است. برای این محاسبات از نرم افزار مطلب استفاده کرده‌ایم.

شرکت‌ها نشان می‌دهد که کدام شرکت‌ها در دراز مدت کارا هستند. در این قسمت به غربال کردن ۴۰ شرکتی که در بخش ۴-۱ انتخاب شدند، می‌پردازیم. برای این منظور فقط شرکت‌هایی که دارای $ROE > 0$ ، $ROA > 0$ و $GNP > 0$ هستند، به عنوان کاندید برای ساخت سبد انتخاب می‌شوند. بازده حقوق صاحبان سهام سودآوری شرکت برای سهام‌داران را اندازه‌گیری می‌کند. بنابراین شرکتی با $ROE > 0$ بدان معنی است که سرمایه‌گذار از سرمایه‌گذاری روی سهام این شرکت سود کرده است. بازده دارایی نشان دهنده میزان شدت وابستگی بین سرمایه شرکت و صنعت مربوطه است. بنابراین شرکتی که دارای $ROA > 0$ است مورد قبول واقع می‌شود. حاشیه سود خالص نشان‌دهنده بازده، کارایی و هزینه‌های تولید یک شرکت است. در این مورد، سرمایه‌گذار باید برخی از عوامل مهم مانند تغییر شرایط بازار، افزایش شدت رقابت و افزایش هزینه‌ها را نیز در نظر بگیرد.

جدول ۱: نام و نماد شرکت‌های مورد مطالعه

نماد شرکت	نماد شرکت	نماد شرکت	نماد شرکت	نماد شرکت	نماد شرکت	نماد شرکت	نماد شرکت
اکتور	خلنت	ونپرو	خسپا	تکما	دسینا	فرآور	ورنا
دکوثر	تایرا	بکام	پسهند	حکشی	شلعاب	چکارن	اخابر
خزامیا	بالر	کپشیر	شکرین	ونفت	نمرینو	تمحرکه	خرینگ
بترانس	دجابر	سشرق	تاپیکو	خکمک	پاکشو	پاسا	غالبر
پلاسک	چفیر	لخزر	فادز	ختوقا	کسرام	حفارس	پارسیان

جدول ۲: ورودی‌ها و خروجی‌ها

شرکت‌های سهامی	خروجی‌ها		ورودی‌ها			
	نسبت شارپ	بازده مورد انتظار	ارزش در معرض خطر شرطی			ضریب بتا
			۹۹٪	۹۵٪	۹۰٪	
فادز	۳.۹۹۳۵-	۰.۰۰۲۶	۰.۰۴۷۶	۰.۰۴۳۰	۰.۰۳۹۲	۱.۳۴۱۷
اکتور	۱.۱۱۸۷-	۰.۰۰۸۵	۰.۰۵۱۳	۰.۰۴۵۲	۰.۰۳۶۱	۰.۱۰۸۹
دجابر	۵.۹۰۷۸-	۰.۰۰۱۳	۰.۰۹۰۱	۰.۰۳۴۸	۰.۰۲۳۱	۰.۶۳۸۴
دسینا	۵.۹۶۴۸-	۰.۰۰۲۳	۰.۰۹۴۱	۰.۰۳۲۸	۰.۰۱۹۵	۰.۴۹۳۵
پارسیان	۵.۵۸۹۱-	۰.۰۰۱۹	۰.۰۶۸۱	۰.۰۳۹۶	۰.۰۲۶۵	۰.۴۹۰۲
لخزر	۳.۶۸۴۲-	۰.۰۰۱۷	۰.۰۶۵۳	۰.۰۵۱۶	۰.۰۴۷۱	۰.۸۰۷۱
چکارن	۲.۵۰۷۶-	۰.۰۰۰۳	۰.۱۹۴۵	۰.۰۸۰۲	۰.۰۵۸۶	۱.۴۳۰۳
ونفت	۳.۹۹۹۹-	۰.۰۰۰۶	۰.۰۵۷۴	۰.۰۴۹۹	۰.۰۴۵۵	۰.۹۹۵۸
پاکشو	۸.۵۸۱۲-	۰.۰۰۰۹	۰.۰۷۴۹	۰.۰۲۴۵	۰.۰۱۵۰	۰.۳۴۳۴
ورنا	۲.۰۳۱۶-	۰.۰۰۳۰	۰.۰۵۰۶	۰.۰۴۷۱	۰.۰۴۳۳	۱.۵۴۰۴
پسهند	۱.۶۹۶۹-	۰.۰۰۲۹	۰.۳۹۱۴	۰.۱۱۶۳	۰.۰۷۵۵	-۱.۳۶۹۳
تایرا	۲.۲۶۴۸-	۰.۰۰۲۵	۰.۳۴۹۷	۰.۱۰۶۲	۰.۰۶۸۰	-۰.۱۳۰۲
بترانس	۴.۵۸۹۲-	۰.۰۰۲۷	۰.۰۴۷۶	۰.۰۴۲۲	۰.۰۳۴۳	۰.۶۱۲۶
کپشیر	۳.۴۰۷۶-	۰.۰۰۱۱	۰.۱۲۲۷	۰.۰۵۹۹	۰.۰۴۸۱	۰.۷۳۸۱
ختوقا	۰.۰۰۱۰-	۰.۰۰۲۳	۰.۳۰۵۹	۰.۱۰۲۱	۰.۰۷۱۷	۱.۰۴۷۶

همان‌طور که گفته شد، داده‌هایی نظیر بازده مورد انتظار، نسبت شارپ و ضریب بتا مقادیر منفی دارند، پس باید از میان مدل‌های DEA آن‌هایی را انتخاب کنیم که داده‌های مثبت و منفی را می‌پذیرند. بنابراین ما از مدل‌های $MOMSh\beta CV$ و $MSh\beta CV$ که در بخش ۳ ارائه کردیم، برای محاسبه کارایی شرکت‌ها استفاده می‌کنیم. برای محاسبه کارایی شرکت‌ها از نرم افزار

GAMS استفاده کرده‌ایم. نتایج بدست آمده در جدول‌های ۳ و ۴ آمده است. همان‌طور که در بخش ۳ آمده است θ در مدل‌های $MOMSh\beta CV$ و $MSh\beta CV$ مقدار ناکارایی را نشان می‌دهد. بنابراین زمانی یک شرکت کارا است که θ برابر با صفر باشد.

جدول ۳: میزان ناکارایی (θ) شرکت‌های سهامی با استفاده از مدل $MSh\beta CV$

شرکت‌های سهامی	% ۹۰	% ۹۵	% ۹۹
فاذر	۰.۳۴	۰.۲۰	۰.۰۰
آکتور	۰.۰۰	۰.۰۰	۰.۰۰
دجابر	۰.۱۱	۰.۱۱	۰.۲۳
دسینا	۰.۰۰	۰.۰۴	۰.۲۸
پارسیان	۰.۱۲	۰.۱۶	۰.۲۳
لخزر	۰.۳۶	۰.۳۲	۰.۳۴
چکارن	۰.۴۹	۰.۵۲	۰.۵۴
ونفت	۰.۳۸	۰.۳۵	۰.۲۸
پاکشو	۰.۰۰	۰.۰۰	۰.۱۸
ورنا	۰.۲۹	۰.۱۶	۰.۰۸
پسهند	۰.۰۰	۰.۰۰	۰.۰۰
تایرا	۰.۳۰	۰.۳۵	۰.۳۹
بترانس	۰.۲۳	۰.۲۲	۰.۰۰
کپشیر	۰.۳۵	۰.۵۲	۰.۳۹
ختوقا	۰.۰۰	۰.۰۰	۰.۰۰

جدول ۴: میزان ناکارایی (θ) شرکت‌های سهامی با استفاده از مدل $MOMSh\beta CV$

شرکت‌های سهامی	% ۹۰	% ۹۵	% ۹۹
فاذر	۰.۴۲	۰.۳۰	۰.۰۶
آکتور	۰.۰۰	۰.۰۰	۰.۰۰
دجابر	۰.۱۲	۰.۱۲	۰.۵۶
دسینا	۰.۰۰	۰.۰۶	۰.۵۴
پارسیان	۰.۱۶	۰.۲۲	۰.۵۱
لخزر	۰.۵۱	۰.۴۷	۰.۵۱
چکارن	۰.۵۲	۰.۵۳	۰.۵۴
ونفت	۰.۵۱	۰.۴۵	۰.۵۵
پاکشو	۰.۰۰	۰.۰۰	۰.۵۳
ورنا	۰.۳۵	۰.۲۷	۰.۱۱
پسهند	۰.۰۰	۰.۰۰	۰.۰۰
تایرا	۰.۳۵	۰.۳۷	۰.۴۰
بترانس	۰.۲۳	۰.۲۹	۰.۰۰
کپشیر	۰.۴۹	۰.۵۵	۰.۵۴
ختوقا	۰.۰۰	۰.۰۰	۰.۰۰

همان‌طور که گفته شد وزن‌های اختصاص داده شده به اهداف بازده و ریسک به ترجیحات سرمایه‌گذار بستگی دارد. یعنی سرمایه‌گذار با توجه به درجه ریسک‌پذیری یا ریسک‌گریزی می‌تواند اعداد بازه $[0.1, 0.9]$ را به W_1 و W_2 اختصاص دهد. در این جا ما نه تا از مجموعه‌های ترکیب وزنی را مورد آزمایش قرار دادیم.

ترکیب‌های وزنی عبارتند از: (ریسک، بازده) = $(0.1, 0.9)$ ، $(0.2, 0.8)$ ، $(0.3, 0.7)$ ، ...، $(0.9, 0.1)$.

از آنجایی که نتایج بدست آمده از مدل $MOMSh\beta CV$ دقیق‌تر از نتایج بدست آمده از مدل $MSh\beta CV$ است، در نتیجه برای تخصیص سرمایه از نتایج جدول ۴ استفاده می‌کنیم.

هنگام استفاده از مدل‌های $MOMSh\beta CV$ و $MSh\beta CV$ ما داده‌های یکسانی را بکار بردیم. با مقایسه نتایج بدست آمده از جدول‌های ۳ و ۴ درمیابیم که:

ا. جواب‌های بدست آمده از مدل $MOMSh\beta CV$ دقیق‌تر از جواب‌های بدست آمده از مدل $MSh\beta CV$ می‌باشند. (توابع چند هدفه دقیق‌تر از توابع تک هدفه هستند.)

ب. در سنجه ریسک ارزش در معرض خطر شرطی هر چه سطح اطمینان بالاتر باشد، دقت جواب‌ها بیشتر است.

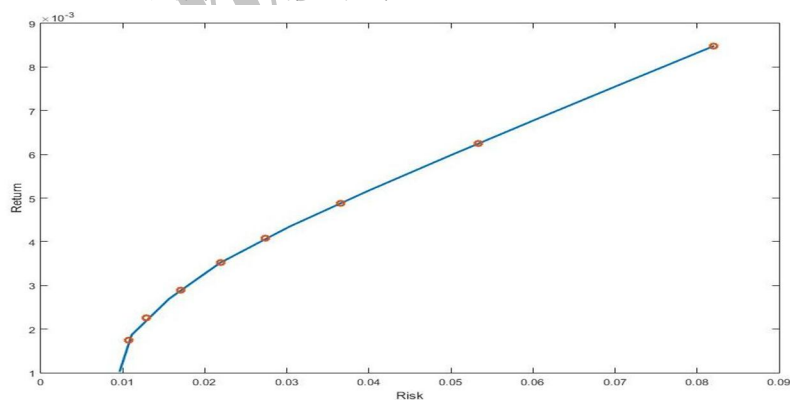
۴-۴- تخصیص سرمایه

در اینجا با استفاده از مدل MODM که در بخش ۳ بیان شد و با کمک نرم افزار GAMS به نحوه تخصیص سرمایه به سهام شرکت‌های موجود در سید می‌پردازیم.

جدول ۵: تخصیص سرمایه برای ۹۰٪ CVaR

شرکت‌های سهامی	(0.1, 0.9)	(0.2, 0.8)	(0.3, 0.7)	(0.4, 0.6)	(0.5, 0.5)	(0.6, 0.4)	(0.7, 0.3)	(0.8, 0.2)	(0.9, 0.1)
آکتور	0.04	0.08	0.13	0.20	0.29	0.42	0.64	1	1
دسینا	0.31	0.55	0.73	0.80	0.71	0.58	0.36	0	0
پاکشو	0.55	0.27	0.14	0	0	0	0	0	0
پسهند	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ختوقا	0	0	0	0	0	0	0	0	0

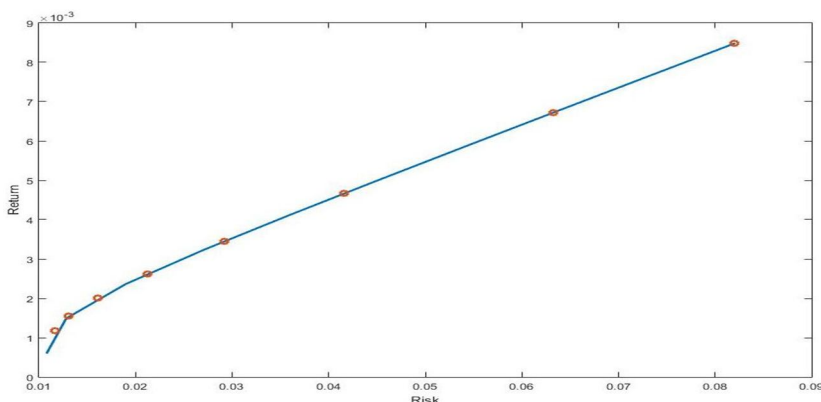
شکل ۱: سبدهای بدست آمده از جدول ۵ روی خم مارکویتر



جدول ۶: تخصیص سرمایه برای ۹۵٪ CVaR

شرکت‌های سهامی	(0.1, 0.9)	(0.2, 0.8)	(0.3, 0.7)	(0.4, 0.6)	(0.5, 0.5)	(0.6, 0.4)	(0.7, 0.3)	(0.8, 0.2)	(0.9, 0.1)
آکتور	0.05	0.09	0.15	0.23	0.34	0.50	0.77	1	1
پاکشو	0.93	0.91	0.85	0.77	0.66	0.50	0.23	0	0
پسهند	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ختوقا	0.02	0	0	0	0	0	0	0	0

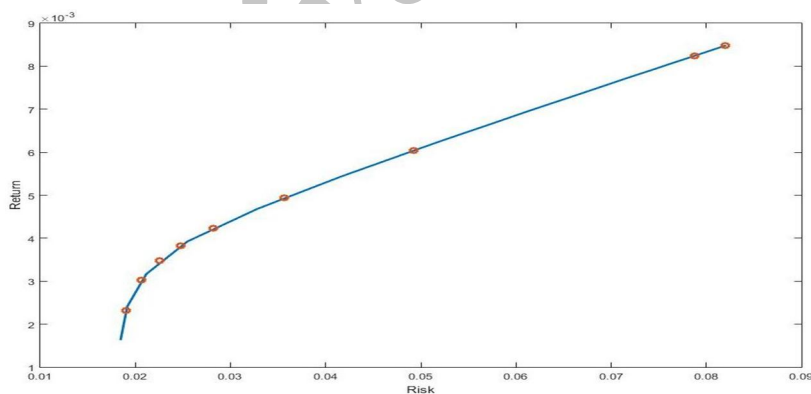
شکل ۲: سبدهای بدست آمده از جدول ۶ روی خم مارکوییتز



جدول ۷: تخصیص سرمایه برای ۹۹٪ CVaR

شرکت‌های سهامی	(۰.۹، ۰.۱)	(۰.۸، ۰.۲)	(۰.۷، ۰.۳)	(۰.۶، ۰.۴)	(۰.۵، ۰.۵)	(۰.۴، ۰.۶)	(۰.۳، ۰.۷)	(۰.۲، ۰.۸)	(۰.۱، ۰.۹)
آکتور	۱	۰.۹۶	۰.۵۸	۰.۳۹	۰.۲۷	۰.۲۰	۰.۱۴	۰.۱۰	۰.۰۶
پسهند	۰.۰۴	۰.۰۸
بترانس	.	۰.۰۴	۰.۴۲	۰.۶۱	۰.۷۳	۰.۸۰	۰.۸۶	۰.۸۶	۰.۸۱
ختوقا	۰.۰۵

شکل ۳: سبدهای بدست آمده از جدول ۷ روی خم مارکوییتز



همان‌طور که در شکل‌های ۱، ۲ و ۳ مشاهده می‌شود تمام سبدهای بدست آمده از جدول‌های ۵، ۶ و ۷، روی خم مارکوییتز قرار دارند. این یعنی با استفاده از مدل MODM می‌توان بهترین سبدها را بدست آورد.

نتیجه‌گیری

در این مقاله ما یک روش جامع برای انتخاب سبد سهام ارائه کردیم که شامل غربال‌گری شرکت‌های سهامی،

همان‌طور که در جدول‌های ۵، ۶ و ۷ مشاهده می‌شود مدل MODM به سرمایه‌گذار اجازه می‌دهد تا آن‌گونه که دوست دارد سرمایه‌اش را در سبد دلخواهش تقسیم کند. به‌طور مثال سرمایه‌گذاری که بسیار ریسک‌پذیر است ترجیح می‌دهد کل سرمایه خود را روی یک شرکت سرمایه‌گذاری کند. در حالی که سرمایه‌گذار بسیار ریسک‌گریز و محتاط سعی می‌کند تا جایی که امکان دارد سرمایه‌اش را بین شرکت‌های بیشتری تقسیم کند.

انتخاب و ساختن سبد سهام و تخصیص سرمایه به شرکت‌های موجود در سبد می‌باشد. در مرحله اول از سه پارامتر مالی بازده حقوق صاحبان سهام، بازده دارایی و حاشیه سود خالص برای غربال کردن شرکت‌های سهامی به عنوان کاندید برای ساخت سبد استفاده کردیم. در مرحله دوم برای محاسبه کارایی شرکت‌ها باید از DEA استفاده می‌کردیم. از آنجایی که داده‌های منفی داشتیم، ما دو مدل $MSh\beta CV$ و $MOMSh\beta CV$ را ارائه کردیم و از آنها برای محاسبه کارایی استفاده کردیم. با مقایسه نتایج بدست آمده از این دو مدل، دریافتیم که جواب‌های بدست آمده از مدل $MOMSh\beta CV$ دقیق‌تر از جواب‌های بدست آمده از مدل $MSh\beta CV$ می‌باشد. در اینجا ما از سنجه ریسک ارزش در معرض خطر شرطی در سه سطح اطمینان ۹۰٪، ۹۵٪ و ۹۹٪ برای هر شرکت استفاده کردیم. نتایج بدست آمده را با هم مقایسه کردیم و دریافتیم که جواب‌های بدست آمده از سطح اطمینان بالاتر دقیق‌تر از جواب‌های بدست آمده از سطح اطمینان پایین‌تر است. شرکت‌های سهامی که با مدل $MOMSh\beta CV$ کارا شناخته شدند، برای ساخت سبد انتخاب شدند. در مرحله سوم با استفاده از مدل $MODM$ این امکان را برای سرمایه گذار فراهم کردیم تا آن‌گونه که دوست دارد سرمایه‌اش را بین سهام شرکت‌های موجود در سبد تقسیم کند. در آخر روش ارائه شده را بر روی ۴۰ شرکت سهامی که از بازار بورس ایران انتخاب شدند، اجرا کردیم و نتایج بدست آمده را به صورت جدول و شکل ارائه دادیم.

به محققین برای تحقیقات بعدی پیشنهاد می‌شود

* از پارامترهای مالی دیگری برای غربال کردن شرکت‌های سهامی استفاده کنند.

* از سنجه‌های ریسک دیگری استفاده کنند.

problem with process flexibility. *Computers and Operations Research*, 39:838–49.

11. Emrouznejad A, (2010), A Semi Oriented Radial Measure for measuring the efficiency of decision making units with negative data using DEA. *European Journal of Operational Research*, 200:297–304.

12. Farrell M, (1957), The measurement of productive efficiency. *Journal of the Royal Statistical Society*, 120A:253–281.

13. Fernandez A, Gomez S, (2007), Portfolio selection using neural networks. *Computers & Operations Research*, 34:1177–1191.

14. Graham C.M, Cannice M.V, Sayre T.L, (2002), The value relevance of financial and non-financial information for Internet companies. *Thunderbird International Business Review*, 44:47–70.

15. Huang C.Y, Chiou C.C, Wu T.H, Yang S.C, (2015), An integrated DEA-MODM methodology for portfolio optimization. *Operational Research International Journal*, 15:115–136.

16. Huang D.S, Zhu S.S, Fabozzi F.J, Fukushima M, (2008), Portfolio selection with uncertain exit time: a robust CVaR approach. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 32:594–623.

17. Jeong S.O, Kang K.H, (2009), Nonparametric estimation of Value at Risk. *Journal of Applied Statistics*, 10:1225–38.

18. John M.M, Hafize G.E, (2006), Applying CVaR for decentralized risk management of financial companies. *Journal of Banking and Finance*, 30:627–44.

19. Kanas A, (2001), Neural network linear forecasts for stock returns. *International Journal of Finance & Economics*, 6:245–254.

20. Lozza S.O, Vitali S, Cassader M, (2013),

فهرست منابع

1. Artzner P, Eber F, Eber J.M, Heath D, (1997), Thinking coherently. *Risk*, 10:68–71.

2. Artzner P, Delbaen F, Eber J.M, Heath D, (1999), Coherent measures of risk. *Mathematical Finance*, 9:203–28.

3. Banker R.D, Charnes A, Cooper W.W, (1984), Some models for estimating technical and scale inefficiencies in Data Envelopment Analysis. *Journal of Management Science*, 30:1078–1092.

4. Basso A, Funari S, (2001), A Data Envelopment Analysis approach to measure the mutual fund performance. *European Journal of Operational Research*, 135:477–492.

5. Baumol W.J, (1963), An expected gain confidence limit criterion for portfolio selection. *Journal of Management Science*, 10:174–182.

6. Branke J, Scheckenbach B, Stein M, Deb K, Schmeck H, (2009), Portfolio optimization with an envelope based multi objective evolutionary algorithm. *European Journal of Operational Research*, 199:684–693.

7. Chang T.J, Meade N, Beasley J, Sharaiha Y, (2000), Heuristics for cardinality constrained portfolio optimization. *Computers & Operations Research*, 27:271–302.

8. Charnes A, Cooper W.W, Rhodes E, (1978), Measuring the efficiency of decision-making units. *European Journal of Operational Research*, 2:429–444.

9. Chen S.X, Tang C.Y, (2005), Nonparametric inference of Value at Risk for dependent financial returns. *Journal of financial econometrics*, 12:227–55.

10. Claro J, Pinho de Sousa J, (2012), A multi objective meta heuristic for a mean – risk multistage capacity investment

- order environment with risks. *Computers and Operations Research*, 38:782–96.
31. Schaerf A, (2002), Local search technique for constrained portfolio selection problems. *Computational Economics*, 20:170–190.
32. Schaumburg J, (2012), Predicting extreme Value at Risk: Nonparametric quantile regression with refinements from extreme value theory. *Computational Statistics and Data Analysis*, 56:4081–4096.
33. Sharpe W.F, (1963), A simplified model for portfolio analysis. *Management Science*, 9:277–293.
34. Sharpe W.F, (1971), A linear programming approximation for the general portfolio analysis problem. *Journal of Financial Economics*, 6:1263–1275.
35. Sharp J.A, Meng W, Liu W, (2006), A modified slacks based measure model for Data Envelopment Analysis with natural negative outputs and inputs. *Journal of the Operational Research Society*, 57:1–6.
36. Silvapulle P, Granger C.W, (2001), Large returns, conditional correlation and portfolio diversification: A Value at Risk approach. *Quantitative Finance*, 10:542–551.
37. Steuer R.E, Paul N, (2003), Multiple criteria decision making combined with finance: a categorized bibliographic study. *European Journal of Operational Research*, 150(3):496–515.
38. Subbu R, Bonissone P, Eklund N, Bollapragada S, Chalermkraivuth K, (2005), Multi objective financial portfolio design: a hybrid evolutionary approach. *IEEE congress on evolutionary computation*.
39. Yau S, Kwon R.H, Rogers J.S, Wu D, (2011), Financial and operational decisions in the electricity sector: contract portfolio optimization with the conditional value-at-risk criterion. *Reward and risk in the fixed income markets*. In: Poloucek S, Stavarek D (eds), *Financial regulation and supervision in the after-crisis period*. Proceedings of 14th international conference on finance and banking, pp 329–340.
21. Markowitz H, (1952), Portfolio selection. *Journal of Finance*, 7(1):77–91.
22. Nawrocki D, (1999), A brief history of downside risk measures. *The Journal of Investing*, 8(3):9–25.
23. Ogryczak W, (2000), Multiple criteria linear programming model for portfolio selection. *Annals of Operations Research*, 97:143–162.
24. Ogryczak W, Ruszczyński A, (2002), Dual stochastic dominance and quantile risk measures. *International Transactions in Operational Research*, 9, 661–680.
25. Pflug G.Ch, (2000), Some remarks on the value-at-risk and the conditional value-at-risk. In: Uryasev S, editor, *Probabilistic Constrained Optimization: Methodology and Applications*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
26. Pille P, Paradi J.C, (2002), Financial performance analysis of Ontario (Canada), Credit Union: an application of DEA in the regulatory environment. *European Journal of Operational Research*, 139:339–350.
27. Portela M.C, Thanassoulis e, Simpson G, (2004), A directional distance approach to deal with negative data in DEA: An application to bank branches. *Journal of the Operational Research Society*, 55(10):1111–1121.
28. Rockfeller T, Uryasev S, (2000), Optimization of conditional value-at-risk. *Journal of Risk*, 2(3):21–4.
29. Rockfeller T, Uryasev S, (2002), Conditional value-at-risk for general loss distribution. *Journal of Banking and Finance*, 26(7):1443–71.
30. Sawik T, (2011), Selection of a dynamic supply portfolio in make-to-

International Journal of Production Economics, 134:67–77.

40. Yeh Q.J, (1996), The application of Data Envelopment Analysis in conjunction with financial ratios for bank performance evaluation. Journal Operational Research Society, 47:980–988.

41. Zeleny M, (1982), Multiple criteria decision making. McGraw-Hill, New York.

42. Zhu S.S, Fukushima M, (2009), Worst-case conditional value-at-risk with application to robust portfolio management. Operations Research, 57(5):1155–68.

43. Zopounidis C, (1999), Multi criteria decision aid in financial management. European Journal of Operational Research, 119:404–415.

44. Zopounidis C, Doumpos M, Zanakis S, (1999), Stock evaluation using a preference disaggregation methodology. Decision Sciences, 30:313–336.

Archive