

## بهینه‌سازی سبد سهام بر مبنای کارایی‌های متقاطع با مدل خطی حداقل ارزش در معرض خطر شرطی

کیخسرو یاکیده<sup>۱\*</sup>، محمدحسن قلی زاده<sup>۲</sup>، مینا کاظمی میانگسگری<sup>۳</sup>

<sup>(۱)</sup> استادیار، دانشکده مدیریت و اقتصاد، دانشگاه گیلان، رشت، ایران

<sup>(۲)</sup> دانشیار، دانشکده مدیریت و اقتصاد، دانشگاه گیلان، رشت، ایران

<sup>(۳)</sup> دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مدیریت و اقتصاد، دانشگاه گیلان، رشت، ایران

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۵/۳/۳۰ تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۵/۶/۲۵

### چکیده

مدل مارکوویتز اولین مدل مدرن بهینه‌سازی سبد سهام است. دو نقص این مدل، یکی اتکا به بازده تاریخی سهام‌ها به عنوان اطلاعات پایه و دیگری استفاده از واریانس به عنوان اندازه ریسک است. از زمانی که مدل مارکوویتز ارائه شده است، تلاش‌های زیادی برای رفع این دو نقص صورت گرفته است. از یک سو چندین شاخص ریسک بهتر معرفی شده و مدل‌های مناسب به منظور تشخیص سبد بهینه سهام، بر مبنای آن‌ها توسعه یافته است و از سوی دیگر ایده استفاده از داده‌های تولید شده به روش تحلیل پوششی داده‌ها به جای بازده تاریخی سهام‌ها ارائه شده است.

در این پژوهش، با بکارگیری مدل خطی حداقل سازی ارزش در معرض خطر شرطی بر روی کارایی‌های متقاطع، بکار رفته تا هر دو پیشرفت در کنار هم جمع شود. کارایی‌های متقاطع با مدل مناسبی به نام مدل دامنه تعدیل شده از میان مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها، ساخته شده است.

عملکرد روش پیشنهادی، سبد بازار به عنوان محک و روش به کارگیری مدل مارکوویتز بر روی کارایی‌های متقاطع بر مبنای شاخص شارپ و با استفاده از بازده واقعی سال بعد هر سبد، در طول سال‌های مطالعه، مقایسه شده است. نتایج از عملکرد مناسب روش پیشنهادی حمایت می‌کند.

**واژه‌های کلیدی:** بهینه‌سازی سبد سهام، ارزش در معرض خطر شرطی (CVaR)، تحلیل پوششی داده‌ها (DEA)، کارایی متقاطع

\*. yakideh@guilan.ac.ir

## ۱- مقدمه

دیگر را فراهم می‌کند و از این جهت منطقی است که ریسک یک سبد دارایی از مجموع ریسک تک تک دارائی‌ها کم‌تر باشد. برخی از پژوهش‌ها نشان داده است که استفاده از معیار ارزش در معرض خطر ممکن است سبب جلوگیری از تنوع سبد سهام شود [۴]. از همین رو در سال‌های اخیر "ارزش در معرض خطر شرطی" در جهت تکامل ارزش در معرض خطر معرفی شده است، در عین حال که مزیت‌های معیار ارزش در معرض خطر را دارد، از معایب آن بر حذر است [۵]. این معیار را با نماد  $CVAR$  نشان می‌دهند. با توجه به مزیت‌های ارزش در معرض خطر شرطی و کاربرد بیشتر آن در سال‌های اخیر، در این پژوهش بر این معیار به‌عنوان شاخص ریسک تمرکز شده است.

راکفلر و اوریسو [۵] در سال ۲۰۰۲ و در تکمیل کار آن‌ها کیسیال [۶] در سال ۲۰۱۵ مدل خطی را برای بهینه‌سازی سبد سهام با در نظر گرفتن معیار ارزش در معرض خطر شرطی بر روی داده‌های تاریخی پیشنهاد کردند که در بخش‌های بعدی به‌طور کامل توضیح داده می‌شود.

اما استفاده از داده‌های تاریخی به‌عنوان نشانگر آینده از جهات مختلفی قابل نقد است و این فرض که آینده به‌طور کامل مطابق نظم موجود در گذشته رفتار کند، فرض باطلی است. برای رفع این مشکل، اولین بار ادرسینگ و ژانگ [۷] در سال ۲۰۰۸ با تکیه بر این واقعیت که نسبت‌های مالی قادرند اطلاعات مفیدی از وضعیت حال و احتمال آتی یک شرکت ارائه دهند، تعدادی از شاخص‌های مالی را به‌عنوان ورودی و خروجی در مدل تحلیل پوششی داده‌ها معرفی کردند و نشان دادند که بین کارایی محاسبه‌شده بر مبنای این شاخص‌ها و بازده شرکت‌ها در ماه‌های آینده همبستگی معناداری وجود دارد.

آن‌ها کارایی را قدرت مالی شرکت‌ها تعبیر کردند. یک تعبیر از کارایی محاسبه شده در تحلیل پوششی داده‌ها ارزیابی خوش‌بینانه شرکت در بهترین شرایط ممکن برای آن شرکت است.

بر این اساس کارایی متقاطع که محاسبه کارایی هر شرکت با وزن‌های بهینه شرکت دیگر است را می‌توان

مسئله بهینه‌سازی سبد سهام، از اوایل سال ۱۹۵۲ مورد توجه محققان قرار گرفته است و انتشار نظریه انتخاب سبد سهام هری مارکوویتز اصلی‌ترین و مهم‌ترین موفقیت در این راستا بوده است. مارکوویتز فرض کرد که سرمایه‌گذاران انتخاب‌های خود را بر مبنای دو معیار متضاد ریسک و بازده انجام می‌دهند. او بازده مورد انتظار هر سهم را میانگین بازده هر سهم و ریسک هر سهم را واریانس بازده هر سهم در دوره‌های گذشته در نظر گرفت و در نهایت بازده سبد سهام و ریسک سبد سهام را به‌صورت ریاضی تعریف کرد [۱]. مارکوویتز توزیع بازده تاریخی را نرمال فرض کرده و بر همین اساس واریانس را شاخص مناسبی برای بیان نوسانات بازده که نشانگر ریسک این داده‌هاست قلمداد نمود. اما با انجام پژوهش‌های جدید، فرض نرمال بودن این توزیع و در نتیجه انتخاب واریانس به‌عنوان معیار مناسب ریسک زیر سؤال رفت. از سوی دیگر، معیار واریانس در مدل مارکوویتز سودهای که فاصله زیادی از میانگین دارند و برای سرمایه‌گذار مطلوب هستند را نیز، به‌عنوان ریسک شناخته و مدل در راستای کاهش آن‌ها حل می‌شود. از این رو معیار جدیدی برای ریسک که بدون توجه به توزیع خاصی از بازده فقط ریسک نامطلوب را بسنجد، برای پژوهش‌گران اهمیت پیدا کرد. معیارهای متفاوتی برای اندازه‌گیری ریسک نامطلوب ارائه شده که مهم‌ترین آن‌ها ارزش در معرض خطر است که نقص‌های واریانس را ندارد، یعنی متکی به توزیع خاصی نیست و فقط نوسانات نامطلوب را بشمار می‌آورد. ارزش در معرض خطر را با نماد  $VAR$  نشان می‌دهند. طبق تعریف، ارزش در معرض خطر، حداکثر مقداری است که زیان سبد سهام برای دوره معین در آینده، با ضریب اطمینان مشخصی، از آن تجاوز نمی‌کند [۲]، اما این معیار با تمام مقبولیت خود، باز نتوانست یک معیار تمام‌عیار برای ریسک باشد. یکی از مشکلات اصلی ارزش در معرض خطر، این است که ریسک یک سبد دارایی، بر اساس این معیار ممکن است از مجموع ریسک تک تک دارایی‌ها، بیش‌تر باشد [۳]. این در حالی است که تنوع در سبد سهام امکان جبران زیان یک سهم توسط سود سهم

## ۲-۱) اندازه‌گیری ریسک

اندازه‌گیری ریسک موضوع مهمی است که در طول سال‌ها پیشرفت‌های قابل توجهی کرده است. مرور مفهوم ریسک در نظریه مارکوویتز، نظریه ارزش در معرض خطر و نیز نظریه ارزش در معرض خطر شرطی فراهایی از تحول این مفهوم را نشان می‌دهد. اما معرفی مفهوم اندازه منسجم ریسک توسط آرتزرن و همکاران [۸] در سال ۱۹۹۸ از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. آن‌ها معیارهای ریسک را تجزیه و تحلیل کرده و در نهایت ۴ ویژگی را برای یک معیار یا اندازه مناسب ریسک تعیین کردند. بر اساس نظر آرتزرن و همکاران [۸] اگر  $X$  و  $Y$  متغیر تصادفی زیان و  $\rho$  تابع ریسک باشد، معیاری منسجم است، که ۴ ویژگی زیر را داشته باشد:

۱- همگنی مثبت<sup>۱</sup>: مقیاس اندازه‌گیری ریسک متناسب با اندازه آن است.

$$\lambda \geq 0, \rho(\lambda X) = \lambda \rho(X) \quad (1)$$

۲- جمع‌پذیری<sup>۲</sup>: تنوع باعث کمتر شدن، ریسک می‌شود.

$$\rho(X + Y) \leq \rho(X) + \rho(Y) \quad (2)$$

۳- یکنواختی<sup>۳</sup>: زیان بیشتر، ریسک بیشتری به همراه دارد و برعکس.

$$X \leq Y \Rightarrow \rho(X) \leq \rho(Y) \quad (3)$$

۴- انتقال یکسان<sup>۴</sup>: افزایش زیان به همان میزان ریسک را زیاد می‌کند برعکس.

$$\rho(X + C) = \rho(X) + C \quad (4)$$

در بخش‌های بعدی بر منسجم بودن معیار ارزش در معرض خطر شرطی در مقایسه با دو معیار واریانس و ارزش در معرض خطر که معیارهای منسجم نیستند تأکید می‌شود.

ارزیابی شرکت در شرایط مختلفی قلمداد کرد که هر یک از آن شرایط، به نفع یکی از شرکت‌ها است. با توجه به این نکته، لیم و اوه و ژوه [۸] در سال ۲۰۱۴ در تکمیل و تصحیح کار ادرسینگ، کارایی متقاطع را به‌عنوان نشانه‌ای از بازده شرکت در شرایط محتمل و مختلف آینده تعبیر کردند و جدول کارایی متقاطع را به‌جای بازده شرکت در دوره‌های گذشته، مبنای محاسبات بهینه‌سازی سید سهام قرار دادند، آن‌ها مدل مارکوویتز را بر روی کارایی متقاطع اجرا کرده و به ساخت سید بهینه سهام پرداختند. بر این اساس می‌توان گفت نقص استفاده از واریانس برای محاسبه ریسک، در کار آن‌ها نیز پا برجاست. در این پژوهش با توجه به تجارب محققان پیشین، روشی جدید برای بهینه‌سازی سید سهام ارائه می‌شود، که در واقع کاربرد مدل خطی ارزش در معرض خطر شرطی بر روی ماتریس کارایی متقاطع است. عملکرد روش پیشنهادی با سید بازار و با روش پیشنهادی لیم، اوه و ژوه یعنی مدل مارکوویتز بر روی کارایی متقاطع، مقایسه می‌شود.

## ۲-۲) مبانی نظری پژوهش

یکی از محورهای مهم در مسئله بهینه‌سازی سید سهام اندازه‌گیری ریسک است. مسئله بهینه‌سازی سید سهام اساساً تعیین میزان هر سهم در سید سهام با دو هدف متعارض حداقل کردن ریسک و حداکثر کردن بازده است. مقداری کردن ریسک از چالش‌های بسیار قدیمی است که ذهن محققان زیادی را به خود مشغول کرده است. به این منظور انواع معیارهای ریسک تاکنون معرفی شده است. اما ریسک تقریباً همیشه در حوزه مالی بر مبنای ارقام حاصل از سوابق بازده تعریف شده است.

در قسمت ۲-۱ به بررسی انواع اندازه‌های ریسک پرداخته می‌شود. قسمت ۲-۲ به بررسی مدل‌سازی ریاضی برای بهینه‌سازی سید سهام بر مبنای انواع معیارهای ریسک تخصیص می‌یابد و قسمت ۲-۳ به معرفی امکانی جدید برای جایگزینی با سوابق بازده به‌عنوان مبنای تعریف ریسک می‌پردازد.

- 1- Positive Homogeneity
- 2- Subadditivity
- 3- Monotonicity
- 4- Translation Equivariance

### ۲-۱-۱) ریسک بر اساس مدل مارکوویتز

مارکوویتز اولین فردی است که استفاده از رابطه میان ریسک و بازده را در قالب تئوری سبد اوراق بهادار تبیین نمود و به واسطه مدل ارائه شده، ریسک برای اولین بار به معیار کمی تبدیل شد. در تئوری مدرن سبد اوراق بهادار، ریسک هر سهم واریانس بازده آن سهم در دوره‌های گذشته و ریسک سبد سهام واریانس بازده آن سبد در دوره‌های گذشته تعریف شد و نشان داده شد که ریسک سبد به کوواریانس سهم‌ها بستگی دارد. ریسک سبد سهام بر اساس نظریه مارکوویتز در رابطه (۵) نشان داده شده است [۱].

$$V_{\Omega} = \text{Min} \sum_{i=1}^n w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{l=1, l \neq i}^n w_i w_l \psi_{il} \quad (5)$$

در رابطه (۵)،  $w_i$  و  $w_l$  وزن هر سهم است در سبد سهام و  $\sigma_i^2$  واریانس بازده سهم،  $\psi_{il}$  کوواریانس دویزه‌دوی بازده سهم‌ها،  $V_{\Omega}$  واریانس سبد سهام است. نظریه مارکوویتز با وجود انقلابی که در مدیریت ریسک و بهینه‌سازی سبد سهام در زمان خودش ایجاد کرد، با برخی نقص‌ها همراه است.

سه نقص مهم در مورد استفاده از معیار واریانس در اندازه‌گیری ریسک سبد سهام عبارت‌اند از:

۱- واریانس تنها برای اندازه‌گیری ریسک در حالتی که توزیع بازده‌ها نرمال (مقارن) باشد مفید است و این در حالی است که بسیاری از پژوهش‌ها نشان می‌دهد که، شکل توزیع داده‌ها دارای دو انتهای ضخیم‌تر نسبت به توزیع نرمال است یا به عبارت دیگر به وجود آمدن سودها و زیان‌های غیرعادی، بیش از آن است که تابع توزیع نرمال پیش‌بینی می‌کند [۱۰].

۲- سودهایی که فاصله زیادی از میانگین دارند و برای سرمایه‌گذار مطلوب هستند، به عنوان ریسک شناخته شده و نامطلوب قلمداد می‌شوند. این در حالی است که از دید سرمایه‌گذاران کسب بازده‌های بزرگ‌تر از بازده مورد انتظار نه تنها نامطلوب شمرده نمی‌شود، بلکه سرمایه‌گذاران از آن، استقبال نیز می‌کنند، خصوصاً در بازارهای پررونق سرمایه‌گذاران در جستجوی کسب بازده‌های بالا هستند.

۳- واریانس یک ریسک منسجم نیست. چون فاقد خواص همگنی مثبت، یکنواختی و انتقال یکسان است.

### ۲-۱-۲) ریسک بر اساس ارزش در معرض خطر

پژوهش‌های جدیدی برای معرفی معیاری کامل برای اندازه‌گیری ریسک انجام شده است، که در آن میان معیار ارزش در معرض خطر مورد استقبال زیادی قرار گرفته است. ارزش در معرض خطر یکی از شاخص‌های مهم ریسک نامطلوب است و نسبت به واریانس، هم‌خوانی بیشتری با ادراک سرمایه‌گذاران دارد و به کارگیری آن مستلزم رعایت فرض‌های خاص در مورد توزیع داده‌ها نیست. از زمانی که گروه مدیریت ریسک جی پی مورگان مدل "ریسک متریکس" را برای اندازه‌گیری ارزش در معرض خطر در سال ۱۹۹۳ توسعه داد، این مدل ابزار اصلی برای اندازه‌گیری ریسک و مدیریت آن محسوب می‌شود. ارزش در معرض خطر که آن را با نماد  $Var$  نشان می‌دهند، بیشترین زیانی است که انتظار داریم پرتفوی موردنظر، در یک افق زمانی تعیین شده و در سطح اطمینان معین، داشته باشد [۲].

به عبارت دیگر حداقل مقداری است که اگر بر روی بازده سبد بگذاریم در سطح اطمینان مشخص، بازده سبد منفی نمی‌شود [۱۱].

اگر بازده احتمالی سبد را با نماد  $E_{\Omega}$  و مقدار عددی ارزش در معرض خطر را با نماد  $\xi$  نشان دهیم، ارزش در معرض خطر سبد در سطح اطمینان  $1 - \alpha$  مطابق رابطه (۶) قابل ارائه است.

$$VaR_{1-\alpha} = \text{Min}\{\xi: P[(\xi + E_{\Omega}) \geq 0] \geq 1 - \alpha\} \quad (6)$$

از مزایای مهم این معیار، بیان ریسک در یک عدد واحد و عینی و قابل درک برای سرمایه‌گذاران است.

با وجود استقبال از معیار ارزش در معرض خطر در محاسبه ریسک، کاستی‌هایی در آن وجود دارد. یک محدودیت مهم این معیار این است که تنها در مورد تجاوز زیان از یک مقدار سخن می‌گوید. مثلاً به ما می‌گوید در نود درصد موارد زیان از  $A$  ریال تجاوز نمی‌کند، ولی

$$CVaR_{1-\alpha}(E_{\Omega}) = E[X: X \geq \xi] \quad (7)$$

یک بیان تئوریک دیگر از ارزش در معرض خطر شرطی را می‌توان در رابطه (۸) دید:

$$CVaR_{1-\alpha}(E_{\Omega}) = \{\xi + E(\text{Max}\{0 - (E_{\Omega} + \xi), 0\})\} \quad (8)$$

در رابطه (۸)، عبارت  $\{\text{Max}\{0 - (E_{\Omega} + \xi), 0\}$  در واقع زیان بیشتر از ارزش در معرض خطر را نشان می‌دهد، اگر بازده سبد بعلاوه ارزش در معرض خطر بتواند جلو زیان را بگیرد و بزرگ‌تر از صفر شود، عبارت  $0 - (E_{\Omega} + \xi)$  منفی شده در نتیجه ماکزیمم بین صفر و عدد منفی، صفر می‌شود. این یعنی زیان‌های بیشتر از ارزش در معرض خطر در آن دوره زمانی اتفاق نیفتاده است. در غیر این صورت، ماکزیمم عبارت، برابر است با  $0 - (E_{\Omega} + \xi)$  که نشان‌دهنده ضرر بیشتر از ارزش در معرض خطر است. اگر بخواهیم برای سبد یک حداقل بازده مورد انتظار  $E_p$  در نظر بگیریم، آنگاه عبارت  $E_p - (E_{\Omega} + \xi)$  میزان بازده کمتر از حداقل بازده مورد انتظار را نشان می‌دهد که با مقدار ارزش در معرض خطر جبران نمی‌شود و رابطه (۸) به شکل رابطه (۹)، بازتعریف می‌شود:

$$CVaR_{1-\alpha}(E_{\Omega}) = \{\xi + E(\text{Max}\{E_p - (E_{\Omega} + \xi), 0\})\} \quad (9)$$

اما رابطه (۹) قابل محاسبه نیست مگر آن‌که توزیع بازده احتمالی سبد  $E_{\Omega}$  با مقادیر واقعی مشخص شود. توضیحات پیش‌تر در قسمت ۲-۲-۳ ارائه می‌شود.

## ۲-۲) بهینه‌سازی سبد سهام با بازده تاریخی سهام‌ها

بهینه‌سازی سبد سهام همواره بر اساس سوابق بازده سهام‌ها و با تعریف دو معیار بازده مورد انتظار و ریسک سبد انجام شده است. مدل مارکوویتز، مدل خطی حداقل ارزش در معرض خطر گوه و ژانگ [۱۱] و مدل خطی حداقل ارزش در معرض خطر شرطی راکفلر و اوربوسو [۳] را می‌توان فرازهایی از پیشرفت در بهینه‌سازی سبد

نمی‌گوید در ده درصد موارد که زیان از  $A$  ریال تجاوز کرد تا چه میزان ممکن است افزایش یابد. ناکامی معیار ارزش در معرض خطر، در احتساب چنین زیان‌های احتمالی، مشکلات قابل ملاحظه‌ای را پدید می‌آورد. به‌عنوان مثال، دو موقعیت که دارای  $Var$  یکسانی هستند، ممکن است به علت‌هایی که بیان گردید در معرض ریسک‌های بسیار متفاوتی باشند.

از طرف دیگر، ارزش در معرض خطر از خاصیت جمع‌پذیری، از جمله ویژگی‌های معیار ریسک منسجم برخوردار نیست. یعنی زمانی که ریسک سبد با ارزش در معرض خطر اندازه‌گیری می‌شود، ریسک مجموع سرمایه‌گذاری‌ها می‌تواند بزرگ‌تر از مجموع ریسک اجزای آن شود و به همین دلیل مدیریت ریسک توسط ارزش در معرض خطر قادر به تحریک تنوع در سبد سهام نیست.

## ۲-۱-۳) ریسک بر اساس ارزش در معرض خطر شرطی

در پاسخ به کاستی‌های ارزش در معرض خطر، مفهوم ارزش در معرض خطر شرطی شکل گرفت.

اکربی و تاسچه [۵] در مقاله خود به نام "ارزش در معرض خطر شرطی؛ جایگزینی منسجم برای ارزش در معرض خطر" این معیار را توسعه دادند تا ویژگی‌های معیار منسجم ریسک را داشته باشد. آن‌ها معیار جدیدی را معرفی کردند که تمام مزیت‌های ارزش در معرض خطر را دارا بوده و درعین حال منسجم نیز هست. ارزش در معرض خطر شرطی، ارزش در معرض خطر بعلاوه میانگین وقوع زیان‌هایی بزرگ‌تر و فراتر از ارزش در معرض خطر است [۲]. این معیار به ما می‌گوید که در حالت‌های بد چه انتظاری داشته باشیم و این که شرایط بد چقدر می‌تواند بد باشد. به عبارت دیگر، این زیان مورد انتظار برابر و یا بالاتر از ارزش در معرض خطر را، در سطح اطمینان مشخصی، برآورد می‌کند.

اگر  $X$  متغیر تصادفی زیان باشد و  $\xi$  مقدار ارزش در معرض خطر سبد سهام با بازده احتمالی  $E_{\Omega}$  در سطح اطمینان  $1 - \alpha$  باشد، از نظر تئوریک ارزش در معرض خطر شرطی سبد با بازده احتمالی  $E_{\Omega}$  در سطح اطمینان

پژوهش‌های زیادی در حل مسئله بهینه‌سازی سبد سهام به پیروی از مدل مارکویتز در داخل و خارج صورت گرفته است.

از آنجاکه این مدل غیرخطی است و برای حل آن روش ثابتی وجود ندارد، بسیاری از پژوهش‌ها، که از آن میان می‌توان به منابع [۱۲]، [۱۳] اشاره کرد، فقط بر شیوه حل این مدل متمرکز شده‌اند.

### ۲-۲-۲) بهینه‌سازی بر مبنای مدل ارزش در معرض خطر

در منابع [۱۴]، [۱۵]، [۱۶]، [۱۷]، [۱۸] روش‌های مختلفی برای برآورد ارزش در معرض خطر ارائه شده است. ولی هیچ‌کدام مدلی برای بهینه‌سازی سبد سهام در چارچوب حداقل‌سازی این معیار ریسک برای بهینه‌سازی سبد سهام ارائه نکرده‌اند. مدلی برای بهینه‌سازی سبد سهام با حداقل‌سازی این معیار ریسک را می‌توان در مقاله گوه و ژانگ [۱۱] یافت که در سال ۲۰۱۲ یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی عدد صحیح مبتنی بر مفهوم ارزش در معرض خطر را بر روی داده‌های تاریخی برای بهینه‌سازی سبد سهام بکار گرفتند. در اینجا به منظور رعایت ایجاز از ارائه این مدل صرف‌نظر می‌شود.

### ۳-۲-۲) بهینه‌سازی بر مبنای مدل ارزش در معرض خطر شرطی

راکفلر و اوربوسو [۳] یک مدل خطی برای بهینه‌سازی سبد سهام، بر اساس تعریف ریاضی ارزش در معرض خطر شرطی ارائه دادند. آن‌ها فرض کردند بازده احتمالی سبد از توزیع یکنواخت گسسته برخوردار است و مجموعه  $T$  بازده سبد مربوط به  $T$  دوره گذشته را می‌توان مقادیری قلمداد کرد که این توزیع را مشخص می‌کند. بنابراین بازده احتمالی سبد که با نماد  $E_{\Omega}$  نشان داده می‌شود، برای هر دوره به شکل رابطه (۱۲) قابل بیان است.

$$E_{\Omega} = \sum_{i=1}^n w_i r_{ij} \quad j=1, \dots, T \quad (12)$$

در رابطه (۱۲)  $w_i$  وزن هر سهم  $i$  و  $r_{ij}$  بازده سهم  $i$

سهام بر مبنای سوابق بازده سهم‌ها قلمداد کرد. در بخش‌های ۲-۲ تا ۳-۲ این موارد بررسی می‌شوند. در بخش ۳-۲ جایگزین مناسبی برای سوابق بازده در بهینه‌سازی سبد سهام مورد بحث قرار می‌گیرد.

### ۱-۲-۲) بهینه‌سازی بر مبنای مدل مارکویتز

در نظریه مارکویتز مدل (۱۰) به منظور تعیین وزن‌های بهینه سهم‌ها طراحی و معرفی شده که در آن وزن‌های بهینه با حداقل‌سازی واریانس سبد سهام ضمن رعایت حد قابل‌قبولی برای بازده سبد، مشخص می‌شوند. در مدل (۱۰) که یکی از ویرایش‌های مدل مارکویتز است این حد قابل‌قبول به صورت درصد  $1 - \gamma$  از حداکثر بازده مورد انتظار ممکن تعریف شده است.

$$V_{\Omega} = \text{Min} \sum_{i=1}^n w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{l=1, l \neq i}^n w_i w_l \psi_{il} \quad (10)$$

$$\text{st:}$$

$$\sum_{i=1}^n w_i \bar{r}_i \geq (1 - \gamma) E_{\Omega}^m$$

$$\sum_{i=1}^n w_i = 1$$

$$w_i \geq 0$$

در این مدل  $\bar{r}_i$  میانگین بازده هر سهم و  $E_{\Omega}^m$  حداکثر بازده مورد انتظار ممکن سبد سهام است و عبارت  $E_{\Omega}^m (1 - \gamma)$  حداقل بازده مورد انتظار سبد را در قالب سهمی از حداکثر بازده مورد انتظار ممکن نشان می‌دهد. با توجه به این‌که بازده سبد، جمع وزنی بازده سهم‌ها فرض شده است،  $E_{\Omega}^m$  می‌تواند با استفاده از مدل (۱۱) محاسبه شود و با در نظر گرفتن  $\gamma$  مناسب در مدل (۱۰) جایگذاری گردد.

$$E_{\Omega}^m = \text{Max} \sum_{i=1}^n w_i \bar{r}_i \quad (11)$$

$$\text{st:}$$

$$\sum_{i=1}^n w_i = 1$$

$$w_i \geq 0$$

$$\text{Min } C \text{VaR}_{1-\alpha} = \xi + \frac{1}{\alpha T} \sum_{j=1}^T y_j$$

st:

$$y_j + \left( \sum_{i=1}^n w_i r_{ij} + \xi \right) \geq E_P$$

$$j = 1, \dots, T \quad (17)$$

$$\sum_{i=1}^n w_i \bar{r}_i \geq E_P$$

$$\sum_{i=1}^n w_i = 1$$

$$w_i, y_j \geq 0$$

در این پژوهش با استفاده از این مدل خطی ارزش در معرض خطر شرطی ولی با انجام تبدیلاتی به بهینه‌سازی سبد سهام پرداخته می‌شود.

### ۳-۲ تحلیل پوششی داده‌ها، کارایی‌های متقاطع، جایگزین بازده تاریخی

با برطرف کردن نقص معیار اندازه‌گیری ریسک در مدل مارکوویتز، مشکل دیگر و شاید مهم‌تر، که بر همه مدل‌های بهینه‌سازی سبد سهام وارد است، همچنان پابرجاست و آن مبنای محاسبات بازده و ریسک در آن‌ها، یعنی استفاده از بازده تاریخی سهام‌هاست. برای رفع این کاستی، اولین بار ادرسینگ و ژانگ [۷] در سال ۲۰۰۸ با توجه به خاصیت تکنیک تحلیل پوششی داده‌ها، در لحاظ کردن و در نظر گرفتن ابعاد چندگانه، به رفع این مشکل اقدام کردند.

تحلیل پوششی داده‌ها که از جمله روش‌های تصمیم‌گیری چند معیاره است، تکنیکی ناپارامتریک برای سنجش و ارزیابی کارایی نسبی مجموعه‌ای از پدیده‌ها (سازمان‌ها) با ورودی‌ها و خروجی‌های مشابه است [۱۹]. علت مقبولیت گسترده‌تر روش DEA نسبت به سایر روش‌ها، امکان بررسی روابط پیچیده و اغلب نامعلوم بین چندین ورودی و چندین خروجی است که در این فعالیت‌ها وجود دارد. مدل‌های مختلفی از تحلیل پوششی داده‌ها وجود دارد که با توجه به فرض‌های مسئله مورد استفاده قرار

در دوره  $j$  است. با در نظر گرفتن مقادیر توزیع احتمالی بازده مطابق رابطه (۱۲) و مشخص کردن حداقل بازده مورد انتظار  $E_P$  ارزش در معرض خطر شرطی را می‌توان مطابق رابطه (۱۳) براساس تعریف از روی رابطه (۹) بازنویسی کرد.

$$CVaR_{1-\alpha}(E_\Omega) = \left\{ \xi + E \left( \text{Max} \left\{ E_P - \left( \sum_{i=1}^n w_i r_{ij} + \xi \right), 0 \right\} \right) \right\} \quad (13)$$

عبارت  $\text{Max} \{ E_P - (\sum_{i=1}^n w_i r_{ij} + \xi), 0 \}$  میزان بازده کمتر از حداقل بازده مورد انتظار را نشان می‌دهد که با مقدار ارزش در معرض ریسک جبران نمی‌شود. این عبارت بنا بر تعریف ارزش در معرض خطر در  $\alpha$  درصد اوقات مقدار می‌گیرد، برای محاسبه میانگین آن با در نظر گرفتن  $T$  دوره باید مجموع این مقادیر بر  $\alpha T$  تقسیم شود بنابراین رابطه (۱۴) برقرار است.

$$CVaR_{1-\alpha}(E_\Omega) = \text{Min} \left\{ \xi + \frac{1}{\alpha T} \sum_{j=1}^T \text{Max} \left\{ E_P - \left( \sum_{i=1}^n w_i r_{ij} + \xi \right), 0 \right\} \right\} \quad (14)$$

با انجام تغییر متغیر مطابق رابطه (۱۵)، رابطه (۱۴) به شکل مجموعه روابط (۱۶) تبدیل می‌شود.

$$\text{Max} \left\{ E_P - \left( \sum_{i=1}^n w_i r_{ij} + \xi \right), 0 \right\} = y_j \quad (15)$$

$$\begin{cases} CVaR_{1-\alpha}(E_\Omega) = \xi + \frac{1}{\alpha T} \sum_{j=1}^T y_j \\ E_P - \left( \sum_{i=1}^n w_i r_{ij} + \xi \right) \leq y_j \\ j = 1, \dots, T \\ y_j \geq 0 \end{cases} \quad (16)$$

با در نظر گرفتن  $\bar{r}_i$  به‌عنوان میانگین بازده سهم  $i$  در  $T$  دوره و اضافه کردن انتظار منطقی بیشتر بودن امید ریاضی بازده از حداقل بازده مورد انتظار و قید مربوط به مجموع وزن‌ها، مدل (۱۷) برای تعیین سبد بهینه سهام بر مبنای حداقل کردن ارزش در معرض خطر شرطی به دست می‌آید.

در مدل (۱۸)، اندیس  $j$  نشان‌دهنده هر یک از واحدهاست. همچنین اندیس  $i$  نشانگر ورودی‌ها و اندیس  $r$  نشانگر خروجی‌هاست.  $X_{ij}$  مقدار ورودی  $i$  ام واحد  $j$  ام و  $Y_{rj}$  خروجی  $r$  ام واحد  $j$  ام است. واحد تحت ارزیابی با اندیس  $0$  نشان داده می‌شود. بازه‌های  $R_i^-$  و  $R_r^+$  به ترتیب برای ورودی‌ها و خروجی‌ها به صورت رابطه (۱۹) و (۲۰) تعریف می‌شود:

$$R_i^- = \max(x_{ij}, j = 1, \dots, n) \quad (19)$$

$$-\min(x_{ij}, j = 1, \dots, n)$$

$$i = 1, \dots, n$$

$$R_r^+ = \max(y_{rj}, j = 1, \dots, n) \quad (20)$$

$$-\min(y_{rj}, j = 1, \dots, n)$$

$$r = 1, \dots, s$$

در این مدل  $S_i^-$ ،  $S_r^+$  و  $\lambda_j$  متغیر هستند. دوگان مدل پوششی RAM که به فرم مضربی در تحلیل پوششی داده‌ها معروف است، به صورت مدل (۲۱) است:

$$\min e_0 = \sum_{i=1}^m v_i x_{i0} - \sum_{r=1}^s u_r y_{r0} - w$$

$$st:$$

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} + w \leq 0 \quad j = 1, \dots, n \quad (21)$$

$$u_r \geq \frac{1}{m+s} R_r^+ \quad r = 1, \dots, s$$

$$v_i \geq \frac{1}{m+s} R_i^- \quad i = 1, \dots, m$$

در مدل (۲۱)،  $w$ ،  $u_r$  و  $v_i$  متغیر هستند. این مدل برای ارزیابی هر واحد اجرا شده، مقدار ناکارایی واحد را محاسبه می‌کند. مقدار کارایی برابر است با یک منهای مقدار ناکارایی محاسبه شده توسط مدل (۲۱).

منظور از کارایی متقاطع محاسبه یک، منهای مقدار تابع هدف مدل (۲۱)، با استفاده از وزن‌های بهینه حاصل از حل مدل برای واحدهای دیگر است. حال اگر مدل تحلیل پوششی داده‌ها را بتوان ارزیابی شرکت در بهترین شرایطی ممکن قلمداد کرد، کارایی متقاطع را باید ارزیابی شرکت در بهترین شرایط شرکتی دیگر دانست. بر این اساس ماتریس کارایی متقاطع، جدولی از حالات مختلف برای هر شرکت را نشان می‌دهد که هر کدام از این

می‌گیرد. با توجه به قابلیت روش تحلیل پوششی داده‌ها در به‌کارگیری شاخص‌های چندگانه، در پژوهش‌های متعددی از تکنیک تحلیل پوششی داده‌ها برای حل مسائل مالی و انتخاب سبد سهام استفاده شده است که از آن جمله می‌توان به پژوهش‌های پیکانی و همکاران [۲۰]، چانگ و لی [۲۱] اشاره کرد. ادریسنگ [۷] در پژوهشی به نام "انتخاب سبد سهام بر اساس قدرت شاخص‌های با به‌کارگیری تحلیل پوششی داده‌ها"، قوت مالی شرکت را با وارد کردن شاخص‌های مالی به‌عنوان ورودی و خروجی به مدل تحلیل پوششی داده‌ها معرفی کرد و نشان داد که بین کارایی محاسبه شده و بازده ماه‌های بعد شرکت‌ها همبستگی معناداری وجود دارد.

اوه و لیم و ژوه [۸] با استفاده از ایده ادریسنگ و به‌کارگیری مدل RAM که مجاز به استفاده از ورودی‌ها و خروجی‌های منفی است، کارایی متقاطع را به‌عنوان نشانگر بازده احتمالی شرکت در شرایط محتمل آینده معرفی و با نقد استفاده از داده‌های تاریخی، ماتریس کارایی متقاطع را مبنای محاسبه ریسک و بازده قراردادند. مدل RAM اولین بار توسط کوپر، پارک و پاستور در سال ۱۹۹۹ ارائه شده است [۲۲]. این مدل بدلیل برخورداری از خاصیت پایداری در مقابل محورها، قابل کاربرد بر روی داده‌هایی است که ممکن است هم در ورودی‌ها و هم در خروجی‌ها مقادیر منفی مشاهده شود [۸]. منظور از خاصیت پایداری در مقابل محورها، این است که با اضافه شدن یک مقدار ثابت به یک ورودی یا خروجی، مقدار تابع هدف تغییر نمی‌کند [۱۹]. فرم پوششی مدل RAM به شکل مدل (۱۸) است.

$$\max \frac{1}{m+s} \left( \sum_{i=1}^m \frac{S_i^-}{R_i^-} + \sum_{r=1}^s \frac{S_r^+}{R_r^+} \right)$$

$$st:$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_j + S_i^+ = x_{i0}$$

$$\sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_j + S_r^+ = y_{r0}$$

$$i = 1, \dots, m \quad r = 1, \dots, s \quad (18)$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$$

$$\lambda_j \geq 0, S_i^- \geq 0, S_r^+ \geq 0$$



- ۱- محاسبه شاخص‌های مالی معرفی شده توسط ادرسینگ وژانگ به‌عنوان ورودی و خروجی در مدل DEA
- ۲- محاسبه کارایی شرکت‌ها
- ۳- تشکیل ماتریس کارایی متقاطع شرکت‌ها
- ۴- اجرای مدل بهینه‌سازی سید بر مبنای ارزش در معرض خطر شرطی
- ۵- ارزیابی عملکرد روش پیشنهادی
- ۶- تحلیل حساسیت و ارائه اطلاعات تکمیلی در ذیل به تشریح هر یک از مراحل فوق پرداخته می‌شود:

### ۳-۱) محاسبه شاخص‌های مالی

ادرسینگ وژانگ [۷] در سال ۲۰۰۸ برخی شاخص‌های مالی، که از جنس سیاست‌گذاری هستند را به‌عنوان ورودی و برخی دیگر از شاخص‌های مالی را که از جنس نتیجه‌گیری هستند، به‌عنوان خروجی در مدل تحلیل پوششی داده‌ها قرار داده، برای محاسبه کارایی یا به تعبیری قوت مالی شرکت‌ها استفاده کردند. این شاخص‌های مالی به تفکیک ورودی و خروجی در جدول ۱، بیان شده است. در این پژوهش، این شاخص‌ها در هر سال محاسبه و در مدل بکار برده می‌شوند.

جدول ۱: معرفی ورودی و خروجی

تعریف	خروجی / ورودی	نام شاخص
دفعات موفقیت شرکت در دریافت مطالبات خود	ورودی	گردش حساب‌های دریافتی
دفعات موفقیت شرکت برای خرید / فروش	ورودی	گردش موجودی کالا
فروش ایجاد شده از هر ریال دارایی تحت تملک شرکت	ورودی	گردش دارایی
نسبت دارایی جاری به بدهی جاری	ورودی	نسبت جاری
نسبت دارایی جاری منهای موجودی به بدهی جاری	ورودی	نسبت آتی
نسبت دارایی به حقوق صاحبان سهام	ورودی	ضریب مالکانه
نسبت کل بدهی به کل دارایی شرکت	ورودی	نسبت بدهی
تأمین مالی بلندمدت توسط بستانکاران در مقابل صاحبان سهام	ورودی	بدهی به حقوق صاحبان سهام
تقسیم بدهی به حقوق صاحبان سهام	ورودی	بدهی بلند مدت به حقوق صاحبان سهام
نسبت به‌کارگیری دارایی	خروجی	ROA
سود خالص ایجاد شده در مقابل هریک ریال حقوق سهامداران	خروجی	ROE
درآمدخالص حاصل از یک ریال فروش	خروجی	حاشیه سود خالص
نسبت سود خالص منهای سود تقسیمی سهام ممتاز بر تعداد سهام عادی	خروجی	سود هر سهم
درجه تغییر در سود خالص شرکت در طی دوره زمانی مشخص	خروجی	نرخ رشد سود خالص
درجه تغییر در سود هر سهم در طی دوره زمانی مشخص	خروجی	نرخ رشد رسم
درجه تغییر در عایدات شرکت در طی دوره زمانی مشخص	خروجی	نرخ رشد درآمد

حالات به نفع یک شرکت است. چون شرایط در آینده به‌هرحال به‌طور نسبی به نفع یکی از شرکت‌هاست، می‌توان کارایی متقاطع را ارزیابی از وضع شرکت در شرایط محتمل آینده تعبیر کرد.

ارزیابی از وضع شرکت در شرایط محتمل آتی را می‌توان نشانگری از بازده شرکت در شرایط محتمل آتی قلمداد کرد و به‌جای داده‌های تاریخی بازده که نشانگر بازده آتی قلمداد می‌شدند، بکار برد. لیهم، اوه و ژوه [۸]. با انجام مدل مارکوویتز بر روی این ماتریس، مسئله بهینه‌سازی سید سهام را حل کردند اما همچنان مشکلات استفاده از واریانس به‌عنوان معیار ریسک در پژوهش آن‌ها باقی است.

### ۳- روش پیشنهادی

در این پژوهش مدل ارزش در معرض خطر شرطی بر روی ماتریس کارایی متقاطع بکار گرفته شده است تا روشی ارائه شود که هم شامل جایگزین بهتری برای داده‌های تاریخی و هم شامل معیار کاراتری برای ریسک باشد. به منظور اجرا و بررسی این روش، براساس گام‌های زیر عمل شده است:

**۲-۳) محاسبه کارایی شرکت‌ها**

برای محاسبه کارایی هر شرکت، از مدل RAM که به دلیل برخورداری از خاصیت پایداری در برابر انتقال محورها مجاز به استفاده از اعداد منفی است، استفاده می‌شود [۸]. بنابراین کارایی در این پژوهش از مدل (۱۷) با انجام تعدیلاتی که در قسمت ۳-۳ بیان می‌شود، محاسبه می‌شود.

**۳-۳) تشکیل ماتریس کارایی متقاطع**

همان‌طور که گفته شد، کارایی متقاطع یعنی کارایی شرکت در شرایط محتمل آینده، بر این اساس شرایط محتمل در آینده برابر با تعداد شرکت‌ها خواهد بود. کارایی متقاطع برای واحد  $j$  ام با استفاده از وزن‌های بهینه واحد  $k$  ام بر اساس رابطه (۲۲) محاسبه می‌شود:

$$E_j^K = 1 - \left( \sum_{i=1}^m v_i^k x_{ij} - \sum_{r=1}^s u_r^k y_{rj} - W \right) \quad (22)$$

به دلیل وجود اعداد منفی در مقادیر ورودی و خروجی مدل RAM، در ماتریس کارایی متقاطع نیز اعداد منفی دیده می‌شود، اما اوه و ژوه در پژوهش خود به منفی بودن اعداد کارایی متقاطع توجهی نکرده‌اند. می‌توان، با اضافه کردن دسته قیدهای بیان‌شده در رابطه (۲۳) به مدل (۲۱)، مانع از حضور مقادیر منفی در جدول کارایی متقاطع شد [۲۳].

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} + w \geq -1 \quad j = 1, \dots, n \quad (23)$$

ماتریس کارایی متقاطع به‌دست‌آمده، به‌وسیله مدل RAM اصلاح‌شده، به‌جای داده‌های تاریخی، مبنای محاسبه سبد بهینه سهام قرار می‌گیرد.

**۴-۳) اجرای مدل بهینه‌سازی سبد بر مبنای ارزش در معرض خطر شرطی**

حال می‌توان، مدل (۱۷) را به‌جای اجرا بر روی بازده‌های تاریخی بر روی جدول کارایی متقاطع اجرا کرد، اما باید توجه داشت حداقل بازده مورد انتظار یعنی  $E_p$  در مدل

(۱۷) باید متناسب با مفهوم کارایی متقاطع، مقداری نزدیک به یک تعیین شود.

حداقل بازده مورد انتظار که در رابطه (۱۷) با نماد  $E_p$  مشخص شده، در اینجا بهتر است حداقل کارایی مورد انتظار نامیده شود. مقدار  $E_p$  را می‌توان با حل مدل (۱۱) و بدست آوردن مقدار حداکثر بازده ممکن  $E_{\Omega}^m$  که در اینجا بهتر است حداکثر کارایی ممکن گفته شود بدست آورد. با جایگذاری  $E_{\Omega}^m$  در رابطه (۲۴) به ازای مقادیر مناسب  $\gamma$ ، مثلاً  $0/02$ ، مقدار  $E_p$  بدست آمده و در مدل (۱۷) جایگزین می‌شود.

$$E_p = (1 - \gamma) E_{\Omega}^m \quad (24)$$

در کاربرد مدل (۱۱) بر روی مدل کارایی متقاطع لازم است.  $\bar{r}_i$  معادل میانگین کارایی متقاطع واحد  $i$  ام در نظر گرفته شود. با اجرای مدل (۱۷) بر روی کارایی‌های متقاطع سبد بهینه سهام، بر مبنای حداقل سازی معیار ارزش در معرض خطر شرطی مشخص می‌شود. در کاربرد مدل (۱۷) بر روی جدول کارایی متقاطع،  $r_{ij}$  کارایی شرکت  $i$  ام با وزن‌های بهینه شرکت  $j$  ام،  $w_i$  وزن بهینه هر شرکت در سبد سهام و  $n$  تعداد شرکت‌هاست که در اینجا برابر با  $T$  (تعداد دوره) خواهد بود.  $1 - \alpha$  هم سطح اطمینان مورد قبول مدل است. در این پژوهش با در نظر گرفتن  $\alpha$  برابر  $0/1$  و  $\gamma$  برابر  $0/02$  مدل اجرا شده و تحلیل حساسیت مقادیر  $\alpha$  در سطوح ثابت  $\gamma$  تحلیل حساسیت مقادیر  $\gamma$  در سطوح ثابت  $\alpha$  انجام و به طور خلاصه گزارش و تحلیل می‌شود.

**۵-۳) ارزیابی عملکرد روش پیشنهادی**

برای ارزیابی عملکرد سبد سهام، ویلیام شارپ در سال ۱۹۶۴، معیاری ترکیبی ارائه کرد [۲۴]. این معیار، نشان می‌دهد به ازای هر انحراف معیار تغییر در بازده چه میزان بازده اضافی حاصل شده است. منظور از بازده اضافی بازده بیش‌تر از بازده دارایی بدون ریسک است.

هراندازه میزان این معیار بالاتر باشد، نشان می‌دهد که بازدهی به‌دست‌آمده، با تقبل ریسک کمتری بوده است، یعنی هر پورتنفوی که مقدار بیشتری را به خود اختصاص

روی معیار شارپ سبد سهام در سطوح ثابت  $\alpha$  بررسی شده است. بخشی از نتایج تحلیل حساسیت و تحلیل آن در بخش ۴-۳ آمده است.

دهد، نسبت به بقیه عملکرد بهتری داشته است. این معیار مطابق رابطه (۲۵) محاسبه می‌شود:

$$RVAR = (\overline{TR}_p - \overline{RF}_p) / SD_p \quad (25)$$

#### ۴-۱ اجرای مدل و بررسی عملکرد روش

از بین همه شرکت‌های پذیرفته‌شده در بورس اوراق بهادار تهران، ۱۸۵ شرکت که سال مالی آن‌ها اسفند هر سال است و اطلاعات مورد نیاز پژوهش برای آن‌ها به‌طور کامل وجود داشت، در بازه زمانی ۱۳۹۰ تا ۱۳۹۳ انتخاب می‌شوند. برای جمع‌آوری داده‌ها از اطلاعات موجود در نرم‌افزار ره‌آورد نوین و آرشیو معاملات موجود در سایت بورس اوراق بهادار تهران و برای مدل‌سازی و اجرای مدل از نرم‌افزار GAMS استفاده شده است.

در رابطه (۲۵)،  $\overline{TR}_p$  یعنی میانگین بازده سبد در دوره زمانی معین،  $RF_p$  میانگین بازده بدون ریسک و  $SD_p$  انحراف معیار بازده سبد در همان دوره زمانی معین است. در این پژوهش برای مقایسه روش پیشنهادی با روش پژوهش لیم، اوه و ژوه، مدل مارکوویتز هم بر روی ماتریس کارایی متقاطع اجرا و سبدهای بهینه در دوره زمانی مورد نظر مشخص شده‌اند.

#### ۴-۱ نتایج اجرای مدل

بعد از اجرای مدل ارزش در معرض خطر پیشنهادی در سال‌های ۹۰ تا ۹۳، میزان خرید هر سهم و سبد بهینه هر سال به شرح زیر، تشکیل گردید:

معیار شارپ برای هر روش با استفاده از بازده واقعی سال بعد سبد حاصل از روش، با تکرار روش در سال‌های ۹۰ تا ۹۳ محاسبه شده و نشان می‌دهد روش چقدر قادر است به ازای یک انحراف معیار نوسان در بازده، بازده اضافی تولید کند. روشن است که روشی خوب است که بتواند بازده اضافی زیاد با نوسانات کم ایجاد کند. این معیار برای سبد بازار نیز محاسبه شده به‌عنوان محک بکار می‌رود.

#### ۳-۶ تحلیل حساسیت و ارائه اطلاعات تکمیلی

در این پژوهش اثر تغییرات  $\alpha$  بر روی معیار شارپ سبد سهام بهینه در سطوح ثابت مقدار  $\gamma$  و اثر تغییرات  $\gamma$  بر

جدول ۲- سبد بهینه سال ۹۰

نام شرکت	وزن هر سهم	بازده هر سهم
آلومینیم ایران	۰/۱۳۴	-۰/۴۶۱
سیمان قائن	۰/۳۴۲	۰/۱۱۸
سیمان کارون	۰/۱۵۵	۰/۳۲۷
فولاد خراسان	۰/۱۱۶	۰/۹۵۸
ملی سرب و روی	۰/۲۵۳	-۰/۳۲۵

جدول ۳- سبد بهینه سال ۹۱

نام شرکت	وزن هر سهم	بازده هر سهم
تجارت الکترونیک	۰/۴۱۶	۰/۱۷۳
سیمان فارس نو	۰/۵۸۴	۲/۲۵۱

جدول ۴- سبید بهینه سال ۹۲

نام شرکت	وزن هر سهم	بازده هر سهم
دشت مرغاب	۰/۵۲۲	۰/۶۸۶
فرآورده های نسوز ایران	۰/۴۲۴	-۰/۳۹
معدنی وصنعتی گلگهر	۰/۰۵۴	-۰/۵۱۵

جدول ۵- سبید بهینه سال ۹۳

نام شرکت	وزن هر سهم	بازده هر سهم
ارتباطات سیار	۰/۷۲۸	۰/۴۱۳
سیمان بهبهان	۰/۲۷۲	-۰/۲۶۳

#### ۴-۲) ارزیابی عملکرد و مقایسه روش‌ها

در این پژوهش برای ارزیابی عملکرد روش پیشنهادی بهینه‌سازی سبید سهام و مقایسه آن با روش پیشنهادی لیم، اوه و ژوه از معیار شارپ استفاده شده است. این معیار امکان مقایسه عملکرد روش با سبید بازار را نیز فراهم می‌کند. بعد از محاسبه سبید بهینه هر سال با به دست آوردن بازده هر سهم در آن سال، بازده سبید بهینه هر سال که برابر با میانگین وزنی بازده هر سهم در سبید است، به

دست می‌آید (جدول ۶). نرخ بازده بدون ریسک برای محاسبه شارپ، برابر است با متوسط نرخ سود بانکی یک‌ساله بانک ملی، در سال‌های مورد نظر. لازم به ذکر است که بازده هر سهم از فرمول زیر به دست می‌آید:

$$(۲۵) \quad \text{بازده هر سهم} = \text{قیمت اول دوره} / (\text{سود نقدی} + \text{قیمت اول دوره} - \text{قیمت آخر دوره})$$

جدول ۶- بازده سبدهای بهینه در سال‌های مطالعه

سال مورد نظر	بازده سبید مدل پیشنهادی	بازده سبید مدل اوه و ژو	بازده سبید بازار
۱۳۹۰	۰/۰۵۸	۰/۱۲۹	۰/۴۳۵
۱۳۹۱	۱/۳۶۸	۱/۳۶۱	۱/۰۴۶
۱۳۹۲	۰/۱۶۵	۰/۱۱۱	-۰/۲۲۱
۱۳۹۳	۰/۲۲۹	۰/۰۵	۰/۲۷

جدول ۷- مقدار شارپ

روش	عدد شارپ
مدل پیشنهادی (CVaR)	۰/۵۰۵
مدل لیم و اوه و ژو	۰/۴۱۱
سبید بازار	۰/۴۳۱

در کنترل و مدیریت ریسک سبد نسبت به معیار واریانس (انحراف معیار) در مدل مارکوویتز است.

### نتیجه‌گیری

با توجه به اهمیت، مسئله بهینه‌سازی سبد سهام برای سرمایه‌گذاران، در این پژوهش با رویکردی جدید به حل این، مسئله پرداخته شده است. امروزه پژوهش‌های زیادی به دلیل عدم کارایی موجود در بازارهای مالی، میزان اتکا به روش‌های سنتی و مبتنی بر داده‌های تاریخی را کاهش داده و لزوم به‌کارگیری رویکردهای نوین را برای سرمایه‌گذاری توصیه می‌کنند. یکی از تکنیک‌های قابلیت به‌کارگیری شاخص‌های چندگانه برای ارزیابی را به‌طور همزمان دارد، روش ناپارامتریک تحلیل پوششی داده‌هاست که با توجه به این قابلیت در پژوهش‌های زیادی در زمینه بهینه‌سازی سبد سهام استفاده شده است.

اما در این میان، لیم و اوه و ژوه [۸] در سال ۲۰۱۴ با توجه به پژوهش ادرسینگ و ژانگ [۷] در سال ۲۰۰۸ و با استفاده از تحلیل پوششی داده‌ها و به دست آوردن کارایی متقاطع، مبنای جدیدی را برای محاسبه بازده و ریسک مطرح کردند. آن‌ها جدول کارایی متقاطع را، نشانگر قوت مالی شرکت در شرایط مختلف تفسیر کرده و این جدول را به‌جای داده‌های تاریخی مبنای تشکیل سبد سهام قرار دادند و با مدل مارکوویتز وزن شرکت‌ها را در سبد بهینه تعیین نمودند. اما استفاده از معیار واریانس در محاسبه ریسک سبد اشکالاتی دارد، از جمله عدم انسجام و کاهش ریسک‌های مطلوب و نامطلوب به‌طور همزمان، از این‌رو در این پژوهش، با استفاده از مدل خطی ارزش در معرض خطر شرطی که یکی از معیارهای منسجم و مهم ریسک نامطلوب است، بر روی جدول کارایی متقاطع به تشکیل سبد سهام بهینه پرداخته شد. لازم به ذکر است که کاربرد مدل خطی ارزش در معرض خطر شرطی بر روی ماتریس کارایی متقاطع تجربه انحصاری این پژوهش است و تا آنجا که مشخص است در هیچ پژوهش داخلی و خارجی گزارش نشده است.

با توجه به مقدار شارپ گزارش شده در جدول ۷، عملکرد روش پیشنهادی از عملکرد سبد بازار و مدل لیم و اوه و ژوه (مدل مارکوویتز بر روی کارایی متقاطع) بهتر بوده و این امر نشان‌دهنده برتری ارزش در معرض خطر شرطی

**Referenc:**

[1] Markowitz, H. (1952). «Portfolio selection». The journal of finance, 7(1), 77-91.

[2] Rockfeller T, Uryasev S, (2000), Optimization of conditional value-at-risk. Journal of Risk,2(3):21-4.

[3]Rockafellar T., Uryasev, S. (2002). Conditional value-at-risk for general loss distributions. Journal of Banking and Finance 26 (7), 1443-1471.

[4] Yamai, Y.& Yoshiba, T.(2002). "On the Validity of Value-at-Risk: Comparative Analyses with Expected shortfall". Montary and Economic Studies, 20,57-85.

[5] Acerbi, Carlo. & Tasche, Dirk. (2002). "Expected shortfall: a natural coherent alternative value of risk ". Journal of Economic Notes. volume 3. issue 2, 379-388.

[6] Kisiala, Jakob. (2015). «Conditional Value-at-Risk: Theory and Applications». Dissertation Presented for the Degree of MSc in Operational Research. The university of Edinburgh.

[7] Edirisinghe, N. C. P., Zhang, X. (2008). «Portfolio selection under DEA-based relative financial strength indicators: case of US industries». Journal of the Operational Research Society, 842-856.

[8]GOh,J., Zhang,W, .Lim,K., Sim, M. (2012). «Portfolio value- at- risk optimization for asymmetrically distributed asset returns». European Journal of Operational Research, Vol 221, pp397-406 .

[9] Artzner, P., Delbaen, F., Eber, J.-M., Heath, D. (1999). Coherent measures of risk. Mathematical Finance 9, 203-228.

[10] Giorgi,G., Post, Thierry. (2008). «Second Order Stochastic Dominanc, Reward- Risk Portfolio Selection and the CAPM». Journal of Financial and Quantitative Analysis, Vol 43, Np2, pp 525-46.

[11] GOh,J., Zhang, W., Lim, K., Sim, M. (2012). «Portfolio value-at-risk optimization for asymmetrically distributed asset returns». European Journal of Operational Research, Vol 221, pp397-406 .

[12] Chang, T. J., Yang, S. C., & Chang, K. J. (2009). «Portfolio optimization problems in different risk measures using genetic algorithm». Expert Systems with Applications, 36(7), 10529-10537.

[۱۳] الهی، مرتضی، یوسفی، محسن. (۱۳۹۳). «بهینه‌سازی سبد سهام با رویکرد میانگین- واریانس و با استفاده از الگوریتم فراابتکاری جست‌وجوی شکار». پژوهش‌های مالی، شماره ۱، ۳۷-۵۶.

[۱۴] کیانی، طاهره، داریوش، فرید، صادقی، حجت‌الله. «اندازه‌گیری ریسک با معیار ارزش درمرض ریسک از طریق مدل GARCH». راهبرد مدیریت مالی، سال سوم، شماره دهم، پاییز ۱۳۹۴، صفحه ۱۴۹-۱۶۸.

[۱۵] عباسی، ابراهیم. (۱۳۹۲). «برآورد و ارزیابی ارزش در معرض خطر در بازار فارکس». مجله مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، شماره هفدهم، زمستان ۱۳۹۲.

[16] Johri, S. (2004). «Portfolio Optimization with Hedge Funds». Swiss Federal Institute of Technology.

[۱۷] فلاح شمس، میرفیض، عبداللهی، احمد، مقدسی، مطهره. «بررسی عملکرد معیارهای متفاوت ریسک در انتخاب و بهینه‌سازی سبد سهام با استفاده الگوریتم مورچگان در شرکت پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران» فصلنامه راهبرد مدیریت مالی، سال اول، شماره ۲، پاییز ۱۳۹۲.

[۱۸] نویدی، سارا، بنی هاشم، شکوفه. صناعی، مسعود، «روشی سه مرحله‌ای برای بهینه‌سازی سبد سهام با استفاده از سنج‌های ریسک ارزش در معرض خطر». فصلنامه پژوهش‌های نوین در ریاضی، سال دوم، شماره پنجم، بهار ۱۳۹۵.

[۱۹] جهانشاهلو، غلامرضا، حسین‌زاده، فرهاد. (۱۳۸۵). مقدمه‌ای بر تحلیل پوششی داده‌ها، جلد اول، جزوه درسی چاپ نشده، دانشکده ریاضی دانشگاه تربیت معلم.

[۲۰] پیکانی، پژمان، محمدی، عمران، جبارزاده، آرمین، جندقیان، علیرضا. "بهره‌گیری از مدل استوار تحلیل پوششی داده‌ها به منظور اندازه‌گیری کارایی سهام مطالعه موردی بورس اوراق بهادار تهران". فصلنامه پژوهش‌های نوین در ریاضی. دوره ۱، شماره ۴، زمستان ۱۳۹۴.

[21] Chang, P. T., Lee, J. H. (2012). «A fuzzy DEA and knapsack formulation integrated model for portfolio selection». *Computers & Operations Research*, 39(1), 112-125.

[22] Cooper, W. W., Park, K. S., & Pastor, J. T. (1999). «RAM: A range adjusted measure of inefficiency for use with additive models, and relations to other models and measures in DEA». *Journal of Productivity Analysis*, 11(1), 5-42.

[۲۳] گودرزی، مهشید (۱۳۹۴) «رویکردی به بهینه سازی سبد سهام» پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه گیلان، به راهنمایی کیخسرو پاکیده.

[24] Sharpe, W. F. Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk. *The journal of finance*, 19 (3), (1964). 425-442.