

## یک روش ابتکاری در توسعه‌ی ساختارهای شبکه‌ای دو مرحله‌ای

رضا احمدزاده<sup>۱</sup>، سهراب کردرستمی<sup>۲\*</sup>، علیرضا امیر تیموری<sup>۳</sup>

<sup>(۱)</sup> دانشجوی دکتری، گروه ریاضی، واحد لاهیجان، دانشگاه آزاد اسلامی، لاهیجان، ایران

<sup>(۲)</sup> استاد، گروه ریاضی، واحد لاهیجان، دانشگاه آزاد اسلامی، لاهیجان، ایران

<sup>(۳)</sup> استاد، گروه ریاضی کاربردی، واحد رشت، دانشگاه آزاد اسلامی، رشت، ایران

تاریخ دریافت مقاله: ۹۶/۰۲/۱۰ تاریخ پذیرش مقاله: ۹۶/۰۴/۲۷

### چکیده

تحلیل پوششی داده‌ها (*DEA*) یک روش غیر پارامتری برای اندازه‌گیری عملکرد نسبی واحدهای تصمیم‌گیرنده می‌باشد. در مدل‌های متداول و مرسوم *DEA* هر یک از واحدهای تصمیم‌گیرنده به‌عنوان یک جعبه‌ی سیاه در نظر گرفته می‌شوند که با دریافت تعدادی ورودی، تعدادی خروجی را تولید می‌کنند و ساختار درونی آنها نادیده گرفته می‌شود. در سال‌های اخیر بخش وسیعی از مطالعات صورت گرفته در این زمینه توجه خود را به *DMU*هایی با ساختارهای درونی شبکه‌ای معطوف نموده‌اند و ضمن دسته‌بندی و معرفی برخی از ساختارهای شبکه‌ای مدل‌هایی را برای ارزیابی کارایی آنها ارائه کرده‌اند. هدف اصلی در این مقاله توسعه‌ی یک مدل جدید به منظور ارزیابی کارایی یک ساختار شبکه‌ای دو مرحله‌ای برای اندازه‌گیری عملکرد واحدهای تصمیم‌گیرنده (*DMUs*) می‌باشد. علاوه بر این در این مقاله کار لی و همکارانش در سال ۲۰۱۲ را با بهبود روش جستجوی ابتکاری برای تخمین جواب‌های بهینه‌ی مدل‌های متمرکز غیرخطی بسط می‌دهیم. به منظور ارزیابی مدل پیشنهادی در این مطالعه، روش اصلاح شده را روی فرایند *R&D* منطقه‌ای مربوط به ۳۰ منطقه در سطح یک استان در کشور چین مورد بررسی قرار می‌دهیم. نتایج و مقایسه‌ها نشان می‌دهند که روش پیشنهاد شده روشی کاراست و پیچیدگی محاسباتی بسیار کمتری نسبت به روش‌های دیگر دارد.

**واژه‌های کلیدی:** تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای، ساختارهای دو مرحله‌ای، جستجوی ابتکاری، تجزیه‌ی کارایی، کارایی مؤلفه‌ای.

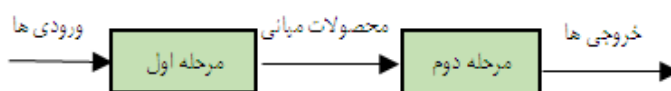
## ۱. مقدمه

تحلیل پوششی داده‌ها (*DEA*) یک روش برنامه‌ریزی ریاضی برای تحلیل کارایی نسبی هریک از واحدهای تصمیم‌گیرنده (*DMU*) می‌باشد. [۱] که هر یک از این واحدها با دریافت چندین ورودی، چند خروجی را تولید می‌کنند. در مدل‌های مرسوم *DEA* هر یک از واحدهای تصمیم‌گیرنده مانند یک جعبه‌ی سیاه عمل می‌کنند و ساختار درونی *DMU*ها نادیده گرفته می‌شود. اما در سال‌های اخیر مطالعات زیادی [۲] توجه خود را به *DMU*هایی با ساختار درونی معطوف کرده‌اند که به طور کلی چنین ساختارهایی، ساختارهای شبکه‌ای نامیده می‌شوند و تکنیک *DEA* برای اندازه‌گیری کارایی سیستم‌هایی با ساختار شبکه‌ای، *DEA* شبکه‌ای یا *NDEA* نام گرفته است.

امروزه تحقیقات وسیعی [۳] در حال مطالعه و بررسی ساختارهای شبکه‌ای می‌باشند و یکی از ساختارهای مهم

شبکه‌ای که مطالعات [۴] روی آن صورت گرفته است، ساختار شبکه‌ای دو مرحله‌ای [۵] می‌باشد که حالت خاصی از ساختار سری است. برای ارزیابی عملکرد یک ساختار شبکه‌ای دو مرحله‌ای روش‌های گوناگونی وجود دارد که در تمامی آنها کارایی کل سیستم به عنوان تابعی از کارایی‌های مراحل اول و دوم در نظر گرفته می‌شود. به عنوان نمونه در سال ۲۰۱۰ کوک، لیانگ و ژو [۶] در تحقیقات خود به چندین روش برای ارزیابی عملکرد واحدهای تصمیم‌گیرنده با ساختارهای شبکه‌ای دو مرحله‌ای اشاره نمودند.

ساده‌ترین ساختار شبکه‌ای ساختار دو مرحله‌ای پایه‌ای است که در آن همانطوری که در شکل (۱) نشان داده شده است، همه‌ی خروجی‌های مرحله‌ی اول، تنها ورودی‌های مرحله‌ی دوم می‌باشند.

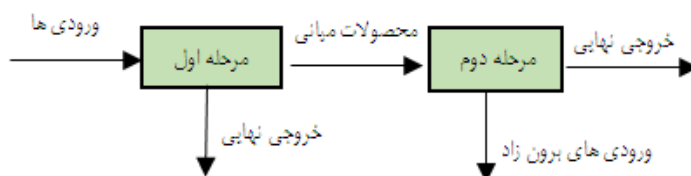


شکل (۱) ساختار دو مرحله‌ای پایه‌ای

نمودند. آنها در مدل رابطه‌ای خود کارایی کل سیستم را به صورت حاصل ضرب کارایی‌های دو مرحله تعریف نمودند.

در نوع دیگری از ساختارهای دو مرحله‌ای که در شکل (۲) نشان داده شده است، به هر دو مرحله اجازه داده می‌شود که از ورودی‌های برون زاد که از خارج سیستم عرضه می‌گردند استفاده نمایند. این نوع از ساختارها، ساختارهای دو مرحله‌ای کامل نامیده می‌شوند.

برای اولین بار چارلز و همکارانش [۷] در سال ۱۹۸۶ مدلی را با یک ساختار شبکه‌ای برای بررسی استخدام نظامی ارائه نمودند. مدل آنها شامل دو فرایند بود که بر پایه‌ی روش‌های *DEA* دو فازی بنا نهاده شده بود. بعد آن مطالعات بسیاری روی ساختارهای شبکه‌ای دو مرحله‌ای انجام شد، تا اینکه کائو و هوانگ [۸] در سال ۲۰۰۸، مدلی را برای ارزیابی عملکرد یک ساختار شبکه‌ای دو مرحله‌ای مربوط به ۲۴ شرکت بیمه ارائه

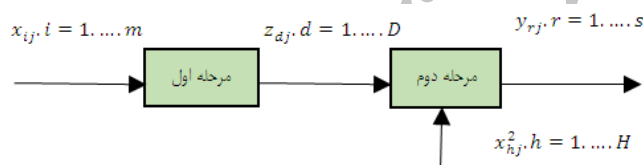


شکل (۲) ساختار دو مرحله‌ای کامل

سرعت فرایند در محاسبه‌ی کارایی سیستم می‌باشد که این مطلب با ارایه‌ی یک مطالعه روی داده‌های واقعی مورد بررسی قرار گرفته است.

## ۲. ساختار شبکه‌ای دو مرحله‌ای با ورودی‌های خارجی در مرحله‌ی دوم

در دسته‌ای از ساختارهای شبکه‌ای دو مرحله‌ای، بخشی از ورودی‌های مرحله‌ی دوم محصولات میانی یا خروجی‌های مرحله‌ی اول و بخش دیگری از ورودی‌ها، ورودی‌های برون‌زاد هستند که از خارج سیستم مستقیماً وارد مرحله‌ی دوم می‌شوند. شکل (۳) نمونه‌ای از این ساختارها را نمایش می‌دهد.



شکل (۳) ساختار دو مرحله‌ای واحد زام

$$s. t: \frac{\sum_{d=1}^D w_d z_{dj}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}} \leq 1 \quad .j = 1, \dots, n \quad (1)$$

$$\frac{\sum_{r=1}^S u_r y_{rj}}{\sum_{d=1}^D w_d z_{dj} + \sum_{h=1}^H Q_h x_{hj}^2} \leq 1 \quad .j = 1, \dots, n$$

$$v_i \cdot w_d \cdot Q_h \cdot u_r \geq 0 \quad \forall i, d, h, r$$

آنها با ارائه مدل زیر یک روش ابتکاری را برای حل این مساله معرفی کردند.

$$\theta_1^{o max} = \max \frac{\sum_{d=1}^D w_d z_{do}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{io}}$$

$$s. t: \frac{\sum_{d=1}^D w_d z_{dj}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}} \leq 1 \quad .j = 1 \dots n \quad (2)$$

$$\frac{\sum_{r=1}^S u_r y_{rj}}{\sum_{d=1}^D w_d z_{dj} + \sum_{h=1}^H Q_h x_{hj}^2} \leq 1 \quad .j = 1, \dots, n$$

$$v_i \cdot w_d \cdot Q_h \cdot u_r \geq 0 \quad \forall i, d, h, r$$

در مدل (۲) دو مجموعه از محدودیت‌ها همانند مدل (۱) هستند و این اطمینان را به ما می‌دهند که کارایی‌های

در سال ۲۰۰۶ لیانگ و همکارانش [۹] یک مدل تجمعی عملکرد را با بیشینه‌سازی میانگین کارایی‌های دو فرایند برای ساختارهای دو مرحله‌ای کامل ارائه دادند. همچنین لی و همکارانش [۱۰] در سال ۲۰۱۲ مدل مشابهی را در مطالعه خود بکار بردند.

در این مقاله روی ساختارهای دو مرحله‌ای با ورودی‌های اضافی در مرحله‌ی دوم متمرکز خواهیم شد و با ارائه‌ی یک روش ابتکاری کارایی سیستمی چنین ساختارهایی را تخمین خواهیم زد. در واقع روش پیشنهادی ارائه شده در این بخش با بهبود فرایند جستجوی ابتکاری، روش ارائه شده توسط لی و همکارانش در سال ۲۰۱۲ را توسعه می‌دهد و مهمترین ویژگی و برتری روش ارائه شده نسبت روش‌های مشابه کاهش حجم محاسبات و افزایش

با توجه به شکل فوق فرض می‌کنیم که هر یک از  $DMU_j$  ها ( $j = 1, 2, \dots, n$ ) دارای  $m$  ورودی  $x_{ij}$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ) خروجی  $D$  در مرحله‌ی اول و  $z_{dj}$  ( $d = 1, 2, \dots, D$ ) محصولات میانی باشند که بخشی از ورودی‌های مرحله‌ی دوم نیز هستند. و بخش دیگر ورودی‌های مرحله‌ی دوم به صورت  $x_{hj}^2$  ( $h = 1, 2, \dots, H$ ) باشند. همچنین فرض می‌کنیم که مرحله‌ی دوم دارای  $S$  خروجی  $y_{rj}$  ( $r = 1, 2, \dots, S$ ) باشد.

لی و همکارانش [۱۰] با ارائه‌ی یک مدل غیرخطی که در آن کارایی کلی سیستم به صورت حاصل ضرب کارایی‌های دو فرایند تعریف شده است، با یک روش مشابه براساس کارایی مدل  $CCR$ ، مدل زیر برای شکل (۳) ارائه نمودند.

$$\theta^* = \max (\theta_1^o * \theta_2^o)$$

$$= \max \left( \frac{\sum_{d=1}^D w_d z_{do}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{io}} * \frac{\sum_{r=1}^S u_r y_{ro}}{\sum_{d=1}^D w_d z_{do} + \sum_{h=1}^H Q_h x_{ho}^2} \right)$$

فرض کنید  $k\Delta\varepsilon = \theta_1^{0max} - \theta_1^0$ ، که در آن  $\Delta\varepsilon$  یک طول گام و  $k = 0.1.2....[k^{max}] + 1$  بزرگترین عدد صحیحی است که کوچکتر یا مساوی  $\theta_1^{0max} / \Delta\varepsilon$  باشد. اکنون با انتخاب هر  $\theta_1^0$  می‌توان مدل (۵) را به عنوان یک مساله برنامه‌ریزی خطی حل نمود. آنها در حل مدل (۵) مقدار اولیه‌ی  $k$  را کمترین مقدار آن، یعنی  $k = 0$ ، در نظر گرفتند و سپس با افزایش  $k$  در هر مرحله و به دست آوردن  $\theta_1^0$  جدید، مساله برنامه‌ریزی خطی مدل (۵) مربوطه را حل کردند و مقدار بهینه به دست آمده از حل مساله را به ازای هر  $k$  با نماد  $\theta^*(k)$  نشان دادند. نهایتاً کارایی کلی بهینه‌ی سیستم تحت ارزیابی را به صورت  $\theta^* = \max_k \theta^*(k)$  تخمین زدند.

### ۳. اصلاح و بهبود فرایند جستجوی ابتکاری لی و همکاران در تخمین کارایی سیستمی

در این بخش راه حلی را برای به دست آوردن جواب بهینه‌ی مدل (۵) با اصلاح و بهبود جستجوی ابتکاری لی و همکارانش [۱۰] ارائه می‌کنیم.

یکی از مشکلات روش جستجوی ابتکاری لی و همکارانش این است که برای دست یابی به یک جواب بهینه‌ی سراسری مدل ارائه شده یا همان کارایی سیستمی واحد تصمیم‌گیرنده‌ی شبکه‌ای مورد نظر، که از دقت بالایی برخوردار باشد، باید مقدار  $\Delta\varepsilon$  را هر چقدر که مقدور باشد کوچک و کوچک تر انتخاب کنیم و انتخاب طول گام کوچک سبب کاهش سرعت حل مساله و افزایش حجم محاسبات خواهد شد. به عنوان مثال اگر  $\Delta\varepsilon$  را برابر  $0.001$  در نظر بگیریم و  $\theta_1^{0max}$  برابر  $0.9$  باشد مقدار  $k$  از  $0$  تا  $9000$  تغییر خواهد کرد و برای هر مقدار  $k$  باید یک مساله برنامه‌ریزی خطی یعنی مدل (۵) حل شود. برای رفع این مشکل و بهبود فرایند جستجوی ابتکاری به منظور کاهش حجم محاسبات بدون از دست دادن دقت جواب تخمینی، با در نظر گرفتن مقدار ثابت  $\Delta\varepsilon = 0.1$  به عنوان طول گام، روش زیر را ارائه می‌دهیم:

فرض کنید  $\theta_1^0 = \theta_1^{0max} - 0.1 * k$  باشد که در آن

مراحل اول و دوم از عدد ۱ تجاوز نکنند. بنابراین مدل (۲) می‌تواند برای تخمین بهترین کارایی ممکن در مرحله‌ی اول مورد استفاده قرار گیرد. با نشان دادن مقدار بهینه‌ی مدل (۲) با نماد  $\theta_1^{0max}$ ، واضح است که همواره داریم:  $\theta_1^0 \in [0, \theta_1^{0max}]$ . مدل (۲) یک مدل غیر خطی است، می‌تواند با استفاده از تغییر متغیر چارنز-کوپر به یک مساله خطی به صورت زیر تبدیل شود:

$$\begin{aligned} \theta_1^{0max} &= \max \sum_{d=1}^D w_d z_{do} \\ s. t: & \sum_{d=1}^D w_d z_{dj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \leq 0 \quad j = 1, \dots, n \\ & \sum_{r=1}^S u_r y_{rj} - \sum_{d=1}^D w_d z_{dj} - \sum_{h=1}^H Q_h x_{hj}^2 \leq 0 \quad j = 1, \dots, n \\ & \sum_{i=1}^m v_i x_{io} = 1 \\ & v_i \cdot w_d \cdot Q_h \cdot u_r \geq 0 \quad \forall i, d, h, r \end{aligned} \quad (3)$$

بنابراین کارایی مرحله‌ی اول یعنی  $\theta_1^0$  را می‌توان مانند متغیری در نظر گرفت که مقادیر آن در بازه‌ی  $[0, \theta_1^{0max}]$  تغییر می‌کند. همچنین کارایی کل سیستم را می‌توان به عنوان تابعی از  $\theta_1^0$  به صورت زیر در نظر گرفت:

$$\begin{aligned} \theta^* &= \max(\theta_1^0 * \frac{\sum_{r=1}^S u_r y_{ro}}{\sum_{d=1}^D w_d z_{do} + \sum_{h=1}^H Q_h x_{ho}^2}) \\ s. t: & \frac{\sum_{d=1}^D w_d z_{dj}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}} \leq 1 \quad j = 1, \dots, n \\ & \frac{\sum_{r=1}^S u_r y_{rj}}{\sum_{d=1}^D w_d z_{dj} + \sum_{h=1}^H Q_h x_{hj}^2} \leq 1 \quad j = 1, \dots, n \\ & \frac{\sum_{d=1}^D w_d z_{do}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{io}} = \theta_1^0 \quad \theta_1^0 \in [0, \theta_1^{0max}] \\ & v_i \cdot w_d \cdot Q_h \cdot u_r \geq 0 \quad \forall i, d, h, r \end{aligned} \quad (4)$$

حال می‌توان مدل (۴) را با تبدیل چارنز-کوپر به صورت زیر بازنویسی نمود:

$$\begin{aligned} \theta^* &= \max \theta_1^0 * \sum_{r=1}^S u_r y_{ro} \\ s. t: & \sum_{d=1}^D w_d z_{dj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \leq 0, \forall j \\ & \sum_{r=1}^S u_r y_{rj} - \sum_{d=1}^D w_d z_{dj} - \sum_{h=1}^H Q_h x_{hj}^2 \leq 0, \forall j \\ & \sum_{d=1}^D w_d z_{do} + \sum_{h=1}^H Q_h x_{ho}^2 = 1 \\ & \sum_{d=1}^D w_d z_{do} - \theta_1^0 \sum_{i=1}^m v_i x_{io} = 0 \\ & \theta_1^0 \in [0, \theta_1^{0max}] \\ & v_i \cdot w_d \cdot Q_h \cdot u_r \cdot t_1 \cdot t_2 \geq 0 \quad \forall i, d, h, r \end{aligned}$$

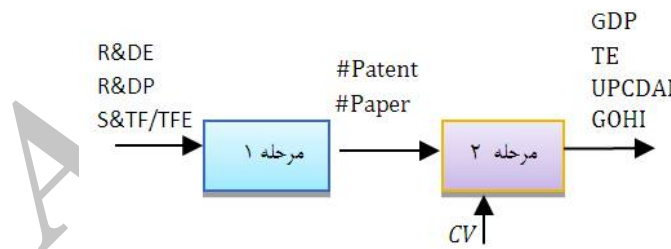
گام‌های بسیار کوچک برای دستیابی به یک تخمین دقیق که منجر به کاهش سرعت حل مساله و افزایش حجم محاسبات می‌شود را برطرف نموده‌ایم.

#### ۴. مثال و مطالعه‌ی کاربردی

در این قسمت روش اصلاح شده‌ی مطرح شده در بخش قبل راروی فرایند R&D منطقه‌ای مربوط به ۳۰ منطقه در سطح یک استان در کشور چین مورد بررسی قرار می‌دهیم. شکل (۴) یک فرایند R&D منطقه‌ای را نشان می‌دهد که شامل دو زیر فرایند یا دو مرحله است که اولی پیشرفت تکنولوژی و دیگری کاربرد اقتصادی می‌باشد. در مرحله‌ی اول ورودی‌ها شامل هزینه‌ها (R&DE)، کارکنان (R&DP) و نسبت منابع علمی و فناوری منطقه در کل هزینه‌های مالی منطقه‌ای (S&TF/TFE) و خروجی‌ها تعداد ثبت اختراعات (Patent) و مقالات (Paper) هستند که ورودی‌های مرحله دوم نیز می‌باشند و محصولات میانی نامیده می‌شوند. مرحله دوم دارای یک ورودی دیگر با عنوان ارزش قرارداد (CV) در بازار تکنولوژی می‌باشد. در واقع مرحله‌ی کاربرد اقتصادی، پیشرفت تکنولوژی را به سود اقتصادی تبدیل می‌نماید.

یک روش ابتکاری در توسعه‌ی ساختارهای شبکه‌ای دو مرحله‌ای و  $k^{max} = \theta_1^{o,max} / 0.1$ ,  $k = 0.1 \dots [k^{max}]$  و  $[k^{max}]$  بزرگترین عدد صحیحی است که کوچکتر یا مساوی  $k^{max}$  باشد. بنابراین واضح است که مقدار  $k$  هیچ‌گاه بیشتر از عدد ۱۰ نخواهد بود. یعنی مدل (۵) حداکثر ۱۰ بار باید حل شود. حال برای هر یک از مقادیر  $k$  مقدار  $\theta_1^o$  مربوط به آن را با جایگذاری در رابطه‌ی  $\theta_1^o = \theta_1^{o,max} - 0.1 * k$  به دست آورده و آن را با  $\theta_1^o(k)$  نمایش می‌دهیم و سپس برای هر یک از  $\theta_1^o(k)$  ها مدل (۵) را حل کرده و جواب بهینه‌ی آن را با نماد  $\bar{\theta}^1(k)$  نشان می‌دهیم.

در این مرحله با در نظر نگرفتن نقاط  $(\theta_1^o(k), \bar{\theta}^1(k))$ ، با استفاده از برازش منحنی چند جمله‌ای گذرنده از تمامی این نقاط را به دست می‌آوریم و سپس همانطوری که در نمودار شکل (۵) نشان داده شده است به کمک مشتق‌گیری از این منحنی و پیدا کردن نقطه‌ی ماکزیمم آن در بازه‌ی  $(0, \theta_1^{o,max})$  تخمینی برای کارایی سیستمی واحد تحت ارزیابی بدست آوریم. این مقدار بدست آمده را با نماد  $\bar{\theta}^{1,*}$  نشان می‌دهیم. در واقع با انجام این کار، کارایی سیستمی واحد تحت ارزیابی را با همان دقت و با حجم محاسباتی بسیار کمتر تخمین زده‌ایم و با به کارگیری این روش مشکل انتخاب طول



شکل (۴) یک سیستم R&D منطقه‌ای دو مرحله‌ای

"سالنامه آماری علم و فن‌آوری چین، ۲۰۰۹" دریافت شده‌اند. برای اطلاعات بیشتر کار ژانگ و همکارانش (۱۱) را مشاهده نمایید.

قبل از پیاده‌سازی مدل بهبود یافته روی داده‌های جدول (۱) ابتدا مقدار کارایی سیستمی یکی از واحدهای تصمیم‌گیرنده را به کمک روش لی و همکارانش تخمین می‌زنیم و سپس نتایج به دست آمده از دو روش را با

خروجی‌های نهایی در مرحله دوم شامل عملکرد اقتصاد کلان (GDP)، صادرات کل (TE)، درآمد سالیانه قابل عرضه در مصرف سرانه‌ی شهری (UPCDAI) و تولید ناخالص صنعت فن‌آوری پیشرفته (GOH) می‌باشند. جدول (۱) داده‌هایی را برای سیستم بالا ارائه می‌دهد که مربوط به ۳۰ منطقه در سطح یک استان در کشور چین می‌باشد. داده‌ها از "سالنامه‌ی آماری چین، ۲۰۰۹ و

یکدیگر مقایسه می‌نماییم. بدین منظور فرض می‌کنیم ناحیه‌ی ژجیانگ یعنی  $DMU_{26}$  واحد تحت ارزیابی باشد و برای محاسبه‌ی  $\theta_1^0$  از رابطه‌ی  $\theta_1^0 = \theta_1^{max} - k\Delta\epsilon$  طول گام  $\Delta\epsilon$  برابر  $0.1$  باشد. با بدست آوردن مقدار  $\theta_1^{max}$  از مدل (۳) و اجرای مدل (۵) به ازای مقادیر مختلف  $k$  و  $\theta_1^0(k)$  می‌توان از میان  $\theta^*(k)$ ،  $\theta$ ، بهترین یا بیشترین آنها را به عنوان تخمینی از مقدار کارایی سیستمی  $DMU_{26}$  انتخاب نمود. که نتایج حاصل از انجام این مراحل روی داده‌های جدول (۱) در جدول (۲) نشان داده شده است و مقدار  $\theta^* = \max_k \theta^*(k) = 0.6688$  به عنوان تخمینی از کارایی سیستمی  $DMU_{26}$  به دست آمده است.

جدول (۱). ورودی‌ها و خروجی‌های  $R\&D$  برای سی منطقه در سطح یک استان در کشور چین

Region type	DMU	Region	R&DP	R&DE	S&TF/TFE	Patent	Paper	CV	GDP	TE	UPCDAI	GOHI
Municipality												
1	Beijing		10.34786	668.6351	5.445765	9157	65951	1236.245	12153.03	483.7932	26738.48	757.14
2	Chongqing		2.00665	79.45994	1.203814	834	13737	38.31581	6530.01	42.80071	15748.67	352.84
3	Shanghai		6.46163	423.3774	7.201873	5997	32733	435.4108	15046.45	141.796027	28837.78	5557.45
4	Tianjin		2.8783	178.4661	3.023746	1889	12472	105.4611	7521.85	298.92719	21402.01	1901.07
Province												
5	Anhui		3.01654	135.9535	1.702644	795	13699	35.61736	10062.82	88.86487	14085.74	460.31
6	Fujian		2.27886	135.3819	1.975486	824	9075	23.25944	12336.53	533.1911	19576.83	1972.01
7	Gansu		1.27445	37.26124	0.817095	227	7856	35.62869	3387.56	7.35512	11929.78	67.39
8	Guangdong		12.97681	652.982	3.887568	11355	35773	170.985	39482.5	3589.54893	21574.72	17161.94
9	Guizhou		0.77328	26.41343	1.040003	322	4946	1.780611	3912.68	13.56612	12862.53	293.64
10	Hainan		0.17583	5.7806	1.249058	84	2726	0.555627	1654.21	13.08632	13750.85	54.75
11	Hebei		3.8808	134.8446	1.125763	691	17970	17.21118	17235.48	156.88902	14718.25	629.17
12	Heilongjiang		3.70197	109.1704	1.062859	1142	14553	48.855	8587	100.82127	12565.98	311.4
13	Henan		4.79963	174.7599	1.222261	1129	21188	26.30461	19480.46	73.45376	14371.56	953.23
14	Hubei		5.12124	213.449	1.211472	1478	25268	77.03287	12961.1	99.78796	14367.48	1039.52
15	Hunan		3.49591	153.4995	1.339839	1752	21042	44.04324	13059.69	54.92034	15084.31	648.75
16	Jiangsu		10.67826	701.9529	2.912858	5322	47441	108.2184	34457.3	1991.9919	20551.72	13015.35
17	Jiangxi		1.83522	75.8936	0.857803	386	6811	9.78927	7655.18	73.68488	14021.54	755.65
18	Jilin		2.60875	81.36019	1.28305	719	8987	19.75983	7278.75	31.24935	14006.27	537.66
19	Liaoning		5.43947	232.3687	2.143081	1993	20801	119.7095	15212.49	334.14928	15761.38	1313.84
20	Qinghai		0.30013	7.59379	0.982114	35	1240	8.496721	1081.27	2.51876	12691.85	19.22
21	Shandong		8.33303	519.592	1.924254	2865	26941	71.9391	33896.65	794.90706	17811.04	4555.71
22	Shanxi		2.52624	80.85633	1.127415	603	6757	16.20675	7358.31	28.37455	13996.55	196.47
23	Shanxi		4.23465	189.5063	1.131443	1342	26403	69.80741	8169.8	39.88149	14128.76	717.04
24	Sichuan		4.87863	214.459	0.979759	1596	22568	54.59769	14151.28	141.69447	13839.4	1766.76
25	Yunnan		1.22051	37.23044	0.972869	476	7101	10.24687	6169.75	45.13252	14423.93	147.17
26	Zhejiang		5.90844	398.8367	3.74258	4818	25638	56.45805	22990.35	1330.12954	24610.81	2672.09
Autonomous Region												
27	Guangxi		1.56993	47.20277	1.114432	326	9982	1.766182	7759.16	83.7537	15451.48	273.67
28	Inner Mongolia		1.27057	52.07259	0.937557	178	3214	14.76515	9740.25	23.15476	15849.19	236.61
29	Ningxia		0.33954	10.44221	1.018058	52	1365	0.898229	1353.31	7.4293	14024.7	32.89
30	Xinjiang		0.82683	21.80426	1.198296	120	5688	1.207767	4277.05	109.34563	12257.52	23.74

جدول (۲) محاسبه‌ی کارایی  $DMU_{26}$  براساس روش ابتکاری لی و همکارانش

$k$	$\theta_1^0(k) = \theta_1^{max} - 0.01 * k$	$\theta^*(k)$
0-10	0.9111-0.8111	0.4712-0.6231
11-18	0.8011-0.7311	0.6339-0.6682
19	0.7211	0.6688
20-30	0.7111-0.6111	0.6685-0.5926
31-40	0.6011-0.5111	0.5830-0.4971
41-50	0.5011-0.4111	0.4876-0.4017
51-60	0.4011-0.3111	0.3922-0.3063
61-70	0.3011-0.2111	0.2968-0.2109
71-80	0.2011-0.1111	0.2014-0.1155
81-90	0.1011-0.0111	0.1060-0.0201

تغییر کند. حال با اجرای مدل (۵) در ارزیابی کارایی  $DMU_{26}$  برای مقادیر مختلف  $k = 0.1, \dots, 9$  نتایج ثبت شده در جدول (۳) حاصل می‌شود.

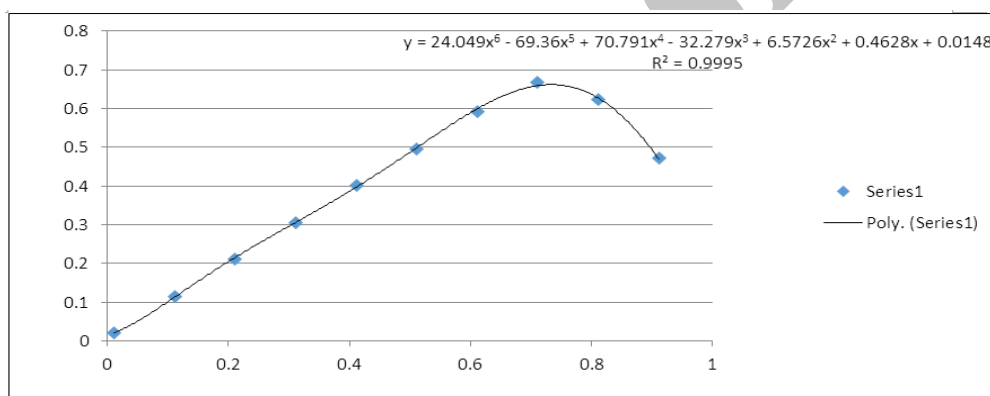
حال روش اصلاح شده را برای تخمین کارایی  $DMU_{26}$  به کار می‌گیریم. ابتدا با اجرای مدل (۳) خواهیم داشت:  $\theta_1^{0max} = 0.9111$  بنابراین فرض می‌کنیم  $\theta_1^0 = 0.9111 - 0.1 * k$  که در آن  $[k^{max}] = 9$  و  $k = 0.1, \dots, [k^{max}]$  یعنی مقدار  $k$  باید از صفر تا نه

جدول (۳) محاسبه‌ی کارایی  $DMU_{26}$  براساس روش اصلاح شده

$k$	$\theta_1^o(k) = 0.9111 - 0.1 * k$	$\bar{\theta}^1(k)$
0	0.9111	0.4712
1	0.8111	0.6231
2	0.7111	0.6685
3	0.6111	0.5926
4	0.5111	0.4971
5	0.4111	0.4017
6	0.3111	0.3063
7	0.2111	0.2109
8	0.1111	0.1155
9	0.0111	0.0201

چند جمله‌ای گذرنده از تمامی این نقاط را به دست می‌آوریم که نمودار مربوط به این منحنی و ضابطه‌ی چند جمله‌ای به دست آمده، در شکل (۵) نمایش داده شده است.

در این مرحله با توجه به اینکه در این روش از طول گام ثابت  $\Delta \varepsilon = 0.1$  استفاده می‌شود برای بالاتر بردن دقت تخمین، با در نظر گرفتن نقاط  $(\theta_1^o(k), \bar{\theta}^1(k))$  برای  $k = 0.1, \dots, 9$ ، با استفاده از برازش منحنی



شکل (۵) نمودار چند جمله‌ای به دست آمده با استفاده از برازش منحنی

ارزیابی عملکرد یک ساختار شبکه‌ای دو مرحله‌ای با اصلاح و بهبود فرایند جستجوی ابتکاری در تخمین جواب بهینه‌ی مدل متمرکز غیر خطی مربوطه توسعه داده شد. در واقع در روش اصلاح شده با انجام حجم بسیار کمتری از محاسبات به تخمین خوبی از جواب بهینه‌ی مساله دست می‌یابیم. روش پیشنهادی را روی مجموعه‌ای از داده‌ها به منظور ارزیابی کارایی یک سیستم  $R\&D$  مربوط به سی ناحیه‌ی استانی در کشور چین به کار گرفته و نتایج به دست آمده را با روش ابتکاری لی و همکاران مقایسه نمودیم. این روش را می‌توان برای ساختارهای پیچیده‌تر فرایندهای شبکه‌ای دو مرحله‌ای در مطالعات بعدی توسعه داد.

اکنون با بدست آوردن مقدار ماکزیمم این چند جمله‌ای در بازه‌ی  $(0, 0.9111)$  به کمک مشتق‌گیری، مقدار  $\bar{\theta}^{1*} = 0.6622$  به عنوان تخمینی از کارایی سیستمی  $DMU_{26}$  از این روش حاصل می‌شود. واضح است که  $\theta^* = 0.6688$  و  $\bar{\theta}^{1*} = 0.6622$  اختلاف چندانی با یکدیگر ندارند و این در حالی است که برای بدست آوردن  $\theta^*$  به کمک مدل لی و همکارانش ۹۱ بار مدل (۵) اجرا شده است و برای محاسبه‌ی  $\bar{\theta}^{1*}$  تنها ۱۰ مرتبه این مدل را حل کردیم. یعنی با انجام حجم بسیار کمتری از محاسبات تقریباً به همان جواب دست یافتیم.

## ۵. نتیجه‌گیری

در این مقاله روش ارائه شده توسط لی و همکارانش برای

- [8] Kao, C. and S.-N. Hwang, Efficiency decomposition in two-stage data envelopment analysis: An application to non-life insurance companies in Taiwan. *European Journal of Operational Research*, 2008. 185(1): p. 418-429.
- [9] Liang, L., et al., DEA models for supply chain efficiency evaluation. *Annals of Operations Research*, 2006. 145(1): p. 35-49.
- [10] Li, Y., et al., DEA models for extended two-stage network structures. *Omega*, 2012. 40(5): p. 611-618.
- [11] Zhong W, Yuan W, Li SX, Huang ZM. The performance evaluation of regional R&D investments in China: an application of DEA based on the first official China economic census data. *Omega* 2011.39:447-55.
- [1] Charnes, A., W.W. Cooper, and E. Rhodes, Measuring the efficiency of decision making units. *European journal of operational research*, 1978. 2(6): p. 429-444.
- [2] Chen, P.-C., Measurement of technical efficiency in farrow-to-finish swine production using multi-activity network data envelopment analysis: evidence from Taiwan. *Journal of productivity analysis*, 2012. 38(3): p. 319-331.
- [3] Halkos, G.E., N.G. Tzeremes, and S.A. Kourtzidis, A unified classification of two-stage DEA models. *Surveys in operations research and management science*, 2014. 19(1): p. 1-16.
- [4] Tone, K. and M. Tsutsui, Dynamic DEA with network structure: A slacks-based measure approach. *Omega*, 2014. 42(1): p. 124-131.
- [5] Galagedera, D.U., et al., Modeling leakage in two-stage DEA models: An application to US mutual fund families. *Omega*, 2016. 61: p. 62-77.
- [6] Cook, W.D., L. Liang, and J. Zhu, Measuring performance of two-stage network structures by DEA: a review and future perspective. *Omega*, 2010. 38(6): p. 423-430.
- [7] Charnes, A., et al., Two phase data envelopment analysis approaches to policy evaluation and management of army recruiting activities: Tradeoffs between joint services and army advertising. 1986, Center for Cybernetic Studies. University of Texas-Austin Austin, Tex, USA.