

\*دسترسی در سایت <http://jnrm.srbiau.ac.ir>

سال چهارم، شماره سیزدهم، بهار ۱۳۹۷

شماره شاپا: ۲۵۸۸-۵۸۸۸



پژوهش‌های نوین در ریاضی



دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات

## تحلیل حساسیت کارایی بانک‌ها نسبت به شاخص‌های مالی

ساناز رزمیان\*

استادیار، گروه ریاضی، واحد فیروزکوه، دانشگاه آزاد اسلامی، فیروز کوه، ایران.

تاریخ دریافت مقاله: ۹۶/۰۲/۰۹ تاریخ پذیرش مقاله: ۹۷/۰۳/۰۷

### چکیده

تحلیل ممیز یکی از روش‌های رایج طبقه‌بندی در مسائل بانکی به منظور پیش‌بینی طبقه‌بندی یک شعبه جدید با استفاده از اطلاعات شعب موجود است. در تحلیل ممیز به طور معمول پیش‌بینی وضعیت شعبه مورد نظر تا حدی با عدم قطعیت همراه است. در این مطالعه یک درجه اطمینان جهت تعیین وضعیت دقیق‌تر شعبه جدید معرفی می‌گردد. با استفاده از روش تحلیل حساسیت به کمک شبیه‌سازی مونت کارلو اثر شاخص‌های بانکی در این درجه اطمینان بررسی و شاخص‌های تاثیرگذار در طبقه‌بندی شعب جدید بانکی تعیین می‌گردد. نتایج نشان می‌دهد که شاخص سپرده بلندمدت اهمیت خیلی زیاد و شاخص‌های سود دریافتی و سپرده‌ها نقش زیادی در کارایی بانک‌ها دارند و شاخص‌هایی نظیر تعداد پرسنل، مطالبات معوق و سپرده‌های قرض‌الحسنه تاثیر زیادی در طبقه‌بندی کارایی یا ناکارایی ندارند. این نتایج در تاسیس شعب جدید به مدیران کمک می‌کند و همچنین می‌توانند با برنامه‌ریزی مناسبی به اصلاح و هدایت واحدهای ناکارا به سوی بهبود و کارایی بپردازند.

**واژه‌های کلیدی:** تحلیل ممیز، تحلیل حساسیت، درجه اطمینان، بانک.

## ۱- مقدمه

نظام بانکی نقش مهمی در اقتصاد ایفا می‌کند، زیرا علاوه بر آن که بانک‌ها واسطه وجوه در بازار پول هستند به عنوان عامل اجرای سیاست‌های پولی نقش مهمی در ثبات اقتصادی دارند. به همین دلیل میزان سودآوری و درآمد بانک‌ها همواره یکی از موضوعات مورد توجه کارشناسان و حتی عموم مردم بوده است و به دلیل آنکه کارکرد بهینه بانک‌ها تاثیر به‌سزایی بر رشد و توسعه اقتصادی کشور بر جای می‌گذارد [۱]. تهدیدات و فشارهای ناشی از جهانی شدن و رشد روزافزون موسسات مالی و اعتباری غیربانکی در سال‌های اخیر بانک‌ها را بر آن داشته برای بقاء و رقابت در بازار، با ایجاد مراکز تحقیقات و انجام فعالیت‌های پژوهشی در زمینه وضعیت خود در مقایسه با سایر بانک‌ها نسبت به بهبود عملکرد خود اقدام نمایند. اندازه‌گیری عملکرد از جمله بهترین راه‌های به دست‌آوردن اطلاعات برای تصمیم‌گیری در بانک‌هاست. تاکنون مطالعات بسیاری جهت سنجش کارایی و ارزیابی رتبه بانک‌ها ارائه شده است و مدل‌های زیادی از حوزه علم ریاضی، آمار و تحقیق در عملیات برای ارزیابی دقیق بانک‌ها طراحی شده‌اند. اما بسیاری از این مدل‌ها، مدل‌های کلاسیک بوده و توانایی ارزیابی را به طور کامل و بهینه ندارند بنابراین زمینه ورود مدل‌های پیچیده‌تر به این حوزه فراهم گردیده است. یکی از راه‌های اساسی در تنظیم برنامه‌های بهبود بهره‌وری و کارایی در سطح یک بانک این است که هر یک از بانک‌ها از وضعیت خود در آینده نیز اطلاع داشته باشند و عوامل موثر بر ناکارایی شعب خود را بررسی کنند و با برنامه‌ریزی مناسب، به اصلاح و هدایت واحدهای ناکارا به سوی بهبود و کارایی بپردازند.

هدف از این پژوهش بررسی و پاسخ به این پرسش است که با چه درجه اطمینانی می‌توان پیش‌بینی کرد که یک شعبه از بانک کارا یا ناکارا خواهد بود و کدام یک از شاخص‌های بانکی در نظر گرفته شده نظیر تعداد پرسنل، انواع سپرده‌ها، انواع تسهیلات، مطالبات معوق و کارمزدهای امور بانکی بیشترین تاثیر را در رتبه‌بندی شعبه بانکی موردنظر دارند؟ برای این منظور یک درجه اطمینان در پیش‌بینی وضعیت کارایی شعبه مورد نظر و

شناسایی شاخص‌های کلیدی تاثیرگذار بر ارزیابی عملکرد آن شعبه با استفاده از تکنیک تحلیل ممیز معرفی می‌شود.

تحلیل ممیز<sup>۲</sup> را می‌توان در بسیاری از موارد تصمیم‌گیری به کار گرفت. از زمانی که فیشر مدل تحلیل ممیز خود را معرفی نمود، اغلب مدل‌های ارائه شده به صورت قطعی بوده‌اند حال آنکه در عمل اغلب متغیرها به صورت غیرقطعی می‌باشند [۲]. یکی از ویژگی‌های مهم امور بانکی، عدم قطعیت در پارامترها و شاخص‌های بانکی است که این عدم قطعیت می‌تواند بر کارایی بانک‌ها تاثیر بگذارد [۳]. یکی از رویکردهای نسبتاً نوین برای بهینه‌سازی در شرایط عدم قطعیت داده‌ها، استفاده از تکنیک‌های تحلیل حساسیت مبتنی بر روش‌های شبیه‌سازی است. تحلیل حساسیت تعیین‌کننده میزان حساسیت درجه اطمینان طبقه‌بندی شعبه نسبت به تغییرات شاخص‌های در نظر گرفته شده است. مقادیر شاخص‌های بانکی معمولاً به دلیل خطاهای اندازه‌گیری، فقدان اطلاعات و درک ناقص از عوامل موثر بر آنان با عدم قطعیت زیادی مواجه هستند و این موجب کاهش اطمینان به خروجی مدل می‌شود. بنابراین در فرایند مدل‌سازی باید با بررسی عدم قطعیت‌های وابسته به فرایند مدل‌سازی و خروجی مدل، درجه اطمینان مدل مشخص شود و به همین دلیل با معرفی روشی برای تحلیل حساسیت تاثیر پارامترهای مختلف بر این طبقه‌بندی مشخص می‌شود. نتایج این تحقیق می‌تواند به مدیران و کارشناسان بانکی در شناخت شاخص‌های موثر ارزیابی عملکرد کمک کند و در راستای تسهیل تصمیم‌سازی آنها موثر باشد.

## ۲- مبانی نظری و مروری بر پیشینه تحقیق

تحلیل ممیز یک ابزار تصمیم‌گیری جهت پیش‌بینی طبقه‌بندی مشاهدات جدید و اختصاص دادن این مشاهدات به دسته‌های تعریف شده قبلی می‌باشد. در این روش از یک گروه از مشاهدات که عضویت‌شان در گروه‌های مختلف مشخص است برای تخمین وزن‌های یک تابع تمایز استفاده می‌شود. مانگساریان با استفاده از

<sup>2</sup>Discriminant Analysis

مشاهده  $m$  عامل مستقل دارد که با  $r_{ij}$  نشان داده می شود. طبق اطلاعات قبلی مشاهدات در یکی از دو گروه  $G_1$  و  $G_2$  طبقه بندی شده اند. اگر گروه های تعیین شده  $G_1$  و  $G_2$  به ترتیب دارای  $n_1$  و  $n_2$  مشاهده باشند:

$$\begin{aligned} & \text{Min } s \\ & \text{s.t. } \sum_{i=1}^m (\lambda_i^+ - \lambda_i^-) r_{ij} - d + s \geq 0, j \in G_1 \\ & \sum_{i=1}^m (\lambda_i^+ - \lambda_i^-) r_{ij} - d - s \leq -\varepsilon, j \in G_2 \\ & \sum_{i=1}^m (\lambda_i^+ + \lambda_i^-) = 1 \\ & \varepsilon \xi_i^+ \leq \lambda_i^+ \leq \xi_i^+, i = 1, \dots, m \\ & \varepsilon \xi_i^- \leq \lambda_i^- \leq \xi_i^-, i = 1, \dots, m \\ & \xi_i^+ + \xi_i^- \leq 1, i = 1, \dots, m \\ & \sum_{i=1}^m \xi_i^+ + \xi_i^- = k \\ & d, s \quad \text{نامقید} \\ & \xi_i^+, \xi_i^- \in \{0,1\} \quad i = 1..m \\ & \geq 0 \text{ سایر متغیرها} \end{aligned}$$

تابع هدف در این مدل به وسیله مینیمم کردن متغیر  $k$  در حقیقت اندازه همپوشی بین  $G_1$  و  $G_2$  را حداقل می کند و متغیر  $d$  امتیاز تمایز را بیان می کند.

در این مدل برای اعمال شرط غیرخطی  $\lambda_i^+ \lambda_i^- = 0$  از معادل برنامه ریزی صحیح استفاده شده است و برای جلوگیری از وقوع هم زمان  $\lambda_i^+ = 0$  و  $\lambda_i^- = 0$  قید  $\sum_{i=1}^m (\xi_i^+ + \xi_i^-) = h$  که  $h \leq m$  در نظر گرفته می شود.

فرض کنیم  $\lambda_i^* = \lambda_i^{+*} - \lambda_i^{-*}$  و  $d^*$  و  $s^*$  جواب های بهینه مرحله اول باشند.

الف) اگر  $0 < \theta$  که بین دو گروه همپوشی وجود ندارد و کل مشاهدات به طور کامل به دو گروه  $G_1$  و  $G_2$  تقسیم بندی می شوند. در این حالت ابرصفحه جداکننده بین دو گروه، به صورت  $\sum_{i=1}^m \lambda_i^* r_i = d^*$  می باشد.

ب) اگر  $\theta \geq 0$  که آنگاه بین دو گروه همپوشی وجود دارد و وارد مرحله دوم می شویم.

در ابتدای مرحله دوم، مجموعه داده های اصلی  $G$  به چهار مجموعه به صورت  $G = G_1 \cup G_2 = C_1 \cup$

برنامه ریزی خطی برای حالتی که دو مجموعه از مشاهدات جداپذیر خطی وجود دارند یک تابع تمایز خطی معرفی کرد [۴]. مطالعات بعدی روش های برنامه ریزی خطی را با استفاده از معیارهایی مانند حداقل کردن مجموع انحرافات یا حداکثر کردن کمترین انحراف از تابع تمایز تولید شده برای حالتی که دو مجموعه به طور خطی جداپذیر نیستند، توسعه دادند [۵].

همچنین در تعدادی از مطالعات، تحلیل ممیز و برنامه ریزی آرمانی<sup>۳</sup> را با همدیگر ترکیب کرده و با در نظر گرفتن معیارهایی مانند حداقل کردن بیشترین انحراف، بیشینه کردن کمترین انحراف، حداقل کردن مجموع انحرافات درونی، حداقل کردن مجموع انحرافات، حداقل کردن مشاهدات اشتباه طبقه بندی شده، بیشینه کردن نسبت انحرافات درونی به انحرافات بیرونی مدل های مختلفی معرفی کردند [۵-۸]. در این مدل ها با فرض این که عضویت مشاهدات در گروه ها مشخص است و با استفاده از یک مجموعه ی وزن ها و یک مقدار آستانه<sup>۴</sup> یک ابر صفحه تعریف می شود که دو گروه را از هم جدا می کند. از این ابر صفحه برای پیش بینی عضویت مشاهدات جدید می توان استفاده کرد.

سی یوشی با استفاده از ترکیب مدل جمعی تحلیل پوششی داده ها<sup>۵</sup> و تحلیل ممیز و استفاده از برنامه ریزی آرمانی مدل جدیدی از تحلیل ممیز ارائه کرد که این تکنیک به روش DEA/DA معروف است [۹ و ۱۰]. در ادامه مطالعات، یک مدل دو مرحله ای با استفاده از تکنیک برنامه ریزی صحیح مختلط ارائه شد که در این مدل وزن های تابع تمایز خطی را با مینیمم کردن تعداد مشاهداتی که اشتباه طبقه بندی شده اند، تخمین می زند [۱۱]. مهم ترین دلیل طبقه بندی اشتباه در DA وجود همپوشی در گروه ها می باشد و به همین دلیل لازم است جهت افزایش تعداد مشاهدات صحیح طبقه بندی شده، همپوشی بین دو گروه را تشخیص داد.

در مرحله اول طبقه بندی مشاهدات و شناسایی همپوشی انجام می گیرد. فرض کنید  $n$  مشاهده داریم و هر

<sup>3</sup> Goal Programming

<sup>4</sup> Threshold

<sup>5</sup> Data Envelopment Analysis

$N_1 \cup C_2 \cup N_2$  تجزیه می‌شود که:

(۲)

$$C_1 = \left\{ j \in G_1 \mid \sum_{i=1}^m \lambda_i^* r_{ij} > d^* + s^* \right\}$$

$$C_2 = \left\{ j \in G_2 \mid \sum_{i=1}^m \lambda_i^* r_{ij} < d^* - s^* \right\}$$

$$N_1 = G_1 - C_1 \quad N_2 = G_2 - C_2$$

مشاهدات متعلق به  $C_1$  و  $C_2$  کاملاً بالا یا پایین تابع تمایز قرار گرفته‌اند، بنابراین عضویت آنها به طور دقیق مشخص شده است. مشاهدات متعلق به  $N_1 \cup N_2$  مشاهداتی هستند که در مرحله اول درون همپوشی قرار گرفته‌اند و باید در مرحله دوم طبقه‌بندی آنها مشخص شود.

بعد از تشخیص وجود همپوشی در مرحله قبلی، نیاز است که در مرحله دوم تمام مشاهدات داخل  $N_1 \cup N_2$  طبقه‌بندی شوند، چراکه عضویت این مشاهدات هنوز مشخص نیست. برای طبقه‌بندی این مشاهدات در این مرحله از مدل زیر استفاده می‌شود:

(۳)

$$\text{Min} \quad \sum_{j \in N_1} l_j + w \sum_{j \in N_2} l_j$$

$$\text{s. t.} \quad \sum_{i=1}^m (\lambda_i^+ - \lambda_i^-) r_{ij} - c + M l_j \geq 0, j \in N_1$$

$$\sum_{i=1}^m (\lambda_i^+ - \lambda_i^-) r_{ij} - c - M l_j \leq -\varepsilon, j \in N_2$$

$$\sum_{i=1}^m (\lambda_i^+ + \lambda_i^-) = 1$$

$$\varepsilon \xi_i^+ \leq \lambda_i^+ \leq \xi_i^+, i = 1, \dots, m$$

$$\varepsilon \xi_i^- \leq \lambda_i^- \leq \xi_i^-, i = 1, \dots, m$$

$$\xi_i^+ + \xi_i^- \leq 1, i = 1, \dots, m$$

$$\sum_{i=1}^m \xi_i^+ + \xi_i^- = p$$

$C$  نامقید

$$l_j \cdot \xi_i^+ \cdot \xi_i^- \in \{0.1\}, i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n$$

$\geq 0$  سایر متغیرها

که  $M$  یک عدد بسیار بزرگ است و وزن  $w$  اهمیت بین دو گروه را مشخص می‌کند. در این مرحله یک امتیاز تمایز

جدید  $C$  به جای  $d$  در نظر گرفته می‌شود.

حال فرض کنید مقادیر بهینه‌ای که در این مرحله به دست آمده‌اند  $\lambda_i^* = \lambda_i^{+*} - \lambda_i^{-*}$  و  $C^*$  باشند، مشاهده جدید  $Z_r = (z_{1r}, \dots, z_{mr})^T$  در مرحله اول به صورت زیر طبقه‌بندی می‌شود:

- اگر  $\sum_{i=1}^m \lambda_i^* z_{ir} > d^* + s^*$ ، آنگاه مشاهده متعلق به  $G_1$  است.

- اگر  $\sum_{i=1}^m \lambda_i^* z_{ir} < d^* - s^*$ ، آنگاه مشاهده متعلق به  $G_2$  است.

- اگر  $d^* - s^* \leq \sum_{i=1}^m \lambda_i^* z_{ir} \leq d^* + s^*$ ، آنگاه این مشاهده داخل همپوشی  $G_1$  و  $G_2$  است

و در طبقه‌بندی در مرحله دوم به صورت زیر می‌باشد.

- اگر  $\sum_{i=1}^m \lambda_i^* z_{ir} \geq c^*$ ، آنگاه مشاهده متعلق به  $G_1$  است.

- اگر  $\sum_{i=1}^m \lambda_i^* z_{ir} \leq c^* - \varepsilon$ ، آنگاه مشاهده متعلق به  $G_2$  است.

### ۳- مدل ارائه شده

#### ۳-۱- درجه اطمینان

یکی از مشکلات روش‌های تحلیل ممیزی، این است که فقط طبقه‌بندی مشاهده جدید را مشخص می‌کند و اطلاعات بیشتری در مورد درجه اطمینان عضویت مشاهده جدید در گروه تعیین شده را در اختیار ما قرار نمی‌دهد. به همین منظور در این مطالعه یک درجه اطمینان برای مشاهده جدید تعریف می‌شود تا بتوان با استفاده از این معیار، جزئیات بیشتری درباره مشاهده جدید به دست آورد که در تصمیم‌گیری بهتر به ما کمک کند. در مدل DEA/DA طبقه‌بندی مشاهده جدید با استفاده از مدل‌های (۱) و (۳) مشخص می‌شود. به منظور تعیین درجه اطمینان ابتدا حالتی که مشاهده جدید  $r_o = (r_{1o}, \dots, r_{mo})^T$  متعلق به  $G_1$  است، در نظر گرفته می‌شود. ابر صفحه تولید شده در مرحله اول ابر صفحه به دست آورده می‌شود. فرض کنید ابر صفحه  $\sum_{i=1}^m \lambda_i^* r_{io} = a_o^*$  است، بنابراین فاصله  $r_o$  از این ابر صفحه به دست آورده می‌شود. فرض کنید فاصله  $\lambda^* = (\lambda_1^*, \dots, \lambda_m^*)$  بنابراین فاصله  $r_o = (r_{1o}, \dots, r_{mo})^T$  از این ابر صفحه به دست آورده می‌شود:

باشد مقادیر  $d_1=1$  یا  $d_2=1$  در نظر گرفته می شود، (۴)

یعنی مشاهده جدید نیز برای به دست آوردن درجه اطمینان در مجموعه مشاهدات لحاظ می شود. واضح است که در حالتی که مشاهده جدید متعلق به گروه  $G_2$  است، درجه اطمینان به روش مشابه به دست آورده می شود.

### ۳-۲- تحلیل حساسیت بر روی درجه اطمینان

در این بخش تحلیل حساسیت بر روی درجه اطمینان تعریف شده انجام می گیرد تا حساسیت هر یک از پارامترهای تاثیرگذار بر درجه اطمینان مورد بررسی قرار گیرد. یکی از روشهای مناسب در تحلیل حساسیت بر پایه واریانس استفاده از شبیه سازی مونت کارلو هست [۱۲]. برای این منظور فرض کنید مشاهده جدید به صورت  $r_o = (r_{1o}, \dots, r_{mo})^T$  نشان داده شود، که پارامترهای آن مستقل و دارای تابع چگالی احتمال  $f$  هستند، بنابراین به صورت زیر نشان داده می شود:

(۸)

$$d$$

برای به دست آوردن اندیس حساسیت، تابع  $f$  به جمع وندهای افزایشی به فرم زیر تجزیه می شود [۱۳]:

(۹)

$$f$$

$$=$$

$$+$$

که  $f_c$  مقدار میانی تابع است و انتگرال هر جمع وند بر متغیرهایش صفر است، بنابراین

(۱۰)

$$\int$$

که به کمک انتگرالهای چند بعدی زیر محاسبه می شوند:

(۱۱)

برای سادگی کار رابطه (۴) در نرم دوم به صورت زیر نوشته می شود:

(۵)

$$\bar{d}$$

فاصله تمام مشاهدات گروه  $G_1$  از ابرصفحه  $\sum_{i=1}^m \lambda_i^* r_{io} = a_o^*$  به صورت زیر محاسبه می شود:

(۶)

$$\hat{d}$$

و فاصله دورترین نقطه از این ابرصفحه برابر با  $\hat{d} = \max\{\bar{d}_{1j} | j \in G_1\}$  است. بنابراین برای برای نرمال کردن مقدار  $\bar{d}_1$  بر حداکثر فاصله تقسیم می شود:

به همین ترتیب فاصله مشاهده از ابر صفحه تولید شده در مرحله دوم ( $\sum_{i=1}^m \mu_i^* r_{io} = c^*$ ) که  $d_2$  نامیده می شود، محاسبه می گردد.

در این مطالعه برای تعریف درجه اطمینان فاصله از هر دو ابرصفحه در نظر گرفته می شود. به همین دلیل درجه اطمینان به صورت زیر تعریف می گردد:

(۷)

$$d$$

درجه اطمینان نزدیک به یک به این معنی است که مشاهده با اطمینان بالایی به گروه مورد نظر تعلق دارد و درجه اطمینان نزدیک به صفر به معنی اطمینان پایینی در تعلق مشاهده جدید به گروه مورد نظر است. نکته ای که باید مورد توجه قرار داده شود این است که اگر مشاهده جدید بیشترین فاصله را از ابرصفحه داشته

جدید محاسبه می‌شود. در نهایت میزان حساسیت کارایی این شعبه جدید به شاخص‌های بانک ارزیابی می‌گردد. در طبقه‌بندی این شعب تعداد پرسنل، سود پرداختی و مطالبات معوق به صورت ورودی و تسهیلات، سپرده‌های بلند مدت، سپرده‌های جاری، سپرده‌های قرض‌الحسنه، سپرده‌های کوتاه‌مدت، سود دریافتی و کارمزد دریافتی به عنوان متغیرهای خروجی در نظر گرفته می‌شوند. با استفاده از مدل جمعی از ۷۸ شعبه مورد مطالعه، ۴۵ شعبه به صورت کارا و ۳۳ شعبه به صورت ناکارا در نظر گرفته می‌شوند که در شکل (۱) به تفکیک اطلاعات این شعب نشان داده شده است.

$$f_c = \int_{K^m} f(r_o) dr_o$$

$$f_i(r_{io}) = -f_c + \int_0^1 \dots \int_0^1 f(r_o) dr_{o \sim i}$$

$$f_{ij}(r_{io}, r_{jo}) = -f_c - f_i(r_{io}) - f_j(r_{jo}) + \int_0^1 \dots \int_0^1 f(r_o) dr_{o \sim (ij)}$$

که در آن  $dr_{o \sim i}$  و  $dr_{o \sim (ij)}$  به ترتیب نشان دهنده انتگرال روی همه متغیرها به غیر از  $r_{io}$  و  $r_{jo}$  می‌باشد.

برای محاسبه اندیس حساسیت،  $SI_i$  واریانس درجه اطمینان به صورت زیر باید به دست آورده شود:

(۱۲)

$$V_d = \int_{K^m} f^2(r_o) dr_o - f_c^2$$

با مربع کردن روابط (۱۱) و انتگرال‌گیری روی  $K^m$  و استفاده از خاصیت آورده شده در رابطه (۱۰) نتیجه می‌شود:

(۱۳)

$$V_d = \sum_i V_i + \sum_{i < h} V_{ih} + \sum_{i < h < k} V_k + \dots + V_{1.2 \dots m}$$

که (۱۴)

$$V_i = V[E(d|r_{io} = r_{io}^*)]$$

که این عبارت حساسیت  $d$  نسبت به فاکتور  $r_{io}$  را به دست می‌آورد. بر این اساس، اندیس حساسیت به صورت زیر تعریف می‌شود:

(۱۵)

$$SI_i = \frac{V_i}{V_d}$$

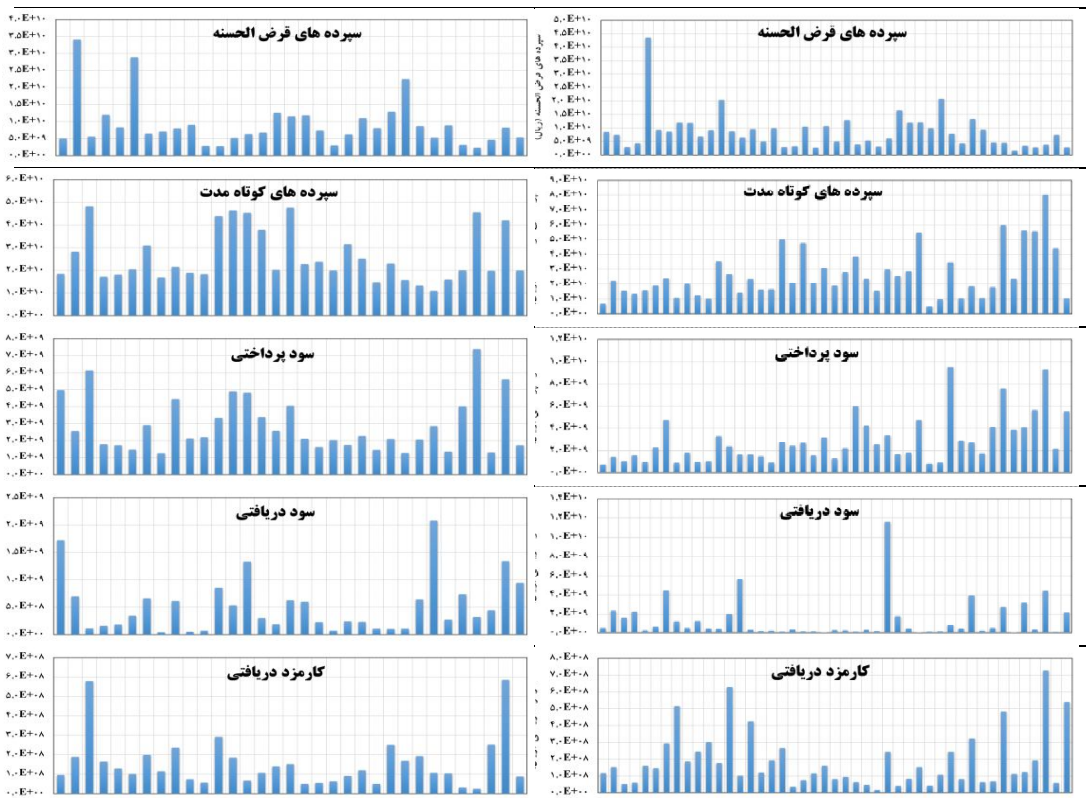
#### ۴- نتایج

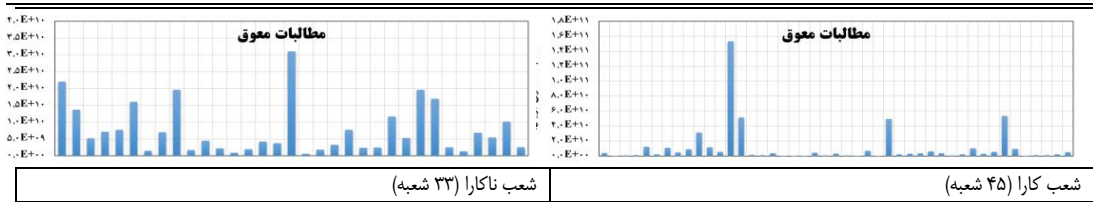
در این بخش در ابتدا ۷۸ شعبه از بانک ملت که بیش از ۲۰ پرسنل دارند با استفاده از مدل جمعی از لحاظ کارایی طبقه‌بندی می‌شوند. در ادامه یک شعبه جدید معرفی و کارا یا ناکارا بودن آن شعبه پیش‌بینی می‌شود. با توجه به روش ارائه شده در این مطالعه درجه اطمینان این شعبه



شکل ۱- اطلاعات شعب مورد مطالعه

ادامه شکل ۱





پراکندگی حول مقدار میانگین را نشان می‌دهد و به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$(۱۶)$$

C

در این رابطه  $\sigma$  انحراف معیار استاندارد و  $\mu$  مقدار میانگین می‌باشد. جهت تولید متغیرهای تصادفی مربوط به هر پارامتر از الگوی زیر استفاده شده است [۱۵]:

$$(۱۷)$$

$$r_{ij} = \mu_{r_{ij}} (1 + COV_{r_{ij}} \alpha_l)$$

که  $COV_{r_{ij}}$  و  $\mu_{r_{ij}}$  به ترتیب مقادیر میانی و ضرایب تغییرات<sup>۵</sup> پارامترهای تصادفی را بیان می‌کنند و  $\alpha_l$  پارامتر تصادفی تولید شده با میانگین صفر است که در شبیه‌سازی مونت کارلو استفاده می‌شود. جمع‌آوری داده‌های بانکی، معمولاً با عدم قطعیت زیادی همراه هستند بنابراین،  $COV$  این متغیرها نقش مهمی در تغییرات کارایی دارد. اما چون به دست آوردن  $COV$  تحقیقات گسترده‌ای در زمینه امور بانکی لازم دارد و موضوع مورد بحث این مطالعه نیست، بنابراین ما در این بخش  $COV$  همه متغیرها را برابر ۰/۰۵ در نظر می‌گیریم. با استفاده از روش مونت کارلو<sup>۷</sup> حساسیت شاخص‌ها روی تغییرات درجه اطمینان مورد بررسی قرار می‌گیرد. نتایج تحلیل حساسیت برای پارامترهای مختلف در شکل (۲) نشان داده شده است. این نتایج بیان‌گر میزان تاثیر تغییرات یا عدم قطعیت در هر پارامتر روی درجه اطمینان مشاهده مورد نظر می‌باشد. در این نمودار سهم نسبی هر پارامتر در تغییرات درجه اطمینان نشان داده شده است. مجموع اندیس حساسیت برای پارامترهای مختلف تقریباً برابر ۹۹٪ است، بنابراین اندیس‌های مراتب بالاتر مقادیر بسیار کوچکی دارند، یعنی تاثیر آنها بر درجه

با استفاده از مدل‌های (۱) و (۳) توابع تمایز تعیین می‌گردد که مقادیر تخمین‌های وزنی توابع تمایز به دست آمده در هر دو مرحله در جدول (۱) آورده شده است. به منظور کنترل عدم تعادل بین داده‌ها و تفاوت اهمیت داده‌های کارا و ناکارا، در مرحله دوم DEA-DA وزن W به گروه‌ها اختصاص داده می‌شود. چون در این بخش داده‌های صحیح طبقه‌بندی شده برای ما اهمیت بیشتری دارند، W برابر ۱ قرار داده می‌شود.

حال مشاهده جدید A که اطلاعات آن در جدول (۲) آورده شده است را در نظر گرفته که با استفاده از نتایج مرحله اول DEA-DA، این مشاهده درون همپوشی قرار دارد و از مرحله دوم نتیجه می‌شود که ناکارا است. با استفاده از جدول (۱) درجه اطمینان حاصله برابر ۰/۰۲۸۳ می‌باشد که با درون همپوشی قرار داشتن این مشاهده مطابقت دارد. قابل ذکر است با توجه به این که مقدار درجه اطمینان این مشاهده کم است، در مورد طبقه‌بندی آن به عنوان ناکارا باید احتیاط بیشتری اعمال کرد. همچنین هنگام جمع‌آوری یا تخمین داده‌های آن باید دقت نظر بیشتری اعمال شود.

برای تحلیل حساسیت شاخص‌های موثر بر درجه اطمینان از روش تحلیل حساسیت بر مبنای واریانس با به کارگیری الگوریتم شبیه‌سازی مونت کارلو استفاده می‌شود. در تحلیل حساسیت با استفاده از روش شبیه‌سازی مونت کارلو برای محاسبه نتایج، بر نمونه‌گیری‌های تکراری تصادفی تکیه می‌شود [۱۴]. روش مونت کارلو از اعداد تصادفی برای شبیه‌سازی پارامترها استفاده می‌کند. یعنی با در نظر گرفتن ضریب تغییرات<sup>۶</sup> مربوط به هر کدام از پارامترها یک مجموعه عدد تصادفی تولید می‌گردد که متوسط آن برابر با مقدار قطعی آن متغیر می‌باشد. ضریب تغییرات،  $COV$ ، مقدار

<sup>7</sup> Monte-Carlo

<sup>6</sup>Coefficient Of Variation (COV)



کمترین تاثیر را روی تغییرات درجه اطمینان دارد. بنابراین مهم‌ترین منبع عدم قطعیت در درجه اطمینان ناشی از سپرده‌های بلندمدت و سود دریافتی است و مقادیر آنها باید با دقت بیشتری گردآوری و تخمین زده شوند.

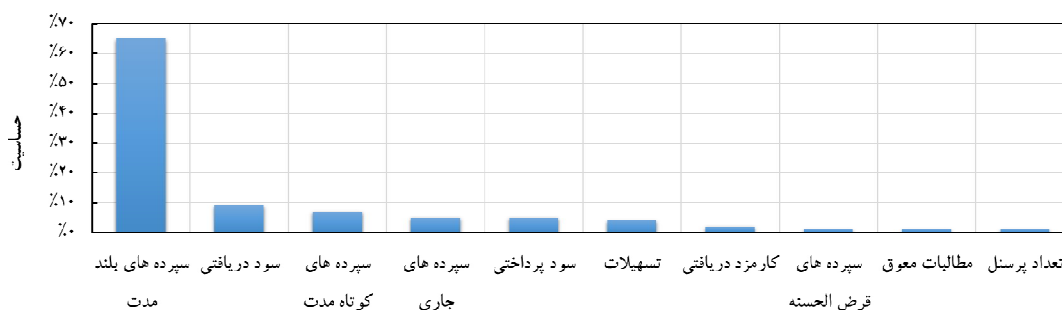
اطمینان بسیار ناچیز است، در نتیجه از محاسبه آنها صرف‌نظر شده است. نتایج آورده شده در شکل (۲) بیان می‌کند که تاثیر سپرده‌های بلندمدت روی تغییرات درجه اطمینان ۶۵ درصد است و تغییرات در سه شاخص تعداد پرسنل، سپرده‌های قرض‌الحسنه و مطالبات معوقه

جدول ۱ - وزن‌های ابرصفحه‌های بدست آمده از DEA-DA

شاخص	مرحله اول	مرحله دوم
پرسنل	-۰/۸۶۷۵۲	-۰/۰۰۱۰۰
تسهیلات	-۰/۰۰۱۰۰	-۰/۰۰۱۸۳۳
سپرده‌های بلندمدت	-۰/۰۰۱۷۴۷	-۰/۰۰۳۸۳۱۴
سپرده‌های جاری	-۰/۰۰۱۰۳۱	-۰/۰۰۲۷۳۰
سپرده‌های قرض‌الحسنه	-۰/۰۰۲۱۹۱	-۰/۰۰۸۹۲۰
سپرده‌های کوتاه‌مدت	-۰/۰۰۱۰۰۰	-۰/۰۰۱۰۲۵۷
سود پرداختی	-۰/۰۰۲۵۳۴	-۰/۰۰۴۷۳۵۱
سود دریافتی	-۰/۰۰۶۰۱۳۸	-۰/۰۰۱۰۰۰
کارمزد دریافتی	-۰/۰۰۳۹۰۳۵	-۰/۰۰۴۳۶۲۷
مطالبات معوق	-۰/۰۰۱۰۰	-۰/۰۰۲۶۱۷
امتیاز تمایز	$۲/۶۰۰ \times ۱۰^{-۷}$	$۲/۳۱۳ \times ۱۰^{-۸}$

جدول ۲. اطلاعات مشاهده جدید

شاخص	C
پرسنل	۲۹
تسهیلات	$۸۹۹ \times ۱۰^{-۸}$
سپرده‌های بلندمدت	$۲۵۹ \times ۱۰^{-۸}$
سپرده‌های جاری	$۳۹۰ \times ۱۰^{-۸}$
سپرده‌های قرض‌الحسنه	$۹۰ \times ۱۰^{-۸}$
سپرده‌های کوتاه‌مدت	$۲۰۱ \times ۱۰^{-۸}$
سود پرداختی	$۲۳ \times ۱۰^{-۸}$
سود دریافتی	$۱۳ \times ۱۰^{-۸}$
کارمزد دریافتی	$۲۱۶ \times ۱۰^{-۶}$
مطالبات معوق	$۱۰۳ \times ۱۰^{-۸}$



شکل ۲. نتایج تحلیل حساسیت بر روی مشاهده جدید

## ۵- نتیجه‌گیری

مدل‌های طبقه‌بندی با استفاده از یک مجموعه از پارامترهای وابسته به هر مشاهده، مشاهداتی را که عضویت آنها مشخص نیست به گروه‌های مشخص شده اختصاص می‌دهد. تحلیل ممیز یکی از مدل‌های طبقه‌بندی است که برای پیش‌بینی عضویت یک مشاهده به کار می‌رود. در این مطالعه، مدل تحلیل ممیز دو مرحله‌ای معرفی شده است که در اولین مرحله وجود همپوشی را مشخص می‌کند و در مرحله دوم مشاهداتی را که درون این ناحیه همپوشی قرار گرفته‌اند مجدداً طبقه‌بندی می‌نماید. یکی از مشکلات روش تحلیل ممیز این است که فقط می‌تواند دسته‌بندی مشاهده جدید را مشخص نماید، در صورتی که اکثر اوقات لازم است اطلاعات بیشتری در مورد مشاهده جدید داشته باشیم. بنابراین در این مطالعه، براساس فاصله مشاهده از ابرصفحه یک درجه اطمینان معرفی می‌شود. سپس کاربرد آن در یک مثال عددی برای یک مشاهده جدید که درون همپوشی قرار دارد نشان داده شده است. در ادامه به کمک تحلیل حساسیت با استفاده از روش مونت کارلو اثر شاخص‌های تاثیرگذار ورودی روی تغییرات خروجی محاسبه می‌شود. مهم‌ترین موضوع در فرایند معرفی شده، ارزیابی اندیس حساسیت کلی است که به دلیل این که همه تاثیرات اندرکنشی آن فاکتور را در نظر می‌گیرد به طور دقیق، اثر تغییرات یک پارامتر ورودی بر خروجی را مشخص می‌کند. یکی دیگر از مزایای روش ارائه شده این است که مستقل از مدل است یعنی خطی یا جمع‌پذیر بودن مدل تاثیری بر دقت روش ندارد. نتایج تحلیل حساسیت نشان داد که شاخص‌های سپرده بلندمدت بیشترین و تعداد پرسنل کمترین تاثیر را روی تغییرات درجه اطمینان دارد، یعنی افزایش تعداد پرسنل تاثیر اندکی بر تغییرات درجه اطمینان دارد. قابل ذکر است با توجه به این که نتایج تحلیل حساسیت به مقدار ضریب تغییرات وابسته است، لازم است مطالعات مناسبی در راستای تعیین واریانس پارامترها انجام گیرد تا بتوان ضریب تغییرات مناسبی در تحلیل حساسیت به دست آورد.

## فهرست منابع:

- [12] Razmyan S, and Hosseinzadeh Lotfi F, (2012). An Application of Monte-Carlo-Based Sensitivity Analysis on the Overlap in Discriminant Analysis, Journal of Applied Mathematics.
- [13] Saltelli A, Chan K, and Scott E.M, (2004). Sensitivity analysis, Wiley series in probability and statistics. John Wiley & Sons, New York.
- [14] Sobol I.M, (1994). A primer for the Monte Carlo method, CRC Press, Boca Raton, FL.
- [15] IASSAR, (1997). A State-of-the-Art Report on Computational Stochastic Mechanics, Probabilistic Engineering Mechanics.
- [1] Gholam Abri A, (2016). Studying the Impact of Deferred Debts on Bank Performance by Using Data Envelopment Analysis, Journal of New Researchs in Mathematics.
- [2] Fisher R.A, (1936). The use of multiple measurements in taxonomic problems, Annals of Eugenics.
- [3] Peykani P, Mohammadi E, Jabbarzadeh A, and Jandaghian A, (2016). Utilizing Robust Data Envelopment Analysis Model for Measuring Efficiency of Stock, A case study: Tehran Stock Exchange, Journal of New Researches in Mathematics.
- [4] Mangasarian O.L, (1965). Linear and nonlinear separation of patterns by linear programming, Operations research.
- [5] Freed N, and Glover F, (1981). Simple but powerful goal programming formulations for the statistical discriminant problem, European Journal of Operational Research.
- [6] Glover F, (1990). Improved linear programming models for discriminant analysis, Decision Sciences.
- [7] Banks W.J, and Abad P.L, (1991). An efficient optimal solution algorithm for the classification problem, Decision Sciences.
- [8] Retzlaff-Roberts D.L, (1996). A ratio model for discriminant analysis using linear programming, European Journal of Operational Research.
- [9] Sueyoshi T, (1999). DEA-discriminant analysis in the view of goal programming, European Journal of Operational Research.
- [10] Sueyoshi T, (2001). Extended DEA-discriminant analysis, European Journal of Operational Research.
- [11] Sueyoshi T, (2004). Mixed integer programming approach of extended DEA-discriminant analysis, European Journal of Operational Research.

