

دسترسی در سایت <http://jnrm.srbiau.ac.ir>

سال چهارم، شماره شانزدهم، زمستان ۱۳۹۷

شماره شاپا: ۲۵۸۸-۵۸۸۸



پژوهش‌های نوین در ریاضی



دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات

بیشترین مقیاس بهره‌وری در مقایسه با تحقق تقاضا (مطالعه موردی در شرکت‌های بیمه)

مهناز احدزاده نمین^۱، الهه خمسه^۱

^(۱) گروه ریاضی، واحد شهر قدس، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران.

تاریخ ارسال مقاله: ۹۷/۰۴/۳۰ تاریخ پذیرش مقاله: ۹۷/۱۰/۰۵

چکیده

علم اقتصاد به ظرفیت برنامه‌ریزی با مقیاس اقتصادی وابسته است. اقتصاد دانان ویژگی‌های تابع تولید را بررسی می‌کنند در حالی که مدیریت عملیاتی جامعه بر تحقق تقاضا متمرکز شده است تا از دست دادن فروش یا موجودی از کاهش هزینه‌ها جلوگیری کند و حداکثر سود حاصل شود. با این حال، شرکت‌هایی که کمبود ظرفیت دارند، نیاز به دستیابی به اندازه مقیاس اقتصادی و تقاضای تحقق آن به طور همزمان را دارند، به خصوص زمانی که تقاضای شرکت‌ها متغیر است. اما همیشه میزان تقاضای مشتری برابر با میزان خروجی نیست، میزان تقاضا ممکن است کمتر از ماکزیمم سطح خروجی بیشترین مقیاس بهره‌وری (MPSS)، بین بیشترین سطح خروجی MPSS و ماکزیمم سطح خروجی‌ها و یا بزرگتر از ماکزیمم سطح خروجی‌ها باشد. در این مقاله قصد داریم متناسب با هر سه سناریو عنوان شده سطح تقاضا، بیشترین مقیاس بهره‌وری را در مقایسه با تقاضای محقق شده برای شرکت‌های فعال بیمه در سال ۱۳۹۶ بیابیم. در واقع، کاربردی از مقاله لی (۲۰۱۶) را در شرکت‌های بیمه در کشور ایران بررسی خواهیم کرد.

واژه‌های کلیدی: تحلیل پوششی داده‌ها، بیشترین مقیاس بهره‌وری، تقاضا، تحلیل تصمیم‌گیری چند هدفه (MODA).

۱- مقدمه

ظرفیت یک سیستم به عنوان حداکثر تعداد واحدهایی که سیستم می‌تواند در یک زمان معین تولید شود (ناهمایس، ۲۰۰۹)، تعریف می‌شود. هدف برنامه‌ریزی ظرفیت، ارائه عرضه دقیقاً مطابق با سطح تقاضا است. از آنجا که سرمایه‌گذاری غیرقابل برگشت یا پر هزینه است با توجه به نوسانی بودن ماهیت تقاضا، برنامه‌ریزی ظرفیت یک مسئله پیچیده است (آبل و همکاران، ۱۹۹۶). یکی از مسائل مهم مربوط به تصمیم‌گیری در مورد برنامه‌ریزی ظرفیت آنست که، آیا باید برنامه‌ریزی ظرفیت در مقیاس اقتصادی شرکت یا در تحقق تقاضا پایه گذاری شود؟ در اقتصاد گوییم که تعیین مقیاس بهینه، به ویژه، بیشترین مقیاس بهره‌وری (MPSS)، بیان کننده نقطه به حداکثر رساندن نسبت کل خروجی به کل ورودی است، این نقطه مزیت بالقوه هزینه را نشان می‌دهد، زیرا هزینه‌های ثابت بر روی واحدهای با بیشترین خروجی گسترش می‌یابد. هنگامی که افزایش اندازه مقیاس و محصول متوسط تولیدی پس از نقطه MPSS کاهش می‌یابد (بانکر، ۱۹۸۴). MPSS، روی رویه کارای مجموعه امکان تولید (PPS)^۱ شناسایی می‌شود، که توسط تابع تولید تعریف می‌شود. تابع تولید عملکرد مجموعه‌ای از ورودی‌هایی که مقدار آن خروجی، حداکثر ممکن برای یک مجموعه داده ورودی‌ها است را نشان می‌دهد. این تابع نامنفی و غیر افزایشی است که خروجی صفر را وقتی که همه ورودی‌ها صفر است می‌دهد (سولی و همکاران، ۲۰۰۵). بنکر (۱۹۸۴) MPSS را برای ورودی‌ها و خروجی‌های مرکب داده شده در اندازه مقیاس تعریف کرد بطوریکه در آن خروجی‌های تولید شده در هر واحد از ورودی، حداکثر شود. او نشان داد که MPSS معادل با الگوی کارا روی مرز بازده به مقیاس ثابت (CRS)^۲ می‌باشد، یعنی وقتی که تمام ورودی‌ها افزایش می‌یابد، به همان نسبت خروجی‌ها نیز افزایش یابند. فرض کنید $x \in \mathbb{R}^+$ نشان دهنده بردار ورودی و $y \in \mathbb{R}^+$ بردار خروجی سیستم

تولید را نشان دهد. مجموعه‌ی تولید را x بتواند y تولید کند را $T = \{(x, y) | \text{تعریف می‌کنیم. بر اساس تعریف بنکر، نقطه } (x, y) \in T \text{ یک MPSS است اگر و تنها اگر برای هر } (ax, by) \in T \text{ داشته باشیم } a \geq b \text{ (بنکر و همکاران (۲۰۰۴) و خدابخشی (۲۰۰۹)). به عبارت دیگر، برای مقادیر کوچکی از ورودی محصول حاشیه‌ای ممکن است افزایش یابد، اما برای مقادیر ورودی باید بیش از هر مقدار در MPSS باشد (لی و جانسون، ۲۰۱۳). روش دگرین زوو (2000) می‌تواند شناسایی بزرگترین MPSS یا کوچکترین MPSS را کنترل کند (فوکویاما، ۲۰۰۳). لی (۲۰۱۶) در مقاله خود در مورد ظرفیت معضل بین MPSS و تقاضا با ترکیب تحلیل پوششی داده‌ها (DEA)^۳ و تحلیل تصمیم‌گیری چند هدفه (MODA)^۴ برای توسعه یک راه حل مصالحه‌آمیز می‌پردازد. آنها یک هدف را روی تابع تولید در نظر می‌گیرند و به سمت تصمیم‌گیری‌های برنامه‌ریزی ظرفیت، هدایت می‌کنند. بده بستان بین استراتژی MPSS (هزینه‌گرایی) و استراتژی تقاضا (درآمدگرا) اولویت ریسک تصمیم‌گیرنده را نشان می‌دهد. در این پژوهش کاربردی از مقاله لی (۲۰۱۶) را در شرکت‌های بیمه در کشور ایران مورد بررسی قرار داده‌ایم.$

در بخش ۲، مبانی نظری مورد نیاز را بیان خواهیم کرد که شامل مباحثی از تحلیل پوششی داده‌ها و خلاصه‌ای از مقاله لی (۲۰۱۶) که به صورت یک الگوریتم بیان خواهد شد، می‌باشد. در بخش ۳، مثالی کاربردی از شرکت‌های فعال بیمه را بررسی خواهیم کرد. در انتها بخش نتیجه‌گیری بیان خواهد شد.

۲- مبانی نظری تحقیق

در این بخش ابتدا بصورت مختصر مدل‌های مورد استفاده از تحلیل پوششی داده‌ها را بیان خواهیم کرد و سپس بیشترین مقیاس بهره‌وری در مقایسه با تحقق تقاضا که در مقاله لی (۲۰۱۶) به آن پرداخته شده است را شرح خواهیم داد.

3. Data Envelopment Analysis
4. Multi Objective Decision Analysis

1. Production Possibility Set
2. Constant Returns to Sale

۱-۲- تحلیل پوششی داده‌ها

تحلیل پوششی داده‌ها تکنیکی بر مبنای برنامه‌ریزی ریاضی برای تعیین کارایی مجموعه‌ی از واحدهای تصمیم‌گیرنده‌ی متجانس با چند ورودی و چند خروجی است و واحدهای کارا و ناکارا مشخص می‌شوند. در یک واحد کارا ممکن است بتوان با افزایش مقادیر ورودی‌ها، مقادیر خروجی‌ها را افزایش داد. افزایش مقادیر ورودی‌ها به یک نسبت ممکن است موجب افزایش مقادیر خروجی‌ها به نسبت کمتر، مساوی یا بیشتر گردد. افزایش مقادیر خروجی‌ها به نسبت کمتر به صرفه نیست. اگر افزایش مقادیر خروجی‌ها به نسبت بیشتر از ورودی‌ها باشد، مسلماً ادامه‌ی افزایش ورودی تا جایی که صرفه است که موجب افزایش مقادیر خروجی‌ها به نسبت بیشتر یا مساوی گردد.

فرض کنید n واحد تصمیم‌گیری (DMU) وجود دارد. هر $DMU_j (j = 1, \dots, n)$ با استفاده از m ورودی $x_{ij} (i = 1, \dots, m)$ ، s خروجی $y_{rj} (r = 1, \dots, s)$ را تولید می‌کند.

تعریف ۱-۲: مجموعه‌امکان تولید

(PPS) را با T نشان داده و آن را چنین تعریف می‌کنیم:

$$T = \{(x, y) | x \geq 0, y \geq 0 \text{ را تولید نماید}\}$$

مشاهده می‌شود که مجموعه امکان تولید T زمانی مشخص می‌شود که تابع تولید شناخته شده باشد. در حالت کلی تابع تولید در دسترس نیست، لذا اصول زیر را جهت تعریف مجموعه امکان تولید T می‌پذیریم، که هم چنین برای معرفی مدل‌های متفاوت از این اصول روی مجموعه امکان تولید T استفاده می‌شود.

اصل ۱: غیر تهی بودن (اصل شمول مشاهدات)^۱: به ازای هر $j = 1, \dots, n$ $(x_j, y_j) \in T$.

اصل ۲: (اصل تحدب)^۲: اگر $(x_1, y_1) \in T$ و $(x_2, y_2) \in T$ آنگاه به ازای هر $\gamma \in (0, 1)$ $\gamma(x_1, y_1) + (1 - \gamma)(x_2, y_2) \in T$.

اصل ۳: (اصل ناکارایی ورودی)^۳: اگر $(x, y) \in T$ و $\hat{x} \geq x$ آنگاه $(\hat{x}, y) \in T$.

اصل ۴: (اصل ناکارایی خروجی)^۴: اگر $(x, y) \in T$ و $\hat{y} \leq y$ آنگاه $(x, \hat{y}) \in T$.

اصل ۵: بازده به مقیاس ثابت (اصل بی کرانی اشعه)^۵: اگر $(x, y) \in T$ آنگاه به ازای هر $\alpha \geq 0$ $(\alpha x, \alpha y) \in T$.

اصل ۶: (اصل انقباض)^۶: اگر $(x, y) \in T$ آنگاه به ازای هر $0 \leq \alpha \leq 1$ $(\alpha x, \alpha y) \in T$.

اصل ۷: (اصل انبساط)^۷: اگر $(x, y) \in T$ آنگاه به ازای هر $\alpha \geq 1$ $(\alpha x, \alpha y) \in T$.

اصل ۸: (اصل کمیته برون یابی)^۸: T اشتراک همه \hat{T} ‌هایی است که در اصول ۱، ۲ و تعدادی از اصول ۳ و ۴ بالا صدق می‌کند.

لم ۱-۲: مجموعه T_{CCR} در اصول ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ و ۸ صدق می‌کند، اگر و فقط اگر

$$T_C = T_{CCR} = \{(x, y) | x \geq \sum_{j=1}^n \gamma_j x_j, y \leq \sum_{j=1}^n \gamma_j y_j, \gamma_j \geq 0, j = 1, \dots, n\}$$

لم ۲-۲: مجموعه T_{BCC} در اصول ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ و ۸ صدق می‌کند، اگر و فقط اگر

$$T_V = T_{BCC} = \{(x, y) | x \geq \sum_{j=1}^n \gamma_j x_j, y \leq \sum_{j=1}^n \gamma_j y_j, \gamma_j \geq 0, j = 1, \dots, n\}$$

3. Input inefficiency postulate
4. Output inefficiency postulate
5. Ray unboundness postulate
6. Contraction postulate
7. Expansion postulate
8. Minimum extrapolation postulate

1. Ordinary postulate
2. Convexity postulate

تعریف ۲-۲- غالب بودن

DMU_0 را بر DMU_j غالب گوئیم، هرگاه شرایط زیر موجود باشد:

$$\begin{pmatrix} -x_j \\ y_j \end{pmatrix} \leq \begin{pmatrix} -x_0 \\ y_0 \end{pmatrix}$$

به عبارت دیگر امکان تولیدی با ورودی کمتر یا مساوی ورودی DMU_j که خروجی بیشتر یا مساوی خروجی DMU_j تولید کند وجود داشته باشد به قسمی که لااقل در یک مولفه از ورودی‌ها و یا خروجی‌ها نامساوی به صورت اکید برقرار باشد.

۲-۲- بیشترین مقیاس بهره‌وری در مقایسه با تحقق تقاضا

لی (۲۰۱۶)، در مقاله خود بیشترین مقیاس بهره‌وری (MPSS) در مقایسه با تحقق تقاضا (DFMPSS) مورد مطالعه قرار داده‌اند. اگر D_K نشان دهنده تقاضای پیش‌بینی شده باشد. جهت رسیدن به این منظور از الگوریتم زیر که برگرفته از مقاله لی (۲۰۱۶) می‌باشد، استفاده خواهیم کرد. فرض بر این است که $s = 1$ باشد، یعنی DMU_j تک خروجی باشد.

الگوریتم: گام (۱). نقاط $MPSS$ را بیابید ($MPSS$) نشان دهنده الگوی کارا در مرز بازده به مقیاس ثابت می‌باشد). فرض کنید $j = 1, \dots, n_1$ تعداد نقاط $MPSS$ باشد.

گام (۲). مدل BCC را حل کنید.

$$\begin{aligned} D^{VRS}(x,y) &= \text{Min } \theta \\ \text{s.t. } (\theta x, y) &\in T^{VRS} \\ 0 < \theta &\leq 1 \end{aligned}$$

که در آن

$$\begin{aligned} T^{VRS} &= \{(x,y) \mid \sum_{j=1}^n \lambda_j y_j \geq y, \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} \leq x, \forall i \\ &\in \{1, \dots, m\}, \sum_{j=1}^n \lambda_j = 1, \lambda_j \\ &\geq 0, \forall j \in \{1, \dots, n\}\} \end{aligned}$$

نشان دهنده الگوی کارای شرکت $(\theta_k^{*VRS} x_k, y_k)$ k -ام می‌باشد، که θ_k^{*VRS} جواب بهینه مدل (۱) می‌باشد.

گام (۳). قرار دهید:

$$1. MPSS^{Max} = \{(x^M, y^M) \mid y^M = \text{Max } \{y \mid (x, y) \in MPSS\} \quad (3)$$

$$2. y^{Max} = \{(x^p, y^p) \mid y^p = \text{Max } \{y \mid (x, y) \in T^{VRS}\} \quad (4)$$

۳. قرار دهید D_K تقاضای پیش‌بینی شده شرکت k -ام. D_f تقاضای محقق شده.

جهت محاسبه $MPSS^{Max}$ و y^{Max} از مدل‌های زیر استفاده می‌کنیم. فرض کنید

$$MPSS = \{(x_1^{MPSS}, y_1^{MPSS}), \dots, (x_{n_1}^{MPSS}, y_{n_1}^{MPSS})\}$$

مجموعه نقاط $MPSS$ باشد. (X_k^{MPSS}, y_k^{MPSS}) نشان دهنده آنست که شرکت k -ام بیشترین مقیاس بهره‌وری را دارد. آشکارا $MPSS^{Max}$ شامل نقاطی مانند

$$\sum_{j=1}^{n_1} \lambda_j (x_{ij}^{MPDSS}, y_j^{MPDSS})$$

که در آن $\lambda_1, \dots, \lambda_{n_1}$ مقادیری می‌باشند که در مدل (۵) صدق می‌کنند.

$$\begin{aligned} y^M &= \text{Max } y \\ \text{s.t. } \sum_{j=1}^n \lambda_j y_j^{MPSS} &\geq y \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j &= 1 \\ \lambda_j &\geq 0, \quad j = 1, \dots, n \end{aligned} \quad (5)$$

جهت یافتن جواب منحصر بفرد $MPSS^{Max}$ کافی است قید

بیشترین بهره‌وری سطح تقاضای محقق شده (MPSSDF) می‌باشیم.

حالت اول: $D_k \leq y^M$ (سطح خروجی $MPSS^{Max}$ بزرگتر از سطح تقاضای پیش‌بینی شده). مدل (۷) را حل کنید.

$$\begin{aligned} & \text{Min} \quad \sum_{i=1}^m x_i \\ & \text{s.t.} \quad \sum_{j=1}^{n1} \lambda_j x_{ij}^{MPSS} \leq x_i, \\ & \quad \quad i = 1, \dots, m \\ & \quad \quad \sum_{j=1}^{n1} \lambda_j y_j^{MPSS} = D_k \quad (7) \\ & \quad \quad \sum_{j=1}^{n1} \lambda_j = 1 \\ & \quad \quad \lambda_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, n1 \\ & \quad \quad x_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, m \end{aligned}$$

بطور مشابه اگر قیمت ورودی مشخص باشد می‌توان تابع هدف را با $\sum_{i=1}^m C_i x_i$ تعویض کرد. فرض کنید $X^{MPSSDF} = (x_1^{MPSS-DF}, \dots, x_m^{MPSS-DF})$

جواب بهینه مدل (۷) باشد در این صورت $MPSSDF = (X^{MPSSDF}, y^{MPSSDF})$

حالت دوم: $y^M \leq D_k \leq y^P$ (سطح تقاضای پیش‌بینی شده بزرگتر با مساوی سطح خروجی y^{Max} و کوچکتر مساوی سطح خروجی $MPSS^{Max}$ می‌باشد). در واقع هدف بده‌بستان بین $MPSS^{Max}$ و نزدیکترین سطح تقاضای پیش‌بینی شده تا $MPSS^{Max}(DF)$ قرار دهید

$$DFcMPSS^{Max} = \{(x_i^D, y^D)\}$$

که یک جواب بهینه مدل (۸) می‌باشد.

$$\sum_{j=1}^{n1} \lambda_j x_{ij}^{MPSS} = x_i$$

را به مدل (۵) اضافه کنیم و تابع هدف را با

$$\text{Max} \quad My - \sum_{i=1}^m x_i$$

جایگزین کنیم. اگر قیمت ورودی معلوم باشد و C_i نشان دهنده هزینه ورودی باشد می‌توان تابع هدف مدل قبل را با

$$\text{Max} \quad My - \sum_{i=1}^m C_i x_i$$

جایگزین کرد که در آن M نشان دهنده یک عدد مثبت بسیار بزرگ است. برای تخمین y^{Max} از مدل زیر استفاده می‌کنیم.

$$y^P = \text{Max} \quad y$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{j=1}^n \lambda_j y_j \geq y \quad (6)$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1, \quad \lambda_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, n$$

به طور مشابه جهت یافتن جواب منحصربفرد y^{Max} کافی است قید

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} = x_i, \quad i = 1, \dots, m$$

را به قیود مدل (۶) اضافه کنیم و تابع هدف را به صورت

$$\text{Max} \quad My - \sum_{i=1}^m C_i x_i$$

در نظر بگیریم.

گام (۳): برای تعیین $MPSS^{Max}$ و y^{Max} وقتی پیش‌بینی سطح تقاضای D_k مفروض است، یکی از سه سناریو زیر ممکن است رخ دهد. در واقع به دنبال یافتن

$$\begin{aligned} \text{Con MD} &= (x_i^{MD}, y^{MD}) \\ &= (wx_i^m \\ &\quad + (1-w)x_i^D, wy^M \\ &\quad + (1-w)y^D) \end{aligned} \quad (10)$$

آشکارا اگر $w = 0$ آنگاه

$$\text{Con MD} = \text{DFcMPSS}^{\text{Max}}$$

اگر $w = 1$ آنگاه

$$\text{Con MD} = \text{MPSS}^{\text{Max}}$$

می‌توان کاندیدای هدف روی مرز را با استفاده از تابع فاصله جهت دار تخمین زد (چنبرز و همکاران (۱۹۹۶)). فرض کنید $\hat{\theta}$ اندازه کارایی باشد وقتی جهت به صورت $(x_i^{MD} - x_{ir}, y^{MD} - y_r)$ در نظر گرفته شده باشد. جهت این منظور مدل (۱۱) را حل کنید. جواب تقریبی که با $S(t)$ نشان می‌دهیم طی گام‌های زیر ساخته می‌شود.

$$\begin{aligned} \text{Min } \hat{\theta} \\ \text{s.t. } \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} \leq x_{ir} + \hat{\theta} (x_i^{MD} - x_{ir}), \quad i=1, \dots, m \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j y_j \geq y_r + \hat{\theta} (y^{MD} - y_r) \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j = 1 \\ \lambda_j \geq 0, \quad j=1, \dots, n \\ \hat{\theta} \geq 0, \end{aligned} \quad (11)$$

کاندیدای هدف بصورت

$$(x_{ir} + \hat{\theta}^*(x_i^{MD} - x_{ir}), y_r + \hat{\theta}^*(y^{MD} - y_r))$$

تعریف می‌شود که در آن $\hat{\theta}^*$ جواب بهینه مدل (۱۱) می‌باشد. حالت سوم: $D_k > y^p$ (سطح تقاضای پیش‌بینی شده بزرگتر از خروجی y^{Max} می‌باشد) این حالت مشابه با حالت دوم می‌باشد با این تفاوت که شرکت I -ام دارای مجموعه‌ای از اهداف است که بده بستان بین MPSS^{Max} و y^{Max} است. قرار دهید:

$$\begin{aligned} \text{Min } \sum_{i=1}^m (x_i^M - x_i)^2 + (y^M - D_r)^2 \\ \text{s.t. } \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} \leq x_i, \quad i=1, \dots, m \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j y_j = D_r \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j = 1 \\ \lambda_j \geq 0, \quad j=1, \dots, n \\ x_i \geq 0, \quad i=1, \dots, m \end{aligned} \quad (8)$$

که در آن $y^D = D_r$ و نقطه (x_1, \dots, x_m, y^D) باید در تمام محدودیت‌ها صدق کند بطوریکه هر x_i به اندازه کافی نزدیک به نقاط MPSS^{Max} باشد. می‌توان از جمله $(y^M - D_r)^2$ چشم‌پوشی کرد و با اینکه

$$\begin{aligned} |x_i^m - x_i| &= x_i^+ + x_i^- \\ x_i &= x_i^m - x_i^+ + x_i^- \end{aligned}$$

مدل (۸) را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد.

$$\begin{aligned} \text{Min } \sum_{i=1}^m (x_i^+ - x_i^-) \\ \text{s.t. } \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} \leq x_i^M - x_i^+ + x_i^-, \\ i=1, \dots, m \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j y_j = D_r \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j = 1 \\ \lambda_j \geq 0, \quad j=1, \dots, n \\ x_i \geq 0, \quad i=1, \dots, m \end{aligned} \quad (9)$$

توجه کنید که اگر قیمت ورودی‌ها معلوم و برابر b_i باشد می‌توان تابع هدف را با $\sum_{i=1}^m b_i (x_i^+ + x_i^-)$ تعویض کرد. فرض کنید w پارامتر بده بستان باشد ترکیب محدب بین MPSS^{Max} و $\text{DFcMPSS}^{\text{Max}}$ که در آن $w \in [0, 1]$ را بصورت زیر تعریف می‌کنیم.

دارد، صنعت بیمه است. نگاهی به افزایش سرمایه‌های بین‌المللی و نیز، توجه به گردش چرخ‌های اقتصادی نشان دهنده این واقعیت است که همگی متکی به تضمین‌های ناشی از بیمه هستند. اهمیت توجه به صنعت بیمه از بعد اقتصادی را می‌توان با بیان نقش بیمه به عنوان یک موسسه تامین امنیت و جبران خسارت و همچنین، نقش بیمه به عنوان یک موسسه سرمایه گذاری و کمک به روند رشد اقتصادی، در نظر گرفت. در این بخش به بررسی ۲۲ شرکت بیمه فعال در بورس اوراق بهادار ایران در سال ۱۳۹۶ خواهیم پرداخت که اسامی آنها در جدول (۱) آورده شده است. قصد داریم بیشترین مقیاس بهره‌وری را برای شرکت بیمه حافظ بیابیم بطوری که پیش‌بینی خالص درآمدها مفروض باشد نیاز به دستیابی به اندازه مقیاس اقتصادی و تقاضای تحقق آن به طور همزمان می‌باشد، به خصوص زمانی که تقاضای شرکت‌ها متغیر است.

(۱۳)

$$\begin{aligned} Con My &= (x_i^{My}, y^{My}) \\ &= (wx_i^m \\ &+ (1-w)x_i^p, wy^M \\ &+ (1-w)y^p) \end{aligned}$$

که ترکیب محدب بین y^{Max} و $MPSS^{Max}$ می‌باشد. کاندیدای هدف به صورت

(۱۴)

$$\begin{aligned} (x_{ir} + \theta^{**}(x_i^{MD} - x_{ir}), y_r \\ + \theta^{**}(y^{MD} - y_r)) \end{aligned}$$

محاسبه می‌شود که در آن θ^{**} جواب بهینه مدل (۱۱) با جابجایی $Con MD = (x_i^{MD}, y^{MD})$ با $Con My = (x_i^{My}, y^{My})$ می‌باشد.

۳- مثال عددی

یکی از بخش‌هایی که در اقتصاد وظایف مهمی را برعهده

جدول (۱): شرکت‌های بیمه مورد مطالعه

ردیف	نام شرکت	ردیف	نام شرکت
۱	بیمه ما	۱۲	بیمه سینا
۲	بیمه آسیا	۱۳	بیمه البرز
۳	بیمه پارسیان	۱۴	بیمه نوین
۴	بیمه دانا	۱۵	بیمه سرمد
۵	بیمه حافظ	۱۶	بیمه تعاون
۶	بیمه دی	۱۷	بیمه میهن
۷	بیمه رازی	۱۸	بیمه کوثر
۸	بیمه ملت	۱۹	بیمه آرمان
۹	بیمه کارآفرین	۲۰	بیمه زندگی خاورمیانه
۱۰	بیمه اتکائی امین	۲۱	بیمه سامان
۱۱	بیمه اتکائی ایرانیان	۲۲	بیمه پاسارگاد

مرحله (۳): با بکار بردن گام (۳) الگوریتم، $MPSS^{MAX}$ و y^{MAX} به صورت زیر می‌باشند.

$$\begin{aligned} MPSS^{MAX} &= (X^M, y^M) \\ &= (x_1^M, x_2^M, x_3^M, x_4^M, y^M) \\ &= (2030000, 103212, 32487, \\ & 21011, 43050000) \\ y^{MAX} &= (X^P, y^P) \\ &= (x_1^P, x_2^P, x_3^P, x_4^P, y^P) \\ &= (2551500, 2337044, \\ & 1204614, 1204614, 593600) \end{aligned}$$

مرحله ۴: با توجه به مقدار D_5 (تقاضای پیش‌بینی شده شاخص خالص درآمد برای شرکت بیمه حافظ) سه حالت زیر را مورد ارزیابی قرار می‌دهیم.

$$D_5 \leq y^M \text{ (الف) (که در آن } D_5 = 400000 \text{)}$$

$$y^M = 452400 \text{ (می باشد)}$$

با اجرای مدل (۷) واحد $MPSSDF$ به صورت زیر می‌باشد.

$$\begin{aligned} MPSSDF &= (X^{DF}, y^{DF}) \\ &= (x_1^{DF}, x_2^{DF}, x_3^{DF}, x_4^{DF}, y^{DF}) \\ &= (1800000, 91000, 29000, \\ & 19000, 400000) \end{aligned}$$

$$y^M \leq D_5 \leq y^P \text{ (ب) (که در آن } D_5 = 500000 \text{)}$$

$$y^M = 452400 \text{ و } y^P = 593600 \text{ (می باشد)}$$

با توجه به گام (۳) الگوریتم و حل مدل (۹) داریم:

$$X^+ = (0, 0, 0, 0)$$

$$X^- = (350000, 120000, 160000, 180000)$$

بطور خلاصه جدول (۳) را خواهیم داشت.

جهت ارزیابی این شرکت‌ها ۴ شاخص ورودی و یک شاخص خروجی به صورت زیر در نظر گرفته شده است.

شاخص‌های ورودی:

- ۱- سرمایه ۲- هزینه کارمزد و کارمزد منابع اتکایی
- ۳- هزینه اداری ۴- هزینه‌های عمومی و اداری

شاخص خروجی: خالص درآمدها

فرض کنید تقاضای پیش‌بینی شده شرکت ۵-ام (بیمه حافظ) برابر D_5 باشد، این مقدار میزان تقاضای پیش‌بینی شده شاخص خالص درآمد است. تغییرات D_5 به صورت

$$\text{الف) } D_5 = 400000 \text{ (ب) } D_5 = 500000$$

$$\text{ج) } D_5 = 650000$$

پیش‌بینی شده باشد. جهت یافتن مقیاس بهره‌وری (MPSS) در مقایسه با تحقق تقاضا (DFMPSS) از الگوریتم ارائه شده در بخش قبل استفاده خواهیم کرد.

مرحله (۱): مدل (۱) و مدل (۱) با حذف محدودیت

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$$

را اجرا می‌کنیم، که مقدار کارایی CRS و VRS همه واحدها را خواهد داد که نتایج آن در جدول (۲) آورده شده است.

مرحله (۲): با توجه به جدول (۲)، واحدهای $MPSS$ در بین ۲۲ شرکت بیمه مورد مطالعه بصورت زیر می‌باشند.

$$MPSS = \{DMU_{10}, DMU_{19}, DMU_{20}\}$$

جدول (۲): کارایی شرکت‌های بیمه

DMU	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
کارایی CRS	1	0.34095	0.06154	0.20505	0.08333	0.16395	0.37453	0.81387	0.42125	1	0.62541
کارایی VRS	1	0.34622	0.0921	0.24861	1	0.19365	0.39129	1	0.45182	1	0.6348
DMU	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
کارایی CRS	0.30358	0.09518	0.19167	0.52036	0.75481	0.2591	0.50948	0.12499	1	0.59322	0.7855
کارایی VRS	0.3486	0.1097	0.30371	0.53842	0.91311	0.33711	0.53525	0.2125	1	0.62984	1

جدول ۳: نتایج حاصل از مدل (۹)

X^+	0	0	0	0
X^-	350000	120000	160000	180000
X^D	2380000	223212	192487	201011
X^M	2030000	103212	32487	21011

این حالت مشابه با حالت قبل است با این تفاوت که $Con My$ جایگزین $Con MD$ می‌شود. $Con My$ به ازای $W = 0.5$ به صورت زیر می‌باشد.

$$\begin{aligned} Con MY &= (X^{My}, y^{My}) \\ &= (x_1^{My}, x_2^{My}, x_3^{My}, x_4^{My}, y^{My}) \\ &= (Wx_1^M + (1 - W)x_1^D, \dots, Wx_4^M \\ &\quad + (1 - W)x_4^D, Wy_1^M \\ &\quad + (1 - W)y_1^D) \\ &= (2290750, 1220128, \\ &\quad 618550.5, 612812.5, 522980) \end{aligned}$$

با توجه به مقایسه $Con My$ تولید شده قوق و اجرای مدل (۱۱) می‌توان مقادیر θ^{**} را محاسبه کرد که نتایج آن در ستون سوم جدول (۴) آورده شده است. کاندیدای هدف DMU_5 به صورت زیر می‌باشد.

$$\overline{DMU}_5 = (2290928, 1220224.059, 618594.1, 612855.6, 523021.7)$$

که نشان دهنده بیشترین مقیاس بهره‌وری شرکت بیمه حافظ در مقایسه با تحقق تقاضا برای این شرکت می‌باشد.

بنابراین طبق تعریف $DFcMPSS^{Max}$ داریم:

$$\begin{aligned} DFcMPSS^{Max} &= (X^D, y^D) = \\ &= (x_1^D, x_2^D, x_3^D, x_4^D, y^D) = \\ &= (2380000, 223212, 192487, 201011, 5000) \end{aligned}$$

و همچنین خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} Con MD &= (X^{MD}, y^{MD}) \\ &= (x_1^{MD}, x_2^{MD}, x_3^{MD}, x_4^{MD}, y^{MD}) \\ &= (Wx_1^M + (1 - W)x_1^D, \dots, Wx_4^M \\ &\quad - W)x_4^D, Wy_1^M + (1 \\ &\quad - W)y_1^D) \end{aligned}$$

که در آن $0 \leq W \leq 1$ با فرض $W = 0.5$ داریم:

$$Con MD = (2205000, 163212, 112487, 111011, 476180)$$

با توجه به $Con MD$ بیان شده، مدل (۸) را اجرای می‌کنیم که نتایج آن که شامل مقدار θ^* می‌باشد که در ستون دوم جدول (۴) آورده شده است.

بنابراین کاندیدای هدف DMU_5 به صورت زیر می‌باشد.

$$\overline{DMU}_5 = (2201548, 162980.4, 112424.3, 110950.6, 475415.7781)$$

(ج) $D_5 > y^P$ که

در $D_5 = 650000$ ، $y^P = 593600$ می‌باشد

جدول (۴): اندازه کارایی

DMU	θ^*	θ^{**}
1	0.99231	1.00025
2	0.99919	1.00005
3	0.99921	1.00003
4	0.99911	1.00005
5	0.99839	1.00008
6	0.99851	1.00005
7	0.99826	1.00007
8	0	1.00046
9	0.99887	1.00008
10	0	2.00059
11	0.99478	1.00011
12	0.9986	1.00007
13	0.99927	1.00003
14	0.99874	1.00007
15	0.99793	1.00008
16	0.9984	1.00009
17	0.99829	1.00007
18	0.99835	1.00009
19	0.99849	1.00006
20	0.99767	1.00011
21	0.99853	1.00008
22	0	2

۴- نتیجه‌گیری

از آنجایی که شرکت‌های فعال بیمه بورس اوراق بهادار کمبود ظرفیت دارند، نیاز به دستیابی به مقیاس اقتصادی و تقاضای محقق آن به طور همزمان را دارند. اما همیشه میزان تقاضای این شرکت‌ها برابر با میزان خروجی نیست. در این مقاله به بررسی ۲۲ شرکت بیمه فعال در بورس اوراق بهادار پرداخته‌ایم، برای یافتن بیشترین مقیاس بهره‌وری زمانی که پیش‌بینی سطح شاخص درآمد کل مفروض می‌باشد که شامل سه سناریو می‌باشد که هر یک مورد بررسی قرار گرفته است و بیشترین مقیاس بهره‌وری در مقایسه با تحقق تقاضا محاسبه شده است.

فهرست منابع

- [10] Lee, C-Y.(2016). Most Productive Scale Size versus Demand Fulfillment: A Solution to the Capacity Dilemma , European Journal of Operational Research ,Vol. 248, No. 3, pp. 954-962.
- [11] Zhu, J. (2000). Setting scale efficient targets in DEA via returns to scale estimation method. Journal of the Operational Research Society, 51, 376–378.
- [12] Nahmias, S.(2009). Production and Operations Analysis.6th edition, McGraw-Hill/Irwin.
- [1] Abel, A. B., &Eberly, J. C. (1996).Optimal investment with costly reversibility.Review of Economic Studies, 63, 581–593.
- [2] Banker, R. D. (1984) Estimating most productive scale size using data envelopment analysis. European Journal of Operational Research, 17(1), 35–44.
- [3] Banker, R. D., Cooper, W. W., Seiford, L. M., Thrall, R. M., & Zhu, J. (2004).Returns to scale in different DEA models. European Journal of Operational Research, 154, 345–362.
- [4] Chambers, R. G., Chung, Y., &Färe, R. (1996). Benefit and distance functions. Journal of Economic Theory, 70 (2), 407–419.
- [5] Coelli, T. J., PrasadaRao, D. S., O'Donnell, C. J., &Battese, G. E. (2005).An Introduction to Efficiency and Productivity Analysis. 2nd ed., New York: Springer.
- [6] Fukuyama, H. (2003). Scale characterizations in a DEA directional technology distance function framework. European Journal of Operational Research, 144 (1), 108–127.
- [7] Khodabakhshi, M. (2009). Estimating most productive scale size with stochastic data in data envelopment analysis. Economic Modelling, 26 (5), 968–973.
- [8] Lee, C.-Y., & Johnson, A. L. (2013).Operational Efficiency.Edited in: Badiru, A. B.,
- [9] Handbook of Industrial and Systems Engineering, 2nd edition, 17–44, CRC Press.

