

دسترسی در سایت <http://jnrm.srbiau.ac.ir>

سال پنجم، شماره هفدهم، فروردین و اردیبهشت ۱۳۹۸

شماره شاپا: ۲۵۸۸-۵۸۸۸

JNRM

پژوهش‌های نوین در ریاضی



دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات

روش تقریب توابع برای کنترل تطبیقی مقاوم ربات‌های با مفاصل انعطاف پذیر

علیرضا ایزد بخش^۱، اباصلت بداغی^{۲*}

^(۱) استادیار گروه مهندسی برق، واحد گرمسار، دانشگاه آزاد اسلامی، گرمسار، ایران

^(۲) دانشیار گروه ریاضی، واحد گرمسار، دانشگاه آزاد اسلامی، گرمسار، ایران

تاریخ ارسال مقاله: ۹۶/۱۰/۲۵ تاریخ پذیرش مقاله: ۹۸/۰۱/۰۱

چکیده

این مقاله مرتبط با مساله طراحی کنترل کننده تطبیقی مقاوم برای بازوهای ماهر ربات با مفاصل انعطاف پذیر می‌باشد. با فرض انعطاف ناچیز در مفاصل ربات، ابتدا معادلات دینامیکی ربات با مفاصل انعطاف پذیر در فرم انحراف تکین بدست می‌آید. قانون کنترل متشکل از یک استراتژی کنترل تطبیقی مبتنی بر تکنیک تقریب توابع و یک بخش کنترلی تصحیح کننده می‌باشد. بخش اول کنترل کننده به منظور پایدار سازی دینامیک‌های کند و بخش دوم به منظور حذف نوسانات در مفاصل بکارگیری می‌گردد. آنالیز پایداری از طریق روش مستقیم لیاپانوف صورت می‌پذیرد. نتایج شبیه سازی بر روی ربات یک لینکی با مفاصل انعطاف پذیر، حاکی از عملکرد مناسب طرح پیشنهادی می‌باشد.

واژه‌های کلیدی: کنترل ترکیبی، تکنیک تقریب توابع، کنترل تطبیقی مقاوم.

۱- مقدمه

انعطاف‌پذیری در مفاصل یکی از دلایل اصلی پیچیدگی در سیستم‌های رباتیک می‌باشد. نتایج آزمایشگاهی نشان داده است وجود انعطاف در مفاصل را می‌بایستی هم در مدل‌سازی و هم در طراحی کنترل‌کننده بازوی ماهر به ویژه در عملکرد ردگیری سرعت بالا لحاظ نمود [۱]. یک روش کنترل ربات‌های با مفاصل انعطاف‌پذیر، بر مبنای خطی‌سازی پس‌خوردی می‌باشد که تعمیمی از ایده دینامیک وارون برای ربات‌های صلب می‌باشد [۲]. این روش تنها در صورتی متضمن قوام در برابر عدم قطعیت پارامتری می‌باشد که اندازه‌گیری‌های شتاب و جرک در دسترس باشد. علاوه بر آن، بار محاسباتی این روش بیشتر از طرح کنترل گشتاور محاسباتی برای ربات‌های با مفاصل صلب می‌باشد.

به منظور غلبه بر مشکلات ناشی از پس‌خور نمودن اطلاعات مربوط به شتاب و جرک در رابطه‌ها، الگوریتم رویه ناوردا ارائه گردیده است [۳]. در این روش دینامیک‌های ربات با مفاصل انعطاف‌پذیر به یک رویه ناوردا در فضای حالت محدود می‌گردد، بعد از آنکه یک مدل مرتبه کاهش یافته بتوان بدست آورد که از مرتبه‌ای مشابه دینامیک ربات صلب بوده و می‌تواند تنها با بکارگیری اطلاعات مربوط به سرعت و موقعیت، از طریق تکنیک خطی‌سازی پس‌خوردی، خطی‌سازی گردد. لیکن ضعف اساسی در این روش، کمبود قوام در برابر عدم قطعیت پارامتری می‌باشد. این مهم از آنجایی نشأت می‌گیرد که محاسبه رویه ناوردا نیازمند معادلات دینامیکی سیستم می‌باشد.

به منظور غلبه بر این مشکلات، برخی از تکنیک‌ها در حوزه کنترل تطبیقی [۴-۸] و کنترل مقاوم [۹] ارائه گردیده است. نکته قابل توجه این است که علیرغم رضایت بخش بودن این روش‌ها به لحاظ مفهومی، از چندین ضعف اساسی رنج می‌برند. تکنیک‌های کنترل تطبیقی مرسوم، نیازمند خطی‌سازی پارامتری سیستم رباتیک، محاسبه ماتریس رگرسیون، برقراری شرط تحریک کامل در سیگنال کنترل به منظور همگرایی بردار پارامتری به مقادیر مطلوب، و رفتار کند سیستم تحت کنترل می‌باشند [۱۰]. این مسئله به خصوص در مورد

ربات‌های با درجات آزادی بالاتر با چالشی اساسی‌تر همراه می‌باشد [۱۱].

در خصوص تکنیک‌های کنترل تطبیقی، بایستی خاطر نشان نمود که نیازمندی‌های محاسباتی به منظور شناسایی برخط پارامترهای سیستم، و حساسیت به دقت عددی و نویز اندازه‌گیری، با افزایش تعداد متغیرهای حالت به فرم نامطلوبی افزایش می‌یابد [۱۲]. علاوه بر آن، این تکنیک‌ها در جبران عدم قطعیت‌های غیر ساختار یافته و اغتشاشات خارجی ناتوان می‌باشند، که حلقه‌ای مفقود در اکثر روش‌های مطرح‌شده در بالا می‌باشد [۱۳].

در برخی استراتژی‌های کنترل مقاوم همانند کنترل مود لغزشی، کران بالای عدم قطعیت می‌بایستی از قبل معلوم بوده و یا تخمین زده شده باشد. در صورتی که کران تخمین زده شده بزرگ‌تر از مقدار واقعی آن باشد سیستم کنترل با اشباع سیگنال ورودی و پدیده چترینگ مواجه می‌گردد. در حالیکه تخمین‌های کوچک‌تر از مقدار واقعی کران بالای عدم قطعیت، عملکرد نامناسب سیستم کنترل را به همراه خواهد داشت.

به منظور حل مسئله اخیر، استراتژی‌های کنترلی مبتنی بر فازی-عصبی متعددی به منظور کنترل مقاوم ربات‌های با مفاصل انعطاف‌پذیر ارائه گردیده است [۱۴-۱۶]. خاصیت تقریب زندگی جامع و خطی‌سازی پارامتری دلایل بکارگیری گسترده این تکنیک‌ها در کنترل بازوهای ماهر ربات می‌باشد [۱۷]. تحمل خطا، موازی سازی و قابلیت یادگیری از دیگر مزایای بکارگیری این روش‌ها می‌باشد [۱۸]، لیکن دلیل چندین ضعف ذاتی، مشابه آنچه که در [۱۹] بدان اشاره گردیده است به کارگیری آن با چالشی اساسی همراه می‌باشد.

به منظور حل این مسائل، استراتژی‌های کنترلی مبتنی بر تکنیک تقریب توابع پیشنهاد گردیده است [۲۰-۲۲]. با این وجود مسئله کنترل مبتنی بر تکنیک تقریب توابع با به کارگیری مدل انحراف تکین به عنوان یک مسئله باز مطرح می‌باشد. ترکیب‌بندی این مقاله، طراحی یک کنترل تطبیقی مقاوم مبتنی بر تکنیک تقریب توابع برای ربات‌های با مفاصل انعطاف‌پذیر می‌باشد. قانون کنترل مشتمل بر یک قانون کنترل تطبیقی طراحی شده برای زیر سیستم صلب همراه با یک بخش کنترلی تصحیح

مثبت معین و دارای مشتقات جزئی پیوسته باشد. اگر مشتق زمانی آن در راستای مسیر (x) نیمه منفی معین باشد، آن گاه یک تابع لیاپانوف برای سیستم (x) نامیده می‌شود.

تعریف ۴: سیستم غیرخطی

$$\ddot{x}=f(x) \quad (xx)$$

را روی \mathbb{R}^n در نظر بگیرید. پاسخ $x: [t_0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}^n$ از (xx) با شرط اولیه $x(t_0)=x_0$ ، نسبت به مجموعه S پایدار از نوع محدود کراندار یکنواخت گفته می‌شود، اگر ثابت غیرمنفی $T(x_0, S)$ چنان وجود داشته باشد که $x(t) \in S \quad \forall t \geq t_0 + T$

این نوع پایداری نشان می‌دهد که منحنی پاسخ (xx) که در زمان t_0 از x_0 شروع شده، در نهایت به مجموعه S وارد شده، داخل آن باقی خواهد ماند. اگر مجموعه S ناحیه کوچکی در اطراف نقطه تعادل باشد، آن‌گاه پایداری محدود کراندار یکنواخت از نوع عملی خواهد بود که در طراحی سیستم کنترلی بسیار مفید است.

معادلات دینامیکی مربوط به یک ربات n لینکی با مفاصل انعطاف‌پذیر، با فرض سختی مفصلی بسیار بزرگ و دمپینگ ناچیز در مفاصل، به صورت زیر قابل بیان می‌باشد.

$$D(\theta)\ddot{\theta} + C(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} + g(\theta) = K(\theta_m - \theta) \quad (۱)$$

$$J\ddot{\theta}_m + K(\theta_m - \theta) = u \quad (۲)$$

که در آن θ ، $\dot{\theta}$ و $\ddot{\theta}$ به ترتیب بردارهای n بعدی مربوط به موقعیت، سرعت و شتاب مفصلی؛ $D(\theta) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ماتریس اینرسی مثبت معین متقارن مربوط به بازوی ماهر، $C(\theta, \dot{\theta}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ماتریس مربوط به گشتاورهای کوریولیس و گریز از مرکز، و $g(\theta) \in \mathbb{R}^n$ بردار مربوط به گشتاورهای گرانشی می‌باشد. θ_m ، $\dot{\theta}_m$ و $\ddot{\theta}_m$ به ترتیب بردارهای مربوط به موقعیت، سرعت و شتاب موتورها؛ $K \in \mathbb{R}^{n \times n}$ و $J \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ثابت‌های قطری مثبت از ضرایب سختی مفصلی و اینرسی محرکه‌ها می‌باشد. به منظور سادگی،

کننده به منظور میرایی نوسانات الاستیک در مفاصل می‌باشد.

این مقاله به صورت زیر ساماندهی شده است. در بخش دوم معادلات دینامیکی یک ربات n لینکی با مفاصل انعطاف‌پذیر ارائه می‌گردد. در بخش سوم به نمایش سیستم در فرم انحراف تکین پرداخته می‌شود. همچنین طرح کنترل پیشنهادی در این بخش ارائه می‌گردد. بخش چهارم به آنالیز پایداری و ارزیابی عملکرد کنترل کننده پیشنهادی می‌پردازد. نتایج شبیه‌سازی در بخش پنجم ارائه می‌گردد و در نهایت نتیجه‌گیری ارائه خواهد شد.

۲- معادلات دینامیکی ربات با مفاصل انعطاف‌پذیر

پذیر

این بخش اختصاص به تعاریف و نمادهای مورد نیاز در ادامه این مقاله و همچنین معادلات دینامیکی مربوط به یک ربات n لینکی با مفاصل انعطاف‌پذیر دارد.

تعریف ۱: یک ماتریس $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ، مثبت معین گفته می‌شود اگر برای هر $x \in \mathbb{R}^n$ داشته باشیم $x^T A x > 0$.

تعریف ۲: سیستم دینامیکی غیرخطی توصیف شده توسط دسته معادلات دیفرانسیل

$$\dot{x}=f(x,t) \quad (x)$$

را در نظر بگیرید که در آن $x \in \mathbb{R}^n$ و $\alpha: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ تابع پیوسته $f: \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}^n$ متعلق به کلاس k گفته می‌شود اگر

$$\begin{aligned} \alpha(0) &= 0 \\ \alpha(r) &> 0 \quad (\forall r > 0) \\ \alpha(r_1) &\geq \alpha(r_2) \quad (\forall r_1 > r_2) \end{aligned}$$

تابع پیوسته $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}^n$ بصورت موضعی مثبت معین است اگر یک تابع $\alpha(\cdot)$ متعلق به کلاس k وجود داشته باشد بطوری که برای تمامی زمان‌های $t \geq 0$ در یک همسایگی N از مرکز \mathbb{R}^n رابطه $V(x,t) \geq \alpha(\|x\|)$ برقرار باشد.

تعریف ۳: فرض کنید تابع $V(x,t)$ بصورت موضعی

جایگذاری z در (۵) و (۶)، انجام برخی محاسبات و ساده سازی‌ها، سیستم دینامیکی حلقه بسته به صورت زیر بیان می‌گردد

$$D(\theta)\ddot{\theta} + C(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} + g(\theta) = z \quad (7)$$

$$\varepsilon^2 J\ddot{z} + \varepsilon K_2 z + K_1 z = K_1(u_r - J\ddot{\theta}) \quad (8)$$

که به فرم انحراف تکین می‌باشد. در این معادلات θ و $\dot{\theta}$ متغیرهای کند و z و \dot{z} متغیرهای تند می‌باشند. با بکارگیری نتایج مربوط به تئوری انحراف تکین در [۲۳] سیستم حلقه بسته انعطاف‌پذیر (۷) و (۸) را می‌توان توسط دو سیستم حالت ماندگار گوسی و سیستم لایه مرزی تقریب زد. بر طبق قضیه تیخونوف، برای $t \gg 0$ متغیرهای $z(t)$ و $\theta(t)$ در روابط زیر صدق می‌نمایند.

$$z(t) = \bar{z}(t) + \eta(\tau) + O(\varepsilon) \quad (9)$$

$$\theta(t) = \bar{\theta}(t) + O(\varepsilon) \quad (10)$$

که در آن $\tau = t/\varepsilon$ مقیاس زمانی سریع، متغیرهای با نماد $(\bar{\cdot})$ ، نمایانگر مقادیر متغیر به ازای $\varepsilon = 0$ ؛ $O(\varepsilon)$ ترم‌های از مرتبه ε و بالاتر، و در آخر η نمایانگر متغیرهای حالت سریعی می‌باشد که در معادله لایه مرزی صدق می‌نمایند.

$$J \frac{d^2 \eta}{d\tau^2} + K_2 \frac{d\eta}{d\tau} + K_1 \eta = 0 \quad (11)$$

بر این اساس، سیستم کشسان (۷) و (۸) می‌تواند تا مرتبه $O(\varepsilon)$ توسط معادلات لایه مرزی زیر تقریب زده شود.

$$D(\theta)\ddot{\theta} + C(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} + g(\theta) = \bar{z}(t) + \eta(\tau) \quad (12)$$

$$J \frac{d^2 \eta}{d\tau^2} + K_2 \frac{d\eta}{d\tau} + K_1 \eta = 0 \quad (13)$$

که در آن \bar{z} از جایگذاری $\varepsilon = 0$ در معادله (۸) بصورت زیر بدست می‌آید.

$$\bar{z} = \bar{u}_r - J\ddot{\theta} \quad (14)$$

اکنون با جایگذاری (۱۴) در (۱۲) و بکارگیری $M(\theta) = (J + D(\theta))$ خواهیم داشت

$$M(\bar{\theta})\ddot{\bar{\theta}} + C(\bar{\theta}, \dot{\bar{\theta}})\dot{\bar{\theta}} + g(\bar{\theta}) = \bar{u}_r + \eta(\tau) \quad (15)$$

فرض نمایید که ثابت‌های سختی در تمامی مفاصل مشابه یکدیگر و برابر K باشند. بنابر [۸]، بدیهی است که ثابت‌های مفصلی نسبت به دیگر پارامترهای سیستم بسیار بزرگ بوده در حالیکه دمپینگ در مفاصل بسیار ناچیز می‌باشد.

با این مقدمه فرض نمایید که K از مرتبه $O(1/\varepsilon^2)$ باشد (که در آن ε یک پارامتر کوچک می‌باشد) و از دمپینگ بتوان چشم پوشی نمود. در صورت صلب بودن تمامی مفاصل ربات، معادلات دینامیکی (۱) و (۲) به صورت زیر کاهش می‌یابد.

$$M(\theta)\ddot{\theta} + C(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} + g(\theta) = u \quad (3)$$

که در آن $\theta = \theta_m$ ، و $M(\theta) = (J + D(\theta))$ ماتریس جرمی مثبت معین می‌باشد. این مدل حالت خاصی از مدل ربات با مفاصل انعطاف‌پذیر با فرض $K \rightarrow \infty$ می‌باشد.

۳- فرموله کردن مسئله

۳-۱- مدل انحراف تکین

قبل از ارائه فرمولاسیون مسئله کنترل؛ برخی از مسائل، فرضیات و تعاریف قابل استفاده در آنالیز سیستم کنترل ارائه می‌گردد. فرض نمایید که ورودی کنترلی به صورت

$$u = u_r + K_v(\dot{\theta} - \dot{\theta}_m) \quad (4)$$

تعریف گردد که در آن u_r کنترل کننده تطبیقی مقاوم با استفاده از تکنیک تقریب توابع، $K_v(\dot{\theta} - \dot{\theta}_m)$ بخش کنترلی تصحیح کننده، و K_v ماتریس مثبت معین متقارن و قطری باشد که عناصر آن از مرتبه $O(1/\varepsilon)$ می‌باشند. با اعمال قانون کنترل (۴) در معادلات دینامیکی (۱) و (۲) داریم:

$$D(\theta)\ddot{\theta} + C(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} + g(\theta) = K(\theta_m - \theta) \quad (5)$$

$$J\ddot{\theta}_m + K(\theta_m - \theta) = u_r + K_v(\dot{\theta} - \dot{\theta}_m) \quad (6)$$

با تعریف متغیر $z = K(\theta_m - \theta)$ و با فرض آنکه K و K_v به ترتیب از مرتبه $O(1/\varepsilon^2)$ و $O(1/\varepsilon)$ باشند، آن گاه می‌توان نوشت $K = K_1/\varepsilon^2$ و $K_v = K_2/\varepsilon$ که در آن K_1 و K_2 از مرتبه $O(1)$ می‌باشند. با

موقعیت لینک، $\theta_d \in \mathbb{R}^n$ مسیر مطلوب در فضای مفصلی، $\Lambda = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_n)$ با $\lambda_i > 0$ برای تمامی $i = 1, \dots, n$ و $v = \dot{\theta}_d - \Lambda e$ می‌باشد. با جایگذاری u_r از (۱۹) و تعریف $(\dot{\bullet}) = (\bullet) - (\dot{\bullet})$ خواهیم داشت

$$M(\theta)\dot{S} + C(\theta, \dot{\theta})S + K_D S = -\tilde{M}(\theta)\dot{v} - \tilde{C}(\theta, \dot{\theta})v - \tilde{g}(\theta) + \eta \quad (21)$$

حال، اگر برخی قوانین تطبیق مناسب برای $\hat{M}(\theta)$ ، $\hat{C}(\theta, \dot{\theta})$ و $\hat{g}(\theta)$ بتوان طراحی نمود، به گونه‌ای که $\hat{g}(\theta) \rightarrow g(\theta)$ و $\hat{C}(\theta, \dot{\theta}) \rightarrow C(\theta, \dot{\theta})$ ، $\hat{M}(\theta) \rightarrow M(\theta)$ آنگاه همگرایی سیگنال خطای e به سمت صفر برقرار می‌گردد، از آنجا که η به صورت مجانبی پایدار می‌باشد. به همین منظور، ما از تکنیک تقریب توابع به منظور نمایش $M(\theta)$ ، $C(\theta, \dot{\theta})$ و $g(\theta)$ با فرض بکارگیری تعدادی مناسب از توابع پایه استفاده خواهیم نمود

$$\begin{aligned} M(\theta) &= W_M^T Z_M + \varepsilon_M, \\ C(\theta, \dot{\theta}) &= W_C^T Z_C + \varepsilon_C, \\ g(\theta) &= W_g^T Z_g + \varepsilon_g \end{aligned} \quad (22)$$

که در آن $W_C \in \mathbb{R}^{n^2 \beta_C \times n}$ ، $W_M \in \mathbb{R}^{n^2 \beta_M \times n}$ و $W_g \in \mathbb{R}^{n \beta_g \times n}$ ماتریس‌های وزنی بوده و $Z_g \in \mathbb{R}^{n \beta_g}$ و $Z_C \in \mathbb{R}^{n^2 \beta_C \times n}$ ، $Z_M \in \mathbb{R}^{n^2 \beta_M \times n}$ ماتریس‌های مربوط به توابع پایه می‌باشند. همچنین $\beta_{(i)}$ نمایانگر تعداد توابع پایه به کارگیری شده می‌باشد. با استفاده از توابع پایه یکسان، تخمین‌های متناظر با رابطه (۲۲) را می‌توان به صورت زیر بیان نمود.

$$\begin{aligned} \hat{M}(\theta) &= \hat{W}_M^T Z_M, \\ \hat{C}(\theta, \dot{\theta}) &= \hat{W}_C^T Z_C, \\ \hat{g}(\theta) &= \hat{W}_g^T Z_g \end{aligned} \quad (23)$$

بنابراین، سمت راست معادله (۱۹) بصورت زیر قابل بازنویسی می‌باشد.

$$u_r = \hat{W}_M^T Z_M \dot{v} + \hat{W}_C^T Z_C v + \hat{W}_g^T Z_g - K_D S \quad (24)$$

به عنوان یک نتیجه، معادلات سیستم حلقه بسته (۲۱)،

معادله اخیر سیستم حالت ماندگار گاوسی نامیده می‌شود. با توجه به این نتایج و تعریف $y^T = [\eta^T \quad \dot{\eta}^T]$ ، دینامیک مربوط به سیستم حلقه بسته (داده شده با معادلات (۵) و (۶)) را می‌توان به صورت دو زیر سیستم مطابق زیر بیان نمود.

$$M(\theta)\dot{\theta} + C(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} + g(\theta) = u_r + \eta \left(\frac{t}{\varepsilon} \right) \quad (16)$$

$$\dot{y} = hy \quad (17)$$

که در آن

$$h = \begin{bmatrix} 0_n & I_n \\ -J^{-1}K & -J^{-1}K_v \end{bmatrix} \quad (18)$$

و 0_n و I_n به ترتیب نمایانگر ماتریس‌های صفر و همانی می‌باشند. خاطر نشان می‌گردد که بهره کنترلی K_v را می‌توان بگونه‌ای انتخاب نمود که سیستم لایه مرزی (۱۷) پایدار مجانبی گردد. بنابراین، با فرض مقادیر به اندازه کافی کوچک برای ε ، قانون کنترل ترکیبی مشتمل بر قانون کنترل صلب u_r و ترم تصحیح‌کننده $(\dot{\theta} - \dot{\theta}_m)$ ، پاسخ ربات با مفاصل انعطاف‌پذیر را به پاسخ سیستم صلب کنترل شده توسط قانون کنترل u_r ، اندک زمانی پس از میرایی متغیرهای سریع $\eta(t)$ ، نزدیک می‌نماید.

۲-۳- کنترل کننده پیشنهادی

در این بخش، قانون کنترل u_r با فرض وجود عدم قطعیت در تمامی پارامترهای معادلات دینامیکی ربات و بدون هرگونه اطلاعات اولیه درباره کران بالای عدم قطعیت، طراحی می‌گردد. با این مقدمه قانون کنترل پیشنهادی عبارت است از:

$$u_r = \hat{M}(\theta)\dot{v} + \hat{C}(\theta, \dot{\theta})v + \hat{g}(\theta) - K_D S \quad (19)$$

که در آن $(\dot{\bullet})$ نمایانگر تخمین (\bullet) ، K_D ماتریس بهره قطری مثبت بوده و

$$S = \dot{e} + \Lambda e = \dot{\theta} - v \quad (20)$$

می‌باشد که در آن $e = \theta - \theta_d$ ، خطای مربوط به

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -S^T K_D S - y^T \Gamma y + S^T \eta + S^T \varepsilon_1 \\ &- Tr[\tilde{W}_M^T (Q_M \dot{\tilde{W}}_M + Z_M \dot{v} S^T)] \\ &- Tr[\tilde{W}_C^T (Q_C \dot{\tilde{W}}_C + Z_C v S^T)] \\ &- Tr[\tilde{W}_g^T (Q_g \dot{\tilde{W}}_g + Z_g S^T)] \end{aligned} \quad (29)$$

که در آن $\Gamma = \text{diag}(K, (K_v - J))$ می‌باشد. برای نزدیک شدن به اهدافمان بهتر است که قوانین بروز رسانی با ترم اصلاحی σ بصورت زیر انتخاب گردد

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{W}}_M &= -Q_M^{-1} (Z_M \dot{v} S^T + \sigma_M \tilde{W}_M) \\ \dot{\tilde{W}}_C &= -Q_C^{-1} (Z_C v S^T + \sigma_C \tilde{W}_C) \\ \dot{\tilde{W}}_g &= -Q_g^{-1} (Z_g S^T + \sigma_g \tilde{W}_g) \end{aligned} \quad (30)$$

که در آن $\sigma_{(.)}$ ها، اعداد ثابت مثبت می‌باشند. بنابراین، معادله (۲۹) را می‌توان بصورت زیر اصلاح نمود.

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -S^T K_D S - y^T \Gamma y + S^T \eta + S^T \varepsilon_1 \\ &+ \sigma_M Tr(\tilde{W}_M^T \dot{\tilde{W}}_M) + \sigma_C Tr(\tilde{W}_C^T \dot{\tilde{W}}_C) \\ &+ \sigma_g Tr(\tilde{W}_g^T \dot{\tilde{W}}_g) \end{aligned} \quad (31)$$

توجه ۱: فرض نمایید که تعداد مناسبی از توابع پایه به کارگیری شده و خطای تقریب قابل صرف نظر باشد. بنابراین به کارگیری ترم اصلاحی در رابطه (۳۰) ضروری نبوده و بر این اساس معادله (۳۱) را می‌توان بصورت زیر تقلیل داد.

$$\dot{V} = -S^T K_D S - y^T \Gamma y + S^T \eta \quad (32)$$

از آنجایی که $\|\eta\| < \|y\|$ و $\left\| \begin{bmatrix} S \\ y \end{bmatrix} \right\| = \left\| \begin{bmatrix} \|S\| \\ \|y\| \end{bmatrix} \right\|$ ، لذا داریم:

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -\left[\|S\| \quad \|y\| \right] H_1 \begin{bmatrix} \|S\| \\ \|y\| \end{bmatrix} \\ &\leq -\lambda_{\min}(H_1) \left\| \begin{bmatrix} S \\ y \end{bmatrix} \right\|^2 \end{aligned} \quad (33)$$

که در آن

$$H_1 = \begin{bmatrix} \lambda_{\min}(K_D) & -0.5 \\ -0.5 & \lambda_{\min}(\Gamma) \end{bmatrix} \quad (34)$$

بصورت زیر قابل نگارش است.

$$\begin{aligned} M(\theta) \dot{S} + C(\theta, \dot{\theta}) S + K_D S \\ = \varepsilon_1 - \tilde{W}_M^T Z_M \dot{v} - \tilde{W}_C^T Z_C v - \tilde{W}_g^T Z_g + \eta \end{aligned} \quad (25)$$

که در آن $\tilde{W}_{(.)} = W_{(.)} - \hat{W}_{(.)}$ و $\varepsilon_1 = \varepsilon_1(\varepsilon_M, \varepsilon_C, \varepsilon_g, v)$ بردار مربوط به خطای تقریب یک تکه می‌باشد.

۴- آنالیز پایداری و ارزیابی عملکرد

۴-۱ آنالیز پایداری

به منظور بررسی پایداری سیستم حلقه بسته متشکل از دسته معادلات دینامیکی (۱۷) و (۲۵)، تابع شبه لیاپانوف زیر پیشنهاد داده می‌شود.

$$\begin{aligned} V(S, y, \tilde{W}_M, \tilde{W}_C, \tilde{W}_g) \\ = \frac{1}{2} [S^T M S + y^T P y + Tr(\tilde{W}_M^T Q_M \tilde{W}_M \\ + \tilde{W}_C^T Q_C \tilde{W}_C + \tilde{W}_g^T Q_g \tilde{W}_g)] \end{aligned} \quad (26)$$

که در آن $Q_C \in \mathbb{R}^{n^2 \beta_C \times n^2 \beta_C}$ ، $Q_M \in \mathbb{R}^{n^2 \beta_M \times n^2 \beta_M}$ و $Q_g \in \mathbb{R}^{n \beta_g \times n \beta_g}$ ماتریس‌های وزنی مثبت معین مربوط به قوانین تطبیق و $P = \begin{bmatrix} K_v + K & J \\ J & J \end{bmatrix}$ می‌باشد. تابع شبه لیاپانوف ذکر شده، دارای کران‌های بالا و پایین به شرح زیر می‌باشد که در بررسی پایداری نقشی مهم بر عهده دارد.

$$\begin{aligned} V \leq \frac{1}{2} [\lambda_{\max}(A) \left\| \begin{bmatrix} S \\ y \end{bmatrix} \right\|^2 + \lambda_{\max}(Q_M) \times \\ Tr(\tilde{W}_M^T \tilde{W}_M) + \lambda_{\max}(Q_C) Tr(\tilde{W}_C^T \tilde{W}_C) \\ + \lambda_{\max}(Q_g) Tr(\tilde{W}_g^T \tilde{W}_g)] \end{aligned} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} V \geq \frac{1}{2} [\lambda_{\min}(A) \left\| \begin{bmatrix} S \\ y \end{bmatrix} \right\|^2 + \lambda_{\min}(Q_M) \\ Tr(\tilde{W}_M^T \tilde{W}_M) + \lambda_{\min}(Q_C) Tr(\tilde{W}_C^T \tilde{W}_C) \\ + \lambda_{\min}(Q_g) Tr(\tilde{W}_g^T \tilde{W}_g)] \end{aligned} \quad (28)$$

که در آن $A = \text{diag}(M, P)$ می‌باشد. با مشتق‌گیری از رابطه (۲۶) نسبت به زمان و به کارگیری خاصیت پادمقارنی برای بازوهای ماهر ریات، $\dot{M}(\theta) - 2C(\theta, \dot{\theta}) = 0$

که در آن $H_2 = \begin{bmatrix} \lambda_{\min}(K_D) & -1 \\ -1 & 2\lambda_{\min}(\Gamma) \end{bmatrix}$ می‌باشد. به سادگی می‌توان نشان داد که شرط مثبت معین بودن ماتریس H_2 عبارت است از

$$2\lambda_{\min}(K_D)\lambda_{\min}(\Gamma) - 1 > 0 \quad (39)$$

حال با انتخاب δ بصورت

$$\delta \leq \min \left\{ \frac{\lambda_{\min}(H_2)}{\lambda_{\max}(A)}, \frac{\sigma_M}{\lambda_{\max}(Q_M)}, \frac{\sigma_C}{\lambda_{\max}(Q_C)}, \frac{\sigma_g}{\lambda_{\max}(Q_g)} \right\} \quad (40)$$

نامعادله (38) به صورت زیر قابل بیان می‌باشد

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & -\delta V + \frac{1}{2\lambda_{\min}(K_D)} \|\varepsilon_1\|^2 \\ & + \frac{1}{2} [\sigma_M Tr(W_M^T W_M) + \sigma_C Tr(W_C^T W_C) \\ & + \sigma_g Tr(W_g^T W_g)] \end{aligned} \quad (41)$$

به عنوان یک نتیجه $\dot{V} < 0$ خواهد بود اگر

$$\begin{aligned} V > & \frac{1}{2\delta\lambda_{\min}(K_D)} \sup_{\tau \geq t_0} \|\varepsilon_1\|^2 \\ & + \frac{1}{2\delta} [\sigma_M Tr(W_M^T W_M) + \sigma_C Tr(W_C^T W_C) \\ & + \sigma_g Tr(W_g^T W_g)] \end{aligned} \quad (42)$$

به عبارت دیگر نشان دادیم که $\tilde{W}_C, \tilde{W}_M, y, S$ و \tilde{W}_g به صورت محدود کراندار یکنواخت می‌باشد.

۴-۲- ارزیابی عملکرد

به منظور ارزیابی عملکرد کنترل کننده پیشنهادی، از رابطه (41) کران بالای تابع لیاپانوف به صورت زیر محاسبه می‌گردد.

$$\begin{aligned} V(t) \leq & e^{-\delta(t-t_0)} V(t_0) + \frac{1}{2\delta\lambda_{\min}(K_D)} \|\varepsilon_1\|^2 \\ & + \frac{1}{2\delta} [\sigma_M Tr(W_M^T W_M) + \sigma_C Tr(W_C^T W_C) \\ & + \sigma_g Tr(W_g^T W_g)] \end{aligned} \quad (43)$$

به آسانی می‌توان نشان داد که ماتریس متقارن H_1 ، مثبت معین است اگر

$$\begin{aligned} \lambda_{\min}(K_D) & > 0, \\ \lambda_{\min}(K_D)\lambda_{\min}(\Gamma) & > 0.25 \end{aligned} \quad (35)$$

به عنوان یک نتیجه، می‌توان همگرایی S و y را توسط لم باربالات اثبات نمود.

لم باربالات: تابع مشتق پذیر f را در نظر بگیرید. اگر $\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = k < \infty$ و \dot{f} پیوسته یکنواخت باشد، آن‌گاه خواهیم داشت $\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{f}(t) = 0$. می‌توان نشان داد که اگر مشتق یک تابع کراندار باشد آن‌گاه پیوسته یکنواخت است.

توجه ۲: نظر به وجود خطای تقریب ε_1 در (31)، بررسی منفی معین بودن \dot{V} بصورت مستقیم امکان‌پذیر نمی‌باشد. برای این مهم، نامساوی‌های زیر را در نظر بگیرید.

$$Tr(\tilde{W}_{(s)}^T \hat{W}_{(s)}) \leq \frac{1}{2} Tr(W_{(s)}^T W_{(s)}) \quad (36)$$

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{2} Tr(\tilde{W}_{(s)}^T \tilde{W}_{(s)}) \\ & -S^T K_D S + S^T \varepsilon_1 \leq -\frac{1}{2} \lambda_{\min}(K_D) \|S\|^2 \\ & + \frac{1}{2\lambda_{\min}(K_D)} \|\varepsilon_1\|^2 \end{aligned} \quad (37)$$

با به کارگیری این روابط و استفاده از تعریف ماتریس P ، رابطه (31) به صورت زیر بازنویسی می‌گردد

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & -\delta V + \frac{1}{2} [\delta\lambda_{\max}(A) - \lambda_{\min}(H_2)] \|S\|^2 \\ & + \frac{1}{2} [\delta\lambda_{\max}(Q_M) - \sigma_M] Tr(\tilde{W}_M^T \tilde{W}_M) \\ & + \frac{1}{2} [\delta\lambda_{\max}(Q_C) - \sigma_C] Tr(\tilde{W}_C^T \tilde{W}_C) \\ & + \frac{1}{2} [\delta\lambda_{\max}(Q_g) - \sigma_g] Tr(\tilde{W}_g^T \tilde{W}_g) \\ & + \frac{1}{2} [\sigma_M Tr(W_M^T W_M) + \sigma_C Tr(W_C^T W_C) \\ & + \sigma_g Tr(W_g^T W_g)] + \frac{1}{2\lambda_{\min}(K_D)} \|\varepsilon_1\|^2 \end{aligned} \quad (38)$$

بخش کنترلی u_r ، با فرض $(K \rightarrow \infty)$ و به صورت زیر قابل بیان می‌باشد

$$(I + J)\ddot{\theta} + Mgl \sin(\theta) = u \quad (۴۸)$$

به منظور شبیه سازی، پارامترهای مربوط به ربات به صورت $I = J = 1$ ، $Mgl = 10$ و $K = 1600$ در نظر گرفته شده است. اولین گام در طراحی، انتخاب یک مقدار ε مناسب به منظور تعریف زیر سیستم سریع و تعیین بهره K_v می‌باشد. با انتخاب $\varepsilon = 0.1$ ، پارامتر $K_1 = 16$ بدست می‌آید. حال با انتخاب $K_2 = 8$ ، معادله مربوط به سیستم لایه مرزی دارای پاسخ میرایی بحرانی خواهد بود. این انتخاب نشان می‌دهد که $K_v = 80$ و در نتیجه ترم تصحیح کننده در قانون کنترل (۴) بدست می‌آید.

حال، طراحی قانون کنترل u_r مبتنی بر تکنیک تقریب توابع، بر مبنای مدل (۴۸) صورت می‌پذیرد. پارامترهای کنترلی بصورت $K_D = 20$ و $\Lambda = 20$ انتخاب می‌گردد. مسیر مرجع به صورت خروجی پاسخ پله یک سیستم مرتبه دوم پایدار انتخاب می‌گردد. در اینجا فرض بر آن است که پارامترهای سیستم و کران تغییرات آنها نامعلوم می‌باشد. همچنین، با انتخاب جمله اول از بسط سری فوریه (به عنوان توابع پایه)، ابعاد $\hat{W}_g \in \mathbb{R}$ و $\hat{W}_D \in \mathbb{R}$ بدست می‌آید. مقادیر اولیه بردارهای وزنی صفر در نظر گرفته شده است. همچنین ماتریس‌های بهره در قوانین بروز رسانی به صورت $Q_D = 0.37$ و $Q_g = 18$ انتخاب می‌گردد.

در ادامه، فرض می‌کنیم که خطای تقریب قابل صرف نظر کردن باشد. در نتیجه پارامترهای اصلاحی $\sigma_{(.)}$ ، صفر در نظر گرفته می‌شود ($\sigma_{(.)} = 0$). بر این اساس، مسیر ردگیری شده توسط رابط در شکل (۱) نشان داده شده است. همانطور که ملاحظه می‌گردد زاویه رابط به خوبی به مقدار مطلوب آن با پاسخ زمانی سریع همگرا می‌گردد. سیگنال ورودی گشتاور نیز در شکل (۲) نمایش داده شده است.

شکل‌های (۳) و (۴) نیز نتایج مربوط به تقریب توابع را نمایش می‌دهد. به عنوان یک نتیجه، کنترل کننده پیشنهادی بر عدم قطعیت‌های سیستم غلبه کرده و قوام

حال با بکارگیری رابطه اخیر و نامعادله (۲۸)، کران بالای

به صورت زیر خواهد شد

$$\begin{aligned} \left\| \begin{bmatrix} S \\ y \end{bmatrix} \right\| &\leq \sqrt{\frac{2V(t_0)}{\lambda_{\min}(A)}} e^{\frac{-\delta(t-t_0)}{2}} \\ &+ \frac{1}{\sqrt{\delta\lambda_{\min}(A)\lambda_{\min}(K_D)}} \sup_{t_0 < \tau < t} \|\varepsilon_1\| \\ &+ \frac{1}{\sqrt{\delta\lambda_{\min}(A)}} \left[\sigma_M \text{Tr}(W_M^T W_M) \right. \\ &\left. + \sigma_C \text{Tr}(W_C^T W_C) + \sigma_g \text{Tr}(W_g^T W_g) \right]^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (۴۴)$$

رابطه اخیر نشان می‌دهد که اندازه S و y توسط یک تابع نمایی و یک ترم ثابت محدود می‌باشد. همچنین این رابطه بیان می‌دارد که از طریق تنظیم پارامترهای کنترلی، می‌توان نرخ همگرایی خطای خروجی را تصحیح نمود. در واقع

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} \left\| \begin{bmatrix} S \\ y \end{bmatrix} \right\| &\leq \frac{1}{\sqrt{\delta\lambda_{\min}(A)\lambda_{\min}(K_D)}} \times \\ \sup_{t_0 < \tau < t} \|\varepsilon_1\| &+ \frac{1}{\sqrt{\delta\lambda_{\min}(A)}} \left[\sigma_M \text{Tr}(W_M^T W_M) \right. \\ &\left. + \sigma_C \text{Tr}(W_C^T W_C) + \sigma_g \text{Tr}(W_g^T W_g) \right]^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (۴۵)$$

و در نتیجه، آنالیز عملکرد زمانی کامل می‌گردد. به منظور ارزیابی اعتبار روش پیشنهادی، نتایج بر روی یک ربات با مفاصل انعطاف پذیر شبیه سازی می‌گردد.

۵- شبیه سازی

در این بخش شبیه‌سازی‌ها، به منظور تست الگوریتم کنترل پیشنهادی ارائه می‌گردد. بدین منظور ربات یک لینکی داده شده توسط دسته معادلات زیر را در نظر بگیرید

$$I\ddot{\theta} + Mgl \sin(\theta) + K(\theta - \theta_m) = 0 \quad (۴۶)$$

$$J\ddot{\theta}_m + K(\theta_m - \theta) = u \quad (۴۷)$$

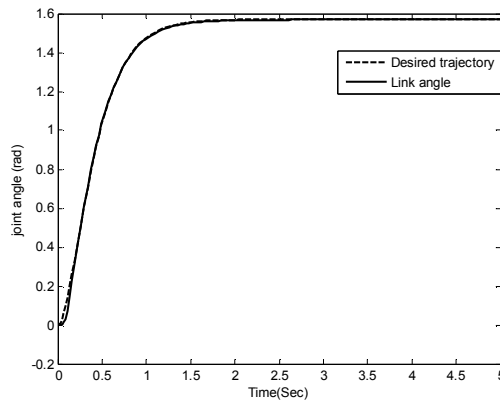
توجه کنیم که در رابطه اخیر از ترم دمپینگ چشم پوشی شده است. مدل زیر سیستم صلب به منظور طراحی

محدود کراندار یکنواخت خطای ردگیری موقعیت رابط با توجه به روش مستقیم لیپانوف اثبات گردید. نتایج شبیه‌سازی حاکی از عملکرد رضایت بخش الگوریتم کنترلی می‌باشد به نحوی که اثرات انعطاف‌پذیری در مفاصل به خوبی تحت کنترل می‌باشد. همچنین دامنه سیگنال کنترل در محدوده مجاز قرار دارد.

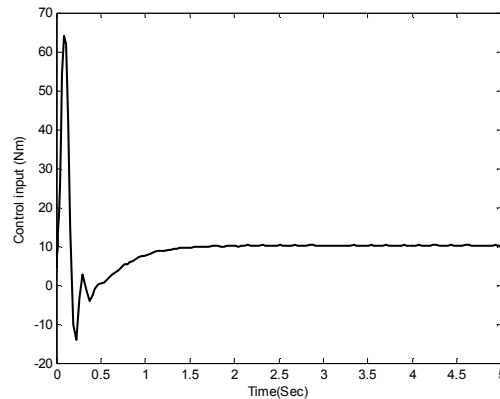
قابل قبولی در برابر عدم قطعیت‌های پارامتری از خود به نمایش می‌گذارد.

نتیجه‌گیری

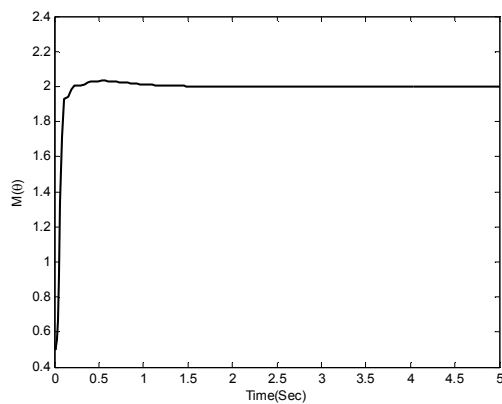
در این مقاله، یک استراتژی کنترل تطبیقی مقاوم برای ربات با مفاصل انعطاف‌پذیر با لحاظ عدم قطعیت در دینامیک‌های بازوی ربات و محرکه ارائه گردید. پایداری



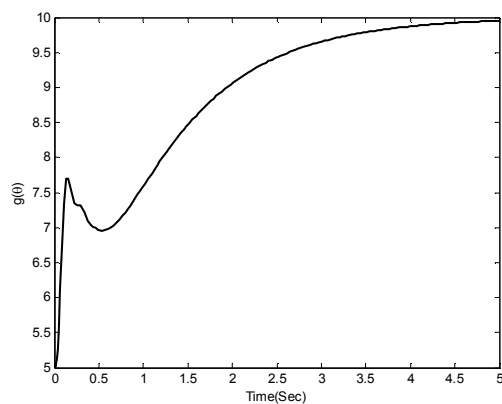
شکل (۱) - عملکرد ردگیری خروجی



شکل (۲) - سیگنال کنترل



شکل (۳) - تقریب ماتریس M



شکل (۴) - تقریب ماتریس g

manipulators. IEEE Control System Magazine 9: 9-13 (1989)

فهرست منابع

[9] S. K. Spurgeon, L. Yao, X. Y. Lu. Robust tracking via sliding mode control for elastic joint manipulators. Proc. Inst. Mech. Eng. I 215: 405-417 (2001)

[10] A. Izadbakhsh. Robust adaptive control of voltage saturated flexible joint robots with experimental evaluations. AUT Journal of Modeling, and simulation 50: 31-38 (2018)

[11] A. Izadbakhsh. Closed-form dynamic model of Puma560 robot arm. Proceedings of the 4th International Conf. on Autonomous Robots and Agents 675-680 (2009)

[12] A. Izadbakhsh, M. M. Fateh. Real-time robust adaptive control of robots subjected to actuator voltage constraint. Nonlinear Dynamics 78: 1999-2014 (2014)

[13] A. Izadbakhsh, A. Akbarzadeh Kalat, M. M. Fateh, S.M.R. Rafiei. A robust Anti-Windup control design for electrically driven robots-Theory and Experiment. International Journal of Control, Automation, and Systems 9: 1005-1012 (2011)

[14] A. Izadbakhsh, P. Kheirkhahan. An alternative stability proof for "Adaptive Type-2 fuzzy estimation of uncertainties in the control of electrically flexible-joint robots". Journal of Vibration and Control 25: 977-983 (2019)

[15] A. Izadbakhsh, S. Khorashadizadeh, P. Kheirkhahan. Real-time Fuzzy Fractional-order control of electrically driven flexible-joint robots. AUT Journal of Modeling, and simulation. DOI:10.22060/MISCJ.2018.13523.5075 (2018).

[1] L. M. Sweet, M. C. Good. Redefinition of the robot motion control problem: Effects of plant dynamics, drive system constraints, and user requirements. Proc. Of 23rd IEEE Conf. on. Decision and Control, Las Vegas 724-730 (1984)

[2] M. W. Spong. Modeling and control of elastic joint manipulators. J. Dyn. Sys., Meas., Contr 109: 310-319 (1987)

[3] M. W. Spong, K. Khorasani, P. V. Kokotovic. An integral manifold approach to the feedback control of flexible joint robots. IEEE J. Robot. Autom. RA-3: 291-300 (1987)

[4] W. P. Li, B. Luo, H. Huang. Active vibration control of Flexible Joint Manipulator using Input Shaping and Adaptive Parameter Auto Disturbance Rejection Controller. Journal of Sound and Vibration 363: 97-125 (2016)

[5] A. M. Annaswamy, J. E. Wong. Adaptive control in the presence of saturation nonlinearity. International Journal of Adaptive Control and Signal Processing 11: 3-19 (1997)

[6] J-Z. Xiao, H-R. Wang, W. Zhang, H-R. Wei. Adaptive robotic control based on a Filter function under the saturation of actuators. Intentional Conference on Machine Learning and Cybernetics 283-287 (2006)

[7] W. E. Dixon. Adaptive regulation of amplitude limited for robot manipulators with uncertain kinematics and dynamics. IEEE Trans. on Automatic Control 52: 488-493 (2007)

[8] F. Ghorbel, J. Y. Hung, M. W. Spong. Adaptive control of flexible joint

[16] S. Puga-Guzman, J. Moreno-Valenzuela, V. Santibanez. Adaptive neural network motion control of manipulators with experimental evaluations. *The Scientific World Journal*. Doi: 10.1155/2014/694706.

[17] H. Liu, T. Zhang. Adaptive Neural Network Finite-Time Control for Uncertain Robotic Manipulators. *Journal of Intelligent & Robotic Systems* 75: 363-377 (2014)

[18] A. Izadbakhsh, S. M. R. Rafiei. Endpoint Perfect Tracking Control of Robots – A Robust Non Inversion-Based Approach. *International Journal of Control, Automation, and Systems* 7: 888-898 (2009)

[19] A. Izadbakhsh, S. Khorashadizadeh, P. Kheirkhahan. Tracking control of electrically driven robots using a model free observer. *Robotica* 37: 729-755 (2019)

[20] A. Izadbakhsh. A note on the "nonlinear control of electrical flexible-joint robots". *Nonlinear Dynamics* 89: 2753-2767 (2017)

[21] A. Izadbakhsh. FAT-based robust adaptive control of electrically driven robots without velocity measurements. *Nonlinear Dynamics* 89: 289-304 (2017)

[22] A. Izadbakhsh, P. Kheirkhahan. Adaptive Fractional-Order Control of electrical Flexible-Joint Robots: Theory and Experiment. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers. Part I: Journal of Systems and Control Engineering*, DOI: 10.1177/0959651818815384.

[23] P. Kokotovic, H. K. Khalil, J. O'Reilly. Singular perturbation methods in control: analysis and design. Siam, Philadelphia (1999)