Archive of SID

دسترسی در سایتِ http://jnrm.srbiau.ac.ir
سال پنجم، شماره بیست و یکم، آذر و دی ۱۳۹۸
شماره شاپا: ۲۵۸۸-۵۸۸X

پژوهش‌های نوین در ریاضی

دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات

ارایه روشی برای TOPSIS فازی با اعمال اصل گسترش"زاده"

رضا کارگر*

گروه ریاضی، دانشکده علوم پایه، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد قم، قم، ایران

تاریخ ارسال مقاله: ۹۷/۰۴/۰۴ تاریخ پذیرش مقاله: ۹۷/۰۶/۱۹

چکیده

فرایند TOPSIS یکی از جامع‌ترین سیستم‌های طراحی شده برای تصمیم‌گیری با معیارهای چندگانه است زیرا این تکنیک امکان فرموله کردن مساله را به صورت ماتریس تصمیم فراهم می‌کند و همچنین امکان در نظر گرفتن معیارهای مختلف کمی و کیفی را در مساله دارد. به روش‌های TOPSIS فازی موجود ایرادات اساسی وارد است که باعث می‌شود مفاهیم تصمیم در این روش‌ها کمرنگ شوند از جمله این اشکالات می‌توان به عدم دقت لازم در محاسبات فازی اشاره داشت و علت آن عدم استفاده از اصل گسترش "زاده" در تعریف اپراتورها ست.به‌عنوان مثال ضرب دو عدد فازی مثلثی الزاماً فازی مثلثی نخواهد بود. لکن در عمده روش‌های TOPSIS فازی اینگونه فرض شده است. در این مقاله تلاش می‌شود ابتدا تعریف بردار ایده‌آل و ضدایده‌آل فازی بیان گردد سپس برای تحقق این منظور دو تابع طراحی شد که بهین این توابع بردار ایده‌آل و ضدایده‌آل فازی است که در ادامه با رعایت اصل "زاده" توابعی که اعمال حسابی و اثر یک تابع بر اعداد فازی در حالت گسسته را محاسبه می کند، ساخته شد درنهایت الگوریتم با کمک این توابع و بردارهای جدید رتبه‌بندی را انجام می‌دهد.

واژه‌های کلیدی: اصل گسترش "زاده"، فرایند تاپسیس، فازی، ماکسیمال، ایده‌آل، رتبه‌بندی الگوریتم ژنتیک.

*. عهده‌دار مکاتبات:
Emai: kargarreza57@yahoo.com

www.SID.ir

Archive of SID

۱- مقدمه

از آنجا که اتخاذ تصمیم صحیح وبه موقع می‌تواند تاثیر بسزایی در زندگی شخصی و اجتماعی انسان‌ها داشته باشد، ضرورت وجود تکنیک‌های قوی که بتواند انسان را در این زمینه یاری کند کاملاً محسوس می‌باشد. یکی از این کارآمدترین این تکنیک‌ها "شباهت به گزینه ایده‌آل" TOPSIS[1] است که برای اولین بار توسط هوانگ ویون ۱۹۸۱ [1] مطرح شد.

این تکنیک براساس بیشترین و کمترین شباهت با ایده‌آل و ضد ایده‌آل بنا شده و امکان بررسی سناریوهای مختلف را به مدیران می‌دهد. TOPSIS به علت ماهیت ساده و جامعی که دارد موجب نگارش مقالات متعددی در این زمینه شده است. لکن در دنیای واقعی داده‌ها از عدم قطعیت برخوردارند و بدین منظور با بکارگیری داده‌های فازی تا حدودی تصمیم‌سازی به واقعیت بیش از گذشته نزدیک‌تر شده است و مدیران تصمیم‌گیر با ریسک کمتری مدل‌ها را می‌پذیرند: Hwang در سال ۱۹۹۳ در [2] روش جدیدی در مسایل تصمیم گیری چند معیاره ارایه نمود. Liang در سال ۱۹۹۹ در [3] تصمیم‌گیری چند معیاره فازی بر اساس اصول ایده‌آل وضد ایده‌آل مطرح نمود Chen در سال ۲۰۰۰ در [4] توسعه روش TOPSIS برای تصمیم‌گیری در محیط فازی را بیان نمود. Abo-Sinna, Amer در سال ۲۰۰۵ در [5] روش TOPSIS برای حل مسایل چند هدفه غیرخطی توسعه داد. پروفسور جهانشاهلو و همکاران در سال ۲۰۰۶ [6] را برای داده‌های فازی گسترش دادند. Wang, Lee در سال ۲۰۰۷ در [7] این روش را تعمیم دادند. Chu و همکارش در سال ۲۰۰۹ در [8] حساب بازه‌ای را برای TOPSIS را بکار بستند. Chen در سال ۲۰۰۹ در [9] با استفاده از داده‌های بازه‌ای مقدار روش مذکور را روی داده‌های تجربی پیاده‌سازی نمودند. وی در سال ۲۰۱۱ مقایسه‌ای بین روش جمع ساده اوزان (SAW) و TOPSIS در مورد رتبه‌بندی انجام داد. [10_16] به برخی کاربردهای این روش اشاره دارد. ساختار این مقاله در ادامه یا مطالب زیر دنبال می‌شود: در بخش دوم تعاریف مختصر از روش مکاشفه‌ای ژنتیک الگوریتم و مفاهیم اولیه فازی و اصل گسترش بیان و روش کلاسیک TOPSIS ارایه می‌گردد. در بخش سوم ابتدا معایب روش‌هایی که مبتنی بر اصل گسترش نمی‌باشند بیان می‌گردد سپس با جایگزینی مفهوم ماکسیمال و مینیمال با ماکسیمم و مینمم روشی تازه مطرح می شود. در بخش چهارم یک مثال ذکر می‌شود که حل آن توسط روش ارایه شده در بخش سوم خواهد بود در بخش پنجم به جمع‌بندی نتایج روش ارایه شده پرداخته می‌شود.

۲- مفاهیم اولیه

این فصل به ادبیات موضوع تحقیق که شامل ابزارها، تعاریف و قضایای مورد نیاز پرداخته است. در بخش نخست به ابزار الگوریتم ژنتیک می‌پردازیم. سپس مفاهیم فازی بیان می‌گردد. در نهایت مختصری از TOPSIS مطرح می‌گردد.

۲-۱- الگوریتم مکاشفه‌ای ژنتیک

در بسیاری از مسایل، به ویژه مسایل سخت، انتخاب بهترین جواب از طریق جستجوی همه جانبه[2] (آزمودن تمام جواب‌های ممکن)، اگر کاری غیرممکن نباشد، بسیار دشوار و غیرعملی است. یک عامل مهم در بهینه سازی، زمان رسیدن به پاسخ است که جستجوی همه جانبه زمان‌بر و از این جنبه پرهزینه است. منظور از واژه بهینه سازی، یافتن بهترین جواب برای حل یک مسأله از بین جواب‌های ممکن در یک زمان قابل قبول است.

از خصوصیات روش‌های بهینه‌سازی ابتکاری، عدم وابستگی آن‌ها به مشتق‌پذیری تابع هدف است. این توانایی باعث شده است تا مسایل با توابع هدف پیچیده و غیرمشتق‌پذیر، بدون صرف هزینه بیشتر نسبت به توابع هدف مشتق پذیر قابل حل باشند.

همه روش‌های جستجوی ابتکاری بر پایه احتمالات عمل می‌کنند. یعنی این که برای دنبال کردن جهت جستجو از تئوری احتمالات و تولید دنباله‌های تصادفی بهره می‌برند. این موضوع، دلیل اصلی توانایی آن‌ها در یافتن بهینه

1. Technique for Order Performance by Similarity to Ideal Solution

2. Exhaustive search

www.SID.ir

Archive of SID

فرامحلی در یک زمان قابل قبول است.

الگوریتم‌های ژنتیکی با یک مجموعه از جواب‌ها (که کروموزوم[۱] هم نامیده می‌شوند) کار خود را شروع می‌کنند. به این مجموعه جمعیت[۲] نیز گفته می‌شود. از جواب‌های یک جمعیت برای ایجاد جمعیت جدید استفاده می‌کنیم. با این امید که جواب‌های جمعیت جدید بهتر از جمعیت قبلی باشد. برای تشکیل جمعیت جدید از میان جواب‌های تولید شده در هر مرحله بهترین آنها را با توجه به ارزش آنها انتخاب می‌کنیم. هر چه قدرت آنها بیشتر باشد شانس حضور آنها در مجموعهٔ بعدی بیشتر است.

این عملیات آنقدر تکرار می‌شود تا به شرایط خاصی برسیم. برای مثال تعداد جمعیت‌های ساخته شده به حد معینی برسند یا اینکه بهبود مشخصی در جواب بدست آید.

مراحل انجام یک الگوریتم ژنتیکی بصورت زیر است:

۱- شروع: یک جمعیت متشکل از n کروموزوم را به طور تصادفی ایجاد کن.

۲- ارزش گذاری: برای هر کروموزوم x ارزش آن را که با تابع $f(x)$ (بهینه‌ساز[۳]) مشخص شده محاسبه کن.

۳- جمعیت جدید: با انجام مراحل زیر یک جمعیت جدید با استفاده از جمعیت موجود بساز:

۳-۱- انتخاب: دو کروموزوم والد را بر اساس ارزش آنها از جمعیت انتخاب کن (هر چه ارزش یک کروموزوم بیشتر باشد شانس انتخاب آن بیشتر است).

۳-۲- ترکیب[۴]: با "احتمال ترکیب" والدین را برای تشکیل فرزندان جدید ترکیب کن. اگر ترکیب اتفاق نیفتاد فرزندان کپی همان والدین خواهند بود.

۳-۳- جهش[۵]: با "احتمال جهش" در یک محل از کروموزوم فرزندان تغییری بوجود بیاور.

۳-٤- تکمیل: دو فرزند تولید شده را در جمعیت جدید قرار بده.

٤- جایگزینی: برای مراحل بعدی الگوریتم از جمعیت جدید استفاده کن.

۵- تست: اگر به شرایط پایانی رسیده‌ایم کار را متوقف کنید و بهترین جواب را در جمعیت فعلی به عنوان جواب انتخاب کنید.

٦- در غیر اینصورت برو به مرحلهٔ ۲:

همانطوری که مشاهده می‌کنید این نمای ارایه شده بسیار کلی است. پارامترها و تنظیمات مختلفی با توجه به ماهیت هر مساله وجود دارد که بسته به مساله در هر یک از آنها متفاوت می‌باشند. مطالب این بخش برگرفته از [17] است.

۲-۲- منطق فازی

نظریه مجموعه‌های فازی، یک تعمیم و گسترش طبیعی نظریه مجموعه‌های معمولی است که در یک قالب جدید ریاضی برای صورت‌بندی و تجزیه و تحلیل مفاهیم موافق با زبان و فهم طبیعی انسان‌ها بیان شده است. در زیر به تعاریف مورد نیاز این مقاله پرداخته می شود.

تعریف (۲-۱) مجموعه فازی

فرض کنید X مجموعه‌ای ناتهی باشد. هر زیر مجموعه فازی از X توسط یک تابع $\mu_{\widetilde{A}}(x): X \to [0,1]$ به نام تابع عضویت معین می‌شود. $\mu_{\widetilde{A}}(x)$ نشان دهنده میزان تعلق داشتن x به مجموعه فازی $\widetilde{A}$ می‌باشد.

فرض کنید X یک مجموعه مرجع و $\widetilde{A}$ زیر مجموعه‌ای فازی از آن باشد که تابع عضویت آن با $\mu_{\widetilde{A}}(x)$ نمایش داده می‌شود

تعریف (۲-۲)

$\widetilde{A}$ مجموعه نقاطی از X که $\mu_{\widetilde{A}}(x) > 0$ باشد، تکیه‌گاه $\widetilde{A}$ می‌نامند.

$$Supp\,(\widetilde{A}) = \{x \mid \mu_{\widetilde{A}}(x) > 0\}$$

---

1. Chromosome
2. population
3. fitness
4. Crossover
5. Mutation

www.SID.ir

Archive of SID

تعریف (۲-۳)

$\widetilde{A}$ نقطه‌ای از X که دارای بالاترین درجه عضویت باشد را در نظر بگیرید. مقدار این درجه عضویت را ارتفاع مجموعه $\widetilde{A}$ نامیده می‌شود. یعنی

$$M = \sup \left\{ \mu_{\widetilde{A}}(x) \,\middle|\, x \in X \right\}$$

تعریف (۲-۴)

مجموعه $\widetilde{A}$ را نرمال گویند اگر و فقط اگر ارتفاع آن برابر یک باشد. یعنی

$$\sup \left\{ \mu_{\widetilde{A}}(x) \,\middle|\, x \in X \right\} = 1$$

در غیر این صورت آن را غیر نرمال (زیر نرمال) گویند. بدیهی است که هرمجموعه فازی غیر نرمال $\widetilde{A}$ را می‌توان با تقسیم $\mu_{\widetilde{A}}(x)$ بر ارتفاع $\widetilde{A}$، نرمال کرد.

تعریف (۲-۵)

i) مجموعه فازی $\widetilde{A}$ محدب گویند اگر و فقط اگر برای هر $x_1, x_2 \in X$ و هر $\lambda \in [0,1]$ داشته باشید:

$$\mu_{\widetilde{A}}(\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2) \geq \min\{\mu_{\widetilde{A}}(x_1), \mu_{\widetilde{A}}(x_2)\}$$

ii) مجموعه فازی $\widetilde{A}$ را محدب گویند، اگر و فقط اگر برای هر $\lambda \in [0,1]$، $\widetilde{A}_\alpha$ محدب باشد.

عبارت (i) معادل این است که برای هر $x_1, x_2 \in X$ دلخواه و به ازای هر x داشته باشید:

$$x_1 \leq x \leq x_2 \Rightarrow \mu_{\widetilde{A}}(x) \geq \min\{\mu_{\widetilde{A}}(x_1), \mu_{\widetilde{A}}(x_2)\}$$

تعریف (۲-۶)

فرض کنید $\widetilde{A}_1, \ldots, \widetilde{A}_n$ زیر مجموعه‌های فازی از مجموعه مرجع X باشد. در این صورت حاصلضرب دکارتی آنها بصورت زیر تعریف می‌شود:

برای هر $x \in X$

$$\mu_{\widetilde{A}_1 * \ldots * \widetilde{A}_n}(x_1, \ldots, x_n) = \min\{\mu_{\widetilde{A}_1}(x_1), \ldots, \mu_{\widetilde{A}_n}(x_n)\}$$

تعریف (۲-۷) (اصل گسترش)

این اصل ابزاری است برای گسترش و تعمیم مفاهیم ریاضی غیرفازی به گونه‌ای که بصورت کمیت‌های فازی در آیند. این اصل به ویژه در تعمیم عملگرهای جبری بین اعداد و تعریف این عملگرها برای اعداد فازی مفید است.

فرض کنید $X = X_1 \times \ldots \times X_n$ حاصلضرب دکارتی n مجموعه مرجع و $\widetilde{A}_1, \ldots, \widetilde{A}_n$، n زیر مجموعه فازی به ترتیب از $X_1, X_2, \ldots, X_n$ باشد و $f : X \to Y$ که $y = f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$. در این صورت حاصل عمل f بر n مجموعه فازی $\widetilde{A}_1, \ldots, \widetilde{A}_n$ به صورت زیر تعریف می‌شود که زیر مجموعه فازی $\widetilde{B}$ از Y خواهد بود.

$$\tilde{B} = f(\tilde{A}_1, \ldots, \tilde{A}_n) = \{(y, \mu_{\tilde{B}}(y)) \mid y = f(x_1, x_2, \ldots, x_n), (x_1, \ldots, x_n) \in X\}$$

$$\mu_{\tilde{B}}(y) = \mu_{f(\tilde{A}_1, \tilde{A}_2, \ldots, \tilde{A}_n)}(y) = \begin{cases} \sup\limits_{(x_1, x_2, \ldots, x_n) \in f^{-1}(y)} \min\{\mu_{\tilde{A}_1}(x_1), \ldots, \mu_{\tilde{A}_n}(x_n)\} & , \quad f^{-1}(y) \neq \varphi \\ 0 & , \quad f^{-1}(y) = \varphi \end{cases}$$

تعریف (۲-۸) عدد فازی

اعداد فازی یک تعمیم طبیعی بر اعداد معمولی است، که بصورت زیر تعریف می‌شود

یک مجموعه فازی نرمال محدب مانند $\widetilde{A}$ از R را یک عدد فازی گویند، اگر داشته باشید:

i) $\mu_{\widetilde{A}}(x)$ تک نمایی باشد یعنی دقیقاً یک $x \in R$ وجود داشته باشد که: $\mu_{\widetilde{A}}(x) = 1$.

ii) $\mu_{\widetilde{A}}(x)$ قطعه قطعه پیوسته باشد.

$\widetilde{A}$ را یک بازه فازی می‌گویند و دو عدد $m_1 < m_2$ از R وجود دارد که برای هر $x \in [m_1, m_2]$ داریم: $\mu_{\widetilde{A}}(x) = 1$.

www.SID.ir

Archive of SID

مجموعه تمام اعداد فازی را با $F(R)$ نشان می‌دهند.

مثال (۲-۱)

فرض کنید یک $f: R \to R$, $\widetilde{A} \in f(R)$ عملگر یک بعدی باشد. براساس اصل گسترش، عدد فازی $f(\widetilde{A}) = \widetilde{B}$ با تابع عضویت زیر تعریف می‌شود:

$$\mu_{\widetilde{B}}(y) = \begin{cases} \sup\limits_{\substack{x \\ y=f(x)}} \mu_{\widetilde{A}}(x) & , \quad f^{-1}(y) \neq \phi \\ 0 & , \quad f^{-1}(y) = \phi \end{cases}$$

مثال (۲-۲)

فرض کنید $\widetilde{A}$, $\widetilde{B} \in f(R)$ با توابع عضویت پیوسته باشند و $\otimes : R \times R \to R$ یک عملگر دو تایی براعداد حقیقی باشد. اگر تعمیم $\otimes$ را برای اعداد فازی با $\otimes$ نشان دهید، با استفاده از اصل گسترش حاصل $\widetilde{A} \otimes \widetilde{B}$ به‌صورت یک مجموعه فازی با تابع عضویت زیر تعریف می‌شود:

$$(\widetilde{A} \otimes \widetilde{B})(z) = \sup_{z=x*y} \min\{\mu_{\widetilde{A}}(x) \, , \, \mu_{\widetilde{B}}(x)\}$$

۲-۳- روش TOPSIS

مطالب این قسمت برگرفته از [18] است.

دو دسته عمده از روش‌های مختلف در پروسه کردن اطلاعات موجود از یک مساله MADM در ادبیات موضوع مطرح شده است یک دسته از روش‌ها منشعب از مدلی مشهور به مدل غیرجبرانی[1] بوده و دسته دیگر منشعب از مدل دیگری معروف به مدل جبرانی[2] می‌باشد.

الف- مدل غیرجبرانی شامل روش‌هائی می‌شود که در آنها مبادله[3] در بین شاخص‌ها مجاز نیست، یعنی مثلاً نقطه ضعف موجود در یک شاخص توسط مزیت موجود از شاخص دیگر جبران نمی‌شود. بنابراین هر شاخص در این روش‌ها بتنهائی مطرح بوده و مقایسات براساس شاخص به شاخص انجام می‌پذیرد.

مزیت روش‌های متعلق به این مدل نیز سادگی آنها است که با رفتار DM و محدود بودن اطلاعات او مطابقت دارد. در برخی از این روش‌ها ممکن است نیازی به کسب اطلاعات از DM نباشد.

ب – مدل جبرانی مشتمل بر روش‌هایی است که اجازه مبادله در بین شاخص‌ها در آنها مجاز است، یعنی مثلاً تغییری (احتمالاً کوچک) در یک شاخص می‌تواند توسط تغییری مخالف در شاخص (یا شاخص‌های) دیگر جبران شود.

تصمیم‌گیری TOPSIS معمولاً توسط ماتریس ذیل فرموله می‌گردد:

گزینه \ شاخص	x_1	x_2	....	x_n
A_1	r_{11}	r_{12}	...	r_{1n}
A_2	.	.		.
.	.	.		.
.	.	.		.
.	.	.		.
A_m	r_{m1}	r_{m2}	...	r_{mn}

به‌طوری که A_i نشان دهنده گزینه iام، x_j نشان دهنده شاخص j ام و r_{ij} نشان دهنده ارزش شاخص j ام برای گزینه j ام می‌باشد.

در این روش علاوه بر در نظر گرفتن فاصله یک گزینه A_i از نقطه ایدآل، فاصله آن از نقطه ایده‌آل منفی هم در نظر گرفته می‌شود. بدان معنی که گزینه انتخابی باید دارای کمترین فاصله از راه حل ایده‌آل بوده و در عین حال دارای دورترین فاصله از راه حل ایده‌آل منفی باشد.

واقعیات زیربنائی از این روش بدین قرار است:

الف- مطلوبیت هر شاخص باید به‌طور یکنواخت افزایشی (یا کاهشی) باشد (هرچه r_{ij} بیشتر، مطلوبیت بیشتر و یا برعکس) که بدان صورت بهترین ارزش موجود از یک

1. Non Compensatory model
2. Compensatory
3. Trade off

www.SID.ir

Archive of SID

شاخص نشان دهنده ایدآل آن بوده و بدترین ارزش موجود از آن مشخص کننده ایدآل - منفی برای آن خواهد بود.

ب- فاصله یک گزینه از ایدآل (یا از ایدآل منفی) ممکن است بصورت فاصله اقلیدسی (از توان دوم) و یا به صورت مجموع قدر مطلق از فواصل خطی[۴] (معروف به فواصل بلوکی) محاسبه گردد، که این امر بستگی به نرخ تبادل و جایگزینی در بین شاخص‌ها دارد.

قدم یکم - تبدیل ماتریس تصمیم‌گیری موجود به یک ماتریس «بی مقیاس شده» با استفاده از فرمول:

$$n_{ij} = \frac{r_{ij}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{m} r_{ij}^2}}$$

قدم دوم- ایجاد ماتریس «بی‌مقیاس» وزین با مفروض بودن ماتریس قطری W به عنوان ورودی به الگوریتم، یعنی:

$$W = diag\{w_1, w_2, ..., w_n\}$$

ماتریس بی مقیاس وزین $= V =$

$$N_D W_{n\times n} = \begin{vmatrix} V_{11}, \ldots & V_{1j}, \ldots & V_{1n} \\ . & . & . \\ . & . & . \\ V_{m1}, \ldots & V_{mj}, \ldots & V_{mn} \end{vmatrix}$$

به طوری که ND ماتریسی است که امتیازات شاخص‌ها در آن «بی‌مقیاس» و قابل مقایسه شده است، و $W_{n\times n}$ ماتریسی است قطری که فقط عناصر قطر اصلی آن غیرصفر خواهد بود.

قدم سوم- مشخص نمودن جواب ایدآل و جواب ضد ایدآل برای گزینه ایدآل $A+$ و ضدایده‌آل $A-$ تعریف کنیم:

گزینه ایدآل $= A^+$

$$= \{V_1^+, V_2^+, \ldots, V_j^+, \ldots, V_n^+\}$$
$$= \{(\max_i V_{ij} \mid j \in J),$$
$$(\min_i V_{ij} \mid j \in J') \mid i = 1, 2, \ldots, m\}$$

گزینه ایدآل منفی $= A^-$

$$= \{V_1^-, V_2^-, \ldots, V_j^-, \ldots, V_n^-\}$$
$$= \{(\min_i V_{ij} \mid j \in J),$$
$$(\max_i V_{ij} \mid j \in J') \mid i = 1, 2, \ldots, m\}$$

به‌طوری که $J = \{j = 1,2,....,n \mid$ های مربوط به سود $j\}$ و $J' = \{j = 1, 2, ..., n \mid$ های مربوط به هزینه $j\}$.

قدم چهارم- محاسبه اندازه جدائی فاصله گزینه A_i ام با ایدآل با استفاده از روش اقلیدسی بدین قرار است:

$$d_i^+ = \{\sum_{j=1}^{n} (V_{ij} - V_j^+)^2\}^{0.5}; \quad i = 1,2,....,m$$

فاصله گزینه A_i ام با ضد ایدآل با استفاده از روش اقلیدسی بدین قرار است:

$$d_i^- = \{\sum_{j=1}^{n} (V_{ij} - V_j^-)^2\}^{0.5}; \quad i = 1,2,....,m$$

قدم پنجم- محاسبه نزدیکی نسبی A_i به جواب ایدآل این نزدیکی نسبی را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$cl_{i+} = \frac{d_{i-}}{(d_{i+} + d_{i-})}; \quad 0 \le cl_{i+} \le 1; \ i = 1,2,....,m$$

قدم ششم- رتبه‌بندی گزینه‌ها براساس ترتیب نزولی cl_{i+}

۳- روش پیشنهادی

به روش‌های TOPSIS فازی موجود پنج ایراد اساسی وارد است که باعث می‌شود مفاهیم روش شباهت به گزینه ایده‌آل در این روش‌ها کمرنگ شوند این اشکالات به شرح زیر می‌باشد.

الف) از دقت لازم در محاسبات فازی برخوردار نمی‌باشند و علت آن عدم استفاده از اصل گسترش "زاده" در تعریف اپراتورهاست. به‌عنوان مثال ضرب دو عدد فازی مثلثی الزاماً فازی مثلثی نخواهد بود. لکن در عمده روش‌های TOPSIS فازی اینگونه فرض شده است.

ب) در روش‌های فعلی FTOPSIS جهت بی‌مقیاس سازی ماتریس ارزیابی از ماکسیمم کران‌های بالای

4. City – block - distance

www.SID.ir

Archive of SID

Support عناصر یک سطر ماتریس استفاده می‌شود که قطعا هیچ‌گونه مفهوم نرمال‌سازی را در بر ندارد چرا که منشا این بی‌مقیاس سازی "نرم" نیست.

پ) رابطه‌های ترتیبی متفاوتی در حساب فازی برقرار است که بر الویت گزینه‌ها موثر است که در نتیجه انتخاب رنکینگ متفاوت، الویت ها را تغییر خواهد داد.

ت) اوزان توزیعی باید مفهوم سهم شاخص‌ها رادر پی داشته باشد یعنی مجموع اوزان نرمال شده تحت یک نرم باید واحد باشد. البته در روش‌های فعلی این موضوع به هیچ وجه رعایت نشده است.

ث) در تعریف ایده‌آل و ضدایده‌آل شاخص مناسبی تعریف نشده است به عنوان مثال اگر V=(0.2,0.3,1) و U=(0.2,0.8,1) هر دو از یک ارزش برخوردار است چرا که $U_3 = V_3 = 1$ درصورتی که تفاوت فاحشی بین این دو گزینه وجود دارد.

در اینجا ابتدا چند تعریف و قضیه را مطرح می کنیم سپس در زبان یا محیطهای برنامه سازی نظیر جاوا و ابر مجیط MATLAB با کمک اصل "زاده" توابع مورد نیاز به شکل گسسته ساخته می شود.

قضیه (۳-۱) رابطه زیر یک شبه ترتیب است:

$$P \succ Q \quad \Leftrightarrow \int_0^1 x(M_{P_x} - M_{Q_x})dx > 0$$

که M_{p_x} وسط x_cut برای عدد فازی P می‌باشد.

برهان:[17]

شکل گسسته این مساله با کمی اغماض برای n به حد کافی بزرگ عبارت است از

$$P \succ Q \quad \Leftrightarrow \sum_{i=1}^{n} \frac{i}{n}(M_{P_{\frac{i}{n}}} - M_{Q_{\frac{i}{n}}}) > 0$$

لازم به توضیح است که از آنجا حوزه اعداد در روش تاپسیس عادی اعداد حقیقی هستند مفهوم ماکسیمم و مینیمم به دلیل ترتیب ارشمیدوسی کامل معنادار است اما در فازی این مفاهیم معنادار نخواهد بود و جایگزین آنها ماکسیمال و مینیمال می‌گردد.

تعریف (۳-۱)

می‌گوییم Z^* برای مجموعه زیر یک ماکسیمال است اگر

$$Q = \{q : q \text{ is a fuzzy number}\}$$
$$\forall q \in Q \;\; q \prec Z^* \;\;,\;\; core(Z^*) \le core(Z) \;:\; Z \succ Z^*$$

تعریف (۳_۲)

می‌گوییم Z^* برای مجموعه زیر یک مینیمال است اگر

$$Q = \{q : q \text{ is a fuzzy number}\}$$
$$\forall q \in Q \;\; q \succ Z^* \;\;,\;\; core(Z^*) \ge core(Z) \;:\; Z \prec Z^*$$

برای یافتن ماکسیمال یک مجموعه فازی به شرح زیر عمل می‌شود:

$$\min \; core(Z)$$
$$s.t \;\; \int_0^1 x(M_{Z_x} - M_{q_x})dx > 0 \quad \forall q \in Q$$

همچنین برای یافتن مینیمال یک مجموعه فازی به شرح زیر عمل می‌شود:

$$\max \; core(Z)$$
$$s.t \;\; \int_0^1 x(M_{Z_x} - M_{q_x})dx < 0 \quad \forall q \in Q$$

چون تابع فوق یک تابع ساختنی است از الگوریتم مکاشفه‌ای GA بهره می‌بریم.

در مراحل زیر الگوریتم را تشریح می‌کنیم

قدم یکم – نرمال سازی

تبدیل ماتریس تصمیم‌گیری موجود به یک ماتریس «بی‌مقیاس شده» با استفاده از فرمول:

$$n_{ij} = \frac{r_{ij}}{\left(\sum_{i=1}^{m} r_{ij}^2\right)^{.5}}$$

برای این منظور با توابع گسسته فازی مذکور ابتدا جذرنرم ۲ هر ستون محاسبه شده و سپس با عمل تقسیم فازی هر ستون بر عدد مربوطه تقسیم می شود. این عمل برای همه ستون‌ها و همه اوزان معیارها صورت می‌پذیرد.

قدم دوم–موزون سازی

ایجاد ماتریس «بی‌مقیاس» وزین با مفروض بودن بردار W به عنوان ورودی به الگوریتم، یعنی:

www.SID.ir

Archive of SID

$W=\{w_1,w_2,...,w_n\}\approx(DM$ از مفروض$)$

$=V=$ ماتریس بی مقیاس وزین

$$N_D W_{n\times n}=\begin{vmatrix} V_{11},\dots & V_{1j},\dots & V_{1n} \\ . & . & . \\ . & . & . \\ V_{m1},\dots & V_{mj},\dots & V_{mn} \end{vmatrix}$$

به طوری که ND ماتریسی است که امتیازات شاخص‌ها در آن «بی‌مقیاس» و قابل مقایسه شده است، و $W_{n\times n}$ ماتریسی است قطری که فقط عناصر قطر اصلی آن غیرصفر خواهد بود.

برای این منظور عناصر ستون iام رادر وزن iام با کمک توابع مذکور ضرب می‌کنیم.

قدم سوم- مشخص نمودن جواب ایدآل و جواب ضد ایده‌ال

برای گزینه ایدآل (+A) و ضد ایدآل (-A) تعریف کنیم:

$A^+=$ گزینه ایدآل

$=\{V_1^+,V_2^+,\dots,V_j^+,\dots,V_n^+\}$

$=\{(\max_i \mathrm{all} V_{ij}\,|j\in J),$

$(\min_i \mathrm{inmall} V_{ij}\,|j\in J')|i=1,2,\dots,m\}$

$A^-=$ گزینه ایدآل منفی $=$

$\{V_1^-,V_2^-,\dots,V_j^-,\dots,V_n^-\}$

$=\{(\min_i \mathrm{all} V_{ij}\,|j\in J),$

$(\max_i \mathrm{all} V_{ij}\,|j\in J')|i=1,2,\dots,m\}$

به طوری که

$J=\{j=1,2,\dots,n|$ های مربوط به سود $j\}$

و

$J'=\{j=1,2,\dots,n|$ های مربوط به هزینه $j\}$

برای این منظور هر کدام از ستون‌های V مجموعه Q تلقی شده و از راهکار یافتن عنصر ما کسیمال و مینمال استفاده می‌کنیم که توسط GA بهین این دو تابع یافت می‌شود.

قدم چهارم- محاسبه اندازه جدائی

فاصله گزینه iام با ایدآل با استفاده از روش متریک بدین قرار است:

$$d_i^+=\left(\sum_{j=1}^{n}\left(\int_0^1 (M_{V_x^{ij}}-M_{V_{jx}^+})\right)^2\right)^{\frac{1}{2}};$$
$$i=1,2,\dots,m$$

فاصله گزینه iام با آنتی ایدآل با استفاده از روش متریک بدین قرار است:

$$d_i^-=\left(\sum_{j=1}^{n}\left(\int_0^1 (M_{V_x^{ij}}-M_{V_{jx}^-})\right)^2\right)^{\frac{1}{2}};$$
$$i=1,2,\dots,m$$

قدم پنجم- محاسبه نزدیکی نسبی Ai به جواب ایده ال

پنزدیکی نسبی را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$cl_i=\frac{d_i^+}{(d_i^++d_i^-)};0\le cl_i\le 1;$$
$$i=1,2,\dots,m$$

قدم ششم- رتبه‌بندی گزینه‌ها.

براساس ترتیب نزولی cl_{i+} می‌توان گزینه‌های موجود از مسأله مفروض را رتبه‌بندی نمود.

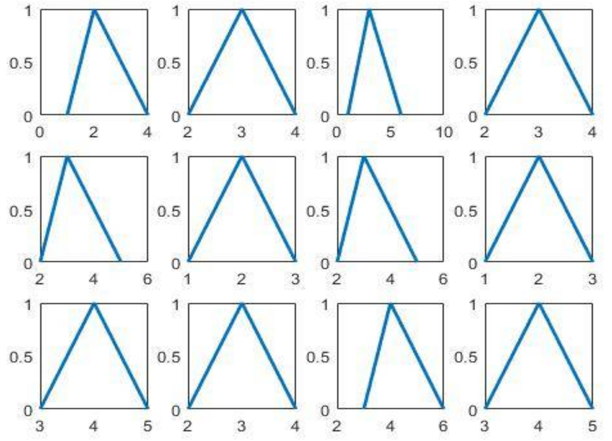
۴- مثال عددی

در اینجا به صورت گرافیکی یک مثال مطرح می‌شود. فرض کنید برای سه گزینه $\alpha_1\ \alpha_2\ \alpha_3$ و چهار معیار $\beta_1\ \beta_2\ \beta_3\ \beta_4$ اوزان و ماتریس تصمیمم موجود است ضمناً دو شاخص اول از جنس سود هستند و دو شاخص آخر از جنس هزینه می‌باشد. اطلاعات مساله به شرح زیر است:.

www.SID.ir

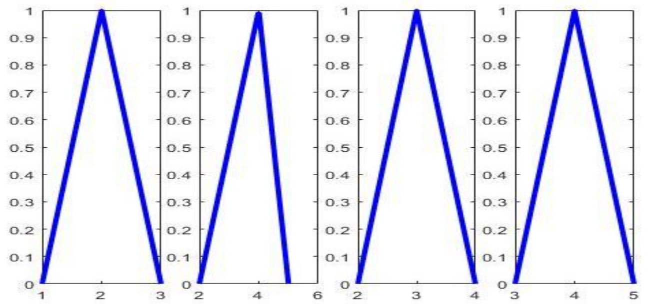
Archive of SID

الف) ماتریس تصمیم



شکل ۴-۱ ماتریس تصمیم

ب) بردار اوزان

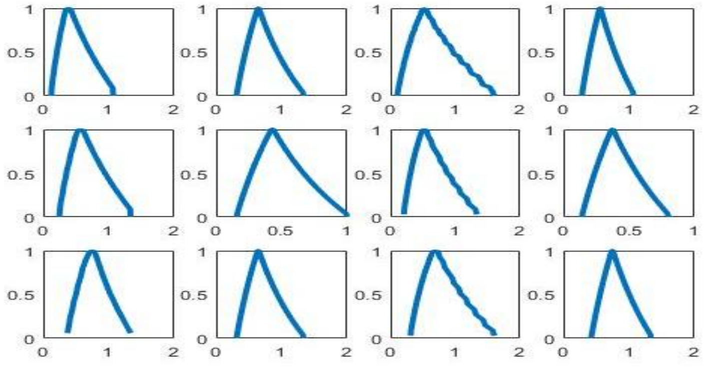


شکل ۴-۲ ماتریس تصمیم

مرحله اول

ماتریس تصمیم وبردار اوزان را نرمال می‌کنیم

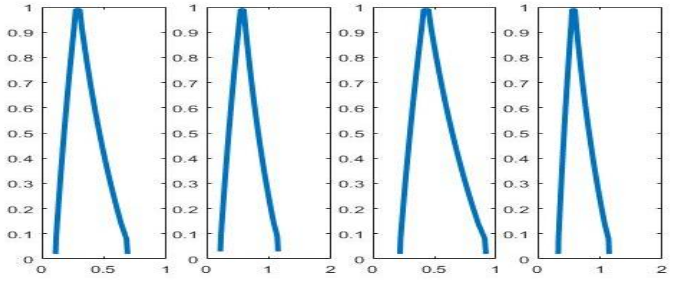
الف) ماتریس تصمیم نرمال شده



شکل ۴-۳ ماتریس نرمال شده

www.SID.ir

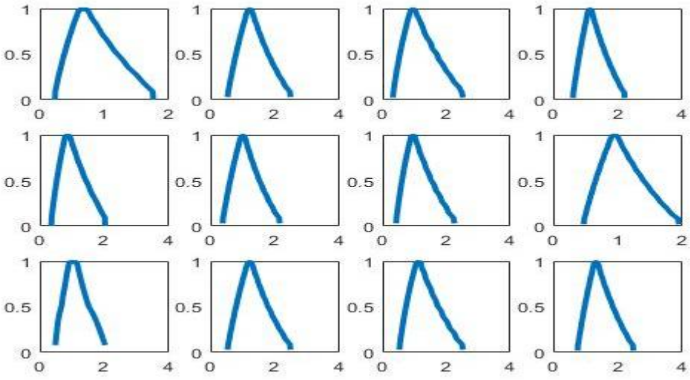
ب) بردار موزون نرمال



شکل ۴-۴ اوزان نرمال شده

مرحله دوم

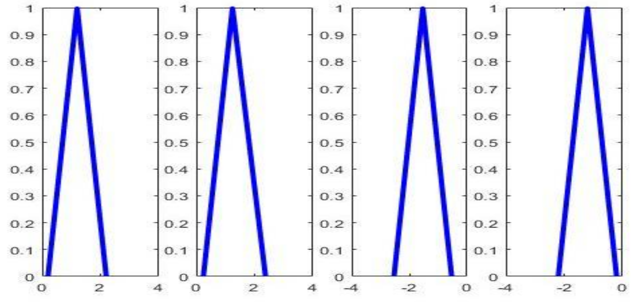
ماتریس نرمال شده حاصل از مرحله اول را از طریق ضرب هر ستون در مولفه نظیر وزن‌ها نرمال می‌کنیم.



شکل ۴-۵ ماتریسی که بعد از نرمالسازی موزون شده

مرحله سوم

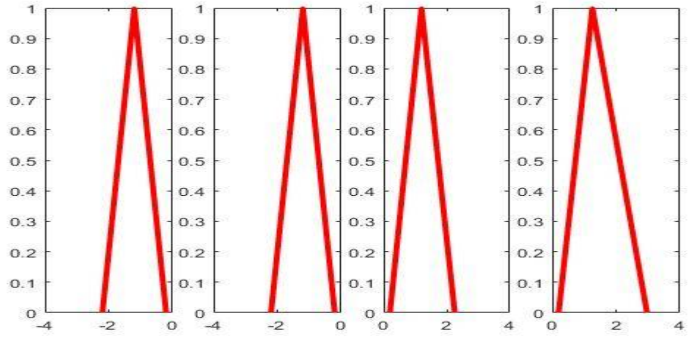
مشخص نمودن جواب ایدآل و جواب ایدآل–منفی که این قسمت شرح زیر است:



شکل ۴-۶ بردار ایده آل

Archive of SID

در ادامه بردار ضد ایده آل را معرفی می‌کنیم:



شکل ۴-۷ بردار ضدایده‌آل

در ادامه برای سه گزینه سه زوج فاصله از بردارهای ایده آل و ضدایده‌آل مشاهده می‌شود

	pos	*neg*	*ind*
α_1	4.27	38.54	0.099
α_2	3.91	34.37	0.102
α_3	46.4	2.37	0.958

بنابراین گزینه اول ارجح بر دو گزینه دیگر گزینه دوم بر گزینه سوم رجحان دارد.

۵- نتیجه‌گیری

فرایند TOPSIS یکی از جامع‌ترین سیستم‌های طراحی شده برای تصمیم‌گیری با معیارهای چندگانه است به روش‌های TOPSIS فازی موجود ایرادات اساسی وارد است که باعث می‌شود مفاهیم روش شباهت به ایده‌آل در این روش‌ها کمرنگ شوند برخی از این اشکالات عبارت است از اینکه این روش‌ها از دقت لازم در محاسبات فازی برخوردار نمی‌باشند و علت آن عدم استفاده از اصل گسترش "زاده" در تعریف اپراتورهاست. به‌عنوان مثال ضرب دو عدد فازی مثلثی الزاماً فازی مثلثی نخواهد بود. لکن در عمده مقالات اینگونه فرض شده است.

در این طرح یک روش نوین با رعایت اصل زاده ابداع شده است این روش مبتنی بر استفاده از اصل زاده است بدین معنی که با کمک گسسته‌سازی و اعمال اصل گسترش اپراتورهای لازم ساخته می‌شود.

برای بردار ایده‌آل وضد ایده‌آل سعی شد با بهینه‌سازی تابعی را که در قسمت سوم ساختیم بوسیله ژنتیک الگوریتم، و روش ماکسیمال و مینیمال این بردار به‌طور دقیق کشف شوند. در ادامه با کمک متر معرفی شده فاصله هر گزینه از دوبردار مذکور یافت گردید.

تشکر و قدردانی

این مقاله مستخرج از طرح پژوهشی با عنوان زیر در دانشگاه آزاد اسلامی واحد قم می‌باشد.
((ارائه یک مدل پیشنهادی برای "Fuzzy TOPSIS" براساس اصل گسترش "زاده"))

www.SID.ir

Archive of SID

فهرست منابع

[1] Hwang C.L, Yoon K. Multiple Attributes Decision Making Methods and applications. Berlin Heidelberg, Springer.

[2] Ching-Lai Hwang, Young-Jou Lai, Ting-Yun Liu A new approach for multiple objective decision making, Computers & Operations Research, Volume 20, Issue 8, October 1993, Pages 889–899.

[3] Liang G.S, Fuzzy MCDM based on ideal and anti ideal concept , European Journal of Operational Research ,112, 1999, Pages 682–691.

[4] Chen C.T. Extensions of the TOPSIS for group decision-making under fuzzy environment. Fuzzy Sets and Systems.

[5] M.S. Osman, M.A. Abo-Sinna A.H. Amer,O.E. Emam, A multi-level non-linear multi-objective decision-making under fuzziness, Applied Mathematics and Computation Volume 153, Issue 1, 25 May 2004, Pages 239–252.

[6] Jahanshahloo G.R., Hosseynzade L.F Izadikhah M., Extenssion of the method for decision making problem with fuzzy data, Appl Math Comput 181 2006p. 1544_1555.

[7] Wang Y.J, Lee H.S. Generalizing TOPSIS for fuzzy multiple-criteria group decisionmaking. An International Journal Computing and Mathematics with Applications.

[8] Ta-Chung Chu, Yi-Chen Lin, An interval arithmetic based fuzzy TOPSIS model, Expert Systems with Applications, Volume 36, Issue 8, October 2009, Pages 10870–10876.

[9] Ting-Yu Chen, Interval-valued fuzzy TOPSIS method with leniency reduction and an experimental analysis, Applied Soft Computing, Volume 11, Issue 8, December 2011, Pages 4591–4606.

[10] Ting-Yu Chen, Comparative analysis of SAW and TOPSIS based on interval-valued fuzzy sets: Discussions on score functions and weight constraints, Applications, Volume, 1 February 2012, Pages 1848–1861.

[11] Young-Jou Lai, Ting-Yun Liu, Ching-Lai Hwang, TOPSIS for MODM, European Journal of Operational Research Volume 76, Issue 3, 11 August 1994, Pages 486–500.

[12] Akram Zouggari, Lyes Benyouce, Simulation based fuzzy TOPSIS approach for group multi-criteria supplier selection problem, Engineering Applications of Artificial Intelligence,Volume 25, Issue 3, April 2012, Pages 507–519.

[13] Metin Celik, Selcuk Cebi, Cengiz Kahraman, I.Deha Er, Application of axiomatic design and TOPSIS methodologies under fuzzy environment for proposing competitive strategies on Turkish container ports in maritime transportation network, Expert Systems with Applications, Volume 36, Issue 3, Part 1, April 2009, Pages 4541–4557.

[14] Renato A. Krohling, Vinicius C. Campanharo, Fuzzy TOPSIS for group decision making: A case study for accidents with oil spill in the sea, Expert Systems with Applications,Volume 38, Issue 4, April 2011, Pages 4190–4197.

[15] Bhattacharya U., Rao J.R., Tiwari R.N.1992, Fuzzy multi-criteria facility location problem.Fuzzy Sets and Systems, Vol. 51, No.3, PP. 277-287.

www.SID.ir

Archive of SID

[16] Triantphyllou E, Lin C.T. Development and evaluation of five fuzzy multi attribute. decision making methods. International Journal of Approximate Reasoning.

[۱۷] رساله دکتری رضا کارگر استاد راهنما فرهاد حسین‌زاده و... دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم تحقیقات دانشکده علوم پایه زمستان ۹۲.

[۱۸] محمد جواد اصغر پور، تصمیم‌گیری‌های چند معیاره انتشارات دانشگاه تهران چاپ ششم ۱۳۸۷.

www.SID.ir

Archive of SID

www.SID.ir