

طراحی شبکه زنجیره تأمین با تقاضای چند حالتی مبتنی بر درجه پذیرش نقض محدودیت‌های فازی

علی محمودی راد*

گروه ریاضی کاربردی، دانشگاه آزاد اسلامی واحد مسجد سلیمان، مسجد سلیمان، ایران

تاریخ ارسال مقاله: ۹۷/۱۲/۱۱ تاریخ پذیرش مقاله: ۹۸/۰۴/۲۲

چکیده

این مقاله به طراحی یک مدل ریاضی در شرایط فازی برای مسأله طراحی شبکه زنجیره تأمین که شامل تولیدکنندگان، توزیع کنندگان و مشتری است، می‌پردازد. هرکدام از تولیدکنندگان و توزیع کنندگان به ترتیب دارای چندین سطح ظرفیت برای تولید و توزیع هستند. همچنین برای تقاضای هر مشتری چند حالت برای تأمین تقاضای مشتریان پیشنهاد می‌گردد و تنها یکی از این حالت‌های تقاضای مشتریان باید برآورده شود. با در نظر گرفتن درجه پذیرش نقض محدودیت‌های فازی، این مقاله روشی برای حل مسأله طراحی شبکه زنجیره تأمین با تقاضای چند حالتی با پارامترهای فازی ذوزنقه‌ای پیشنهاد می‌دهد. برای این منظور یک رابطه ترتیبی برای اعداد فازی ذوزنقه‌ای با استفاده از مقدار انتظار بازه‌ای پیشنهاد می‌شود. بر طبق این رابطه ترتیب، مسأله زنجیره تأمین فازی به یک مسأله زنجیره تأمین بازه‌ای تبدیل شده و سپس با ترکیب رابطه ترتیب بین بازه‌ها و درجه پذیرش نقض محدودیت‌های فازی، به یک مسأله دو هدفه تبدیل می‌شود و این مسأله دو هدفه با روش معیار جامع حل می‌شود. سرانجام به منظور کارایی مدل و روش حل پیشنهادی چندین مسأله در ابعاد مختلف حل شده است.

واژه‌های کلیدی: مسأله طراحی شبکه زنجیره تأمین، عدد فازی ذوزنقه‌ای، درجه پذیرش، مقدار انتظار بازه‌ای، روش معیار جامع.

۱- مقدمه

در طول پنجاه سال گذشته زنجیره تأمین به‌عنوان مجموعه‌ای از شبکه‌های به هم مرتبط است که مشتمل بر تامین کنندگان، تولیدکنندگان، توزیع کنندگان، خرده فروشان و مشتریان می‌باشد. مسأله زنجیره تأمین در راستای برآورده کردن خواسته‌های مشتریان، نقش مهمی را در بازار رقابتی ایفا می‌کند. طراحی زنجیره تأمین کارا، به معنی مکان‌یابی بهتر تولید، تسهیلات توزیع، ظرفیت و برنامه‌ریزی تکنولوژی بهتر جهت دسترسی مناسب‌تر به بازارها و معرفی سریع‌تر محصول و افزایش میزان رضایت مشتری خواهد بود. در دنیای رقابتی کنونی طراحی شبکه زنجیره تأمین به جهت حمل و نقل کارآمدتر کالاها و محصولات از محل‌های مربوط به موادخام به تسهیلات فرآیندی، کارخانه‌های ساخت قطعات، مونتاژ محصولات نهایی، مراکز توزیع و خرده فروش‌ها به موضوعی بحرانی تبدیل شده است.

در زنجیره تأمین هر مشتری تقاضایی دارد که باید تأمین شود، ولی معمولاً میزان تقاضای مشتریان انعطاف‌پذیر است و اگر همه تقاضا مشتری بر آورده نشود و بخش قابل قبولی از آن تأمین گردد، کماکان رضایت مشتری را به دنبال دارد. به همین دلیل برای تقاضای هر مشتری با توجه به شناخت قبلی و توافقات دو جانبه بین شرکت و مشتریان، چند حالت برای تأمین تقاضای مشتریان پیشنهاد می‌گردد و شرکت ملزم می‌شود که یکی از این حالت‌های تقاضای مشتریان را تأمین کند [۱].

در سالهای اخیر، تحقیقات مختلفی در زمینه مدل سازی و حل مسأله طراحی زنجیره تأمین انجام گرفته است. در غالب این تحقیقات، پارامترهای مسأله به صورت قطعی در نظر گرفته شده‌اند، ولی غالب تصمیم‌گیری‌های جهان واقعی در محیطی رخ می‌دهد که اهداف، محدودیت‌ها و پارامترها به دقت معلوم نیستند. لذا امروزه یکی از اساسی‌ترین مشکلات طراحی شبکه زنجیره تأمین، عدم قطعیت آنها می‌باشد. به طور کلی، دو نوع عدم قطعیت در زنجیره‌های تامین وجود دارد. نوع اول، عدم قطعیت پارامترهای ورودی مسائل طراحی شبکه‌های زنجیره تامین می‌باشد. این نوع عدم قطعیت به دو دسته سیستمی و محیطی تقسیم‌بندی می‌گردند. نوع دوم عدم قطعیت به

اختلالات سطوح مختلف شبکه زنجیره تامین اطلاق می‌شود که اثرات بلند مدتی بر عملکرد شبکه می‌تواند داشته باشد [۲]. از دلایل پیدایش عدم قطعیت می‌توان به عدم اطلاعات قطعی و دقیق و همچنین پویایی و پیچیدگی اجزای زنجیره تأمین اشاره کرد [۲]. روش‌هایی مانند برنامه‌ریزی تصادفی و برنامه‌ریزی ریاضی فازی جهت رفع این مشکل به کار گرفته شده‌اند. در مورد برنامه‌ریزی تصادفی زمانی که فضای مدل به صورت احتمالی است کاربرد دارد و برنامه‌ریزی ریاضی فازی در محیط مبهم شامل پارامترهای غیر دقیق و فازی مورد استفاده قرار می‌گیرد. با توجه به اینکه استفاده از برنامه‌ریزی احتمالی، نیازمند وجود داده‌های تاریخی است و از طرفی ممکن است این داده‌ها موجود نباشند یا به دقت معلوم نباشند، بنابراین تئوری مجموعه فازی می‌تواند گزینه مناسبی برای بیان ابهام و نبود قطعیت در پارامترها باشد.

در این مقاله، مسأله طراحی شبکه زنجیره تأمین با در نظر گرفتن تقاضای انعطاف‌پذیر، در شرایط عدم قطعیت فازی مورد بررسی قرار می‌گیرد. عدم قطعیت روی پارامترهایی مانند مقادیر تقاضا، ظرفیت مراکز تولید و توزیع و هزینه‌ها در نظر گرفته شده است. این مسأله شامل مکان‌یابی مراکز تولید و انبارهای توزیع و تعیین بهترین استراتژی برای توزیع محصول از مراکز تولید به انبارهای توزیع و از انبارهای توزیع به مشتریان با هدف مینیمم کردن هزینه کل زنجیره تأمین است. برای حل چنین مسأله عدم قطعیتی، روشی با در نظر گرفتن درجه پذیرش نقض محدودیت‌های فازی با ترکیب شکل معادل رضایت بخش قطعی رابطه نامساوی بازه‌ای و رابطه ترتیب اعداد فازی ذوزنقه‌ای پیشنهاد شده است. درجه نقض محدودیت‌های فازی می‌تواند نتیجه تصمیم را مناسب‌تر و سازگارتر با حالت مسایل دنیای واقعی کند. چرا که بواسطه انتخاب درجه پذیرش مختلف، جواب‌های بهینه مختلفی تولید می‌شود و تا حد زیادی انعطاف‌پذیری تصمیم‌گیرنده را افزایش می‌دهد. سپس مسأله طراحی شبکه زنجیره تأمین فازی را ابتدا به یک مسأله بازه‌ای تبدیل و با به کارگیری رابطه ترتیب بازه‌ای به یک مسأله دو هدفه قطعی تبدیل می‌کنیم. برای حل مسأله دو هدفه قطعی بدست آمده، روش معیار جامع را به کار می‌گیریم.

یک روش رمزگذاری و رمزگشایی به همراه الگوریتم ژنتیک جهت مینیمم کردن هزینه‌های حمل و نقل، هزینه نصب و جایابی تسهیلات برای مسأله طراحی شبکه زنجیره تأمین تک‌محصولی و سه‌مرحله‌ای پیشنهاد دادند.

لینگ و وانگ [۸] مسأله شبکه زنجیره تأمین با عرضه و تقاضای نامعین که شامل استراتژی تخفیف، موجودی و عرضه مرکزی است را مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها روش‌های جستجوی چندعملگری موازی و جستجوی تک عملگری را برای حل این مسأله ارایه دادند. جوجیادیس و همکاران [۹] به مطالعه طراحی بهینه شبکه‌های زنجیره تأمین تحت متغیرهای تقاضای نامعین پرداختند. کار آن‌ها شامل طراحی مدل ریاضی برای مسأله طراحی شبکه زنجیره تأمین با تسهیلات چند محصولی با منابع تولید مشترک، انبارها، مراکز توزیع، نواحی مشتری و عملیات با زمانهای مختلف است. آن‌ها برای این مسأله مدل ریاضی خطی برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط ارایه داده و مدل را بوسیله الگوریتم شاخه و کران حل نموده‌اند. طالعی زاده و همکاران [۱۰] مسأله شبکه زنجیره تأمین را که شامل چند خریدار، چند فروشنده، چند محصول و چند محدودیت است بررسی کرده و برای حل مسأله مورد نظر الگوریتم جستجوی هارمونی را ارایه دادند. در این مدل چند محصولی، هر خریدار، ظرفیت خرید محدود داشته و هر فروشنده نیز دارای ظرفیت محدود انبار جهت نگهداری محصولات است. میزان تقاضای مشتریان برای هر محصول و زمان تقدم بصورت تصادفی در نظر گرفته شده است.

پیشوایی و رزمی [۱۱] برای طراحی شبکه زنجیره تأمین محیطی تحت داده‌های ورودی نامعین یک روش برنامه‌ریزی ریاضی فازی چندهدفه ارایه کردند. مدل ارایه شده توسط آن‌ها قادر است به مینیمم‌سازی تأثیرات محیطی در کنار مینیمم‌سازی هزینه‌ها برای ایجاد تعادل بین آن‌ها رسیدگی کند. همچنین برای حل مدل مورد نظرشان، روش فازی تعاملی را ارایه کردند. فوناکا [۱۲] به بررسی مکان‌یابی انبارهای مراکز توزیع در مسأله شبکه زنجیره تأمین چند محصولی با در نظر گرفتن موعد تحویل برای تقاضا پرداخت. در این مدل تقاضای مشتریان دارای تاریخ موعد تحویل بوده که مراکز توزیع موظف به تأمین تقاضای

ساختار مقاله به این شرح است که در ادامه بیان می‌گردد. در بخش دوم مروری بر ادبیات مسأله زنجیره تأمین انجام شده است. در بخش سوم تعاریف و مفاهیم مورد نیاز مسایل بهینه‌سازی بازه‌ای که در این مقاله مورد نیاز است آمده است. مدل ریاضی پیشنهادی مسأله زنجیره تأمین تحت شرایط عدم قطعیت در بخش چهارم آمده است. در بخش پنجم به حل مدل ریاضی چند هدفه قطعی می‌پردازیم و نتایج محاسباتی در بخش ششم آمده است. سرانجام در بخش هفتم نتیجه‌گیری و ارائه پیشنهادات ارایه می‌گردد.

۲- مرور ادبیات

غالب کارهای انجام شده در زمینه طراحی شبکه‌های زنجیره تأمین شامل مدل‌های مختلف مکان‌یابی تسهیلات بر پایه برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح آمیخته است. جایارمان و پیرکول [۳] یک الگوریتم ابتکاری کارایی بر اساس آزادسازی لاگرانژ برای مسأله طراحی شبکه زنجیره تأمین تک منبعی، چند محصولی و چند مرحله‌ای پیشنهاد دادند. سیام [۴] روشی مبتنی بر آزادسازی لاگرانژ و شبیه سازی تبرید برای مسأله طراحی شبکه زنجیره تأمین چند منبعی، چند محصولی ارایه کرد. آلتیارماک و همکاران [۵] برای حل مسأله طراحی شبکه زنجیره تأمین چندمحصولی یک الگوریتم ژنتیکی که شامل ساختار جدید رمزگذاری برای طراحی شبکه زنجیره تأمین تک‌منبعی، چندمحصولی و چندمرحله‌ای است، ارایه کردند. آن‌ها برای بررسی کارایی الگوریتم، نتایج حاصل از این الگوریتم را با نرم افزار CPLEX، الگوریتم آزادسازی لاگرانژ، الگوریتم ترکیبی ژنتیک و الگوریتم بازپخت شبیه‌سازی شده مقایسه نمودند.

محمدی بیدهدی و همکاران [۶] مدل برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح مختلطی را برای حل مسأله طراحی شبکه زنجیره تأمین چندمحصولی و تک‌دوره‌ای با پارامترهای قطعی که شامل سطوح استراتژیک و سطوح تاکتیکی برنامه‌ریزی شبکه زنجیره تأمین هستند، ارایه دادند. مدل به انتخاب مکان‌یابی، تخصیص و تعیین بازه جریان کالا می‌پردازد. آن‌ها علاوه بر مدل ریاضی، یک روش جدید برای حل مدل نیز پیشنهاد نمودند. کاستا و همکاران [۷]

یک مسأله چندهدفه فرمول‌بندی کردند. شبکه زنجیره تأمین آن‌ها شامل کارخانجات، مراکز توزیع و مشتریان است که به منظور تطابق با مسایل دنیای واقعی، پارامترهای موجود در مساله، بصورت تصادفی در نظر گرفته شده است. محمودی راد و صانعی [۲۰] یک مدل زنجیره تأمینی شامل تأمین‌کننده، تولیدکننده، توزیع‌کننده و مشتری پیشنهاد دادند. مدل آنها شامل چند محصولی با چندین حالت حمل بود و برای حل آن از سه الگوریتم فراابتکاری استفاده کردند.

اردلان و همکاران [۱] مسأله طراحی شبکه زنجیره تأمین با در نظر گرفتن تقاضای چند حالت را مورد مطالعه قرار دادند. هدف مسأله مربوطه تعیین مکان‌های بهینه جهت توزیع تسهیلات و بهترین حالت برای تقاضای خرده فروش‌ها بود و برای حل مسأله از روش آزادسازی لاگرانژین استفاده کردند.

هونگ و همکاران [۲۱] مسأله طراحی شبکه زنجیره تأمین که شامل مراکز تولید، توزیع و مشتری است را توسعه دادند. مدل پیشنهادی مجموع هزینه‌های ثابت استقرار مراکز و هزینه‌های حمل و نقل را با هدف رضایت مشتری مینیمم می‌کند. آنها به منظور حل مدل پیشنهادی الگوریتم بهینه سازی مورچگان را به کار گرفتند. رحیمی و همکاران [۲۲] با در نظر گرفتن عدم قطعیت و ریسک در یک شبکه زنجیره تأمین به علت نوسانات بازار و عدم دسترسی اطلاعات کافی، یک مدل ریاضی برای طراحی یک شبکه زنجیره تأمین پایدار تحت شرایط عدم قطعیت پیشنهاد دادند. برینک و همکاران [۲۳] به رویکردهای تأمین منابع در زنجیره تأمین مواد معدنی که به لحاظ اجتماعی مسولیت‌پذیر، سبز و پایدار است، پرداختند. ژو و همکاران [۲۴] یک زنجیره تأمین سه مرحله‌ای با اطلاعات نامتقارن تحت عدم قطعیت با چندین تأمین‌کننده و یک تولیدکننده ارائه دادند.

۳- تعاریف و مفاهیم اولیه

در این بخش برخی تعاریف و مفاهیم بازه‌ها، رابطه ترتیب بین بازه‌ها، مسایل بهینه‌سازی با توابع هدف بازه‌ای و رابطه ترتیب اعداد فازی ذوزنقه‌ای که در این مقاله مورد نیاز است را مرور می‌کنیم.

مشتریان مطابق موعد تحویل از موجودی انبار می‌باشد. سجادی و داودیور [۱۳] مسأله طراحی شبکه زنجیره تأمین دومرحله‌ای را در محیطی معین، تک دوره‌ای و چند محصولی مطرح نمودند. مسأله آن‌ها شامل سطوح تاکتیکی و استراتژیک برنامه‌ریزی زنجیره تأمین بوده و یک مدل ریاضی برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط با هدف مینیمم سازی کل هزینه شبکه که شامل هزینه حمل و نقل، زمان تقدم، هزینه نگهداری موجودی و هزینه‌های عملیات و تأسیس تسهیلات است، ارائه کردند. آن‌ها برای حل مسأله مورد بررسی‌شان الگوریتم آزادسازی لاگرانژ بر پایه الگوریتم حل ابتکاری برای یک مورد مطالعاتی واقعی ارائه نمودند. الیوارس بنیتز و همکاران [۱۴] مسأله حمل و نقل زنجیره تأمین دو مرحله‌ای با وسیله حمل تک محصولی را بصورت یک مسأله دوهدفه جهت مینیمم کردن هزینه و زمان مدل‌بندی کردند. به منظور تولید جواب‌های پارامتر برای مدل پیشنهادی، روش ϵ -محدودیت را بکار گرفتند. الیوارس بنیتز و همکاران [۱۵] ترکیبی از الگوریتم‌های فراابتکاری را برای حل مدل پیشنهادی قبلی خود [۱۴] پیشنهاد دادند. آن‌ها مسأله را در ابعاد بزرگ با الگوریتم‌های فراابتکاری حل کردند و جواب بدست آمده را با روش ϵ -محدودیت مقایسه کردند.

کریستیانو و همکاران [۱۶] شبکه زنجیره تأمینی را با تخصیص موجودی و حالت حمل توسعه دادند. آن‌ها کوتاه‌ترین مسیر فازی در برنامه‌ریزی دو مرحله‌ای را به منظور پیدا کردن جواب بهینه کلی پیشنهاد کردند. ملو و همکاران [۱۷] مدلی را برای مسأله طراحی شبکه زنجیره تأمین چند دوره‌ای پیشنهاد کردند و روش ابتکاری بر اساس برنامه‌ریزی خطی برای حل این مسأله ارائه نمودند. آن‌ها همچنین به منظور بدست آوردن جواب شدنی با کیفیت، روش ابتکاری دو فازی پیشنهاد کردند.

خلیف‌زاده و همکاران [۱۸] مسأله طراحی شبکه زنجیره تأمین سه مرحله‌ای را مورد مطالعه قرار دادند. آن‌ها یک مدل ریاضی چندهدفه برای مینیمم کردن هزینه‌ها و ماکزیمم کردن رضایت سیستم ارائه نمودند و به منظور حل مساله، روش فراابتکاری بهینه‌سازی گروهی ذرات را بکار گرفتند. پسندیده و همکاران [۱۹] مسأله زنجیره تأمین دو مرحله‌ای، چند محصولی و چند دوره‌ای را به صورت

که در آن 1^- عدد فازی کمتر از یک است و نشان‌دهنده آن است که بازه \hat{a} به‌طور ضعیف بزرگتر از بازه \hat{b} نیست. نماد \leq_I تعمیمی از رابطه ترتیب \leq در مجموعه اعداد حقیقی برای بازه‌ها است. نمادهای \geq_I و $=_I$ به‌طور مشابه تعبیر می‌شوند.

واضح است که $0 \leq \varphi(\hat{a} \leq_I \hat{b}) \leq 1$ و $\varphi(\hat{a} \leq_I \hat{b})$ را می‌توان به صورت درجه مورد پذیرش فرض (یا رابطه ترتیب) $\hat{a} \leq_I \hat{b}$ تعبیر کرد. اگر $\varphi(\hat{a} \leq_I \hat{b}) = 0$ ، آن گاه فرض $\hat{a} \leq_I \hat{b}$ قابل قبول نیست و اگر $\varphi(\hat{a} \leq_I \hat{b}) = 1$ قطعاً قابل قبول است. اگر $0 < \varphi(\hat{a} \leq_I \hat{b}) < 1$ آن گاه تصمیم‌گیرنده فرض $\hat{a} \leq_I \hat{b}$ را با درجه رضایت مختلف بین صفر و یک می‌پذیرد.

تعریف ۴. [۲۶] فرض کنید $\hat{a} = [a_l, a_u]$ و $\hat{b} = [b_l, b_u]$ دو بازه باشند. فرض $\hat{a} \geq_I \hat{b}$ به‌عنوان یک مجموعه فازی محسوب می‌شود که تابع عضویت آن به صورت $\varphi(\hat{a} \geq_I \hat{b}) = 1 - \varphi(\hat{a} \leq_I \hat{b})$ تعریف می‌شود، یعنی

$$\varphi(\hat{a} \geq_I \hat{b}) = \begin{cases} 0 & a_u \leq b_l \\ 0 & a_l \leq b_l \leq a_u \leq b_u, r(\hat{a}) > 0 \\ \frac{(a_l - b_l)}{2(r(\hat{b}) - r(\hat{a}))} & b_l \leq a_l \leq a_u \leq b_u, r(\hat{b}) > r(\hat{a}) \\ 0.5 & r(\hat{a}) = r(\hat{b}), a_l = b_l \end{cases}$$

برای شاخص رتبه‌بندی فازی φ خواص زیر برقرار است [۲۶]:

۱. $0 \leq \varphi(\hat{a} \leq_I \hat{b}) \leq 1$.
۲. $\varphi(\hat{a} \leq_I \hat{a}) = 0.5$.
۳. $\varphi(\hat{a} \leq_I \hat{b}) + \varphi(\hat{b} \geq_I \hat{a}) = 1$.

تعریف ۱. [۲۵] یک بازه روی مجموعه اعداد حقیقی را با $\hat{a} = [a_l, a_u]$ نشان می‌دهیم که a_l و a_u به ترتیب کران پایین و کران بالای این بازه هستند. راه دیگر نمایش یک بازه استفاده از مرکز و شعاع است. در این صورت این بازه را می‌توان به صورت $\hat{a} = (m(\hat{a}), r(\hat{a}))$ نمایش داد که در آن $m(\hat{a}) = (a_l + a_u)/2$ و $r(\hat{a}) = (a_u - a_l)/2$.

تعریف ۲. [۲۵] فرض کنید $\hat{a} = [a_l, a_u]$ و $\hat{b} = [b_l, b_u]$ دو بازه باشند و λ یک عدد حقیقی باشد، آن گاه

$$\begin{aligned} \hat{a} + \hat{b} &= [a_l + b_l, a_u + b_u] \\ \hat{a} - \hat{b} &= [a_l - b_u, a_u - b_l] \\ \hat{a} \times \hat{b} &= \left[\begin{array}{l} \min(a_l b_l, a_l b_u, a_u b_l, a_u b_u), \\ \max(a_l b_l, a_l b_u, a_u b_l, a_u b_u) \end{array} \right] \\ \hat{a} / \hat{b} &= \left[\begin{array}{l} \min(a_l/b_l, a_l/b_u, a_u/b_l, a_u/b_u), \\ \max(a_l/b_l, a_l/b_u, a_u/b_l, a_u/b_u) \end{array} \right] \\ \lambda \hat{a} &= \begin{cases} [\lambda a_l, \lambda a_u] & \lambda \geq 0, \\ [\lambda a_u, \lambda a_l] & \lambda \leq 0, \end{cases} \end{aligned}$$

فرض کنید $\hat{a} = [a_l, a_u]$ و $\hat{b} = [b_l, b_u]$ دو بازه باشند. بازه \hat{a} بزرگتر نیست از بازه \hat{b} را با $\hat{a} \leq_I \hat{b}$ نشان می‌دهیم. بر طبق نظریه مجموعه‌های فازی، $\hat{a} \leq_I \hat{b}$ می‌تواند به صورت یک رابطه فازی بین \hat{a} و \hat{b} بیان شود.

تعریف ۳. [۲۶] فرض کنید $\hat{a} = [a_l, a_u]$ و $\hat{b} = [b_l, b_u]$ دو بازه باشند. فرض $\hat{a} \leq_I \hat{b}$ به‌عنوان یک مجموعه فازی محسوب می‌شود که تابع عضویت آن به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\varphi(\hat{a} \leq_I \hat{b}) = \begin{cases} 1 & a_u \leq b_l \\ \Gamma & a_l \leq b_l \leq a_u \leq b_u, r(\hat{a}) > 0 \\ \frac{0.5(b_u - a_u)}{r(\hat{b}) - r(\hat{a})} & b_l \leq a_l \leq a_u \leq b_u, r(\hat{b}) > r(\hat{a}) \\ 0.5 & r(\hat{a}) = r(\hat{b}), a_l = b_l \end{cases}$$

برای تبدیل محدودیت‌های فازی به نوع قطعی آن استفاده می‌شود.

تعریف ۶. [۲۸] فرض کنید $\hat{a} = [a_l, a_u]$ یک بازه باشد. مسأله مینیمم‌سازی با تابع هدف بازه‌ای زیر

$$\begin{aligned} & \text{Min } \hat{a} \\ & \text{s.t. } \hat{a} \in S \end{aligned}$$

با مسأله دو هدفه زیر معادل است:

$$\begin{aligned} & \text{Min } \left\{ a_u, \frac{1}{2}(a_l + a_u) \right\} \\ & \text{s.t. } \hat{a} \in S \end{aligned}$$

که در آن S ناحیه شدنی مسأله است.

تعریف ۷. [۲۸] فرض کنید $\hat{a} = [a_l, a_u]$ یک بازه باشد. مسأله ماکزیمم‌سازی با تابع هدف بازه‌ای زیر

$$\begin{aligned} & \text{Max } \hat{a} \\ & \text{s.t. } \hat{a} \in S \end{aligned}$$

با مسأله دو هدفه زیر معادل است:

$$\begin{aligned} & \text{Max } \left\{ a_l, \frac{1}{2}(a_l + a_u) \right\} \\ & \text{s.t. } \hat{a} \in S \end{aligned}$$

که در آن S ناحیه شدنی مسأله است.

تعریف ۸. یک عدد فازی دوزنقه‌ای که حالت خاصی از زیر مجموعه فازی روی اعداد حقیقی است را با $\beta_{\alpha} = (p^{(1)}, p^{(2)}, p^{(3)}, p^{(4)})$ نشان می‌دهیم و دارای

تابع عضویتی به صورت زیر است:

$$\mu_{\beta_{\alpha}}(x) = \begin{cases} \frac{(x - p^{(1)})}{(p^{(2)} - p^{(1)})} & p^{(1)} \leq x \leq p^{(2)} \\ 1 & p^{(2)} \leq x \leq p^{(3)} \\ \frac{(p^{(4)} - x)}{(p^{(4)} - p^{(3)})} & p^{(3)} \leq x \leq p^{(4)} \\ 0 & o.w \end{cases}$$

۴. برای بازه‌های \hat{a} ، \hat{b} و \hat{c} ، اگر $\varphi(\hat{a} \leq_l \hat{b}) \geq 0.5$ و $\varphi(\hat{b} \leq_l \hat{c}) \geq 0.5$ یا $\varphi(\hat{a} \leq_l \hat{c}) \geq 0.5$ آنگاه $\varphi(\hat{a} \leq_l \hat{b}) \leq 0.5$ و $\varphi(\hat{b} \leq_l \hat{c}) \leq 0.5$ آنگاه $\varphi(\hat{a} \leq_l \hat{c}) \leq 0.5$.

بنابراین \leq_l و \geq_l روابط ترتیب جزئی فازی را برای بازه‌ها برقرار می‌کنند [۲۷].

تعریف ۵. [۲۷] شکل معادل رضایت بخش قطعی یک رابطه نامساوی بازه‌ای $\hat{a} x \leq_l \hat{b}$ به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$a_u x \leq b_u, \quad \varphi(\hat{a} x \geq_l \hat{b}) \leq \alpha$$

که $\alpha \in [0, 1]$ نشان دهنده درجه رضایت محدودیت نامساوی بازه‌ای که ممکن است نقض شود، است.

به‌طور مشابه شکل معادل رضایت بخش قطعی یک رابطه نامساوی بازه‌ای $\hat{a} x \geq_l \hat{b}$ به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$a_l x \geq b_l, \quad \varphi(\hat{a} x \leq_l \hat{b}) \leq \alpha$$

تبصره ۱. برای رابطه نامساوی بازه‌ای $\hat{a} x \leq_l \hat{b}$ ، شکل معادل رضایت بخش قطعی به صورت $a_u x \leq_l b_u$ با در نظر گرفتن درجه پذیرش نقض رابطه $\hat{a} x \geq_l \hat{b}$ است. درجه پذیرش $\alpha = 0$ نشان می‌دهد که تصمیم‌گیرنده به طور کامل اجازه نمی‌دهد رابطه $\hat{a} x \leq_l \hat{b}$ نقض شود، یعنی درجه عضویت $\hat{a} x \geq_l \hat{b}$ برابر صفر است. درجه پذیرش $\alpha = 1$ نتیجه می‌دهد که تصمیم‌گیرنده به طور کامل اجازه می‌دهد رابطه $\hat{a} x \leq_l \hat{b}$ نقض شود، یعنی درجه عضویت $\hat{a} x \geq_l \hat{b}$ بزرگتر از یک نیست. درجه عضویت $\alpha \in (0, 1)$ نشان می‌دهد که تصمیم‌گیرنده اجازه می‌دهد رابطه $\hat{a} x \leq_l \hat{b}$ با درجه عضویت بین صفر و یک نقض شود، یعنی درجه عضویت $\hat{a} x \geq_l \hat{b}$ از α بزرگتر نیست. شکل معادل قطعی رضایت بخش $\hat{a} x \geq_l \hat{b}$ به طور مشابه تفسیر می‌شود. از شکل معادل رضایت بخش قطعی روابط نامساوی بازه‌ای

۴- بیان مسأله و مدل ریاضی

این مقاله به طراحی یک شبکه زنجیره تأمین با در نظر گرفتن تقاضای انعطاف‌پذیر می‌پردازد. این مسأله شامل مراکز تولید، مراکز توزیع و مشتریان است. محصول تولید شده در مراکز تولید به مراکز توزیع و از آنجا به مشتریان فرستاده می‌شود. هر مرکز تولید و توزیعی دارای چندین سطح ظرفیت هستند. همچنین چندین حالت حمل و نقل برای حمل کالاها در هر مرحله نیز وجود دارد. هدف کمینه کردن هزینه کل زنجیره تأمین با در نظر گرفتن تقاضای چند حالتی است. برای این منظور، با توجه به فرض‌های زیر، مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح پیشنهاد می‌شود. مهمترین مفروضات مسأله عبارتند از:

۱. مجموعه‌ای از مراکز تولید و توزیع وجود دارند که هر کدام دارای سطح ظرفیت‌های مختلفی هستند (برخی یا همه این مراکز می‌توانند تأسیس شوند).
۲. همه مراکز تولید و توزیع در صورت تأسیس شدن دارای هزینه ثابتی هستند.
۳. شبکه زنجیره تأمین پیشنهادی یک شبکه تک محصولی است.
۴. برای ارسال هر واحد محصول بین مراکز هزینه حمل متغیری وجود دارد. ضمن اینکه برای تأسیس هر مرکز تولید و توزیعی هزینه ثابتی نیز وجود دارد.
۵. تقاضای مشتریان از نوع تقاضای چند حالتی است، یعنی برای تأمین تقاضای هر مشتری گزینه‌های مختلفی پیشنهاد می‌گردد و تنها یکی از گزینه‌های تقاضای مشتریان باید برآورده شود.
۶. پارامترهای مسأله مانند مقادیر هزینه، تقاضا و ظرفیت مراکز، عدم قطعیت هستند و به صورت اعداد فازی دوزنقه‌ای در نظر گرفته شده‌اند.

تحت فرضیات فوق، هدف انتخاب بهترین زیر مجموعه از مراکز تولید و توزیع است بطوری که تقاضای مشتریان با کمترین هزینه برآورده شود.

نمادهای زیر برای تعریف مدل ریاضی مسأله استفاده می‌شوند و پارامترهایی با علامت : نشان دهنده فازی بودن آن پارامتر است.

فرض کنید $\tilde{A} = (a^{(1)}, b^{(1)}, c^{(1)}, d^{(1)})$ و

$\tilde{B} = (a^{(2)}, b^{(2)}, c^{(2)}, d^{(2)})$ دو عدد فازی دوزنقه‌ای باشند. در این صورت،

$$\tilde{A} + \tilde{B} = (a^{(1)} + a^{(2)}, b^{(1)} + b^{(2)}, c^{(1)} + c^{(2)}, d^{(1)} + d^{(2)})$$

$$\tilde{A} - \tilde{B} = (a^{(1)} - a^{(2)}, b^{(1)} - b^{(2)}, c^{(1)} - c^{(2)}, d^{(1)} - d^{(2)})$$

$$\theta \tilde{A} = \begin{cases} (\theta a^{(1)}, \theta b^{(1)}, \theta c^{(1)}, \theta d^{(1)}), & \theta > 0 \\ (\theta d^{(1)}, \theta c^{(1)}, \theta b^{(1)}, \theta a^{(1)}), & \theta < 0 \end{cases}$$

$$\tilde{A} \times \tilde{B} = (a^{(1)} a^{(2)}, b^{(1)} b^{(2)}, c^{(1)} c^{(2)}, d^{(1)} d^{(2)}),$$

$$\tilde{A}, \tilde{B} \geq 0.$$

برای عدد فازی دوزنقه‌ای $\tilde{p} = (p^{(1)}, p^{(2)}, p^{(3)}, p^{(4)})$ ، مقدار انتظار بازه‌ای را با $E(\tilde{p})$ نشان می‌دهیم و عبارتست از:

$$E(\tilde{p}) = \left[\frac{p^{(1)} + p^{(2)}}{2}, \frac{p^{(3)} + p^{(4)}}{2} \right]$$

واضح است که مقدار انتظار بازه‌ای که در معادله بالا تعریف شده، یک رابطه خطی است، یعنی برای هر k_1 و k_2 از اعداد حقیقی داریم:

$$E(k_1 \tilde{r} + k_2 \tilde{s}) = k_1 E(\tilde{r}) + k_2 E(\tilde{s})$$

تعریف ۹. فرض کنید $\tilde{r} = (r^{(1)}, r^{(2)}, r^{(3)}, r^{(4)})$ و $\tilde{s} = (s^{(1)}, s^{(2)}, s^{(3)}, s^{(4)})$ دو عدد فازی دوزنقه‌ای باشند. آنگاه رابطه ترتیب بین این دو عدد فازی عبارتست از:

$$\tilde{r} \geq \tilde{s} \Leftrightarrow E(\tilde{r}) \geq_l E(\tilde{s})$$

$$\tilde{r} \leq \tilde{s} \Leftrightarrow E(\tilde{r}) \leq_l E(\tilde{s})$$

$$\tilde{r} = \tilde{s} \Leftrightarrow E(\tilde{r}) =_l E(\tilde{s})$$

با فرضیات و نمادهای بیان شده، مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط مسأله تحت بررسی را می‌توان به صورت زیر پیشنهاد کرد:

$$(P1): \text{Max } \tilde{F} = \sum_{k=1}^K \sum_{n=1}^N \tilde{p}_n Z_{kn} - \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \sum_{l=1}^L (\tilde{a}_{ijl} + \tilde{\rho}_i + \tilde{p}_j) \quad (1)$$

$$- \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^L \tilde{b}_{jkl} Y_{jkl} - \sum_{i=1}^I \sum_{s=1}^S \tilde{p}_{is} U_{is} - \sum_{j=1}^J \sum_{m=1}^M \tilde{f} d_{jm}$$

s.t.

$$\sum_{j=1}^J \sum_{l=1}^L X_{ijl} \leq \sum_{s=1}^S \tilde{c} p_{is} U_{is} \quad \forall i \quad (2)$$

$$\sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^L Y_{jkl} \leq \sum_{m=1}^M \tilde{c} d_{jm} V_{jm} \quad \forall j \quad (3)$$

$$\sum_{j=1}^J \sum_{l=1}^L Y_{jkl} \geq \sum_{n=1}^N \tilde{d}_{kn} Z_{kn} \quad \forall k \quad (4)$$

$$\sum_{i=1}^I \sum_{l=1}^L X_{ijl} \geq \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^L Y_{jkl} \quad \forall j \quad (5)$$

$$\sum_{s=1}^S U_{is} \leq 1 \quad \forall i \quad (6)$$

$$\sum_{m=1}^M V_{jm} \leq 1 \quad \forall j \quad (7)$$

$$\sum_{n=1}^N Z_{kn} = 1 \quad \forall k \quad (8)$$

$$U_{is}, V_{jm}, Z_{kn} \in \{0,1\} \quad \forall i,s,j,m,k,n \quad (9)$$

$$X_{ijl}, Y_{jkl} \geq 0 \quad \forall i,j,l \quad (10)$$

در این مدل تابع هدف فازی ذوزنقه‌ای (۱) درآمد کل حاصل از فروش محصول (قسمت اول)، هزینه‌ی تولید در مراکز تولید، هزینه نگهداری محصول در مراکز توزیع و هزینه‌های حمل و نقل محصول از مراکز تولید به مراکز توزیع (قسمت دوم)، هزینه‌های ارسال محصول از مراکز توزیع به مشتریان (قسمت سوم)، هزینه ثابت افتتاح مراکز تولید (قسمت چهارم)، هزینه ثابت تاسیس مراکز توزیع (قسمت پنجم) را محاسبه می‌کند.

دسته محدودیت (۲) تضمین می‌کنند که کل جریان محصول ارسالی از مراکز تولید نمی‌تواند از ظرفیت هر مرکز تولیدی تجاوز نمایند. دسته محدودیت (۳) بیان می‌کنند که کل جریان محصول ارسالی از مراکز توزیع به مشتریان نمی‌تواند از ظرفیت هر مرکز توزیعی تجاوز

اندیس‌ها

i	اندیس مراکز تولید بالقوه، $i=1,2,3,\dots,I$
j	اندیس مراکز توزیع بالقوه، $j=1,2,3,\dots,J$
k	اندیس مشتریان، $k=1,2,3,\dots,K$
s	اندیس سطح ظرفیت برای مرکز تولید، $s=1,2,\dots,S$
m	اندیس سطح ظرفیت برای مرکز توزیع، $m=1,2,\dots,M$
n	اندیس حالت‌های مختلف تقاضا، $n=1,2,\dots,N$
l	اندیس حالت حمل و نقل، $l=1,2,3,\dots,L$

پارامترها

$\tilde{c} p_{is}$	ظرفیت با سطح s برای مرکز تولید i
$\tilde{c} d_{jm}$	ظرفیت با سطح m برای مرکز توزیع j
\tilde{d}_{kn}	تقاضای مشتری k در حالت n
$\tilde{f} p_{is}$	هزینه ثابت تأسیس کارخانه i با سطح ظرفیت s
$\tilde{f} d_{jm}$	هزینه ثابت تأسیس مراکز توزیع j با سطح ظرفیت m
\tilde{p}_j	هزینه نگهداری محصول در مرکز توزیع j
$\tilde{\rho}_i$	هزینه تولید هر واحد محصول در مرکز تولید i
\tilde{p}_n	قیمت هر واحد محصول در حالت تقاضای n
\tilde{a}_{ijl}	هزینه حمل و نقل هر واحد محصول از مرکز تولید i به مرکز توزیع j با حالت حمل l
\tilde{b}_{jkl}	هزینه حمل هر واحد محصول از مرکز توزیع j به مشتری k با حالت حمل l

متغیرهای تصمیم

X_{ijl}	مقدار جریان محصول از مرکز تولید i به مرکز توزیع j با حالت حمل l
Y_{jkl}	مقدار جریان محصول از مرکز توزیع j به مشتری k با حالت حمل l
Z_{kn}	برابر یک اگر مشتری k تقاضای خود را از حالت تقاضای n دریافت کند و در غیر اینصورت برابر صفر است.
U_{is}	برابر یک اگر مرکز تولیدی در محل i با سطح ظرفیت s تاسیس گردد و در غیر اینصورت برابر صفر است.
V_{jm}	برابر یک اگر مرکز توزیعی در محل j با سطح ظرفیت m تاسیس گردد و در غیر اینصورت برابر صفر است.

$$\sum_{j=1}^J \sum_{l=1}^L Y_{jkl} \geq \sum_{n=1}^N E(\tilde{d}_{kn}) z_{kn} \quad \forall k \quad (14)$$

$$\text{Constraints (5)-(10).} \quad (15)$$

اثبات: فرض کنید S_1 و S_2 به ترتیب ناحیه شدنی مسایل (P1) و (P2) باشند. اگر $(X, Y, Z, U, V) \in S_2$ آن گاه

$$\sum_{j=1}^J \sum_{l=1}^L X_{ijl} \leq \sum_{s=1}^S E(c\tilde{p}_{is}) U_{is} \quad \forall i \in I$$

$$\sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^L Y_{jkl} \leq \sum_{m=1}^M E(\tilde{c}\tilde{d}_{jm}) V_{jm} \quad \forall j \in J$$

$$\sum_{j=1}^J \sum_{l=1}^L Y_{jkl} \geq \sum_{n=1}^N E(\tilde{d}_{kn}) z_{kn} \quad \forall k \in K$$

Constraints (5)-(10).

با توجه به رابطه خطی مقدار انتظار بازه‌ای می‌توان نوشت:

$$E\left(\sum_{j=1}^J \sum_{l=1}^L X_{ijl}\right) \leq E\left(\sum_{s=1}^S c\tilde{p}_{is} U_{is}\right) \quad \forall i \in I$$

$$E\left(\sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^L Y_{jkl}\right) \leq E\left(\sum_{m=1}^M \tilde{c}\tilde{d}_{jm} V_{jm}\right) \quad \forall j \in J$$

$$E\left(\sum_{j=1}^J \sum_{l=1}^L Y_{jkl}\right) \leq E\left(\sum_{n=1}^N \tilde{d}_{kn} z_{kn}\right) \quad \forall k \in K$$

Constraints (5)-(10).

لذا با توجه به تعریف ۹ نتیجه می‌شود:

$$\sum_{j=1}^J \sum_{l=1}^L X_{ijl} \leq \sum_{s=1}^S c\tilde{p}_{is} U_{is} \quad \forall i \in I$$

$$\sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^L Y_{jkl} \leq \sum_{m=1}^M \tilde{c}\tilde{d}_{jm} V_{jm} \quad \forall j \in J$$

$$\sum_{j=1}^J \sum_{l=1}^L Y_{jkl} \geq \sum_{n=1}^N \tilde{d}_{kn} z_{kn} \quad \forall k \in K$$

Constraints (5)-(10).

بنابراین $(X, Y, Z, U, V) \in S_1$ و در نتیجه $S_2 \subseteq S_1$. به طریق مشابه ثابت می‌شود که $S_1 \subseteq S_2$. لذا $S_1 = S_2$. حال اگر $(X^*, Y^*, Z^*, U^*, V^*) \in S_2$ جواب بهینه مسأله (P2) باشد، آن گاه برای هر $(X, Y, Z, U, V) \in S_2$ خواهیم داشت:

نمایند. دسته محدودیت (۴) تضمین می‌نمایند که کل محصول ارسالی به هر مشتری بیشتر از مقدار ظرفیت هر مشتری است. دسته محدودیت‌های (۵) مربوط به محدودیت‌های موازنه جریان در مراکز توزیع می‌باشند. دسته محدودیت (۶) بیان کننده آن است که هر مرکز تولید حداکثر می‌تواند از یک سطح ظرفیت استفاده کند. دسته محدودیت (۷) نشان دهنده‌ی آن است که هر مرکز توزیعی حداکثر می‌تواند یک سطح ظرفیت را انتخاب کند. دسته محدودیت (۸) تضمین می‌کنند که هر مشتری تنها یک حالت تقاضا را می‌تواند انتخاب کند. محدودیت‌های (۹) و (۱۰) به ترتیب متغیرهایی دودویی و نامنفی بودن مساله هستند.

۵- حل مدل ریاضی

در مسأله (P1)، تابع هدف (۱) و محدودیت‌های (۲) - (۴) از نوع فازی هستند. در ادبیات مسایل بهینه‌سازی فازی، در برخورد با این نوع مسایل روش‌های حل مختلفی پیشنهاد شده است [۲۹ و ۳۰]. در این بخش روشی برای حل مسأله (P1) با در نظر گرفتن درجه پذیرش نقض محدودیت فازی پیشنهاد می‌شود.

قضیه ۱. با توجه به تعریف ۹، مسأله (P1) با مسأله برنامه‌ریزی بازه‌ای زیر معادل است:

(P2):

$$\begin{aligned} \text{Max } E(\tilde{F}) = & \sum_{k=1}^K \sum_{n=1}^N E(\tilde{p}_n \tilde{d}_{kn}) Z_{kn} - \\ & \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \sum_{l=1}^L (E(\tilde{a}_{ijl}) + E(\tilde{\rho}_i) + E(\tilde{p}_j)) X_{ijl} \quad (11) \\ & - \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^L E(\tilde{b}_{jkl}) Y_{jkl} - \sum_{i=1}^I \sum_{s=1}^S E(\tilde{f}_{p_{is}}) U_{is} \\ & - \sum_{j=1}^J \sum_{m=1}^M E(\tilde{f}_{d_{jm}}) V_{jm} \end{aligned}$$

s.t.

$$\sum_{j=1}^J \sum_{l=1}^L X_{ijl} \leq \sum_{s=1}^S E(c\tilde{p}_{is}) U_{is} \quad \forall i \quad (12)$$

$$\sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^L Y_{jkl} \leq \sum_{m=1}^M E(\tilde{c}\tilde{d}_{jm}) V_{jm} \quad \forall j \quad (13)$$

$$\begin{aligned}
 \text{(P3): Max } OF_1 = & \\
 & \frac{1}{2} \left(\sum_{k=1}^K \sum_{n=1}^N (\text{Pr}_n^{(1)} d_{kn}^{(1)} + \text{Pr}_n^{(2)} d_{kn}^{(2)}) Z_{kn} \right. \\
 & - \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^L (b_{jkl}^{(1)} + b_{jkl}^{(2)}) Y_{jkl} \quad (16) \\
 & - \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \sum_{l=1}^L \left(a_{ijl}^{(1)} + \rho_i^{(1)} + p_j^{(1)} + a_{ijl}^{(2)} + \rho_i^{(2)} + p_j^{(2)} \right) X_{ijl} \\
 & - \sum_{i=1}^I \sum_{s=1}^S (\hat{f}p_{is}^{(1)} + \hat{f}p_{is}^{(2)}) U_{is} \\
 & \left. - \sum_{j=1}^J \sum_{m=1}^M (fd_{jm}^{(1)} + fd_{jm}^{(2)}) V_{jm} \right)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Max } OF_2 = & \\
 & \frac{1}{4} \left(\sum_{k=1}^K \sum_{n=1}^N (\text{Pr}_n^{(1)} d_{kn}^{(1)} + \text{Pr}_n^{(2)} d_{kn}^{(2)} + \right. \\
 & \left. \sum_{k=1}^K \sum_{n=1}^N (\text{Pr}_n^{(3)} d_{kn}^{(3)} + \text{Pr}_n^{(4)} d_{kn}^{(4)}) Z_{kn} \right. \\
 & - \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^L (b_{jkl}^{(1)} + b_{jkl}^{(2)} + b_{jkl}^{(3)} + b_{jkl}^{(4)}) Y_{jkl} - \\
 & \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \sum_{l=1}^L \left(a_{ijl}^{(1)} + \rho_i^{(1)} + p_j^{(1)} + a_{ijl}^{(2)} + \rho_i^{(2)} + p_j^{(2)} + a_{ijl}^{(3)} + \rho_i^{(3)} + p_j^{(3)} + a_{ijl}^{(4)} + \rho_i^{(4)} + p_j^{(4)} \right) X_{ijl} \quad (17) \\
 & - \sum_{i=1}^I \sum_{s=1}^S (\hat{f}p_{is}^{(1)} + \hat{f}p_{is}^{(2)} + \hat{f}p_{is}^{(3)} + \hat{f}p_{is}^{(4)}) U_{is} \\
 & \left. - \sum_{j=1}^J \sum_{m=1}^M (fd_{jm}^{(1)} + fd_{jm}^{(2)} + fd_{jm}^{(3)} + fd_{jm}^{(4)}) V_{jm} \right)
 \end{aligned}$$

S.t.

$$2 \sum_{j=1}^J \sum_{l=1}^L X_{ijl} \leq \sum_{s=1}^S (cp_{is}^{(3)} + cp_{is}^{(4)}) U_{is}, \quad \forall i \quad (18)$$

$$2 \sum_{j=1}^J \sum_{l=1}^L X_{ijl} \leq \alpha \sum_{s=1}^S (cp_{is}^{(3)} + cp_{is}^{(4)}) U_{is} \quad (19)$$

$$(1-\alpha) \sum_{s=1}^S (cp_{is}^{(1)} + cp_{is}^{(2)}) U_{is}, \quad \forall i$$

$$2 \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^L Y_{jkl} \leq \sum_{m=1}^M (cd_{jm}^{(3)} + cd_{jm}^{(4)}) V_{jm}, \quad \forall j \quad (20)$$

$$2 \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^L Y_{jkl} \leq \alpha \sum_{m=1}^M (cd_{jm}^{(3)} + cd_{jm}^{(4)}) V_{jm} \quad (21)$$

$$(1-\alpha) \sum_{m=1}^M (cd_{jm}^{(1)} + cd_{jm}^{(2)}) V_{jm}, \quad \forall j$$

$$2 \sum_{j=1}^J \sum_{l=1}^L Y_{jkl} \geq \sum_{n=1}^N (d_{kn}^{(1)} + d_{kn}^{(2)}) Z_{kn}, \quad \forall k \quad (22)$$

$$2 \sum_{j=1}^J \sum_{l=1}^L Y_{jkl} \geq (1-\alpha) \sum_{n=1}^N (d_{kn}^{(3)} + d_{kn}^{(4)}) Z_{kn} \quad (23)$$

$$+\alpha \sum_{n=1}^N (d_{kn}^{(1)} + d_{kn}^{(2)}) Z_{kn}, \quad \forall k$$

$$\text{Constraints (5)-(10).} \quad (24)$$

$$\begin{aligned}
 & \sum_{k=1}^K \sum_{n=1}^N E(\tilde{pr}_n \tilde{d}_{kn}) Z_{kn} - \sum_{j=1}^J \sum_{m=1}^M E(\tilde{fd}_{jm}) V_{jm} \\
 & - \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \sum_{l=1}^L (E(\tilde{a}_{ijl}) + E(\tilde{\rho}_i) + E(\tilde{p}_j)) X_{ijl} \\
 & - \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^L E(\tilde{b}_{jkl}) Y_{jkl} - \sum_{i=1}^I \sum_{s=1}^S E(\tilde{f}p_{is}) U_{is} \leq \\
 & \sum_{k=1}^K \sum_{n=1}^N E(\tilde{pr}_n \tilde{d}_{kn}) Z_{kn}^* - \sum_{j=1}^J \sum_{m=1}^M E(\tilde{fd}_{jm}) V_{jm}^* \\
 & - \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \sum_{l=1}^L (E(\tilde{a}_{ijl}) + E(\tilde{\rho}_i) + E(\tilde{p}_j)) X_{ijl}^* \\
 & - \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^L E(\tilde{b}_{jkl}) Y_{jkl}^* - \sum_{i=1}^I \sum_{s=1}^S E(\tilde{f}p_{is}) U_{is}^*
 \end{aligned}$$

که معادل است با:

$$\begin{aligned}
 & E \left(\sum_{k=1}^K \sum_{n=1}^N \tilde{pr}_n \tilde{d}_{kn} Z_{kn} - \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \sum_{l=1}^L (\tilde{a}_{ijl} + \tilde{\rho}_i + \tilde{p}_j) X_{ijl} \right. \\
 & \left. - \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^L \tilde{b}_{jkl} Y_{jkl} - \sum_{i=1}^I \sum_{s=1}^S \tilde{f}p_{is} U_{is} - \sum_{j=1}^J \sum_{m=1}^M \tilde{fd}_{jm} V_{jm} \right) \\
 & \leq E \left(\sum_{k=1}^K \sum_{n=1}^N \tilde{pr}_n \tilde{d}_{kn} Z_{kn}^* - \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \sum_{l=1}^L (\tilde{a}_{ijl} + \tilde{\rho}_i + \tilde{p}_j) X_{ijl}^* \right. \\
 & \left. - \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^L \tilde{b}_{jkl} Y_{jkl}^* - \sum_{i=1}^I \sum_{s=1}^S \tilde{f}p_{is} U_{is}^* - \sum_{j=1}^J \sum_{m=1}^M \tilde{fd}_{jm} V_{jm}^* \right)
 \end{aligned}$$

که با توجه به تعریف ۹ خواهیم داشت:

$$\begin{aligned}
 & \sum_{k=1}^K \sum_{n=1}^N \tilde{pr}_n \tilde{d}_{kn} Z_{kn} - \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \sum_{l=1}^L (\tilde{a}_{ijl} + \tilde{\rho}_i + \tilde{p}_j) X_{ijl} \\
 & - \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^L \tilde{b}_{jkl} Y_{jkl} - \sum_{i=1}^I \sum_{s=1}^S \tilde{f}p_{is} U_{is} - \sum_{j=1}^J \sum_{m=1}^M \tilde{fd}_{jm} V_{jm} \\
 & \leq \sum_{k=1}^K \sum_{n=1}^N \tilde{pr}_n \tilde{d}_{kn} Z_{kn}^* - \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \sum_{l=1}^L (\tilde{a}_{ijl} + \tilde{\rho}_i + \tilde{p}_j) X_{ijl}^* \\
 & - \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^L \tilde{b}_{jkl} Y_{jkl}^* - \sum_{i=1}^I \sum_{s=1}^S \tilde{f}p_{is} U_{is}^* - \sum_{j=1}^J \sum_{m=1}^M \tilde{fd}_{jm} V_{jm}^*
 \end{aligned}$$

که نتیجه می‌شود $(X^*, Y^*, Z^*, U^*, V^*)$ جواب بهینه مسأله (P1) است. به طریق مشابه ثابت می‌شود که اگر $(X^*, Y^*, Z^*, U^*, V^*)$ جواب بهینه مسأله (P1) باشد، آن‌گاه جواب بهینه مسأله (P2) خواهد بود و این اثبات را تمام می‌کند. ■

قضیه ۲. مسأله (P2) با مسأله دو هدفه زیر معادل است:

$$\frac{\sum_{j=1}^J \sum_{l=1}^L X_{ijl} - \sum_{s=1}^S \left(\frac{cp_{is}^{(1)} + cp_{is}^{(2)}}{2} \right) U_{is}}{\sum_{s=1}^S \left(\frac{cp_{is}^{(3)} + cp_{is}^{(4)}}{2} \right) U_{is}} \leq \alpha \quad (29)$$

$$- \sum_{s=1}^S \left(\frac{cp_{is}^{(1)} + cp_{is}^{(2)}}{2} \right) U_{is}$$

با ساده کردن رابطه (۲۹)، رابطه (۱۹) حاصل می‌شود. به روش مشابه روابط (۲۰) و (۲۱) بدست می‌آیند.

محدودیت (۱۴) برای $\forall k \in K$ معادل است با:

$$\sum_{j=1}^J \sum_{l=1}^L Y_{jkl} \geq \sum_{n=1}^N \left[\frac{d_{kn}^{(1)} + d_{kn}^{(2)}}{2}, \frac{d_{kn}^{(3)} + d_{kn}^{(4)}}{2} \right] Z_{kn} \quad (30)$$

بر اساس تعریف ۵، رابطه (۳۰) برای $\forall k \in K$ معادل است با:

$$\sum_{j=1}^J \sum_{l=1}^L Y_{jkl} \geq \sum_{n=1}^N \left(\frac{d_{kn}^{(1)} + d_{kn}^{(2)}}{2} \right) Z_{kn} \quad (31)$$

$$\varphi \left(\sum_{j=1}^J \sum_{l=1}^L Y_{jkl} \leq \sum_{n=1}^N E(\tilde{d}_{kn}) Z_{kn} \right) \leq \alpha \quad (32)$$

رابطه (۳۱) همان رابطه (۲۲) مد نظر است. اما طبق تعریف ۴، رابطه (۳۲) را می‌توان برای $\forall j \in J$ به صورت زیر نوشت:

$$\frac{\sum_{n=1}^N \left(\frac{d_{kn}^{(3)} + d_{kn}^{(4)}}{2} \right) Z_{kn} - \sum_{j=1}^J \sum_{l=1}^L Y_{jkl}}{\sum_{n=1}^N \left(\frac{d_{kn}^{(3)} + d_{kn}^{(4)}}{2} \right) Z_{kn}} \leq \alpha \quad (33)$$

$$- \sum_{n=1}^N \left(\frac{d_{kn}^{(1)} + d_{kn}^{(2)}}{2} \right) Z_{kn}$$

با ساده کردن رابطه (۳۳) خواهیم داشت:

اثبات. برای عدد فازی دوزنقه‌ای $\tilde{p} = (p^0, p^2, p^3, p^4)$ مقدار انتظار بازه‌ای عبارتست از:

$$E(\tilde{p}) = \left[\frac{p^{(1)} + p^{(2)}}{2}, \frac{p^{(3)} + p^{(4)}}{2} \right] \quad (25)$$

اگر فرض کنیم $\tilde{F} = (F^{(1)}, F^{(2)}, F^{(3)}, F^{(4)})$ مقدار تابع هدف فازی مسأله (P1) باشد، بر طبق رابطه (۲۵) مقدار انتظار بازه‌ای آن عبارتست از:

$$E(\tilde{F}) = \left[\frac{1}{2}(F^{(1)} + F^{(2)}), \frac{1}{2}(F^{(3)} + F^{(4)}) \right]$$

لذا با توجه به تعریف ۶، $\max E(\tilde{F})$ با مسأله دو هدفه زیر معادل است:

$$\max \frac{1}{2}(F^{(1)} + F^{(2)})$$

$$\max \frac{1}{4}(F^{(1)} + F^{(2)} + F^{(3)} + F^{(4)})$$

در نتیجه با جایگذاری، توابع هدف (۱۶) و (۱۷) بدست می‌آیند.

محدودیت (۱۲) معادل است با:

$$\sum_{j=1}^J \sum_{l=1}^L X_{ijl} \leq \left[\frac{1}{2} \sum_{s=1}^S (cp_{is}^{(1)} + cp_{is}^{(2)}) U_{is}, \frac{1}{2} \sum_{s=1}^S (cp_{is}^{(3)} + cp_{is}^{(4)}) U_{is} \right] \quad \forall i \quad (26)$$

بر اساس تعریف ۵، رابطه (۲۶) معادل است با:

$$\sum_{j=1}^J \sum_{l=1}^L X_{ijl} \leq \frac{1}{2} \sum_{s=1}^S (cp_{is}^{(3)} + cp_{is}^{(4)}) U_{is}, \quad \forall i \quad (27)$$

$$\varphi \left(\sum_{j=1}^J \sum_{l=1}^L X_{ijl} \geq \sum_{s=1}^S E(cp_{is}^{\tilde{}}) U_{is} \right) \leq \alpha \quad (28)$$

رابطه (۲۷) همان رابطه (۱۸) مورد نظر است. از طرفی طبق تعریف ۴، رابطه (۲۸) را برای هر j می‌توان به صورت زیر نوشت:

۱-۵- حل مسأله چند هدفه

به منظور حل مسأله چندهدفه (P3) روش‌های حل مختلفی مانند روش معیار جامع، روش وزن‌دار، روش برنامه‌ریزی آرمانی، روش ϵ -محدودیت، برنامه‌ریزی فازی و غیره در ادبیات مسأله چندهدفه پیشنهاد شده است [۳۱]. در این بخش روش معیار جامع را برای حل مسأله چندهدفه (P3) بکار می‌گیریم. گام‌های روش معیار جامع به صورت زیر است:

گام ۱. مسایل تک هدفه (P4) و (P5) را برای بدست آوردن مقادیر OF_1^* و OF_2^* به طور جداگانه حل کنید.

(P4):

$$OF_1^* = \text{Max} \frac{1}{2} \left(\sum_{k=1}^K \sum_{n=1}^N (\text{Pr}_n^{(1)} d_{kn}^{(1)} + \text{Pr}_n^{(2)} d_{kn}^{(2)}) Z_{kn} - \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^L (b_{jkl}^{(1)} + b_{jkl}^{(2)}) Y_{jkl} - \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \sum_{l=1}^L \left(a_{ijl}^{(1)} + \rho_i^{(1)} + p_j^{(1)} + a_{ijl}^{(2)} + \rho_i^{(2)} + p_j^{(2)} \right) X_{ijl} - \sum_{i=1}^I \sum_{s=1}^S (fp_{is}^{(1)} + fp_{is}^{(2)}) U_{is} - \sum_{j=1}^J \sum_{m=1}^M (fd_{jm}^{(1)} + fd_{jm}^{(2)}) V_{jm} \right)$$

S.t. Constraints (18)-(24)

(P5):

$$OF_2^* = \text{Max} \frac{1}{4} \left(\sum_{k=1}^K \sum_{n=1}^N (\text{Pr}_n^{(1)} d_{kn}^{(1)} + \text{Pr}_n^{(2)} d_{kn}^{(2)} + \text{Pr}_n^{(3)} d_{kn}^{(3)} + \text{Pr}_n^{(4)} d_{kn}^{(4)}) Z_{kn} - \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^L (b_{jkl}^{(1)} + b_{jkl}^{(2)} + b_{jkl}^{(3)} + b_{jkl}^{(4)}) Y_{jkl} - \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \sum_{l=1}^L \left(a_{ijl}^{(1)} + \rho_i^{(1)} + p_j^{(1)} + a_{ijl}^{(2)} + \rho_i^{(2)} + p_j^{(2)} + a_{ijl}^{(3)} + \rho_i^{(3)} + p_j^{(3)} + a_{ijl}^{(4)} + \rho_i^{(4)} + p_j^{(4)} \right) X_{ijl} - \sum_{i=1}^I \sum_{s=1}^S (fp_{is}^{(1)} + fp_{is}^{(2)} + fp_{is}^{(3)} + fp_{is}^{(4)}) U_{is} - \sum_{j=1}^J \sum_{m=1}^M (fd_{jm}^{(1)} + fd_{jm}^{(2)} + fd_{jm}^{(3)} + fd_{jm}^{(4)}) V_{jm} \right)$$

S.t. Constraints (18)-(24)

$$2 \sum_{j=1}^J \sum_{l=1}^L Y_{jkl} \geq (1-\alpha) \sum_{n=1}^N (d_{kn}^{(3)} + d_{kn}^{(4)}) Z_{kn} + \alpha \sum_{n=1}^N (d_{kn}^{(1)} + d_{kn}^{(2)}) Z_{kn} \quad (34)$$

و بدین ترتیب اثبات تمام می‌شود. ■

تبصره ۲. در محدودیت‌های (۱۸)-(۲۳)، پارامتر α بیان‌کننده درجه پذیرش محدودیت‌های بازه‌ای که ممکن است نقض شوند، است. در این مقاله از روش مقدار بازه‌ای برای تبدیل محدودیت‌های فازی به محدودیت‌های بازه‌ای استفاده شده ولی روش‌های دیگری مانند آلفا برش نیز می‌توان برای این تبدیل استفاده کرد. بنابراین هر محدودیت فازی را همواره می‌توان به محدودیت بازه‌ای تبدیل کرد. از این لحاظ پارامتر α به عنوان درجه پذیرشی از محدودیت فازی که ممکن است نقض شود، در نظر گرفته می‌شود.

تبصره ۳. به واسطه ذات عدم قطعیت در محدودیت فازی، محدودیت فازی همواره نمی‌تواند برقرار باشد. حتی اگر محدودیت فازی نقض شود، تصمیم‌گیرنده ممکن است آن را با درجات مختلفی بپذیرد. درجه پذیرش پارامتر α تنها ابزار مناسب برای توصیف چنین هدفی می‌باشد.

تبصره ۴. پارامتر α ممکن است منعکس‌کننده نگرش‌های مختلف ریسک نیز باشد. یعنی اگر $\alpha \in [0, 0.5]$ نشان می‌دهد تصمیم‌گیرنده ریسک‌ناپذیر است، اگر $\alpha \in (0.5, 1]$ نشان می‌دهد تصمیم‌گیرنده ریسک‌پذیر و اگر $\alpha = 0.5$ باشد، نشان می‌دهد تصمیم‌گیرنده نسبت به ریسک بی‌تفاوت است. همچنین اگر $\alpha = 0$ باشد تصمیم‌گیرنده قطعا محدودیت فازی نقض شده را نمی‌پذیرد، اگر $\alpha = 1$ قطعا محدودیت فازی نقض شده را می‌پذیرد و اگر $\alpha \in (0, 1)$ تصمیم‌گیرنده محدودیت فازی نقض شده را با درجات مختلفی قبول می‌کند.

پارامترهای فازی هم بدین صورت بر اساس جدول ۲ تولید شده‌اند.

مقادیر فازی تابع هدف با روش پیشنهادی و زمان اجرا به ازای مقادیر مختلف درجه پذیرش α در جدول ۳ خلاصه شده است.

در ادامه به تحلیل و بررسی مسأله آزمایشی ۴ می‌پردازیم. اگر درجه پذیرش $\alpha = 0$ باشد، این یعنی تصمیم‌گیرنده محافظه کار و ریسک ناپذیر است و به طور مطلق محدودیت فازی نقض شده را نمی‌پذیرد و آن گاه مقدار بهینه تابع هدف برابر (۲۵۰۸۸۷۷۰، ۱۴۲۴۴۳۹۰، ۹۵۵۱۹۶۲۵، ۳۱۳۰۸۹۷) است. به عبارت دیگر محتمل‌ترین مقدار تابع هدف مسأله در فاصله [۱۴۲۴۴۳۹۰ و ۹۵۵۱۹۶۲۵]، کمترین مقدار ممکن تابع هدف مسأله برابر ۳۱۳۰۸۹۷ و بیشترین مقدار ممکن تابع هدف مسأله برابر ۲۵۰۸۸۷۷۰ می‌باشد.

اگر $\alpha = 0.5$ باشد، تصمیم‌گیرنده نسبت به ریسک و نسبت به محدودیت فازی نقض شده بی تفاوت است، آن گاه مقدار بهینه تابع هدف برابر (۲۶۱۴۷۳۰، ۱۵۰۳۱۲۵۰، ۱۰۰۴۹۷۲۰، ۳۳۶۷۷۶۱.۲۵) است. در این حالت محتمل‌ترین مقدار تابع هدف مسأله در فاصله [۱۰۰۴۹۷۲۰ و ۱۵۰۳۱۲۵۰] قرار دارد و کمترین و بیشترین مقدار ممکن تابع هدف مسأله به ترتیب برابر ۲۶۱۴۷۳۰ و ۳۳۶۷۷۶۱.۲۵ است.

گام ۲. مسأله برنامه‌ریزی (P6) زیر را حل کنید. جواب بهینه مسأله (P6) یک جواب پاراتو [۳۲] برای مسأله (P3) است.

$$(P6): \min OF = \frac{OF_1^* - OF_1}{OF_1^*} + \frac{OF_2^* - OF_2}{OF_2^*}$$

S.t. Constraints (18)-(24).

۶- نتایج محاسباتی

در این بخش به منظور کارایی و ارزیابی عملکرد مدل پیشنهادی و روش حل آن، چهار اندازه مسأله مورد بررسی و تحلیل قرار گرفته است. مشخصات و ابعاد چهار مسأله طراحی شده در جدول ۱ آمده است.

برای حل مدل‌ها از نرم افزار گمز استفاده شده و با یک رایانه شخصی با مشخصات Intel Core 2 Duo 2.53 GHz و 2.00 GB RAM اجرا شده است.

مقادیر پارامترهای مورد نیاز برای مسایل طراحی شده که اعداد فازی دوزنقه‌ای هستند، مطابق جدول ۲ به طور تصادفی در بازه‌های یکنواخت تولید شده‌اند. به عنوان نمونه، برای پارامتر \bar{c}_{ij} مولفه اول این عدد فازی دوزنقه‌ای به طور یکنواخت از $U(100,150)$ ، مولفه دوم از $U(151,250)$ ، مولفه سوم از $U(251,300)$ و مولفه چهارم از $U(301,400)$ انتخاب شده است. بقیه

جدول ۱. ابعاد مسأله آزمایشی

شماره مسأله آزمایشی	تعداد						
	مراکز تولید پتانسیل	مراکز توزیع پتانسیل	مشتری	حالت تقاضا	حالت حمل و نقل	سطح ظرفیت مراکز تولید	سطح ظرفیت مراکز توزیع
۱	۳	۵	۸	۲	۲	۲	۲
۲	۱۰	۱۵	۳۰	۲	۲	۲	۲
۳	۲۰	۳۰	۶۰	۳	۳	۳	۳
۴	۴۰	۶۰	۱۲۰	۳	۳	۳	۳

جدول ۲. مقادیر پارامترها

پارامترها	توزیع پارامترها
\widetilde{cp}_{is}	U(100,400)
\widetilde{cd}_{jm}	U(50,200)
\widetilde{d}_{kn}	U(5,50)
\widetilde{fp}_{is}	U(100,500)
\widetilde{fd}_{jm}	U(100,500)
\widetilde{p}_j	U(50,250)
$\widetilde{\rho}_i$	U(50,250)
\widetilde{pr}_n	U(2000,6000)
\widetilde{a}_{ijl}	U(10,250)
\widetilde{b}_{jkl}	U(10,250)

جدول ۳. مقادیر تابع هدف و زمان اجرا برای مقادیر مختلف درجه پذیرش.

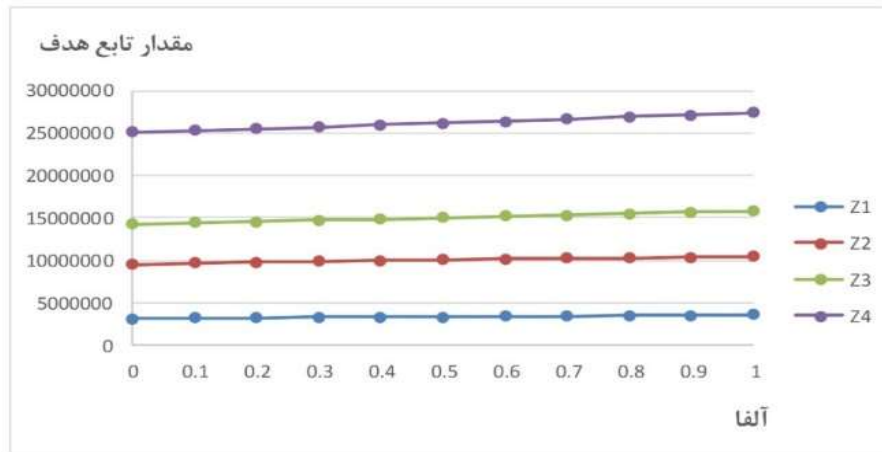
شماره مسأله آزمایشی	α	درجه پذیرش	هزینه کل با روش معیار جامع مثال ۱	زمان (ثانیه)
۱	۰	۰	(۲۰۵۲۹۲.۵, ۶۳۲۱۷۲.۵, ۹۸۷۵۲۴.۵, ۱۶۹۵۷۳۷)	۱.۱۷
	۰.۱	۰.۱	(۲۰۹۸۹۰.۷, ۶۳۸۶۶۳.۸۵, ۹۹۸۲۷۱.۵, ۱۷۱۱۰۱۲.۸)	۰.۴۹
	۰.۲	۰.۲	(۲۱۳۹۰۴.۱, ۶۴۵۲۵۸, ۱۰۰۸۸۷۵, ۱۷۲۵۷۶۶.۷)	۰.۵۹
	۰.۳	۰.۳	(۲۱۷۳۴۸.۷۵, ۶۵۲۷۷۸.۸, ۱۰۱۷۷۶۰, ۱۷۴۰۱۳۳.۴۵)	۱.۱۷
	۰.۴	۰.۴	(۲۲۰۴۷۴.۴, ۶۶۱۰۰۴.۵, ۱۰۲۷۹۴۳.۴, ۱۷۵۶۲۶۵.۹)	۰.۴
	۰.۵	۰.۵	(۲۲۳۳۴۸.۷۵, ۶۶۸۳۶۵.۵, ۱۰۳۸۶۲۷, ۱۷۷۱۳۰۴.۵)	۰.۴۶
	۰.۶	۰.۶	(۲۲۶۱۱۶.۷, ۶۷۵۳۷۸.۱, ۱۰۴۹۷۰۱.۱, ۱۷۸۶۳۴۲.۲)	۰.۵
	۰.۷	۰.۷	(۲۲۹۰۰۹.۱۵, ۶۸۲۳۴۵.۲, ۱۰۶۰۸۳۶.۴۵, ۱۸۰۱۳۷۸.۱۵)	۰.۴۷
	۰.۸	۰.۸	(۲۳۱۹۰۱.۶, ۶۸۹۳۱۲.۳, ۱۰۷۱۹۷۱.۸, ۱۸۱۶۴۱۴.۱)	۰.۴۸
	۰.۹	۰.۹	(۲۳۴۷۹۴.۰۵, ۶۹۶۲۷۹.۴, ۱۰۸۳۱۰۷.۱۵, ۱۸۳۱۴۵۰۰.۵)	۰.۵۹
۱	۱	(۲۳۷۶۸۶.۵, ۷۰۳۲۴۶.۵, ۱۰۹۴۲۴۲.۵, ۱۸۴۶۴۸۶)	۰.۴۷	
۲	۰	۰	(۶۳۴۸۲۷.۵, ۲۱۰۸۲۸۸.۵, ۳۴۸۵۷۰۳, ۶۲۱۵۸۰۶)	۲.۱۳
	۰.۱	۰.۱	(۶۴۷۶۳۹.۳۵, ۲۱۳۳۳۴۵.۹, ۳۵۲۶۰۵۵.۵, ۶۲۶۶۷۱۹.۰۵)	۲.۰۳
	۰.۲	۰.۲	(۶۶۲۷۴۶.۳, ۲۱۵۴۵۷۴.۲, ۳۵۶۲۴۵۶.۵, ۶۳۱۸۸۵۸.۵)	۲.۱۹
	۰.۳	۰.۳	(۶۷۰۵۷۵.۱, ۲۱۷۹۸۹۴.۸, ۳۶۰۶۴۸۱.۹۵, ۶۳۷۹۰۹۱.۲۵)	۱.۹۱
	۰.۴	۰.۴	(۶۸۲۵۳۱, ۲۲۰۳۴۰۰.۲, ۳۶۴۸۰۱۷.۱, ۶۴۳۲۴۶۱.۸)	۲.۲۱
	۰.۵	۰.۵	(۶۹۵۰۴۸.۵, ۲۲۲۶۹۳۲.۵, ۳۶۸۵۴۷۵.۷۵, ۶۴۸۱۲۹۲)	۲.۰۴
	۰.۶	۰.۶	(۷۰۵۸۱۴.۶, ۲۲۵۱۴۳۹.۴, ۳۷۲۷۱۵۴.۱, ۶۵۳۴۱۲۱.۵)	۱.۹۸
	۰.۷	۰.۷	(۷۱۵۴۳۴.۶, ۲۲۷۶۸۷۴.۹, ۳۷۶۷۱۹۲.۵, ۶۵۸۴۹۳۶.۴۵)	۲.۱
	۰.۸	۰.۸	(۷۲۵۰۳۱, ۲۳۰۱۴۲۲.۹, ۳۸۰۶۵۶۷.۴, ۶۶۳۷۱۵۱.۲)	۲.۰۹۵
	۰.۹	۰.۹	(۷۲۳۳۰۷.۱۵, ۲۳۲۴۶۹۴.۷, ۳۸۷۶۶۴۶.۶۵, ۶۷۲۶۰۸۹.۸۵)	۲.۰۷
۱	۱	(۷۳۲۱۴۶.۵, ۲۳۴۷۹۶۳, ۳۹۱۷۶۲۵, ۶۷۸۰۵۸۱)	۲.۳۶	

	۰	(۱۸۴۱۶۹۳, ۴۴۶۵۲۰۸, ۷۳۴۸۳۴۳.۵, ۱۲۴۰۲۷۰۰)	۵۹.۵۷
	۰.۱	(۱۸۶۳۹۸۳.۵۵, ۴۵۱۹۱۳۴, ۷۴۲۵۸۱۷.۸, ۱۲۵۰۴۶۶۰)	۶۰
	۰.۲	(۱۸۸۸۰۳۰.۶, ۴۵۶۱۹۸۶.۳, ۷۵۰۳۳۶۷.۸, ۱۲۶۳۰۸۹۰)	۶۰
	۰.۳	(۱۸۸۹۶۶۰.۲۵, ۴۶۲۹۶۸۰.۸, ۷۵۸۱۷۲۰.۸, ۱۲۷۴۸۰۷۰)	۶۰
۳	۰.۴	(۱۹۱۴۰۷۵, ۴۶۷۶۱۳۴.۹, ۷۶۷۵۱۸۰.۶, ۱۲۸۴۸۹۹۰)	۵۹.۸
	۰.۵	(۱۹۳۴۵۶۹.۲۵, ۴۷۲۶۴۶۶, ۷۷۴۵۱۶۸.۲۵, ۱۲۹۵۳۹۲۰)	۵۹.۹۸
	۰.۶	(۱۹۴۶۵۷۵.۸, ۴۷۷۶۸۲۶.۱, ۷۸۴۶۲۰۱.۴, ۱۳۰۹۰۴۶۰)	۵۹.۶۳
	۰.۷	(۱۹۶۶۲۵۳.۹, ۴۸۲۶۱۸۹.۲, ۷۹۲۱۰۳۵.۶, ۱۳۲۰۱۹۱۰)	۵۹.۵۱
	۰.۸	(۱۹۹۳۸۶۶.۷, ۴۸۵۷۵۲۰.۱, ۸۰۲۲۳۴۹, ۱۳۳۴۱۲۱۰)	۵۹.۸۴
	۰.۹	(۲۰۰۶۸۱۷.۱, ۴۹۰۱۲۳۴.۳, ۸۱۱۶۵۸۲.۷۵, ۱۳۴۹۴۲۰۰)	۵۹.۳۶
	۱	(۲۰۲۷۵۵۶.۵, ۴۹۴۷۱۶۵, ۸۱۹۷۹۵۱, ۱۳۶۰۸۹۶۰)	۵۹.۴۵
	۰	(۳۱۳۰۸۹۷, ۹۵۵۱۹۶۲.۵, ۱۴۲۴۴۳۹۰, ۲۵۰۸۱۷۷۰)	۶۲۲.۸
	۰.۱	(۳۱۸۲۶۳۶.۵۵, ۹۶۵۴۳۸۶.۶, ۱۴۴۰۷۷۶۰, ۲۵۳۰۰۶۵۰)	۶۳۹.۴۱
	۰.۲	(۳۲۳۴۵۹۲.۳, ۹۷۵۳۵۴۱, ۱۴۵۶۳۸۵۰, ۲۵۵۰۱۰۶۰)	۶۱۲.۰۵
	۰.۳	(۳۲۷۵۷۵۵.۶, ۹۸۵۹۱۰۲.۱, ۱۴۷۱۷۴۵۰, ۲۵۷۱۱۶۵۰)	۶۸۹.۰۶
۴	۰.۴	(۳۳۲۶۷۷۳, ۹۹۵۴۲۸۶.۹, ۱۴۸۷۴۷۷۰, ۲۵۹۱۶۱۲۰)	۶۳۰.۸
	۰.۵	(۳۳۶۷۷۶۱.۲۵, ۱۰۰۴۹۷۲۰, ۱۵۰۳۱۲۵۰, ۲۶۱۴۷۳۰۰)	۶۱۹.۴۱
	۰.۶	(۳۴۱۲۴۶۹.۴, ۱۰۱۴۱۲۲۰, ۱۵۱۸۶۰۶۰, ۲۶۳۶۰۲۹۰)	۶۱۰.۵۵
	۰.۷	(۳۴۵۴۰۲۴.۶, ۱۰۲۲۰۳۰۰, ۱۵۳۴۸۴۵۰, ۲۶۶۳۷۹۰۰)	۸۸۷.۶۶
	۰.۸	(۳۴۸۲۵۲۷.۶, ۱۰۳۱۳۴۳۰, ۱۵۵۰۳۴۷۰, ۲۶۹۴۳۷۲۰)	۸۴۴.۸۶
	۰.۹	(۳۵۳۵۶۴۵.۲۵, ۱۰۳۹۷۷۴۰, ۱۵۶۶۹۴۸۰, ۲۷۱۴۴۵۵۰)	۸۳۳.۶۵
	۱	(۳۵۸۰۲۲۵.۵, ۱۰۴۸۸۷۳۰, ۱۵۸۲۷۲۱۰, ۲۷۳۵۱۸۷۰)	۸۳۴.۴۵

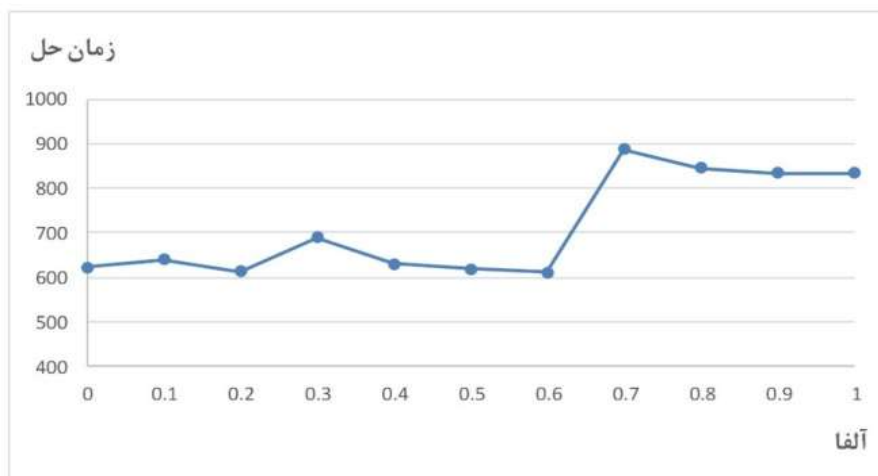
نسبت به درجه پذیرش مختلف α نشان می‌دهد. همچنین در شکل ۲ زمان اجرای مسأله آزمایشی ۴ نیز نسبت به درجه پذیرش α نشان داده شده است. از شکل ۱ مشاهده می‌شود که برای درجه پذیرش ۰.۶ کمترین زمان و برای درجه پذیرش ۰.۷ بیشترین زمان برای حل مسأله صرف شده است. مشابه تحلیل ارائه شده برای مسأله آزمایشی ۴ را می‌توان برای بقیه مسایل آزمایشی نیز انجام داد.

در حالت $\alpha = 1$ تصمیم‌گیرنده ریسک‌پذیر و به طور کامل محدودیت فازی نقض شده را می‌پذیرد و آن گاه مقدار بهینه تابع هدف برابر (۲۷۳۵۱۸۷۰, ۱۵۸۲۷۲۱۰, ۱۰۴۸۸۷۳۰, ۳۵۸۰۲۲۵.۵) است. در این حالت محتمل‌ترین مقدار تابع هدف مسأله در فاصله [۱۰۴۸۸۷۳۰ و ۱۵۸۲۷۲۱۰]، کمترین مقدار ممکن تابع هدف مسأله برابر ۳۵۸۰۲۲۵.۵ و بیشترین مقدار ممکن تابع هدف مسأله برابر ۲۷۳۵۱۸۷۰ می‌باشد. شکل ۱ مقدار بهینه تابع هدف را برای مسأله آزمایشی ۴

شکل ۱. مقدار بهینه تابع هدف نسبت به درجه پذیرش برای مسأله آزمایشی ۴



شکل ۲. زمان اجرای مسأله آزمایشی ۴ نسبت به درجه پذیرش



زنجیره تأمین فازی به یک مسأله زنجیره تأمین بازهای تبدیل و با ترکیب رابطه ترتیب بین بازه‌ها و درجه پذیرش نقض محدودیت‌های فازی، مسأله زنجیره تأمین بازهای به یک مسأله دو هدفه تبدیل شده و این مسأله دو هدفه با روش معیار جامع حل گردید. در نهایت با طرح چهار مسأله آزمایشی کارایی مدل پیشنهادی و روش حل مورد بررسی و ارزیابی قرار گرفته است. برخی از پیشنهادات آتی به منظور ادامه این مقاله به شرح زیر است:

- با توجه به اینکه مسأله طراحی شبکه زنجیره تأمین یک مسأله از نوع NP-hard است، پیشنهاد می‌شود از چندین الگوریتم فراابتکاری مناسب مسأله را حل کرد و

۷- نتیجه‌گیری و ارایه پیشنهادات

در این مقاله یک مدل بهینه‌سازی برای مسأله طراحی شبکه زنجیره تأمین با در نظر گرفتن سیاست رضایت تقاضای چند حالته و با هدف ماکزیمم کردن سود کل در شرایط عدم قطعیت پیشنهاد شده است. مسأله شامل مراکز تولید، مراکز توزیع و مشتریان است. عدم قطعیت در پارامترها از نوع اعداد فازی دوزنقه‌ای در نظر گرفته شده است. به منظور حل مسأله شبکه زنجیره تأمین فازی، روشی با در نظر گرفتن درجه پذیرش نقض محدودیت‌های فازی و با ترکیب شکل قطعی رضایت بخش معادل رابطه نامساوی بازهای و رابطه ترتیب اعداد فازی دوزنقه‌ای، پیشنهاد شده است. بر طبق این رابطه ترتیب، مسأله

نتایج حاصل را در حد امکان با روش حل استفاده شده در این مقاله مقایسه کرد.

- در نظر گرفتن معیارهای دیگر زیست محیطی و همچنین شاخص‌های ارزیابی اجتماعی مانند رعایت حقوق کارکنان توسط تأمین‌کنندگان، ایمنی و بهداشت کارکنان و رعایت حقوق سهامداران توسط اجزاء زنجیره تأمین در تشکیل توابع هدف.
- در نظر گرفتن اعداد فازی نوع-۲ و اعداد فازی شهودی به جای اعداد فازی ذوزنقه‌ای.

uncertainties. *Transportation Research Part B: Methodological*, 45 (8), 1162-1176.

[9] Georgiadis, C., Tsiakis, M., Longinidis, P., Sofioglou, K. (2011). Optimal design of supply chain networks under uncertain transient demand variations. *Omega*, 39 (3) 254-272.

[10] Taleizadeh, A. A., Akhavan-Niaki, S. T., Barzinpour, F. (2011). Multiple-buyer multiple-vendor multi-product multi-constraint supply chain problem with stochastic demand and variable lead-time: A harmony search algorithm. *Applied Mathematics and Computation*, 217 (22), 9234-9253.

[11] Pishvaei, M. S., Razmi, J. (2012). Environmental supply chain network design using multi-objective fuzzy mathematical programming. *Applied Mathematical Modeling*, 36 (8), 3433-3446.

[12] Funaki, K., (2012). Strategic safety stock placement in supply chain design with due-date based demand. *International Journal of Production Economics*, 135 (1), 4-13.

[13] Sadjady, H., Davoudpour, H. (2012). Two-echelon,-commodity supply chain network design with mode selection, lead-times and inventory costs. *Computers & Operations Research*, 39 (7), 1345-1354.

[14] Olivares-Benitez, E., Gonza'lez-Velarde, J. L., Ri'os-Mercado, R. Z. (2012). A supply chain design problem with facility location and bi-objective transportation choices, *TOP*, 20, 729-753.

[15] Olivares-Benitez, E., Ri'os-Mercado, R. Z., Gonza'lez-Velarde, J. L. (2013). A metaheuristic algorithm to solve the selection of transportation channels in supply chain design. *International Journal*

فهرست منابع

[1] Ardalan, Z., Karimi, S., Naderi, B., Arshadi-Khamseh, A. (2016). Supply chain networks design with multi-mode demand satisfaction policy. *Computers & Industrial Engineering*, 96, 108-117.

[2] Hatefi, S.M., Jolai, F. (2014). Robust and reliable forward-reverse logistics network design under demand uncertainty and facility disruptions. *Applied mathematical modelling*, 38 (9-10), 2630-2647.

[3] Jayaraman, V., Pirkul, H. (2001). Planning and coordination of production and distribution facilities for multiple commodities. *European Journal of Operational Research*, 133, 394-408.

[4] Syam, S.S. (2002). A model and methodologies for the location problem with logistical components. *Computers & Operations Research*, 29, 1173-1193.

[5] Altiparmak, F., Gen, M., Lin, L., Karaoglan, I. (2009). A steady-state genetic algorithm for multi-product supply chain network design. *Computers & Industrial Engineering*, 56 (2), 521-537.

[6] Mohammadi-Bidhandi, H., Mohd, R., Megat, Y., Mega, M. H., AbuBakar, M. R. (2009). Development of a new approach for deterministic supply chain network design. *European Journal of Operational Research*, 198 (1), 121-128.

[7] Costa, A., Celano, G., Fichera, S., Trovato, E. (2010). A new efficient encoding/decoding procedure for the design of a supply chain network with genetic algorithms. *Computers & Industrial Engineering*, 59 (4), 986-999.

[8] Lin, Ch-Ch., Wang, T-H. (2011). Build-to-order supply chain network design under supply and demand

- uncertainty. *Computers & Industrial Engineering*, 130, 430–449.
- [23] Brink, S. V. D., Kleijn, R., Tukker, A., Huisman, J. (2019). Approaches to responsible sourcing in mineral supply chains. *Resources, Conservation & Recycling*, 145, 389-398.
- [24] Zhu, K., Shen, J., Yao, X. (2019). A three-echelon supply chain with asymmetric information under uncertainty, *Journal of Ambient Intelligence and Humanized Computing*, 10 (2), 579–591.
- [25] Moore, R.E. (1979). *Method and Application of Interval Analysis*, SIAM, Philadelphia.
- [26] Hu, C.Y. Kearfott, R.B. Korvin, A.D. Kreinovich, V. (2008). *Knowledge Processing with Interval and Soft Computing*, Springer Verlag, London, 168–172.
- [27] Inuiguchi, M. Ramik, J. (2000). Possibilistic linear programming: a brief review of fuzzy mathematical programming and a comparison with stochastic programming in portfolio selection problem. *Fuzzy Sets and Systems*, 111, 3-28.
- [28] Ishibuchi, H. Tanaka, H. (1990). Multiobjective programming in optimization of the interval objective function. *European Journal of Operational Research*, 48, 219–225.
- [29] Pishvae, M. S., Torabi, S. A., Razmi, J., (2012). Credibility-based fuzzy mathematical programming model for green logistics design under uncertainty. *Computers & Industrial Engineering*, 62, 624–632.
- [30] Jimenez, M., Arenas, M., Bilbao, A., of *Production Economics*, 145, 161–172.
- [16] Kristianto, Y., Gunasekaran, A., Helo, P., Hao, Y. (2014). A model of resilient supply chain network design: A two-stage programming with fuzzy shortest path. *Expert Systems with Applications*, 41, 39-49.
- [17] Melo, M. T., Nickel, S., Saldanha-da-Gama, F. (2014). An efficient heuristic approach for a multi-period logistics network redesign problem. *TOP*, 22 (1), 80-108.
- [18] Khalifehzadeh, S., Seifbarghy, M., Naderi, B. A. (2015). four-echelon supply chain network design with shortage: Mathematical modeling and solution methods. *Journal of Manufacturing Systems*, 35, 164–175.
- [19] Pasandideh, S. H. R., Akhavan Niaki, S. T., Asadi, K. (2015). Bi-objective optimization of a multi-product multi-period three-echelon supply chain problem under uncertain environments: NSGA-II and NREGA, *Information Sciences*, 292, 57–74.
- [20] Mahmoodirad, A., Sanei, M. (2016). Solving a multi-stage multi-product solid supply chain network design problem by meta-heuristics, *Scientia Iranica E*, 23(3), 1429-1440.
- [21] Hong, J., Diabat, A., Panicker, V. V., Rajagopalan, S. (2018). A two-stage supply chain problem with fixed costs: An ant colony optimization approach. *International Journal of Production Economics*, 204, 214-226.
- [22] Rahimi, M., Ghezavati, V., Asadi, F. (2019). A stochastic risk-averse sustainable supply chain network design problem with quantity discount considering multiple sources of

and Rodriguez, M. V. (2007). Linear programming with fuzzy parameters: An interactive method resolution. *European Journal of Operational Research*, 177, 3, 1599-1609.

[31] Steuer, R. E. (1986). *Multiple Criteria Optimization: Theory, Computation, and Application*, John Wiley & Sons, New York.