

دسترسی در سایت <http://jnrm.srbiau.ac.ir>

سال ششم، شماره بیست و چهارم، خرداد و تیر ۱۳۹۹

شماره شاپا: ۵۸۸-۲۵۸۸X



بزهش‌های نوین در ریاضی



دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات

اندازه‌گیری کارایی یک شبکه سه مرحله‌ای با استفاده از رویکرد تحلیل پوششی داده‌ها با در نظر گرفتن مرز دوگانه

احسان واعظی^۱، سید اسماعیل نجفی^{۲*}، سید محمد حاجی مولانا^۳، فرهاد حسین زاده لطفی^۴، مهناز احدزاده نمین^۴

^(۱) دانشجوی دکتری، گروه مهندسی صنایع، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات، تهران، ایران.

^(۲) استادیار، گروه مهندسی صنایع، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات، تهران، ایران.

^(۳) استاد، گروه ریاضی، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات، تهران، ایران.

^(۴) استادیار، گروه ریاضی، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد شهر قدس، تهران، ایران.

تاریخ ارسال مقاله: ۱۳۹۷/۱۰/۱ تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۸/۱۱/۱۹

چکیده

این مقاله یک روش را برای اندازه‌گیری کارایی، رتبه بندی و خوشه بندی شبکه های پیچیده با در نظر گرفتن مرز دوگانه پیشنهاد می دهد. مدل پیشنهادی ساختار جعبه سیاه را باز می کند و اطلاعات مهمی در خصوص نقاط کارا و ناکارای شبکه ارائه می دهد. بدین منظور در این مقاله یک شبکه سه مرحله ای شامل ورودی ها و خروجی های اضافی مطلوب و نامطلوب در نظر گرفته می شود و از رویکرد همکارانه کارایی کل شبکه محاسبه می گردد. به دلیل اینکه هر نتیجه گیری که یکی از این دو دیدگاه خوشبینانه یا بدبینانه را شامل شود یکطرفه و ناقص خواهد بود، در این مقاله از مرز دوگانه جهت تحلیل شبکه استفاده می شود. همچنین با توجه به پیچیدگی مدل همکارانه، یک روش حل اکتشافی برای خطی سازی مدل های غیرخطی ارائه می گردد. پس از مشخص شدن نقاط کارا و ناکارای شبکه، از الگوریتم کامینز جهت خوشه بندی واحدها استفاده می شود. نهایتاً در این مقاله به منظور کاربرد مدل پیشنهادی یک کارخانه تولید محصولات لبنی با یک منطقه تولید، یک منطقه انبار و یک منطقه تحویل شبیه سازی و بصورت پویا در ۲۴ دوره زمانی مورد ارزیابی قرار می گیرد. نتایج رتبه بندی نشان داد که دوره زمانی ۱۰ بهترین و دوره زمانی ۱ بدترین کارایی را در بین ۲۴ دوره زمانی دارند.

واژه‌های کلیدی: تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای، رویکرد همکارانه، خوشه بندی، مرز دوگانه، خروجی نامطلوب، ورودی اضافی

۱- مقدمه

کارکرد و افزایش اثربخشی فعالیت‌های سازمان است. در نتیجه وجود چنین نگرشی، رشد و توسعه، بهبود عملکرد و نهایتاً تحقق اهداف سازمانی را به همراه خواهد داشت.

در سال‌های اخیر برای اندازه‌گیری کارایی چندین الگو و رویکرد مطرح شده است که اندازه‌گیری آنها از دو جنبه درون سازمانی و برون سازمانی دارای اهمیت است. هدف درون سازمانی، تخصیص بهتر منابع در راستای کارایی و حداقل رساندن هزینه سازمان است و هدف برون سازمانی، در دسترس قرار دادن اطلاعات سرمایه‌گذاری‌های موجود و بالقوه سازمان برای پیش‌بینی رشد آینده و نیز برنامه‌ریزی‌های بلندمدت است. شناسایی نقاط ضعف برای هر سازمانی سبب می‌شود که آن سازمان بتواند در جهت بهبود نقاط ضعف خود عمل کند. امروزه از فنون جدیدی برای ارزیابی کارایی استفاده می‌شود که خود مبتنی بر دو روش کلی پارامتریک و ناپارامتریک می‌باشند. در این تحقیق بر رویکرد ناپارامتریک (رویکرد پویای تحلیل پوششی داده‌ها) تأکید می‌شود. رویکرد تحلیل پوششی داده‌ها روشی مبتنی بر برنامه‌ریزی خطی است که کارایی مجموعه‌ای از واحدهای تصمیم‌گیرنده را بر اساس شاخص‌های ورودی و خروجی در مقایسه با هم محاسبه کرده و واحدهای کارا و ناکارا را مشخص می‌کند. این روش، واحدهای کارا را از میان مجموعه‌ای از واحدهای تصمیم‌گیرنده بر می‌گزیند و توسط آن‌ها یک مرز کارایی بر روی واحدها پوشش می‌دهد. این مرز که ملاک و شاخص ارزیابی برای دیگر واحدهای ناکارا است، بر خلاف دیگر روش‌های رتبه‌بندی یک استاندارد غیر پویای از پیش تعیین شده نیست. بلکه ملاک ارزیابی هر واحد، واحدهای دیگر در همان شرایط و نهاده‌ها و ستاده‌های همسان است. در این ارزیابی، واحدهای ناکارا به دلیل مقایسه با یک سطح استاندارد از قبل تعیین شده یا شکل تابعی معلوم، ناکارا ارزیابی نشده‌اند بلکه ملاک ارزیابی آن‌ها واحدهای تصمیم‌گیرنده دیگری بوده‌اند که در شرایط یکسانی از بُعد ورودی و خروجی‌ها هستند. از دیگر ویژگی‌های روش تحلیل پوششی داده‌ها خاصیت جبرانی بودن است. این خاصیت به واحد تصمیم‌گیرنده اجازه می‌دهد کمبود یا ضعف ستاده‌هایش را به کمک ستاده‌های دیگر جبران نماید و یا مصرف اضافی در بعضی از نهادها‌هایش را با صرفه‌جویی در نهادها‌های دیگر جبران کند. در این مقاله به پنج دلیل زیر اندازه‌گیری کارایی را با استفاده از روش تحلیل پوششی داده‌ها انجام می‌شود. اول آنکه عملکرد سازمان را بر اساس الگوی منطقی و با ساختمان ریاضی و در عین حال منعطف ارزیابی می‌کند. دوم، واحدهای ناکارا را

امروزه تمام سازمان‌ها به نحوی به اهمیت وجود یک سیستم اندازه‌گیری عملکرد پی برده‌اند. به عنوان یک اصل، عملکرد هر سازمان تا آنجا که میسر است باید اندازه‌گیری شود. نبود نظام ارزیابی عملکرد مؤثر و کارآمد با مرگ سازمان رابطه مستقیم دارد و فقدان آن به عنوان بیماری سازمانی قلمداد می‌شود. بدون اندازه‌گیری، مبنایی برای قضاوت و اظهارنظر و ارزیابی وجود نخواهد داشت. آن‌چه را که نتوان ارزیابی نمود نمی‌توان به خوبی اداره کرد. هر سازمانی برای اعمال مدیریت صحیح باید از الگوهای علمی ارزیابی عملکرد بهره‌گیری کند تا بتواند میزان تلاش و نتایج حاصل از کارکرد خود را مورد سنجش قرار دهد. عوامل متعددی بر رشد و توسعه اقتصادی کشورها مؤثر می‌باشند. تحقیقات و پژوهش‌هایی که در این زمینه انجام شده نشان‌دهنده تأثیرگذاری کارایی، بر سرعت رشد اقتصادی است. این بررسی‌ها نشان داده‌اند که وجود اختلاف در رشد و توسعه اقتصادی کشورها در سالیان اخیر به دلیل تفاوت‌های موجود در میزان کارایی و بهره‌وری عوامل تولید بوده است. ارزیابی عملکرد فرایندی است که به سنجش، اندازه‌گیری، ارزش‌گذاری و قضاوت درباره عملکرد طی دوره‌ای معین می‌پردازد. اندازه‌گیری عملکرد از طریق مقایسه وضع موجود با وضع مطلوب یا ایده‌آل براساس شاخص‌های از پیش تعیین شده می‌باشد. به طور کلی هدف و منظور ارزیابی عملکرد پاسخ‌گویی در برابر نتایج، امکان شناسایی اقدامات بهبود دهنده کیفیت و کاهش هزینه و تحقق هر آنچه ارزیابی می‌شود است. مباحث ارزیابی عملکرد را از زوایای متفاوتی می‌توان مورد بررسی قرار داد. دو دیدگاه سنتی و نوین در این رابطه وجود دارد. دیدگاه سنتی، صرفاً معطوف به عملکرد دوره گذشته است و با مقتضیات گذشته شکل گرفته است. در این دیدگاه شرایط زمانی و مکانی و محیط سیستم نادیده گرفته می‌شود و چه بسا باعث انحرافات در نتیجه کار بشود. دیدگاه نو، آموزش، رشد و توسعه ظرفیت‌های ارزیابی شونده و بهبود کارایی را هدف قرار داده و مبنای آن را شناسایی نقاط ضعف و قوت و تعالی سازمانی می‌باشد. در دیدگاه نوین، مسأله در بستر زمان مورد مطالعه قرار می‌گیرد و نگرش سیستمی بر آن حاکم است. واحد‌های سازمانی گرچه به ظاهر انجام دهنده کار هستند اما تنها جزیی از سیستم کل می‌باشند و باید شرایط اجزای دیگر آن مد نظر قرار گیرد. چنین رویکردی در ارزیابی عملکرد یک ارزیابی واقعی، قابل اعتماد و پیش‌برنده خواهد بود. پیامد استقرار نظام ارزیابی مبتنی بر دیدگاه نوین، بهبود

دو یا چند مرحله می‌باشند که عملکرد اجزاء این سیستم‌ها بر کارایی کل تاثیر می‌گذارد. بدین منظور فار و گراسکف به معرفی مدل‌های تحلیل پوششی داده شبکه‌ای پرداختند. این مدل‌ها با تعریف نمودن روابط و متغیرهای میانی و همچنین با استفاده از زیربخش‌های سری و موازی به ارزیابی کارایی سیستم‌های پیچیده می‌پردازند [۷]. از آنجایی که مدل‌های شبکه‌ای روابط داخلی سیستم‌ها را در نظر می‌گیرند بنابراین می‌توانند عملکرد سیستم‌ها را بصورت واقعی تر نشان دهند. در مدل‌های شبکه‌ای عملکرد کل سیستم با در نظر گرفتن محدودیت‌های فرایندهای داخلی محاسبه می‌گردد و رابطه بین کارایی کل سیستم و کارایی فرایندها برقرار می‌باشد. این در حالی است که در مدل‌های کلاسیک تحلیل پوششی داده‌ها چنانچه واحد تصمیم‌گیری دارای فرایندهای داخلی باشد، کارایی هر یک از فرایندهای داخلی و فرایند کل به صورت مستقل محاسبه می‌شود و رابطه‌ای بین کارایی کل سیستم و کارایی فرایندها برقرار نمی‌باشد [۸]. کائو [۹] مدل‌های شبکه‌ای را به سه دسته مدل‌های سری، موازی و ترکیبی تقسیم کرد. کائو بیان نمود وقتی فعالیت‌ها در یک سیستم در امتداد یکدیگر قرار می‌گیرند، سیستم ساختار سری دارد و هرگاه فعالیت‌ها به صورت موازی در کنار یکدیگر قرار گیرند، سیستم ساختار موازی دارد. همچنین از ترکیب حالت سری و موازی حالت ترکیبی پدید می‌آید. برای محاسبه کارایی کل شبکه در حالت سری یا موازی معمولاً به ترتیب حاصل ضرب کارایی مراحل در یکدیگر و میانگین وزنی کارایی مراحل مورد استفاده قرار می‌گیرد. در یک ساختار سری یا موازی، زمانی یک واحد تصمیم‌گیری کارا است که تمامی زیر فرایندهای آن کارا باشند [۱۰]. پس از معرفی مدل‌های تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای، مطالعات زیادی در این زمینه انجام گرفت که از جمله آنها می‌توان به کار کوک و همکاران [۱۱] اشاره کرد. آن‌ها با توسعه مدل‌های شبکه‌ای، مدلی چند مرحله‌ای را در نظر گرفتند که هر مرحله می‌تواند ورودی‌ها و خروجی‌های اضافی را در نظر بگیرد. در حقیقت در این مدل خروجی‌های هر مرحله می‌تواند بعنوان محصول نهایی تلقی گردد و از سیستم خارج شود و یا بعنوان ورودی وارد مرحله بعد گردد و همچنین هر مرحله می‌تواند ورودی‌های اضافی را در نظر بگیرد که خروجی مرحله قبل نمی‌باشند. در سال‌های اخیر مدل‌های تحلیل پوششی شبکه‌ای توسعه یافته و مدل‌های مختلفی با ترکیب این علم با شاخه نظریه بازی‌ها ارائه گردیده است. آن و همکاران [۱۲] یک شبکه متشکل از دو مرحله را در حالت تعاملی در نظر گرفتند و

شناسایی می‌نماید. سوم، میزان ناکارایی واحدها را مشخص می‌کند. چهارم، یک سطح استاندارد از قبل وجود ندارد و ملاک مقایسه، واحدهای دیگری هستند که در شرایط یکسانی فعالیت می‌کنند و پنجم، برای واحدهای ناکارا از میان واحدهای کارا، الگو و مرجع تعیین می‌نماید. ادامه مقاله به شکل زیر سازماندهی شده است. قسمت دوم پیشینه تحقیق نام دارد که حوزه تحلیل پوششی داده‌ها را شرح می‌دهد. در قسمت سوم روش‌شناسی و مدلسازی ریاضی شبکه بیان می‌شود. در قسمت چهارم یک رویکرد اکتشافی جهت خطی سازی مدل‌ها ارائه می‌گردد. مطالعه موردی قسمت پنجم مقاله حاضر می‌باشد که یک کارخانه را بصورت پویا ارزیابی می‌کند. نهایتاً قسمت ششم نتیجه‌گیری می‌باشد.

۲- پیشینه تحقیق

تحلیل پوششی داده‌ها، یک روش غیرپارامتری مرزی برای ارزیابی کارایی نسبی مجموعه‌ای از موجودیت‌های قابل مقایسه می‌باشد. این موجودیت‌های قابل مقایسه واحدهای تصمیم‌گیری نامیده می‌شوند و دارای چندین ورودی و چندین خروجی می‌باشند [۱]. هدف تحلیل پوششی داده‌ها سنجش کارایی و معرفی واحدهای کارا و ناکارا می‌باشد. واحدهای کارا از کمترین میزان ورودی بیشترین میزان خروجی را به دست می‌آورند و کارایی آن‌ها برابر یک می‌باشد. این واحدها تشکیل مرز کارایی را می‌دهند و دیگر واحدها که کارایی بین صفر و یک دارند واحدهای ناکارا شناخته می‌شوند [۲]. تحلیل پوششی داده‌ها این قابلیت را دارد که هر واحد تصمیم‌گیری را بطور مجزا در نظر گیرد و براساس فاصله آن واحد تا مرز کارایی سنجش عملکرد را مشخص کند [۳]. تحلیل پوششی داده‌ها عنوان پژوهش رودز بود که با همکاری کوپر و چارنز [۴] در سال ۱۹۷۸ منجر به معرفی مدل CCR گردید. تکنیک تحلیل پوششی داده‌ها در سال ۱۹۸۴ توسط چارنز، بنکر و کوپر توسعه یافت و مدل BCC معرفی گردید [۵]. مدل‌های CCR و BCC به مدل‌های کلاسیک تحلیل پوششی داده‌ها معروف می‌باشند و برای محاسبه کارایی، سیستم‌ها را بمنزله جعبه سیاه فرض می‌کنند و فرایندهای داخلی و روابط میان آنها را نادیده می‌گیرند. در واقع تحلیل کارایی در این روش بوسیله ورودی‌های اولیه و خروجی‌های نهایی صورت می‌گیرد. این امر سبب می‌شود اطلاعات مهمی از سیستم‌ها نظیر علت ناکارایی آنها از بین برود [۶]. این در حالی است که در دنیای واقعی بسیاری از سیستم‌ها دارای ساختارهای مرکب و پیچیده‌ای متشکل از

کمتر یا مساوی یک است و مقدار کارآیی دیدگاه بدبینانه بیشتر یا مساوی یک می باشد. مقدار کارایی خوشبینانه و بدبینانه دقیقا برابر یک است اگر واحد تحت ارزیابی به ترتیب روی مرز کارا یا ناکارا قرار گرفته باشد [۲۲، ۲۳]. مرز دوگانه در واقع از دو دیدگاه به هر واحد تصمیم گیری نگاه می کند و هر نتیجه گیری که یکی از این دو دیدگاه را شامل شود یکطرفه و ناقص خواهد بود [۲۴]. دویله و همکاران [۲۵] برای اولین بار ارزیابی عملکرد را از هر دو دیدگاه خوشبینانه و بدبینانه مورد مطالعه قرار دادند. در سال های اخیر عده زیادی از محققان از مرز دوگانه برای سنجش کارایی استفاده نموده اند و رویکردهای متفاوتی جهت محاسبه یک عملکرد کلی بیان داشته اند که از جمله آنها می توان به کار وانگ و همکاران [۲۶] اشاره داشت که برای نمره دهی کارایی کلی میانگین هندسی را پیشنهاد کردند.

اکثر تحقیقات صورت گرفته در حوزه تحلیل پوششی داده ها در محیط های ایستا بوده است و سنگوپتا [۲۷] برای اولین بار ارزیابی کارایی را در محیط های پویا انجام داد. در مدل های پویا هر دوره زمانی بصورت یک واحد تصمیم گیری در نظر گرفته می شود. همچنین ارتباط بین دوره ها در این مدل ها با استفاده از ورودی ها و خروجی های اضافی ما بین دوره ها لحاظ می گردد [۲۸]. از زمان کار سنگوپتا تا بحال مقالات متعددی در زمینه شبکه های پویا منتشر شده است که تفاوت آنها در مطالعه موردی و نحوه محاسبه کارایی واحدهای تصمیم گیری می باشد. از جمله آنها می توان به مدل وانگ و همکاران [۲۹] و کاواگوچی و همکاران [۳۰] اشاره نمود که به ترتیب به ارزیابی عملکرد در محیط بیمارستان و بانک در حالت پویا پرداختند.

بنابر نکات ذکر شده اکثر تحقیقات انجام گرفته در حالت شبکه معطوف به دو استیج می شوند ولی تحقیق حاضر شبکه ای سه مرحله ای را در نظر می گیرد که علاوه بر متغیرهای میانی دارای ورودی ها و خروجی های اضافی و نامطلوب نیز می باشد. در پژوهش حاضر، این شبکه را در حالت پویا در نظر گرفته می شود و برای بالا بردن دقت، تحلیل آن از رویکردهای خوشبینانه و بدبینانه انجام می گیرد که در مرور ادبیات کمتر بدان پرداخته شده است. علاوه بر این، در اکثر مقالات تحلیل شبکه در حالت سری برای جلوگیری از پیچیدگی های مدل های غیرخطی از رویکرد حاصل جمع جهت محاسبه کارایی استفاده شده است که به عقیده بسیاری از محققین نتایج آن قابل اتکا نمی باشد. برای غلبه بر این مشکل، مقاله حاضر یک رویکرد اکتشافی را جهت خطی سازی مدل های غیرخطی در حالت خوشبینانه و بدبینانه

کارایی این شبکه را در حالت همکارانه و غیر همکارانه (رهبر - پیرو) مقایسه نمودند. در تحقیق دیگری ژو و همکاران [۱۳] به ارزیابی عملکرد یک شبکه چند مرحله ای در حالت جعبه سیاه و غیرهمکارانه پرداختند و نتایج آن ها را با یکدیگر مقایسه نمودند. از تحقیقات دیگری که در زمینه تحلیل شبکه صورت گرفته می توان به تحقیق دو و همکاران [۱۴] اشاره کرد که آنها یک شبکه موازی را در حالت همکارانه و غیرهمکارانه مورد مقایسه قرار دادند. بنابر نکات گفته شده تفاوت اصلی رویکرد جعبه سیاه و رویکرد شبکه به روابط داخلی سیستم ها خلاصه می گردد. در سال های اخیر توجه ویژه ای به نقش عوامل نامطلوب در مدل های تحلیل پوششی داده ها شده است. بطوریکه لیو و همکاران [۱۵] با استفاده از روش های خوشه بندی این حوزه را یکی از چهار حوزه مهم تحلیل پوششی داده ها از نگاه محققین بیان نمودند. فار و گروسکوف [۱۶] برای اولین بار از عوامل نامطلوب در یک مدل ارزیابی عملکرد استفاده نمودند. لیو و لئو [۱۷] کار با خروجی های نامطلوب را به صورت زیر طبقه بندی نمودند: روش اول چشم پوشی از خروجی های نامطلوب است. روش دوم محدود کردن گسترش خروجی های نامطلوب یا در نظر گرفتن خروجی های نامطلوب به صورت یک مدل تحلیل پوششی داده های غیرخطی است. روش سوم در نظر گرفتن خروجی های نامطلوب به عنوان ورودی یا با علامت منفی در خروجی و یا اعمال یک تبدیل نزولی یکنوا است. در چند سال اخیر وانگ و همکاران [۱۸] و وو و همکاران [۱۹] با در نظر گرفتن نقش عوامل نامطلوب در فرآیندهای تولیدی، از مدل های تحلیل پوششی شبکه ای برای اندازه گیری کارایی استفاده نمودند. در سال های اخیر سیر تکاملی عوامل نامطلوب به سمت استفاده از عوامل نامطلوب جهت تولید عوامل مطلوب می باشد. برای نمونه در یک رویکرد جدید وو و همکاران [۱۹] یک شبکه تعاملی متشکل از دو مرحله را در نظر گرفتند که مرحله اول خروجی نامطلوب را به مرحله دوم وارد می کند و در نهایت مرحله دوم خروجی مطلوب را تولید می کند و در واقع از خروجی های نامطلوب جهت تولید استفاده گردیده است.

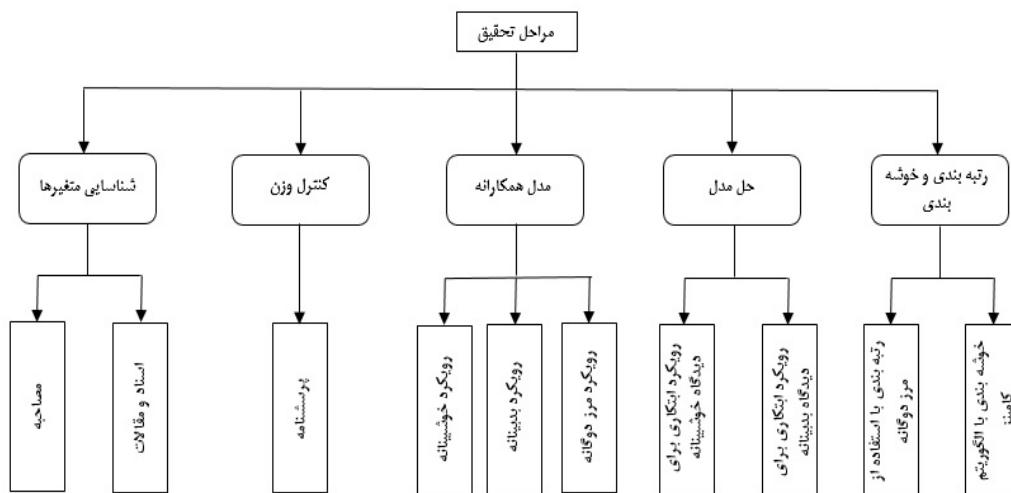
تحلیل پوششی داده ها با مرز دوگانه دو کارایی را برای هر واحدهای تصمیم گیری در نظر می گیرد. یکی دیدگاه خوشبینانه است که در این دیدگاه هر واحد تصمیم گیری با مجموعه ای از واحدهای کارا که تشکیل مرز کارایی را می دهند مقایسه می شود و دیگری دیدگاه بدبینانه که هر واحد تصمیم گیری با مجموعه ای از واحدهای ناکارا که تشکیل مرز ناکارایی را می دهند مقایسه می شود [۲۰، ۲۱]. مقدار کارایی دیدگاه خوشبینانه

مطالعه، روش تحقیق در پنج مرحله طراحی شده است. در مرحله اول، انتخاب متغیرها با تحلیل اسناد سازمانی، مطالعات کتابخانه‌ای و مصاحبه انجام می‌پذیرد. بخشی از شاخص‌های مورد نیاز ما در قالب اسناد و گزارش‌ها و مقالات و بخشی دیگر از طریق مشاهده شناسایی شدند. در مرحله دوم از پرسشنامه جهت بررسی اهمیت شاخص‌ها ورودی، میانی و خروجی بصورت جداگانه استفاده می‌شود. مرحله سوم، محاسبه کارایی با استفاده از رویکرد تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای با در نظر گرفتن دیدگاه خوشبینانه، بدبینانه و مرز دوگانه می‌باشد. مرحله چهارم حل مدل‌های رویکردهای خوشبینانه و بدبینانه است. در نهایت مرحله پنجم، رتبه‌بندی، خوشه‌بندی کردن واحدها با استفاده از الگوریتم کامینز می‌باشد. در شکل (۱)، روش شناسی تحقیق به تفکیک مراحل ذکر شده است.

پیشنهاد می‌دهد و تحلیل شبکه‌سری را با استفاده از رویکرد حاصل ضرب انجام می‌دهد.

۳- روش شناسی پژوهش

تحقیق حاضر یک تحقیق کاربردی است. هدف از تحقیق کاربردی بدست آوردن درک یا دانش لازم برای تعیین ابزاری است که به وسیله آن نیازی مشخص و شناخته شده برطرف گردد. در این نوع تحقیقات، هدف کشف دانش تازه‌ای است که کاربرد مشخصی را درباره فرآورده یا فرآیندی در واقعیت دنبال می‌کند. به عبارت دقیق‌تر، تحقیق کاربردی تلاشی برای پاسخ دادن به یک معضل و مشکل عملی است که در دنیای واقعی وجود دارد. جامعه آماری تحقیق شامل شبکه تولید، نگهداری و توزیع محصولات یک کارخانه (کارخانه لبنیات پایتخت با نام تجاری لبنیات نصیری می‌باشد. کارخانه مذکور در شهرک صنعتی نظرآباد واقع شده است) می‌باشد که در افق برنامه ریزی یکساله و در ۲۴ دوره زمانی تعریف شده است. در این

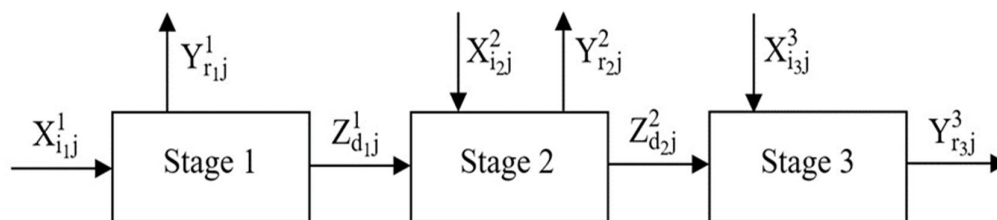


شکل ۱- مراحل روش تحقیق

۱-۳- شرح مدل

یک مجموعه از n واحد تصمیم‌گیری ($j=1, \dots, n$ DMU $_j$) را در نظر بگیرید. هر واحد تصمیم‌گیری از سه مرحله مطابق شکل (۲) تشکیل می‌شود. در مرحله اول با استفاده از ورودی $Z_{d1j}^1(d_1 = 1, \dots, D_1)$ و خروجی‌های $X_{i1j}^1(i = 1, \dots, I_1)$ در مرحله دوم مصرف ورودی $X_{i2j}^2(i = 1, \dots, I_2)$ و ورودی $Z_{d2j}^2(d_2 = 1, \dots, D_2)$ به تولید خروجی $Y_{r2j}^2(r = 1, \dots, R_2)$ منجر می‌شود. در نهایت در مرحله سوم با استفاده از ورودی $X_{i3j}^3(i = 1, \dots, I_3)$ و ورودی $Z_{d3j}^3(d_3 = 1, \dots, D_3)$ خروجی $Y_{r3j}^3(r = 1, \dots, R_3)$ تولید می‌گردد. متغیرهای Z_{d1j}^1 و Z_{d2j}^2 به عنوان اقدامات میانی در نظر گرفته شده‌اند. همچنین Y_{r1j}^1 ، خروجی نامطلوب می‌باشد. خروجی نامطلوب رفتاری شبیه به ورودی دارد. در این مقاله براساس نظر لئو و لتو، خروجی نامطلوب با علامت منفی در خروجی در نظر گرفته می‌شود. فام [۳۱] عنوان می‌کند که محققین در تحلیل کارایی عمدتاً بنابر سه دلیل، بیشتر از مدل ورودی گرا استفاده می‌کنند. اول اینکه تقاضا برای دریافت خدمات در حال رشد می‌باشد و تخمین

تقاضا برای خدمات امری دشوار است. دوم اینکه مدیران کنترل بیشتری بر روی ورودی‌ها (منابع) نسبت به خروجی‌ها (خدمات) دارند. سوم اینکه این مدل منعکس‌کننده هدف اولیه‌ی سیاستگذاران مبنی بر موظف بودن به پاسخگویی می‌باشد. هزینه‌ها باید کاهش یابد و یا استفاده از منابع را محدود شود. در دیدگاه ورودی‌محور واحدهای تصمیم‌گیرنده از نقطه نظر ورودی‌ها مورد مقایسه قرار می‌گیرد و کارایی آن‌ها مشخص می‌شود. در این حالت واحدی کارا خواهد بود که در مقایسه با دیگر واحدها با کمترین ورودی مصرفی به خروجی مورد نظر برسد و در صورتی واحدی ناکاراست که واحدهای دیگر بتوانند با ورودی‌های کمتری نسبت به واحد مورد نظر، خروجی‌های برابر و یا بیشتر از آن تولید یا ارائه نمایند. به عبارتی دیگر واحدها بتوانند یک ترکیب خطی تولید کنند که این ترکیب خطی در نقش یک واحد جدید بتواند از واحد تحت بررسی بهتر عمل کند. بنابراین، در این مقاله از مدل ورودی گرا استفاده می‌شود.



شکل ۲- ساختار سه مرحله‌ای با ورودی‌ها و خروجی‌های اضافی

$$\theta_o^{\text{overall}} = \max \frac{\sum_{d_1=1}^{D_1} w_{d_1}^1 z_{d_1 o}^1 - \sum_{r_1=1}^{R_1} u_{r_1}^1 y_{r_1 o}^1}{\sum_{i_1=1}^{I_1} v_{i_1}^1 x_{i_1 o}^1} \quad (4)$$

$$\frac{\sum_{d_r=1}^{D_r} w_{d_r}^r z_{d_r o}^r + \sum_{r_r=1}^{R_r} u_{r_r}^r y_{r_r o}^r}{\sum_{i_r=1}^{I_r} v_{i_r}^r x_{i_r o}^r + \sum_{d_1=1}^{D_1} w_{d_1}^1 z_{d_1 o}^1} * \frac{\sum_{r_r=1}^{R_r} u_{r_r}^r y_{r_r o}^r}{\sum_{i_r=1}^{I_r} v_{i_r}^r x_{i_r o}^r + \sum_{d_1=1}^{D_1} w_{d_1}^1 z_{d_1 o}^1}$$

$$\text{s.t. } \frac{\sum_{d_1=1}^{D_1} w_{d_1}^1 z_{d_1 j}^1 - \sum_{r_1=1}^{R_1} u_{r_1}^1 y_{r_1 j}^1}{\sum_{i_1=1}^{I_1} v_{i_1}^1 x_{i_1 j}^1} \leq 1, \quad j=1, \dots, n$$

$$\frac{\sum_{d_r=1}^{D_r} w_{d_r}^r z_{d_r j}^r + \sum_{r_r=1}^{R_r} u_{r_r}^r y_{r_r j}^r}{\sum_{i_r=1}^{I_r} v_{i_r}^r x_{i_r j}^r + \sum_{d_1=1}^{D_1} w_{d_1}^1 z_{d_1 j}^1} \leq 1, \quad j=1, \dots, n$$

$$\frac{\sum_{r_r=1}^{R_r} u_{r_r}^r y_{r_r j}^r}{\sum_{i_r=1}^{I_r} v_{i_r}^r x_{i_r j}^r + \sum_{d_r=1}^{D_r} w_{d_r}^r z_{d_r j}^r} \leq 1, \quad j=1, \dots, n$$

$$w_{d_1}^1, w_{d_r}^r \geq \varepsilon; \quad d_1=1, \dots, D_1; \quad d_r=1, \dots, D_r.$$

$$u_{r_1}^1, u_{r_r}^r, u_{r_r}^r \geq \varepsilon; \quad r_1=1, \dots, R_1; \quad r_r=1, \dots, R_r; \quad r_r=1, \dots, R_r.$$

$$v_{i_1}^1, v_{i_r}^r, v_{i_r}^r \geq \varepsilon; \quad i_1=1, \dots, I_1; \quad i_r=1, \dots, I_r; \quad i_r=1, \dots, I_r.$$

مدل (۴) حداکثر کارایی شبکه نشان داده شده در شکل (۲) را از دیدگاه خوشبینانه اندازه می‌گیرد تحت شرایطی که کارایی همه مراحل کمتر از یک باشد. بر اساس کار وانگ و چن (۲۰۰۹) مدل (۴) تغییر یافته و حداقل کارایی بدبینانه شکل (۲) از دیدگاه همکارانه مطابق زیر تعریف می‌گردد:

$$\varphi_o^{\text{overall}} = \min \frac{\sum_{d_1=1}^{D_1} w_{d_1}^1 z_{d_1 o}^1 - \sum_{r_1=1}^{R_1} u_{r_1}^1 y_{r_1 o}^1}{\sum_{i_1=1}^{I_1} v_{i_1}^1 x_{i_1 o}^1} \quad (5)$$

$$\frac{\sum_{d_r=1}^{D_r} w_{d_r}^r z_{d_r o}^r + \sum_{r_r=1}^{R_r} u_{r_r}^r y_{r_r o}^r}{\sum_{i_r=1}^{I_r} v_{i_r}^r x_{i_r o}^r + \sum_{d_1=1}^{D_1} w_{d_1}^1 z_{d_1 o}^1} * \frac{\sum_{r_r=1}^{R_r} u_{r_r}^r y_{r_r o}^r}{\sum_{i_r=1}^{I_r} v_{i_r}^r x_{i_r o}^r + \sum_{d_1=1}^{D_1} w_{d_1}^1 z_{d_1 o}^1}$$

$$\text{s.t. } \frac{\sum_{d_1=1}^{D_1} w_{d_1}^1 z_{d_1 j}^1 - \sum_{r_1=1}^{R_1} u_{r_1}^1 y_{r_1 j}^1}{\sum_{i_1=1}^{I_1} v_{i_1}^1 x_{i_1 j}^1} \geq 1, \quad j=1, \dots, n$$

$$\frac{\sum_{d_r=1}^{D_r} w_{d_r}^r z_{d_r j}^r + \sum_{r_r=1}^{R_r} u_{r_r}^r y_{r_r j}^r}{\sum_{i_r=1}^{I_r} v_{i_r}^r x_{i_r j}^r + \sum_{d_1=1}^{D_1} w_{d_1}^1 z_{d_1 j}^1} \geq 1, \quad j=1, \dots, n$$

$$\frac{\sum_{r_r=1}^{R_r} u_{r_r}^r y_{r_r j}^r}{\sum_{i_r=1}^{I_r} v_{i_r}^r x_{i_r j}^r + \sum_{d_r=1}^{D_r} w_{d_r}^r z_{d_r j}^r} \geq 1, \quad j=1, \dots, n$$

$$w_{d_1}^1, w_{d_r}^r \geq \varepsilon; \quad d_1=1, \dots, D_1; \quad d_r=1, \dots, D_r.$$

$$u_{r_1}^1, u_{r_r}^r, u_{r_r}^r \geq \varepsilon; \quad r_1=1, \dots, R_1; \quad r_r=1, \dots, R_r; \quad r_r=1, \dots, R_r.$$

$$v_{i_1}^1, v_{i_r}^r, v_{i_r}^r \geq \varepsilon; \quad i_1=1, \dots, I_1; \quad i_r=1, \dots, I_r; \quad i_r=1, \dots, I_r.$$

مدل های (۴) و (۵) مدل های غیر خطی هستند و در قسمت چهارم این مقاله یک رویکرد اکتشافی جهت حل آن ها معرفی می‌گردد. با فرض حل شدن مدل های (۴) و (۵)، با استفاده از

یکی از روش های تحلیل شبکه رویکرد همکارانه می‌باشد که همه زیر واحدها تلاش می‌کنند تا کارایی کل شبکه را حداکثر کنند. برای این منظور، شبکه نشان داده شده در شکل (۲) از سه زیر واحد تشکیل شده است. کارایی هر زیر واحد به ترتیب مطابق زیر تعریف می‌گردد.

$$\theta_o^1 = \max \frac{\sum_{d_1=1}^{D_1} w_{d_1}^1 z_{d_1 o}^1 - \sum_{r_1=1}^{R_1} u_{r_1}^1 y_{r_1 o}^1}{\sum_{i_1=1}^{I_1} v_{i_1}^1 x_{i_1 o}^1} \quad (1)$$

$$\text{s.t. } \frac{\sum_{d_1=1}^{D_1} w_{d_1}^1 z_{d_1 j}^1 - \sum_{r_1=1}^{R_1} u_{r_1}^1 y_{r_1 j}^1}{\sum_{i_1=1}^{I_1} v_{i_1}^1 x_{i_1 j}^1} \leq 1, \quad j=1, \dots, n$$

$$w_{d_1}^1, u_{r_1}^1, v_{i_1}^1 \geq \varepsilon;$$

$$d_1=1, \dots, D_1; \quad r_1=1, \dots, R_1; \quad i_1=1, \dots, I_1.$$

$$\theta_o^2 = \max \frac{\sum_{d_r=1}^{D_r} w_{d_r}^r z_{d_r o}^r + \sum_{r_r=1}^{R_r} u_{r_r}^r y_{r_r o}^r}{\sum_{i_r=1}^{I_r} v_{i_r}^r x_{i_r o}^r + \sum_{d_1=1}^{D_1} w_{d_1}^1 z_{d_1 o}^1} \quad (2)$$

$$\text{s.t. } \frac{\sum_{d_r=1}^{D_r} w_{d_r}^r z_{d_r j}^r + \sum_{r_r=1}^{R_r} u_{r_r}^r y_{r_r j}^r}{\sum_{i_r=1}^{I_r} v_{i_r}^r x_{i_r j}^r + \sum_{d_1=1}^{D_1} w_{d_1}^1 z_{d_1 j}^1} \leq 1, \quad j=1, \dots, n$$

$$w_{d_1}^1, w_{d_r}^r, u_{r_r}^r, v_{i_r}^r \geq \varepsilon;$$

$$d_1=1, \dots, D_1; \quad d_r=1, \dots, D_r; \quad r_r=1, \dots,$$

$$R_r; \quad i_r=1, \dots, I_r.$$

$$\theta_o^r = \max \frac{\sum_{r_r=1}^{R_r} u_{r_r}^r y_{r_r o}^r}{\sum_{i_r=1}^{I_r} v_{i_r}^r x_{i_r o}^r + \sum_{d_1=1}^{D_1} w_{d_1}^1 z_{d_1 o}^1} \quad (3)$$

$$\text{s.t. } \frac{\sum_{r_r=1}^{R_r} u_{r_r}^r y_{r_r j}^r}{\sum_{i_r=1}^{I_r} v_{i_r}^r x_{i_r j}^r + \sum_{d_1=1}^{D_1} w_{d_1}^1 z_{d_1 j}^1} \leq 1, \quad j=1, \dots, n$$

$$w_{d_1}^1, u_{r_r}^r, v_{i_r}^r \geq \varepsilon;$$

$$d_r=1, \dots, D_r; \quad r_r=1, \dots, R_r; \quad i_r=1, \dots, I_r.$$

کائو و هوانگ [۳۲] از وزن های یکسان برای متغیرهای میانی برای ارزیابی عملکرد یک شبکه استفاده نمودند بنابراین به استناد این مقاله در محاسبات بالا وزن های میانی یکسان در نظر گرفته شده اند. مرحله اول، دوم و سوم شبکه نشان داده شده در شکل (۲) سری می باشند بنابراین با استفاده از مدل های (۱)، (۲) و (۳) کارایی کلی شبکه بر مبنای رویکرد همکارانه بشکل $\theta_o^1 \cdot \theta_o^2 \cdot \theta_o^r$ تعریف می‌شود:

الگوریتم کامینز: ۱- ابتدا k عضو (k تعداد خوشه‌ها است) بصورت تصادفی از میان n عضو به عنوان مراکز خوشه‌ها انتخاب می‌شود. ۲- سپس $n-k$ عضو باقیمانده به نزدیک‌ترین خوشه تخصیص می‌یابند. ۳- بعد از تخصیص همه اعضا، مراکز خوشه (میانگین نقاط متعلق به هر خوشه) مجدداً محاسبه می‌شوند و اعضا با توجه به مراکز جدید به خوشه‌ها تخصیص می‌یابند. این کار تا زمانی که مراکز هر خوشه ثابت بماند ادامه می‌یابد. بهترین خوشه‌بندی آن است که مجموع تشابه بین مرکز خوشه و همه اعضای خوشه را حداکثر و مجموع تشابه بین مراکز خوشه‌ها را حداقل کند. برای انتخاب بهترین خوشه ابتدا براساس نظرات خبرگان یک محدوده پیشنهادی برای تعداد خوشه‌ها مشخص می‌شود. در این مقاله براساس نظر مدیران واحدهای تصمیم‌گیری در سه خوشه ($K=3$) تقسیم بندی می‌شوند که نتایج در قسمت مطالعه موردی بیان می‌گردد.

۴- رویکرد اکتشافی جهت حل دیدگاه همکارانه

مدل‌های (۴) و (۵) به علت وجود ورودی‌ها و خروجی‌های اضافی در مراحل اول، دوم و سوم غیر خطی هستند. ما و همکاران [۳۳] کارایی شبکه‌ای دو مرحله‌ای را با استفاده از یک رویکرد اکتشافی محاسبه نمودند. در این مقاله، برای حل مدل‌های (۴) و (۵)، رویکرد اکتشافی ما و همکاران در حالت دو متغیره گسترش می‌یابد.

۴-۱- رویکرد اکتشافی برای دیدگاه خوشبینانه

می‌دانیم تابع هدف مدل (۴) حاصل ضرب کارایی سه مرحله یعنی $\theta_0^{\text{overall}} = \theta_0^1 \cdot \theta_0^2 \cdot \theta_0^3$ می‌باشد. در این مقاله، θ_0^1 و θ_0^2 به عنوان دو متغیر در تابع هدف در نظر می‌گرفته می‌شوند که بین بازه $[0, \theta_0^{1-\max}]$ و $[0, \theta_0^{2-\max}]$ به ترتیب تغییر می‌کنند. اگر θ_0^1 و θ_0^2 به شکل زیر تعریف شوند می‌توانیم آن‌ها را درون بازه‌ها حرکت دهیم:

$$\theta_0^1 = \theta_0^{1-\max} - k_1 \Delta \varepsilon, \quad k_1 = 0, 1, \dots, \left\lfloor \frac{\theta_0^{1-\max}}{\Delta \varepsilon} \right\rfloor + 1 \quad (7)$$

$$\theta_0^2 = \theta_0^{2-\max} - k_2 \Delta \varepsilon, \quad k_2 = 0, 1, \dots, \left\lfloor \frac{\theta_0^{2-\max}}{\Delta \varepsilon} \right\rfloor + 1$$

$\Delta \varepsilon$ گام حرکت است و یک مقدار خیلی کوچک در نظر گرفته می‌شود. $\theta_0^{1-\max}$ و $\theta_0^{2-\max}$ به ترتیب بیشترین کارایی

رابطه (۶) کارایی همکارانه شبکه با در نظر گرفتن مرز دوگانه محاسبه می‌شود.

$$\Phi_0 = \sqrt{\theta_0^{\text{overall}} \cdot \varphi_0^{\text{overall}}} \quad (6)$$

۲-۳- کنترل وزن

یکی از متداول‌ترین روش‌ها برای در نظر گرفتن نظر خبرگان و تصمیم‌گیرندگان در تحلیل پوششی داده‌ها، وارد کردن محدودیت‌های وزنی است. محدودیت‌های وزنی اجازه ترکیب نظر خبرگان و تصمیم‌گیرندگان و کنترل دامنه تغییرات وزن‌ها در تحلیل پوششی داده‌ها را فراهم می‌کند. مسئله وزن‌های غیرمنطقی زمانی رخ می‌دهد که مدل به یک ورودی یا یک خروجی، وزن‌های خیلی کوچک یا بزرگی تخصیص دهد که غیر منطقی و نامطلوب است. به این ترتیب یک واحد ناکارا در یک سناریوی حداکثر سازی کارایی، ممکن است به ورودی‌ها و خروجی‌هایی که بدترین عملکرد را دارند، وزن صفر اختصاص دهد و آن را بهترین واحد شناسایی کند. این موضوع ممکن است برای تصمیم‌گیرندگان و تحلیل‌گرانی که بعد از صرف زمان برای انتخاب مناسب‌ترین ورودی‌ها و خروجی‌ها، متوجه می‌شوند برخی معیارها به طور معمول توسط واحد تحت بررسی نادیده گرفته شده است، پذیرفتنی نباشد. در تحلیل پوششی داده برای کنترل دامنه تغییرات و اعمال نظر خبرگان از محدودیت‌های وزنی استفاده می‌شود. با این کار نتایجی که به دست می‌آید، با نظر مدیران انطباق بیشتری دارد و افزودن این محدودیت‌های وزنی موجب اعمال اهمیت نسبی بین شاخص‌ها توسط وزن ورودی‌ها و خروجی‌ها می‌شود. بر این اساس، نتایج پرسشنامه که توسط مدیران نسبت به اهمیت شاخص‌های ورودی، میانی و خروجی برای ساختار نشان داده شده در شکل (۲) پر گردید منجر به اعمال محدودیت‌های وزنی گردید که در قسمت مطالعه موردی نتایج آن بیان می‌گردد.

۳-۳- خوشه بندی

با استفاده از نتایج فرمول (۶) می‌توان واحدهای تصمیم‌گیری را رتبه‌بندی نمود. این رتبه بندی براساس دیدگاه‌های خوشبینانه و بدبینانه می‌باشد. در این قسمت از الگوریتم کامینز جهت خوشه بندی نتایج فرمول (۶) استفاده می‌گردد. این کار سبب می‌شود واحدهای شبیه مشخص شوند و مدیریت می‌تواند سیاست‌هایی جهت بهبود خوشه‌ها تعیین کند. در

$$v_{i_1}^1, v_{i_1}^2, v_{i_1}^3 \geq \varepsilon; i_1=1, \dots, I_1; i_2=1, \dots, I_2; i_3=1, \dots, I_3.$$

با مشخص شدن مقادیر θ_0^{1-max} و θ_0^{2-max} بوسیله مدل های (۹) و (۱۰)، مدل (۴) تغییر داده و تبدیل به مدل زیر می گردد.

$$\theta_0^{overall} = \max \left\{ \theta_0^1, \theta_0^2, \theta_0^3 \mid \theta_j^1 \leq 1, \theta_j^2 \leq 1, \theta_j^3 \leq 1, \theta_0^1 = \frac{O_0^1}{I_0^1}, \theta_0^2 = \frac{O_0^2}{I_0^2}, \theta_0^3 \in [\cdot, \theta_0^{1-max}], \theta_0^3 \in [\cdot, \theta_0^{2-max}] \right\} \quad (11)$$

دقت شود در مدل بالا θ_0^1 و θ_0^2 در تابع هدف به عنوان دو متغیر در نظر گرفته شده و دو محدودیت که مشخص کننده این دو متغیر می باشند به همراه بازه تغییرات آن ها به مدل اضافه گردیده. در مدل های (۱) و (۲) کارایی های مرحله اول و دوم تعریف گردیده است. در مدل (۱۱) به اختصار این کارایی ها به صورت نسبت خروجی به ورودی هر مرحله یا $\theta_0^1 = \frac{O_0^1}{I_0^1}$ و $\theta_0^2 = \frac{O_0^2}{I_0^2}$ نشان داده شده اند. مدل (۱۱) یک مدل کسری است و با استفاده از تبدیلات چارنز-کوپری (۱۹۶۲) مطابق زیر تبدیل به مدل خطی می شود.

$$\theta_0^{overall} = \max \theta_0^1, \theta_0^2, \sum_{r=1}^{R_r} u_r^r, y_{r0}^r \quad (12)$$

$$\sum_{i=1}^{I_r} v_i^r x_{i0}^r + \sum_{d=1}^{D_r} w_d^r z_{d0}^r = 1$$

$$\sum_{d=1}^{D_r} w_d^r z_{d,j}^r - \sum_{r=1}^{R_r} u_r^r y_{r,j}^r - \sum_{i=1}^{I_r} v_i^r x_{i,j}^r \leq \cdot$$

$$\sum_{d=1}^{D_r} w_d^r z_{d,j}^r + \sum_{r=1}^{R_r} u_r^r y_{r,j}^r - \sum_{i=1}^{I_r} v_i^r x_{i,j}^r -$$

$$\sum_{d=1}^{D_r} w_d^r z_{d,j}^r \leq \cdot$$

$$\sum_{r=1}^{R_r} u_r^r y_{r,j}^r - \sum_{i=1}^{I_r} v_i^r x_{i,j}^r - \sum_{d=1}^{D_r} w_d^r z_{d,j}^r \leq \cdot$$

$$\sum_{d=1}^{D_r} w_d^r z_{d,0}^r - \sum_{r=1}^{R_r} u_r^r y_{r,0}^r - \theta_0^1 \sum_{i=1}^{I_r} v_i^r x_{i,0}^r = \cdot$$

$$\sum_{d=1}^{D_r} w_d^r z_{d,0}^r + \sum_{r=1}^{R_r} u_r^r y_{r,0}^r -$$

$$\theta_0^2 \left(\sum_{i=1}^{I_r} v_i^r x_{i,0}^r + \sum_{d=1}^{D_r} w_d^r z_{d,0}^r \right) = \cdot$$

$$\theta_0^1 \in [\cdot, \theta_0^{1-max}]$$

$$\theta_0^2 \in [\cdot, \theta_0^{2-max}]$$

$$w_d^1, w_{d_t}^1 \geq \varepsilon; d_1=1, \dots, D_1; d_r=1, \dots, D_r;$$

$$u_{r_1}^1, u_{r_1}^2, u_{r_1}^3 \geq \varepsilon; r_1=1, \dots, R_1; r_2=1, \dots, R_2; r_r=1, \dots, R_r;$$

$$v_{i_1}^1, v_{i_1}^2, v_{i_1}^3 \geq \varepsilon; i_1=1, \dots, I_1; i_2=1, \dots, I_2; i_3=1, \dots, I_3.$$

خوشبینانه مرحله اول و مرحله دوم در شکل (۲) تعریف می شوند و از مدل های زیر مقادیر آن ها قابل محاسبه است.

$$\theta_0^{1-max} = \max \{ \theta_0^1 \mid \theta_j^1 \leq 1, \theta_j^2 \leq 1, \theta_j^3 \leq 1 \} \quad (8)$$

$$\theta_0^{2-max} = \max \{ \theta_0^2 \mid \theta_j^1 \leq 1, \theta_j^2 \leq 1, \theta_j^3 \leq 1 \}, j=1, \dots, n$$

تمامی متغیرها در مدل های (۸) نامنفی می باشند. مدل های بالا حداکثر کارایی مرحله اول و مرحله دوم را بدست می آورند تحت شرایطی که کارایی تمام مراحل از یک کمتر باشد. این مدل ها کسری می باشند و با استفاده از تبدیلات چارنز-کوپری (۱۹۶۲) مطابق زیر تبدیل به مدل های خطی می شود.

$$\theta_0^{1-max} = \max \sum_{d=1}^{D_1} w_d^1, z_{d,0}^1 - \sum_{r=1}^{R_1} u_r^1, y_{r0}^1 \quad (9)$$

subject to:

$$\sum_{i=1}^{I_1} v_i^1 x_{i,0}^1 = 1$$

$$\sum_{d=1}^{D_1} w_d^1 z_{d,j}^1 - \sum_{r=1}^{R_1} u_r^1 y_{r,j}^1 - \sum_{i=1}^{I_1} v_i^1 x_{i,j}^1 \leq \cdot$$

$$\sum_{d=1}^{D_1} w_d^1 z_{d,j}^1 + \sum_{r=1}^{R_1} u_r^1 y_{r,j}^1 - \sum_{i=1}^{I_1} v_i^1 x_{i,j}^1 -$$

$$\sum_{d=1}^{D_1} w_d^1 z_{d,j}^1 \leq \cdot$$

$$\sum_{r=1}^{R_1} u_r^1 y_{r,j}^1 - \sum_{i=1}^{I_1} v_i^1 x_{i,j}^1 - \sum_{d=1}^{D_1} w_d^1 z_{d,j}^1 \leq \cdot$$

$$w_d^1, w_{d_t}^1 \geq \varepsilon; d_1=1, \dots, D_1; d_r=1, \dots, D_r;$$

$$u_{r_1}^1, u_{r_1}^2, u_{r_1}^3 \geq \varepsilon; r_1=1, \dots, R_1; r_2=1, \dots, R_2; r_r=1, \dots, R_r;$$

$$v_{i_1}^1, v_{i_1}^2, v_{i_1}^3 \geq \varepsilon; i_1=1, \dots, I_1; i_2=1, \dots, I_2; i_3=1, \dots, I_3.$$

$$\theta_0^{2-max} = \max \sum_{d=1}^{D_r} w_d^r z_{d,0}^r + \sum_{r=1}^{R_r} u_r^r y_{r0}^r \quad (10)$$

subject to:

$$\sum_{i=1}^{I_r} v_i^r x_{i,0}^r + \sum_{d=1}^{D_r} w_d^r z_{d,0}^r = 1$$

$$\sum_{d=1}^{D_r} w_d^r z_{d,j}^r - \sum_{r=1}^{R_r} u_r^r y_{r,j}^r - \sum_{i=1}^{I_r} v_i^r x_{i,j}^r \leq \cdot$$

$$\sum_{d=1}^{D_r} w_d^r z_{d,j}^r + \sum_{r=1}^{R_r} u_r^r y_{r,j}^r - \sum_{i=1}^{I_r} v_i^r x_{i,j}^r -$$

$$\sum_{d=1}^{D_r} w_d^r z_{d,j}^r \leq \cdot$$

$$\sum_{r=1}^{R_r} u_r^r y_{r,j}^r - \sum_{i=1}^{I_r} v_i^r x_{i,j}^r - \sum_{d=1}^{D_r} w_d^r z_{d,j}^r \leq \cdot$$

$$w_d^1, w_{d_t}^1 \geq \varepsilon; d_1=1, \dots, D_1; d_r=1, \dots, D_r;$$

$$u_{r_1}^1, u_{r_1}^2, u_{r_1}^3 \geq \varepsilon; r_1=1, \dots, R_1; r_2=1, \dots, R_2; r_r=1, \dots, R_r;$$

$$\sum_{r=1}^{R_r} u_{rj}^r y_{rj}^r - \sum_{i=1}^{I_r} v_i^r x_{ij}^r - \sum_{d=1}^{D_r} w_d^r z_{dj}^r \geq 0$$

$$w_d^1, w_d^r \geq \varepsilon; d_1=1, \dots, D_1; d_r=1, \dots, D_r;$$

$$u_{r1}^1, u_{r1}^r, u_{r1}^r \geq \varepsilon; r_1=1, \dots, R_1; r_r=1, \dots, R_r; r_r=1, \dots, R_r;$$

$$v_i^1, v_i^r, v_i^r \geq \varepsilon; i_1=1, \dots, I_1; i_r=1, \dots, I_r; i_r=1, \dots, I_r.$$

$$\varphi_0^{y-\min} = \min \sum_{d=1}^{D_r} w_d^r z_{d,o}^r + \sum_{r=1}^{R_r} u_{r1}^r y_{r,o}^r \quad (16)$$

subject to:

$$\sum_{i=1}^{I_r} v_i^r x_{i,o}^r + \sum_{d=1}^{D_r} w_d^r z_{d,o}^r = 1$$

$$\sum_{d=1}^{D_r} w_d^r z_{d,j}^r - \sum_{r=1}^{R_r} u_{rj}^r y_{rj}^r - \sum_{i=1}^{I_r} v_i^r x_{ij}^r \geq 0$$

$$\sum_{d=1}^{D_r} w_d^r z_{d,j}^r + \sum_{r=1}^{R_r} u_{rj}^r y_{rj}^r - \sum_{i=1}^{I_r} v_i^r x_{ij}^r - \sum_{d=1}^{D_r} w_d^r z_{d,j}^r \geq 0$$

$$\sum_{d=1}^{D_r} w_d^r z_{d,j}^r \geq 0$$

$$\sum_{r=1}^{R_r} u_{rj}^r y_{rj}^r - \sum_{i=1}^{I_r} v_i^r x_{ij}^r - \sum_{d=1}^{D_r} w_d^r z_{d,j}^r \geq 0$$

$$w_d^1, w_d^r \geq \varepsilon; d_1=1, \dots, D_1; d_r=1, \dots, D_r;$$

$$u_{r1}^1, u_{r1}^r, u_{r1}^r \geq \varepsilon; r_1=1, \dots, R_1; r_r=1, \dots, R_r; r_r=1, \dots, R_r;$$

$$v_i^1, v_i^r, v_i^r \geq \varepsilon; i_1=1, \dots, I_1; i_r=1, \dots, I_r; i_r=1, \dots, I_r.$$

با مشخص شدن مقادیر $\varphi_0^{y-\min}$ و $\varphi_0^{1-\min}$ بوسیله مدل های (۱۵) و (۱۶)، مدل (۵) به مدل زیر تبدیل می‌گردد.

$$\varphi_0^{\text{overall}} = \min \left\{ \varphi_0^1 \cdot \varphi_0^y \mid \varphi_j^1 \geq 1, \varphi_j^y \geq 1, \varphi_j^r \geq 1, \varphi_0^1 = \frac{Q_0^1}{I_0^1}, \varphi_0^y = \frac{Q_0^y}{I_0^y}, \varphi_0^r \in [\varphi_0^{y-\min}, M], \varphi_0^y \in [\varphi_0^{y-\min}, M] \right\} \quad (17)$$

دقت شود همانند رویکرد خوشبینانه در مدل بالا φ_0^1 و φ_0^y تابع هدف به عنوان دو متغیر در نظر گرفته شده اند و دو محدودیت که مشخص کننده این دو متغیر می‌باشند به همراه بازه تغییرات آن‌ها به مدل اضافه گردیده است. مدل (۱۷) یک مدل کسری است و با استفاده از تبدیلات چارنز-کوپری (۱۹۶۲) مطابق زیر تبدیل به مدل خطی می‌شود.

$$\varphi_0^{\text{overall}} = \min \varphi_0^1 \cdot \varphi_0^y \cdot \sum_{r=1}^{R_r} u_{r1}^r y_{r,o}^r \quad (18)$$

subject to:

$$\sum_{i=1}^{I_r} v_i^r x_{i,o}^r + \sum_{d=1}^{D_r} w_d^r z_{d,o}^r = 1$$

$$\sum_{d=1}^{D_r} w_d^r z_{d,j}^r - \sum_{r=1}^{R_r} u_{rj}^r y_{rj}^r - \sum_{i=1}^{I_r} v_i^r x_{ij}^r \geq 0$$

در مدل (۱۲)، با استفاده از رابطه (۷) مقادیر k_1 و k_2 به صورت مستقل از صفر تا حد بالای هر کدام افزایش می‌یابد تا هر بار مدل با θ_0^1 و θ_0^y جدید حل گردد. بازای تمامی حالات k_1 و k_2 مدل حل می‌شود و پاسخ‌های مدل با $\theta_0^{\text{overall}}(k_1, k_2)$ نشان داده می‌شوند. با مقایسه تمام مقادیر $\theta_0^{\text{overall}}(k_1, k_2)$ ، حداکثر $\theta_0^{\text{overall}}(k_1, k_2)$ کارایی شکل (۲) از دیدگاه خوشبینانه تعریف و با $\theta_0^{\text{overall}*}$ نمایش داده می‌شود.

۲-۴- رویکرد اکتشافی برای دیدگاه بدبینانه

مشابه رویکرد خوشبینانه φ_0^1 و φ_0^y به عنوان دو متغیر در تابع هدف مدل (۵) در نظر گرفته می‌شود که بین بازه $[\varphi_0^{1-\min}, M]$ و $[\varphi_0^{y-\min}, M]$ به ترتیب تغییر می‌کنند. در این مقاله، φ_0^1 و φ_0^y به شکل زیر تعریف می‌گردند تا بتوانیم آن‌ها را درون بازه‌ها حرکت دهیم.

$$\varphi_0^1 = \varphi_0^{1-\min} + k_1 \Delta \varepsilon, k_1 = 0, 1, \dots, \left\lceil \frac{M - \varphi_0^{1-\min}}{\Delta \varepsilon} \right\rceil + 1 \quad (13)$$

$$\varphi_0^y = \varphi_0^{y-\min} + k_2 \Delta \varepsilon, k_2 = 0, 1, \dots, \left\lceil \frac{M - \varphi_0^{y-\min}}{\Delta \varepsilon} \right\rceil + 1$$

در مدل (۱۳)، M یک مقدار بزرگ و مشابه رویکرد خوشبینانه $\Delta \varepsilon$ گام حرکت و یک مقدار خیلی کوچک می‌باشد. $\varphi_0^{1-\min}$ و $\varphi_0^{y-\min}$ به ترتیب کمترین کارایی خوشبینانه مرحله اول و مرحله دوم در شکل (۲) تعریف می‌شوند که از مدل‌های زیر مقادیر آن‌ها قابل محاسبه است.

$$\varphi_0^{1-\min} = \min \left\{ \varphi_0^1 \mid \theta_j^1 \geq 1, \varphi_j^y \geq 1, \varphi_j^r \geq 1, \right\} \quad (14)$$

$$\varphi_0^{y-\min} = \min \left\{ \varphi_0^y \mid \varphi_j^1 \geq 1, \varphi_j^y \geq 1, \varphi_j^r \geq 1 \right\}, j=1, \dots, n$$

تمامی متغیرها در مدل‌های (۱۴) نامنفی می‌باشند. مدل‌های (۱۴) حداقل کارایی مرحله اول و دوم را بدست می‌آورند تحت شرایطی که کارایی تمام مراحل بیشتر از یک باشد. این مدل‌ها کسری می‌باشند و با استفاده از تبدیلات چارنز-کوپری (۱۹۶۲) مطابق زیر تبدیل به مدل‌های خطی می‌شود.

$$\varphi_0^{1-\min} = \min \sum_{d=1}^{D_r} w_d^r z_{d,o}^r - \sum_{r=1}^{R_r} u_{r1}^r y_{r,o}^r \quad (15)$$

subject to:

$$\sum_{i=1}^{I_r} v_i^r x_{i,o}^r = 1$$

$$\sum_{d=1}^{D_r} w_d^r z_{d,j}^r - \sum_{r=1}^{R_r} u_{rj}^r y_{rj}^r - \sum_{i=1}^{I_r} v_i^r x_{ij}^r \geq 0$$

$$\sum_{d=1}^{D_r} w_d^r z_{d,j}^r + \sum_{r=1}^{R_r} u_{rj}^r y_{rj}^r - \sum_{i=1}^{I_r} v_i^r x_{ij}^r - \sum_{d=1}^{D_r} w_d^r z_{d,j}^r \geq 0$$

$$\sum_{d=1}^{D_r} w_d^r z_{d,j}^r \geq 0$$

تحويل دارد که هر کدام به عنوان یک مرحله فرض می‌شود. این کارخانه در طول ۲۴ دوره زمانی و به عنوان یک شبکه پویا شبیه سازی می‌شود. در این شبکه تعدادی از خروجی‌ها در دوره زمانی t در مرحله دوم تبدیل به تعدادی ورودی به مرحله دوم در دوره زمانی $t+1$ می‌شوند. هر دوره زمانی یک DMU فرض می‌گردد بنابراین ورودی‌ها و خروجی‌های هر DMU به شرح زیر می‌باشد: هزینه تولید سه محصول به عنوان ورودی به مرحله اول می‌باشد و آن را با (X_1^t, X_2^t, X_3^t) نشان می‌دهیم. هزینه حمل محصولات از مرحله اول به مرحله دوم به عنوان خروجی نامطلوب مرحله اول تعریف می‌شود و آن را با Y_1^t نشان می‌دهیم. محصولات میانی بین مرحله اول و دوم، مقدار تولید هر کالا می‌باشد که آن را با (Z_1^t, Z_2^t, Z_3^t) نشان می‌دهیم. ورودی‌های اضافی به مرحله دوم به ترتیب هزینه رزرو انبار X_4^t هزینه نگهداری کالاها X_5^t ، باقیمانده کالاها در دوره زمانی قبلی در انبار (X_6^t, X_7^t, X_8^t) می‌باشند. خروجی مرحله دوم مقدار کالای باقیمانده در انبار برای دوره زمانی بعد است که آن را با (Y_2^t, Y_3^t, Y_4^t) نشان می‌دهیم. محصولات میانی بین مرحله دوم و سوم، مقدار تحويل هر کالا (Z_4^t, Z_5^t, Z_6^t) می‌باشد. ورودی اضافی مرحله سوم هزینه حمل کالاها به منطقه تحويل X_9^t است. در نهایت خروجی مرحله سوم سود حاصل از فروش کالاها Y_5^t می‌باشد. در ادامه مقادیر ورودی برای ۲۴ دوره زمانی در جدول (۱) و مقادیر میانی و خروجی را در جدول (۲) نشان داده می‌شوند.

در جدول (۱) مقادیر صفر برای هر دوره زمانی نشان دهنده آن است که کالایی از دوره قبل در انبار باقی نمانده است (ستون های ۷ تا ۹). در جدول (۲) نیز مقادیری با صفر نشان داده شده که بیانگر این است که کالایی برای دوره بعد در انبار باقی نمانده است (ستون های ۹ تا ۱۱). نتایج پرسشنامه که توسط مدیران نسبت به اهمیت شاخص‌های ورودی، میانی و خروجی برای ساختار نشان داده شده در شکل (۲) پر گردید منجر به اعمال محدودیت‌های وزنی مطابق جدول (۳) گردید. مدل های (۹)، (۱۰)، (۱۵) و (۱۶) به ترتیب مقادیر θ_0^{1-max} ، θ_0^{2-max} ، θ_0^{1-min} و θ_0^{2-min} را که برای به دست آوردن کارایی از رویکرد همکارانه لازم است اندازه گیری می‌کنند. جدول (۴) حداکثر و حداقل مقادیر کارایی مراحل اول و دوم را به همراه مقادیر بهینه k که از مدل های (۱۲) و (۱۸) بدست آمده را نشان می‌دهد.

$$\begin{aligned} & \sum_{d=1}^{D_r} w_{d_r}^y z_{d,r}^y + \sum_{r=1}^{R_r} u_{r_r}^y y_{r,r}^y - \sum_{i=1}^{I_r} v_{i_r}^y x_{i,r}^y - \\ & \sum_{d=1}^{D_1} w_{d_1}^1 z_{d,1}^1 \geq 0 \\ & \sum_{r=1}^{R_r} u_{r_r}^r y_{r,r}^r - \sum_{i=1}^{I_r} v_{i_r}^r x_{i,r}^r - \sum_{d=1}^{D_r} w_{d_r}^r z_{d,r}^r \geq 0 \\ & \sum_{d=1}^{D_1} w_{d_1}^1 z_{d,1}^1 - \sum_{r=1}^{R_1} u_{r_1}^1 y_{r,1}^1 - \phi_0^1 \sum_{i=1}^{I_1} v_{i_1}^1 x_{i,1}^1 = 0 \\ & \sum_{d=1}^{D_r} w_{d_r}^r z_{d,r}^r + \sum_{r=1}^{R_r} u_{r_r}^r y_{r,r}^r - \\ & \phi_0^r \left(\sum_{i=1}^{I_r} v_{i_r}^r x_{i,r}^r + \sum_{d=1}^{D_1} w_{d_1}^1 z_{d,1}^1 \right) = 0 \\ & \phi_0^1 \in [\phi_0^{1-min}, M] \\ & \phi_0^r \in [\phi_0^{r-min}, M] \\ & w_{d_1}^1, w_{d_r}^r \geq \varepsilon; d_1=1, \dots, D_1; d_r=1, \dots, D_r; \\ & u_{r_1}^1, u_{r_r}^r, u_{r_r}^r \geq \varepsilon; r_1=1, \dots, R_1; r_r=1, \dots, R_r; r_r=1, \dots, R_r; \\ & v_{i_1}^1, v_{i_r}^r, v_{i_r}^r \geq \varepsilon; i_1=1, \dots, I_1; i_r=1, \dots, I_r; i_r=1, \dots, I_r. \end{aligned}$$

در مدل (۱۸) با استفاده از رابطه (۱۳) مقادیر k_1 و k_r به صورت مستقل از صفر تا حد بالایی هر کدام افزایش می‌یابند تا هر بار مدل با ϕ_0^1 و ϕ_0^r جدید حل شود. بازای تمامی حالات k_1 و k_r مدل حل می‌گردد و پاسخ‌های مدل با مقادیر $\phi_0^{overall}(k_1, k_r)$ نشان داده می‌شود. با مقایسه تمام مقادیر $\phi_0^{overall}(k_1, k_r)$ ، حداقل $\phi_0^{overall}(k_1, k_r)$ کارایی شکل (۲) از دیدگاه بدینانه تعریف و با $\phi_0^{overall*}$ نشان داده می‌شود. دقت شود رویکرد پیشنهادی در سه حالت تست گردیده و هر بار دو مرحله به عنوان متغیر در نظر گرفته شده است. با توجه به این نکته که کارایی شکل (۲) یکتاست است بنابر این نتایج این سه روش با تقریب بسیار خوبی نزدیک به هم می‌باشند و برای شرح رویکرد یکی از این سه حالت در بالا بیان گردید.

۵- نتایج مطالعه موردی

تحلیل پوششی داده‌ها، به عنوان یک چارچوب تئوریک جهت تجزیه و تحلیل کارایی مطرح گردیده و کاربرد آن در حوزه برنامه‌ریزی تولید و کنترل موجودی بسیار کم مشاهده شده است که در این مقاله یک مثال از دنیای واقعی را در زمینه برنامه‌ریزی تولید و کنترل موجودی به شرح زیر در نظر گرفته می‌شود. یک کارخانه تولیدی سه محصول تولید می‌کند. این کارخانه یک محوطه تولید، یک محوطه انبار و یک محوطه

جدول ۱- ورودی‌های کارخانه برای ۲۴ دوره زمانی در سال ۱۳۹۵

واحد	هزینه تولید			هزینه زرزو انبارها		هزینه نگهداری			باقیمانده کالا از دوره قبل			هزینه حمل کالا به نقاط تحویل
	x_1^1	x_2^1	x_3^1	x_1^2	x_2^2	x_1^3	x_2^3	x_3^3	x_4^3	x_5^3	x_6^3	x_7^3
1	29120000	36160000	51520000	1700000	1700000	1430000	0	0	0	0	0	3680000
2	50960000	63280000	77280000	1700000	1700000	1430000	0	0	0	0	0	6235000
3	80080000	99440000	128800000	1700000	1700000	1430000	0	0	0	0	0	9915000
4	101920000	126560000	180320000	1700000	1700000	1430000	0	0	0	0	0	12880000
5	43680000	54240000	77280000	1700000	1700000	1430000	0	0	0	0	0	5520000
6	50960000	63280000	103040000	1700000	1700000	1430000	0	0	0	0	0	6645000
7	94640000	126560000	154560000	1700000	1700000	1670000	0	0	0	0	0	11755000
8	145600000	180800000	257600000	1700000	1700000	3620000	2	0	0	0	0	15435000
9	145600000	180800000	257600000	1700000	1700000	3170000	4	8	6	6	6	19115000
10	145600000	180800000	257600000	1700000	1700000	1730000	4	6	4	4	4	20555000
11	145600000	180800000	257600000	1700000	1700000	1430000	2	0	0	0	0	19220000
12	145600000	180800000	257600000	1700000	1700000	1430000	0	0	0	0	0	16815000
13	87360000	99440000	128800000	1700000	1700000	1430000	0	0	0	0	0	10290000
14	50960000	63280000	77280000	1700000	1700000	1430000	0	0	0	0	0	6235000
15	50960000	63280000	103040000	1700000	1700000	1430000	0	0	0	0	0	6645000
16	43680000	54240000	77280000	1700000	1700000	1430000	0	0	0	0	0	5520000
17	80080000	99440000	128800000	1700000	1700000	1430000	0	0	0	0	0	9915000
18	94640000	117520000	154560000	1700000	1700000	1430000	0	0	0	0	0	11755000
19	72800000	90400000	128800000	1700000	1700000	1430000	0	0	0	0	0	9200000
20	87360000	108480000	154560000	1700000	1700000	1430000	0	0	0	0	0	11040000
21	87360000	108480000	128800000	1700000	1700000	1430000	0	0	0	0	0	10630000
22	109200000	135600000	180320000	1700000	1700000	3830000	0	0	0	0	0	9915000
23	145600000	180800000	257600000	1700000	1700000	1430000	4	8	8	8	8	22080000
24	145600000	180800000	257600000	1700000	1700000	1430000	0	0	0	0	0	18400000

جدول ۲- متغیرهای میانی و خروجی‌های کارخانه برای ۲۴ دوره زمانی در سال ۱۳۹۵

واحد	مقدار کالای تولیدی			مقدار کالای تحویلی			هزینه حمل کالا به انبار			باقیمانده کالا برای دوره بعد			سود
	x_1^1	x_2^1	x_3^1	x_1^2	x_2^2	x_3^2	x_1^3	x_2^3	x_3^3	x_4^3	x_5^3	x_6^3	x_7^3
1	8	8	4	8	8	4	1960000	0	0	0	0	0	31800000
2	14	14	6	14	14	6	3310000	0	0	0	0	0	51110000
3	22	22	10	22	22	10	5270000	0	0	0	0	0	82910000
4	28	28	14	28	28	14	6860000	0	0	0	0	0	111300000
5	12	12	6	12	12	6	2940000	0	0	0	0	0	47700000
6	14	14	8	14	14	8	3550000	0	0	0	0	0	60190000
7	28	28	12	26	26	12	6460000	0	2	0	0	0	98810000
8	40	40	20	34	34	16	9800000	4	8	6	6	6	130610000
9	40	40	20	42	42	20	9800000	4	6	4	4	4	162410000
10	40	40	20	46	44	22	9800000	2	0	0	0	0	177380000
11	40	40	20	40	40	22	9800000	0	0	0	0	0	166880000
12	40	40	20	40	34	20	9800000	0	0	0	0	0	153510000
13	24	22	10	22	24	10	5430000	0	0	0	0	0	83640000
14	14	14	6	14	14	6	3310000	0	0	0	0	0	51110000
15	14	14	8	14	14	8	3550000	0	0	0	0	0	60190000
16	12	12	6	12	12	6	2940000	0	0	0	0	0	47700000
17	22	22	10	22	22	10	5270000	0	0	0	0	0	82910000
18	26	26	12	26	26	12	6250000	0	0	0	0	0	98810000
19	20	20	10	20	20	10	4900000	0	0	0	0	0	79500000
20	24	24	12	24	24	12	5880000	0	0	0	0	0	95400000
21	24	24	10	24	24	10	5640000	0	0	0	0	0	86320000
22	30	30	14	22	22	10	7230000	4	8	8	8	8	82910000
23	40	40	20	48	48	24	9800000	0	0	0	0	0	190800000
24	40	40	20	40	40	20	9800000	0	0	0	0	0	159000000

جدول ۳. محدودیت‌های وزنی متغیرهای ورودی، متغیرهای میانی و متغیرهای خروجی

ورودی	میانی	خروجی
$\frac{V_1^1}{V_1^2} \geq 1,08$	$\frac{V_1^2}{V_1^3} \geq 1,13$	$\frac{C_1^1}{C_1^2} \geq 1,52$
$\frac{V_1^1}{V_1^2} \geq 1,11$	$\frac{V_1^2}{V_1^3} \geq 1,06$	$\frac{C_1^2}{C_1^3} \geq 1,09$
$\frac{V_1^1}{V_1^2} \geq 1,15$	$\frac{V_1^2}{V_1^3} \geq 1,6$	$\frac{C_1^2}{C_1^3} \geq 1,16$
$\frac{V_1^2}{V_1^3} \geq 1,1$		$\frac{C_1^2}{C_1^3} \geq 1,28$
$\frac{V_1^2}{V_1^3} \geq 1,17$		

جدول ۴. حداکثر و حداقل مقادیر کارایی مرحله اول و دوم به همراه مقادیر k

رویکرد بدبینانه				رویکرد خوشبینانه				واحد
k ₂	k ₁	φ_o^{2-min}	φ_o^{1-min}	k ₂	k ₁	θ_o^{2-max}	θ_o^{1-max}	
0	0	1	1	1	0	0.74082	1	1
1	0	1.04438	1	1	1	0.84704	1	2
3	0	1.12473	1	1	1	0.9264	1	3
2	0	1.20415	1	1	1	0.96387	1	4
0	0	1.04083	1	0	0	0.8305	1	5
1	0	1.0692	1	0	0	0.87241	1	6
5	0	1.14529	1	1	0	0.96168	1	7
2	0	1.2125	1	0	1	1	1	8
3	1	1.14786	1	0	1	0.81821	1	9
54	0	1.17132	1	0	0	0.86937	1	10
24	0	1.27914	1	0	0	0.98087	1	11
19	0	1.2767	1	2	0	0.992	1	12
3	0	1.12489	1	1	2	0.9293	1	13
1	0	1.04438	1	1	1	0.84704	1	14
1	0	1.0692	1	0	0	0.87241	1	15
0	0	1.04083	1	0	0	0.8305	1	16
3	0	1.12473	1	1	1	0.9264	1	17
5	0	1.16522	1	1	1	0.94971	1	18
0	0	1.12249	1	1	1	0.91957	1	19
1	0	1.16332	1	0	0	0.9449	1	20
3	0	1.12677	1	1	1	0.93259	1	21
0	0	1.05155	1	0	1	1	1	22
0	1	1.16244	1	0	1	0.78185	1	23
2	0	1.32665	1	0	0	1	1	24

کمترین کارایی را در بین دوره های زمانی از دیدگاه بدبینانه بدست آورده‌اند. با مقایسه نتایج جدول ستون های دوم و سوم، متوجه تفاوت دیدگاه خوشبینانه و بدبینانه در برخی از موارد می شویم. برای نمونه با مشاهده ستون دوم متوجه برتری کارایی خوشبینانه DMU_{22} بر DMU_{23} می‌شویم ($0.76549 < 0.97426$) و این درحالی است که ستون سوم 7 حکم به برتری DMU_{23} بر DMU_{22} از دیدگاه بدبینانه را می دهد ($1.05719 < 1.1834$). بنابراین برای رتبه بندی نهایی واحدها، دیدگاه های خوشبینانه و بدبینانه به تنهایی نتایج متفاوتی خواهند داشت. بنابراین به سراغ ستون چهارم جدول (5) می رویم و واحدهای تصمیم گیری را براساس مرز دوگانه رتبه بندی می کنیم.

با مطالعه مقادیر k ما متوجه شدیم که در این مطالعه موردی کارایی کلی زمانی بهینه می گردد که مقادیر k کم هستن و این بدین معنی هست که مقادیر بهینه کارایی مراحل نزدیک حداکثر یا حداقل مقدار خود می باشند. با استفاده از مدل های (15) و (21) به ترتیب کارایی کارخانه از دیدگاه خوشبینانه و بدبینانه محاسبه می شود که نتایج آن در جدول (5) نشان داده شده است. همچنین با نظر خبرگان $\Delta \varepsilon = 0.01$, $M=3$ در نظر گرفته شده است و مقدار ε در مدل ها 0/05 لحاظ گردیده است. ستون های دوم و سوم جدول (5) کارایی شبکه نشان داده شده در شکل (2) را به ترتیب از دیدگاه های خوشبینانه و بدبینانه نشان می دهند. با مشاهده ستون دوم جدول (5) متوجه می شویم دوره زمانی 24 بیشترین کارایی و دوره زمانی 1 کمترین کارایی را در بین دوره‌های زمانی از دیدگاه خوشبینانه بدست آورده اند. با مشاهده ستون سوم جدول (5) متوجه می‌شویم دوره زمانی 10 بیشترین کارایی و دوره زمانی 1

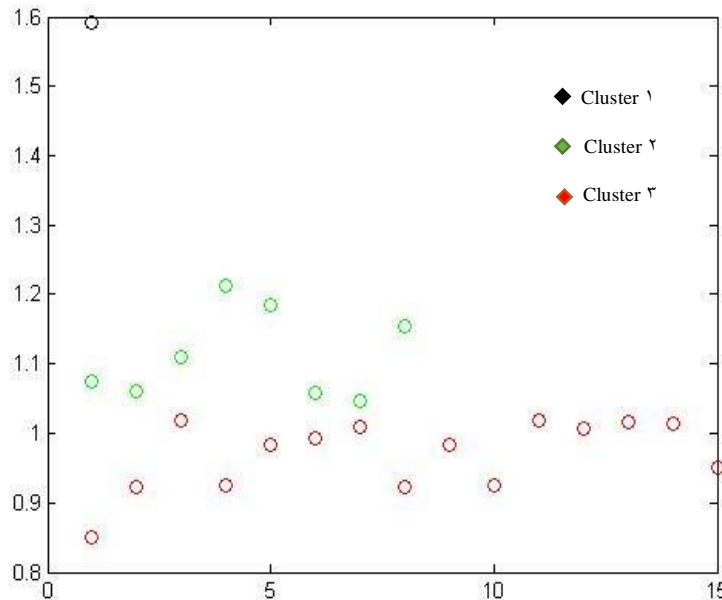
جدول ۵- نتایج دیدگاه های خوشبینانه، بدبینانه و مرز دوگانه

خوشه	رویکرد همکارانه			واحد
	$\theta_0^{overall*}$	$\phi_0^{overall*}$	$\theta_0^{overall*}$	
۳	0.84981968	1.00789	0.71654	1
۳	0.92165281	1.05668	0.80388	2
۳	1.01768487	1.16104	0.89203	3
2	1.07572589	1.23668	0.93572	4
۳	0.9260489	1.05781	0.8107	5
۳	0.98455685	1.11112	0.87241	6
2	1.0605273	1.20292	0.93499	7
2	1.11048816	1.2629	0.97647	8
۳	0.99202684	1.23201	0.79879	9
1	1.59240395	2.98457	0.84962	10
2	1.21201402	1.51914	0.96698	11
2	1.1851539	1.4778	0.95046	12
۳	1.01009856	1.15489	0.88346	13
۳	0.92165281	1.05668	0.80388	14
۳	0.98455685	1.11112	0.87241	15
۳	0.9260489	1.05781	0.8107	16
۳	1.01768487	1.16104	0.89203	17
2	1.05833904	1.22297	0.91587	18
۳	1.00743541	1.13679	0.8928	19
2	1.04607146	1.18635	0.92238	20
۳	1.01627286	1.15677	0.89284	21
۳	1.01487828	1.05719	0.97426	22
۳	0.95177774	1.1834	0.76549	23
2	1.153584521	1.35732	0.98043	24

دوم قرار می‌گیرند. در آخر واحدهای ۱، ۲، ۳، ۵، ۶، ۹، ۱۳، ۱۴، ۱۵، ۱۶، ۱۷، ۱۹، ۲۱، ۲۲، ۲۳ در خوشه سوم قرار گرفته‌اند. شکل (۳) نحوه تمرکز خوشه‌ها را نشان می‌دهد. با توجه به اینکه مقادیر ورودی، میانی و خروجی واحدها تقریباً تفاوت معناداری ندارند، در نتیجه واحدهای خوشه‌های دوم و سوم توانایی قرار گرفتن در خوشه اول را دارا می‌باشند. نتایج این تحقیق در اختیار مدیران قرار می‌گیرد تا بهترین تصمیم را درباره کارخانه بگیرند.

رتبه بندی واحد‌ها براساس مرز دوگانه به شکل زیر می‌باشد. دقت شود در برخی موارد رتبه $DMU_7 = DMU_3$ یکسان شده است به عنوان مثال $DMU_7 = DMU_3$. این بدان علت هست که میزان تقاضا، میزان تولید هر کالا، میزان تحویل و نگهداری و سایر موارد در دوره زمانی ۳ و ۱۷ دقیقاً مشابه هم بوده است و این کارخانه دقیقاً عملکرد یکسانی داشته است. ستوم پنجم جدول (۵) نشان می‌دهند که واحد ۱۰ به تنهایی در خوشه اول قرار دارند. واحدهای ۴، ۷، ۸، ۱۱، ۱۲، ۱۸، ۲۰، ۲۴ در خوشه

$$DMU_{10} > DMU_{11} > DMU_{12} > DMU_{24} > DMU_{18} > DMU_{20} > DMU_{17} > DMU_{18} > DMU_{21} > DMU_{22} > DMU_{13} > DMU_{19} > DMU_{14} > DMU_{15} = DMU_{16} > DMU_{23} > DMU_{10} = DMU_{11} > DMU_{12} = DMU_{14} > DMU_{17}$$



شکل ۳. خوشه بندی واحدهای تصمیم‌گیری با استفاده از الگوریتم کامینز

۶- نتیجه گیری

افزایش عملکرد و کارایی سازمان‌ها از ضرورت اجتناب ناپذیر برای بقا در بازارهای جهانی امروز است. هر سازمان به منظور آگاهی از میزان مطلوبیت و مرغوبیت فعالیت‌های خود به ویژه در محیط‌های پیچیده و پویا نیاز اساسی به ارزیابی دارد، از سوی دیگر فقدان وجود نظام ارزیابی و کنترل در یک سیستم به معنای عدم برقراری ارتباط با محیط درون و برون سازمان تلقی می‌گردد که پیامدهای آن کهولت و در نهایت زوال سازمان می‌باشد. در عصر کنونی تحولات شگرف دانش مدیریت، وجود ارزیابی عملکرد را اجتناب ناپذیر نموده است به گونه‌ای که فقدان نظام ارزیابی در ابعاد مختلف به عنوان یکی از علائم بیماری‌های سازمان قلمداد می‌گردد. امروزه ارزیابی عملکرد به منظور استفاده از ترکیب مناسب از کلیه منابع سازمانها به بهترین نحو ممکن برای ارائه محصولات و خدمات در بازار امری ضروری است. یکی از روشهای سنجش کارایی سازمانها استفاده از مدل تحلیل پوششی داده‌ها می‌باشد. مدل‌های کلاسیک تحلیل پوششی داده‌ها از فعالیت‌های درونی سیستم‌ها چشم‌پوشی می‌کند و به ارزیابی عملکرد بر اساس ورودی‌ها و خروجی‌های نهایی اکتفا می‌کند. به عقیده بسیاری از محققان این کار سبب عدم اعتماد به نتایج ارزیابی می‌شود. در مقابل روش تحلیل شبکه با در نظر گرفتن متغیرهای میانی و روابط داخلی به ارزیابی عملکرد سیستم‌ها می‌پردازد. در این مقاله یک شبکه سه مرحله‌ای با در نظر گرفتن ورودی‌ها و خروجی‌های اضافی مطلوب و نامطلوب در نظر گرفته شد و کارایی این شبکه از رویکرد همکارانه محاسبه گردید. همچنین به دلیل اینکه هر نتیجه‌گیری که یکی از این دو دیدگاه خوشبینانه یا بدبینانه را شامل شود یکطرفه و ناقص خواهد بود در این مقاله از مرز دوگانه جهت تحلیل شبکه استفاده شد. با توجه به پیچیدگی مدل‌های همکارانه، در این مقاله یک روش حل اکتشافی برای حل رویکرد همکارانه پیشنهاد گردید.

تحلیل پوششی داده‌ها، به عنوان یک چارچوب تئوریک جهت تجزیه و تحلیل کارایی مطرح گردیده و کاربرد آن در حوزه برنامه ریزی تولید و کنترل موجودی بسیار کم مشاهده شده است که در این مقاله یک مثال از دنیای واقعی در زمینه برنامه ریزی تولید و کنترل موجودی در نظر گرفته شد. مدل پیشنهادی

یک کارخانه تولید محصولات لبنی با یک محوطه تولید و یک محوطه انبار و یک جایگاه تحویل کالا با در نظر گرفتن کلیه هزینه‌ها از قبیل هزینه تولید، هزینه نگهداری، هزینه رزرو انبار، هزینه حمل و نقل از محوطه تولید به انبار، هزینه حمل و نقل از انبار به جایگاه تحویل کالا و سود حاصل از فروش کالاها شبیه سازی می‌کند. این کارخانه به عنوان یک شبکه پویا در نظر گرفته شد که دارای ۲۴ دوره زمانی است. نتایج ارزیابی عملکرد با در نظر گرفتن مرز دوگانه نشان داد واحد ۱۰ و واحد ۱ به ترتیب بیشترین و کمترین کارایی را بین ۲۴ واحد تصمیم‌گیری دارا می‌باشند. در این مقاله یک الگوی نوین جهت شناسایی نقاط کارا و ناکارای شبکه پیشنهاد شد. از تلفیق الگوریتم کامینز با دیدگاه مرز دوگانه جهت خوشه‌بندی دقیق تر واحدها به سه خوشه استفاده گردید. نتایج خوشه‌بندی نشان داد ۱ واحد در خوشه اول، ۹ واحد در خوشه دوم و ۱۵ واحد در خوشه سوم قرار دارند. در حقیقت این مقاله یک روش مدلسازی، رتبه‌بندی و خوشه‌بندی را با در نظر گرفتن مرز دوگانه برای شبکه‌ها پیشنهاد می‌دهد. رویکرد اکتشافی بکار گرفته شده در این مقاله قابل تعمیم برای شبکه‌های پیچیده تر می‌باشد. هرچه گام حرکت (ΔE) کوچکتر انتخاب شود دقت محاسبات بالاتر می‌رود ولی زمان حل مسئله بیشتر می‌شود. بنابراین مقدار گام حرکت (ΔE) که مشخص‌کننده دقت حل و زمان حل می‌باشد با نظر مدیران باید لحاظ گردد. نتایج این تحقیق در اختیار مدیران قرار داده می‌شود تا بهترین تصمیم را درباره کارخانه مذکور بگیرند. برای تحقیقات آتی پیشنهاد می‌گردد مدل‌سازی با داده‌های نادقیق و تصادفی صورت گیرد.

فهرست منابع

- [10] S. Shahriari, A Network Data Envelopment Analysis (NDEA) Model to evaluate firm's Strategic Entrepreneurship. (Unpublished doctoral dissertation). Tehran University, Tehran, Iran, (2013).
- [11] W.D. Cook, J. Zhu, G. Bi, and F. Yang, Network DEA: Additive efficiency decomposition. *European journal of operational research*, 207(2), 1122-1129, (2010).
- [12] Q. An, M. Yang, J. Chu, J. Wu and Q. Zhu, Efficiency evaluation of an interactive system by data envelopment analysis approach. *Computers & Industrial Engineering*, 103, 17-25, (2017).
- [13] X. Zhou, R. Luo, Y. Tu, B. Lev and W. Pedrycz, Data envelopment analysis for bi-level systems with multiple followers. *Omega*, 77, 180-188, (2018).
- [14] J. Du, J. Zhu, W.D. Cook and J. Huo, DEA models for parallel systems: Game-theoretic approaches. *Asia-Pacific Journal of Operational Research*, 32(02), 1550008, (2015).
- [15] J.S. Liu, L.Y. Lu and W.M. Lu, Research Fronts and Prevailing Applications in Data Envelopment Analysis. In *Data Envelopment Analysis* (pp. 543-574). Springer, Boston, MA, (2016).
- [16] R. Fare and S. Grosskopf, K. Lovell and C. Pasurka, Multilateral productivity comparisons when some outputs are undesirable: A nonparametric approach. *The Review of Economics and Statistics*, 71, 90-98, (1989).
- [17] W.M. Lu and S.F. Lo, A closer look at the economic-environmental disparities for regional development in China. *European Journal of Operational Research*, 183(2), 882-894, (2007).
- [18] S.N. Hwang, C. Chen, Y. Chen, H.S. Lee and P.D. Shen, Sustainable design performance evaluation with applications in
- [1] A. Kabnurkar, *Mathematical Modeling for Data Envelopment Analysis with Fuzzy Restrictions on Weights* (Doctoral dissertation, Virginia Tech), (2001).
- [2] A. Amirteimoori, and F. Yang, A DEA model for two-stage parallel-series production processes. *RAIRO-Operations Research*, 48(1), 123-134, (2014).
- [3] M.N. Kritikos, A full ranking methodology in data envelopment analysis based on a set of dummy decision making units. *Expert Systems with Applications*, 77, 211-225, (2017).
- [4] A. Charnes, W.W. Cooper and E. Rhodes, Measuring the efficiency of decision making units. *European journal of operational research*, 2(6), 429-444, (1978).
- [5] R.D. Banker, A. Charnes and W.W. Cooper, Some models for estimating technical and scale inefficiencies in data envelopment analysis. *Management science*, 30(9), 1078-1092, (1984).
- [6] T. Lee, Y. Zhang and B.H. Jeong, A multi-period output DEA model with consistent time lag effects. *Computers & Industrial Engineering*, 93, 267-274, (2016).
- [7] R. Fare and S. Grosskopf, *Network DEA*, Socio Economics Planning Science, Vol. 4, No. 1, pp. 35-49, (2000).
- [8] H. Fukuyama and W.L. Weber, A slacks-based inefficiency measure for a two-stage system with bad outputs. *Omega*, 38(5), 398-409, (2010).
- [9] C. Kao, Efficiency decomposition in network data envelopment analysis: A relational model. *European Journal of Operational Research*. 192 (3): 949-962, (2009).

- [26] Y. M. Wang, K.S. Chin and J. B. Yang, Measuring the performances of decision-making units using geometric average efficiency. *Journal of the Operational Research Society*, 58(7), 929-937, (2007).
- [27] J.K. Sengupta, *Dynamic of Data Envelopment Analysis: Theory of Systems Efficiency*. Springer Science & Business Media, Netherlands, (1995).
- [28] A.R. Jafarian Moghaddam and K. Ghoseiri, Fuzzy dynamic multi-objective Data Envelopment Analysis model. *Expert Systems with Applications*, 38, 850-855, (2011).
- [29] W.K. Wang, W.M. Lu and P.Y. Liu, A fuzzy multi-objective two-stage DEA model for evaluating the performance of US bank holding companies. *Expert Systems with Applications*, 41(9), 4290-4297, (2014).
- [30] H. Kawaguchi, K. Tone and M. Tsutsui, Estimation of the efficiency of Japanese hospitals using a dynamic and network data envelopment analysis model. *Health care management science*, 17(2), 101-112, (2014).
- [31] T.L. Pham, Efficiency and productivity of hospitals in Vietnam. *Journal of Health Organization and Management*; 25(2):195-213, (2011).
- [32] C. Kao and S.N. Hwang, Efficiency decomposition in two-stage data envelopment analysis: an application to non-life insurance companies in Taiwan. *European Journal of Operational Research*, 185 (1): 418-429, (2008).
- [33] J. Ma, Q. Linan, and D. Lizhi, Efficiency measurement and decomposition in hybrid two-stage DEA with additional inputs. *Expert Systems with Applications* 79, 348-357, (2017).
- the automobile industry: Focusing on inefficiency by undesirable factors. *Omega*, 41(3), 553-558, (2013).
- [19] J. Wu, Q. Zhu, X. Ji, J. Chu and L. Liang, Two-stage network processes with shared resources and resources recovered from undesirable outputs. *European Journal of Operational Research*, 251(1), 182-197, (2016).
- [20] T. Badieezadeh, R.F. Saen and T. Samavati, Assessing sustainability of supply chains by double frontier network DEA: A big data approach. *Computers & Operations Research*, 98, 284-290, (2018).
- [21] H. Azizi, S. Kordrostami and A. Amirteimoori, Slacks-based measures of efficiency in imprecise data envelopment analysis: An approach based on data envelopment analysis with double frontiers. *Computers & Industrial Engineering*, 79, 42-51, (2015).
- [22] H. Azizi and Y.M. Wang, Improved DEA models for measuring interval efficiencies of decision-making units. *Measurement*, 46(3), 1325-1332, (2013).
- [23] R. Jahed, A. Amirteimoori and H. Azizi, Performance measurement of decision-making units under uncertainty conditions: An approach based on double frontier analysis. *Measurement*, 69, 264-279, (2015).
- [24] H. Azizi, DEA efficiency analysis: A DEA approach with double frontiers. *International Journal of Systems Science*, 45(11), 2289-2300, (2014).
- [25] J.R. Doyle, R.H. Green and W.D. Cook, Upper and lower bound evaluation of multiattribute objects: Comparison models using linear programming. *Organizational Behavior and Human Decision Processes*, 64(3), 261-273, (1995).