

## معرفی منبع ناکارایی جدید به دلیل انتخاب نامناسب بردار قیمت در فضای غیر رقابتی در تحلیل پوششی داده‌ها (مطالعه موردی: شرکت پالایش نفت امام خمینی سازند)

الهام رضایی هزاوه<sup>۱</sup>، رضا فلاح نژاد<sup>۲\*</sup>، مسعود صانعی<sup>۳</sup>، محمد ایزدی خواه<sup>۴</sup>

<sup>(۱)</sup> گروه ریاضی، دانشکده علوم پایه، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد خرم‌آباد، خرم‌آباد، ایران.

<sup>(۲)</sup> گروه ریاضی، دانشکده علوم پایه، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد تهران مرکز، تهران، ایران.

<sup>(۳)</sup> گروه ریاضی، دانشکده علوم پایه، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد اراک، اراک، ایران.

تاریخ ارسال مقاله: ۹۸/۰۴/۲۵ تاریخ پذیرش مقاله: ۹۸/۱۰/۲۷

### چکیده

تحلیل پوششی داده‌ها (DEA) ابزار مناسبی برای تخمین‌زدن انواع کارایی‌های مختلف می‌باشد. شناسایی و تشخیص منابع ناکارایی نقش مهمی در تحلیل عملکرد واحدها به منظور برنامه‌ریزی در جهت ارتقای وضعیت واحدهای تصمیم‌گیرنده (DMUs) دارد. در این میان اگر اطلاعات مربوط به ورودی‌ها و خروجی‌ها و همچنین اطلاعات قیمتی واحدهای تحت ارزیابی در اختیار ما باشد می‌توانیم فقدان‌های مربوط به عدم دستیابی سود و درآمد و هزینه بهینه را با توجه به میزان ناکارایی‌های مربوط به آنها محاسبه کنیم. در این تحقیق قصد داریم مجموعه‌های امکان تولید قیمتی و هزینه‌ای جدیدی را معرفی کنیم و بر مبنای آنها یک منبع جدید ناکارایی و یک منبع جدید فقدان که ناشی از انتخاب نادرست بردارهای قیمت در فضای غیررقابتی (یعنی در شرایطی که امکان تغییر در قیمت‌های ورودی‌ها و خروجی‌ها از یک DMU به DMU دیگر وجود دارد می‌باشد) را ارائه دهیم.

**واژه‌های کلیدی:** تحلیل پوششی داده‌ها، کارایی هزینه، فضای غیررقابتی.

## ۱- مقدمه

ناکارایی‌ها صورت گرفته است. به‌طور مثال Zieschang (۱۹۸۳) یک یادداشت در مورد تجزیه کارایی هزینه به عوامل تکنیکی و تخصیصی ارائه کرد. سپس یامامورا و همکاران (۱۹۹۲) بهبود کارایی و تجزیه و تحلیل بوسیله روش تجزیه Kevorkian را ارائه دادند. بعد از آن چامبر و فار (۲۰۰۴) تجزیه کارایی سود را ارائه کردند و اگینک و بلند (۲۰۰۴) نیز کارایی هزینه را تجزیه کردند و در مثال کاربردی آن از مدل تابع هزینه‌های سایه در بیمارستان‌های عمومی هلند استفاده کردند بعد از آن نموتو و گوتو (۲۰۰۵) بهره وری، کارایی، مقیاس اقتصادی و تغییرات تکنیکی را با کاربرد آن در استان‌های ژاپن مورد مطالعه قرار دادند سپس لی و چانگ (۲۰۰۶) نامعادله‌ای از درآمد و کارایی ارائه کردند و روش خود را در برنامه‌های کاربردی چین بکار گرفتند. لیانگ و همکاران (۲۰۰۸) مدل‌هایی برای روندهای دو مرحله‌ای در DEA با رویکرد بازی و تجزیه کارایی ارائه کردند و کاو (۲۰۰۹) یک تجزیه کارایی در تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای همراه با مدل‌های مربوط به آن را ارائه کرد و بعد از آن چن و همکاران (۲۰۱۰) یک مدل در DEA را با بهره‌گیری از منابع مشترک و تجزیه کارایی نوشتند و کوک و همکاران (۲۰۱۰) تقسیم کارایی افزایشی در DEA شبکه‌ای را مطرح کردند. لیو (۲۰۱۱) یک یادداشت در زمینه تجزیه کارایی در DEA دو مرحله‌ای نوشت و یانگ (۲۰۱۴) نیز یک مدل پیشرفته در DEA برای تجزیه کارایی تکنیکی در بانکداری ارائه کرد. جهانشاهلو و همکاران (۲۰۱۴) از مدل پیشرفته راسل برای حل مشکلات تحلیل پوششی داده‌های معکوس استفاده کردند و همچنین برزگری نژاد و همکاران (۲۰۱۴) یک رتبه‌بندی کامل برای واحدهای تصمیم‌گیری با استفاده از نقاط ایده‌آل و ضد ایده‌آل در DEA معرفی کردند. سپس پیکانی و همکاران (۲۰۱۶) از مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها در در اندازه‌گیری کارایی سهام با مطالعه موردی بورس اوراق بهادار تهران بهره گرفتند و بعد از آن حسین‌زاده و همکاران (۲۰۱۷) شعب بانک را با کمک داده‌های اینتروال در DEA رتبه‌بندی کردند سپس پیکانی و همکاران تحلیل پوششی داده‌های فازی را مبتنی بر برنامه‌نویسی احتمال قوی بکار

تحلیل پوششی داده‌ها توسط چارنز و همکاران (۱۹۷۸) به عنوان یک ابزار قدرتمند برای اندازه‌گیری کارایی نسبی مجموعه‌ای از واحدهای تحت ارزیابی معرفی شده است. این DMUها ورودی ( $X_i$ ) با قیمت ( $C_i$ ) را دریافت کرده و خروجی ( $Y_r$ ) را با قیمت ( $P_r$ ) تولید می‌کنند. DEA با کمک مدل‌های مختلف ریاضی قادر به ارزیابی انواع کارایی‌ها از جمله کارایی هزینه<sup>۱</sup> (CE) و کارایی درآمد<sup>۲</sup> (RE) و کارایی سود<sup>۳</sup> (PE) و کارایی تخصیص<sup>۴</sup> (AE) (کوپر و همکاران (۲۰۰۷)) و ... می‌باشد.

در حالت کلی DMUها را می‌توان در دو محیط رقابتی و غیر رقابتی مورد ارزیابی قرار داد. در محیط‌های رقابتی قیمت‌های همه DMUها یکسان هستند (یا خیلی به هم نزدیک هستند). اما در محیط‌های غیر رقابتی، قیمت‌ها می‌توانند در یک یا چند شاخص با هم تفاوت‌های جزئی و یا حتی کلی‌تری داشته باشند و یا حتی قیمت‌ها می‌توانند در همه شاخص‌ها با هم متفاوت باشند و هر ورودی یا خروجی یک قیمت مجزا برای خودش داشته باشد.

در مواقعی که DMUها دارای ورودی و خروجی یکسان باشند و قیمت‌های یکی از DMUها چند برابر قیمت‌های DMUهای دیگر باشد، کارایی هزینه آنها یکسان خواهد شد و این یک نقص برای کارایی هزینه به شمار می‌رود. تور و همکاران (۱۹۹۴) و بعد از آن کوپر و همکاران (۱۹۹۶) متوجه این نقص شدند و با مطرح کردن بحث مذاکره در مورد قیمت‌های مختلف سعی در برطرف کردن این مشکل کردند. تون (۲۰۰۲) نیز برای برطرف کردن این مشکل یک مجموعه امکان تولید<sup>۵</sup> (PPS) جدید پیشنهاد داد. بعد از آن تون و تسوتسوی (۲۰۰۷) یک تجزیه کارایی هزینه و کاربرد آن در مقایسه ابزارهای الکتریکی ژاپن و آمریکا را ارائه دادند. مطالعات گوناگونی در زمینه تجزیه کارایی‌ها و تشخیص منابع ناکارایی و تعیین فقدان‌های بوجود آمده ناشی از آن

1. Cost Efficiency
2. Revenue Efficiency
3. Profit Efficiency
4. Allocative Efficiency
5. Production Probability Set

امکان تولید جدید نیز اندازه‌گیری می‌کنیم و در نهایت از مقایسه کارایی‌های هزینه بدست آمده از دو مجموعه امکان تولید پی به منبع جدیدی از ناکارایی می‌بریم که به دلیل انتخاب نامناسب بردار قیمت بوجود آمده است. ساختار مقاله به شرح ذیل می‌باشد. در بخش دوم به بیان برخی مفاهیم و تعاریف اولیه موجود در متن در خصوص کارایی هزینه و عوامل آن و فقدان‌های ناشی از عوامل مختلف آن خواهیم پرداخت. در بخش سوم، پس از بیان مختصری از روش پیشین ارائه شده توسط تون (۲۰۰۲) و تون و تسوتسوی (۲۰۰۷)، تشریح روش پیشنهادی خواهیم پرداخت. در بخش چهارم یک مثال عددی از مطالعه روی داده‌های شرکت پالایش نفت امام خمینی سازند را ارائه می‌دهیم که در آن ابتدا مجموعه امکان تولید را ساخته و کارایی‌ها و فقدان ناشی از ناکارایی را بیان می‌کنیم و در بخش پایانی به ارائه نتیجه‌گیری برای تحقیق و ارائه پیشنهادات برای مطالعات آتی خواهیم پرداخت.

## ۲- پیش نیازها

فرض کنیم  $n$  تا  $DMU_j, j=1, \dots, n$  وجود دارد که هر کدام از آنها دارای  $m$  تا ورودی  $(x_{ij}), i=1, \dots, m$  برای تولید  $s$  تا خروجی  $(y_{rj}), r=1, \dots, s$  می‌باشند. همچنین فرض کنیم  $c = (c_1, \dots, c_m)$  قیمت<sup>۲</sup> ورودی‌ها و  $p = (p_1, \dots, p_s)$  قیمت خروجی‌ها باشد.

برای ارزیابی کارایی هزینه که توسط فارل (۱۹۵۷) در مجموعه امکان تولید  $P = \{(x, y) | x \geq X \lambda, y \leq Y \lambda, \lambda \geq 0\}$  پیشنهاد شده است، از مدل زیر استفاده می‌شود:

$$\begin{aligned} cx^* &= \min_{x, \lambda} cx \\ s.t \quad & x \geq X \lambda \\ & y_o \leq Y \lambda \\ & \lambda \geq 0 \end{aligned} \quad (2)$$

که  $c = (c_1, \dots, c_m)$  قیمت ورودی‌ها را نشان می‌دهد. این مدل به دنبال مختصات  $x$  ای است که با  $y_o$  کمترین هزینه را داشته باشد.

گرفتند و بعد از آن از روش تحلیل پوششی داده‌های فازی برای رتبه‌بندی سهام با کاربرد آن در بورس اوراق بهادار تهران استفاده کردند و همچنین یک روش قابل تنظیم از تحلیل پوششی داده‌های فازی ارائه کردند و نیز ایشان با بهره‌گیری از یک مدل قدرتمند DEA سهام را تحت شرایط ترکیبی مورد ارزیابی قرار دادند (۲۰۱۹) - (۲۰۱۷). در تون (۲۰۰۲) برای محاسبه کارایی در شرایطی که قیمت‌های ورودی‌ها از یک DMU به DMU دیگر متفاوت است، پیشنهاد شده است که با ضرب بردار قیمت‌های هر کدام از ورودی‌های واحدهای تصمیم‌گیرنده در بردار ورودی‌هایشان به صورت مولفه ای نقاط جدیدی ساخته شود و سپس مجموعه امکان تولیدی بر اساس این نقاط ساخته شد و پس از آن به محاسبه کارایی هر کدام از واحدهای متناظر در فضای جدید پرداختند و مقدار کارایی شعاعی حاصل را کارایی قیمت<sup>۱</sup> نامیدند. پس از آن با پیدا کردن نقطه‌ای با حداقل مجموع ورودی‌ها در این مجموعه که حداقل همان مقدار خروجی واحد تحت ارزیابی را تولید کند ناکارایی تخصیصی را تعریف نمودند. همچنین تون و تسوتسوی (۲۰۰۷) در راستای همان مطالعه و با ساختن مجموعه امکان تولید جدیدی به طریق مشابه با مطالعه قبل، اما این بار با استفاده از نقاط تصویر کارایی تکنیکی و هزینه‌ای مشاهده شده، به معرفی فقدان‌های مختلف ناشی از عوامل مختلف ناکارایی اعم از تکنیکی، قیمتی، و تخصیصی پرداختند و با ارائه نمودارهایی برتری روش پیشنهادی خود برای محاسبه کارایی هزینه را در مقایسه با روش سنتی محاسبه کارایی هزینه نشان دادند.

در این مقاله قصد داریم روش‌های قبلی را تعمیم دهیم، به این ترتیب که یک بار با در نظر گرفتن واحدهای اصلاح شده و قیمت‌های مشاهده شده برای ساختن یک مجموعه امکان تولید هزینه‌ای (همانند تون و تسوتسوی (۲۰۰۷)) اقدام می‌کنیم و کارایی هزینه واحدها را در این مجموعه امکان تولید بدست می‌آوریم، سپس در مرحله بعد هر کدام از DMUها را در بردار قیمت سایر DMUها ضرب می‌کنیم و مجموعه امکان تولید قیمتی جدیدی می‌سازیم و کارایی هزینه DMUها را در این مجموعه

$$\begin{aligned}
 & e\bar{x}_o^* = \min_{\bar{x}, \lambda} e\bar{x} \\
 s.t \quad & \bar{x} \geq \bar{X} \lambda \\
 & y_o \leq Y \lambda \\
 & \lambda \geq 0
 \end{aligned} \tag{۲}$$

در برخی مدل‌های سنتی در DEA قیمت‌ها ثابت در نظر گرفته می‌شدند ( $C_o$  قیمت ثابت برای  $DMU_o$ ) و هدف پیدا کردن بهترین ترکیب ورودی  $x^*$  است که خروجی  $y_o$  را تولید کند. اما در مدل‌های جدید در  $P_c$  (می‌توان قیمت هر  $DMU$  را به طور جداگانه در نظر گرفت) به دنبال بهترین ترکیب ورودی  $\bar{x}^*$  که  $(\bar{x}_i^* = \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \lambda_j^*, (i = 1, \dots, m))$  هستیم که خروجی  $y_o$  را تولید کند.

تون و تسوتسوی (۲۰۰۷) در راستای توسعه تحقیقات قبلی خود، تجزیه‌ای از کارایی هزینه ارائه دادند و آن را برای مقایسه ابزارهای الکتریکی ژاپن و آمریکا به کار بردند. در این تجزیه مقدار هزینه واقعی ورودی

$$C_o = \sum_{i=1}^m c_{io} x_{io} \quad (o = 1, \dots, n)$$

نشان داده شده است. همچنین قیمت کارایی تکنیکی ورودی  $DMU_o$  در مجموعه امکان تولید  $P_c$  به صورت  $C_o^* = \sum_{i=1}^m c_{io} x_{io}^* \quad (o = 1, \dots, n)$  نشان داده شده است

که  $x_{io}^*$  ورودی نام کارایی تکنیکی برای  $DMU_o$  است که می‌توان آن را از حل مدل  $CCR^1$  در مجموعه امکان تولید  $P$  به دست آورد.

بدین ترتیب کمبود (اتلاف) هزینه متناظر با ناکارایی تکنیکی به صورت  $L_o^* = C_o - C_o^* (\geq 0)$  نشان داده شد.

با کمک مدل زیر در مجموعه امکان تولید  $P_c$ ، هزینه کارایی قوی که کارایی تکنیکی است به شکل

$$C_o^{**} = \sum_{i=1}^m (\rho^* \bar{x}_{io} - t_{io}^{-*})$$

### ۳- کارایی هزینه‌ای و عوامل آن در فضای غیررقابتی

#### ۳-۱- روش ارائه شده توسط تون و تسوتسوی (۲۰۰۷)

در این بخش به اختصار به روش ارائه شده توسط تون و تسوتسوی (۲۰۰۷) اشاره می‌کنیم.

در مجموعه امکان تولید  $P$  اگر دو  $DMU$  دارای مقادیر ورودی و خروجی یکسان باشند و هزینه‌های یکی از آنها چند برابر هزینه‌های دیگری باشد، در آن صورت کارایی هزینه آنها تحت مدل (۱) یکسان خواهد بود. این مطلب از لحاظ منطقی قابل قبول نیست. مشکل بوجود آمده به دلیل ساختار مجموعه امکان تولید  $P$  است که فقط با استفاده از فاکتورهای تکنیکی ساخته شده است و در ساخت آن فاکتورهای هزینه‌ای لحاظ نشده است. بنابراین تون (۲۰۰۲) مجموعه امکان تولید جدیدی را به شکل زیر معرفی کرده است:

$$P_c = \{(\bar{x}, y) \mid \bar{x} \geq \bar{X} \lambda, y \leq Y \lambda, \lambda \geq 0\}$$

که در آن  $\bar{X} = (\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_n)$  بردار ورودی‌ها و  $\bar{x}_j = (c_{1j} x_{1j}, \dots, c_{mj} x_{mj})^T$  هزینه‌ها (حاصل ضرب قیمت در مقدار ورودی‌ها) است.

اندازه کارایی تکنیکی در این مجموعه امکان تولید جدید  $(\bar{\theta}^*)$  از طریق جواب بهینه مدل زیر به دست می‌آید:

$$\begin{aligned}
 & \bar{\theta}^* = \min_{\bar{\theta}, \lambda} \bar{\theta} \\
 s.t \quad & \bar{\theta} \bar{x}_o \geq \bar{X} \lambda \\
 & y_o \leq Y \lambda \\
 & \lambda \geq 0
 \end{aligned}$$

اندازه کارایی هزینه در  $P_c$  به صورت  $\bar{\gamma}^* = \frac{e\bar{x}_o^*}{e\bar{x}_o}$

تعریف می‌شود که  $e \in R^m$  یک بردار سطری است که همه مولفه‌های آن ۱ است و  $\bar{x}_o^*$  جواب بهینه مدل زیر است:

ماهیت ورودی دارد و از آنجایی که هدف ما ارزیابی کارایی هزینه‌ای است و کاهش هزینه مد نظر است پس کاهش ورودی‌ها نیز که باعث افزایش در کارایی هزینه می‌شود مورد نظر است) و از نقطه تصویر آن در مراحل بعد استفاده می‌کنیم.

در مرحله دوم برای  $DMU_o$  (که یا کارای تکنیکی است و یا نقطه تصویر آن روی مرز کارایی است) و با استفاده از تمام قیمت‌های مشاهده شده، یک مجموعه امکان تولید  $(P_c')$  تشکیل دهیم. این مجموعه امکان تولید شامل  $n$  تا  $DMU$  است که توسط بردار  $(x_o, y_o)$  و قیمت‌های مشاهده شده تمام  $DMU$ ها یعنی  $c_1, \dots, c_n$  (بردارهای قیمت  $c_1, \dots, c_n$  نامنفی فرض شده‌اند) ساخته می‌شود. بنابراین به ازای هر  $DMU$  یک  $PPS$  هزینه‌ای  $P_c'$  داریم، یعنی  $n$  تا مجموعه امکان تولید هزینه‌ای جدید.

از آنجا که  $y_o$  برای تمام نقاط ثابت است، می‌توانیم فرض کنیم که مجموعه امکان تولید  $m$  بعدی است و تنها شامل ورودی‌ها است. در حقیقت با استفاده از واحدهای مجازی  $(c_1x_o), \dots, (c_nx_o)$  که

$$c_1x_o = \begin{pmatrix} c_{11}x_{1o} \\ c_{21}x_{2o} \\ \vdots \\ c_{m1}x_{mo} \end{pmatrix}$$

که مولفه‌های اول قیمت‌های

ورودی  $DMU_o$  و مولفه‌های دوم مقادیر ورودی  $DMU_o$  هستند، می‌توانیم بردارها را بسازیم. حال با استفاده از این نقاط، مجموعه امکان تولید جدید  $P_c'$  را می‌سازیم که اصول شمول مشاهدات و امکان‌پذیری (یعنی بردارهای مغلوب توسط آنها) و ترکیب محدب و بیکرانی اشعه را دارد. بدین معنی که می‌توان فرض کرد بازده به مقیاس این  $PPS$  ثابت است. (قابل ذکر است که می‌توانیم فرض بی‌کرانی اشعه را مانند مباحث مطرح شده در  $DEA$  سنتی در نظر بگیریم و لذا مجموعه امکان تولیدی با بازده به مقیاس متغیر خواهیم داشت). شکل ۱ این مجموعه امکان تولید جدید را نشان می‌دهد.

$$\begin{aligned} \rho^* &= \min_{\rho, \mu, t^+} \rho \\ s.t. \quad &\rho \bar{x}_o = \bar{X} \mu + t^- \\ &y_o = Y \mu - t^- \\ &\mu \geq 0, t^- \geq 0, t^+ \geq 0 \end{aligned} \quad (3)$$

کمبود (اتلاف) متناظر ناکارایی قیمت نیز به شکل  $L_o^{**} = C_o^* - C_o^{**}$  نشان داده شده است.

در نهایت کارایی تخصیص نیز به شکل  $\alpha^* = \frac{C_o^{***}}{C_o^{**}} (\leq 1)$  است که در آن  $C_o^{***}$  از مدل زیر (که مشابه مدل (۳) است) حاصل می‌شود.

$$\begin{aligned} C_o^{***} &= \min_{\bar{x}, \mu} e \bar{x} \\ s.t. \quad &\bar{x} \geq \bar{X} \mu \\ &y_o \leq Y \mu \\ &\mu \geq 0 \end{aligned} \quad (4)$$

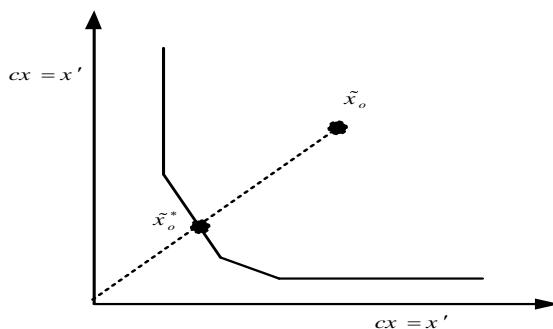
و کمبود (اتلاف) متناظر ناکارایی تخصیص نیز به صورت  $L_o^{***} = C_o^{**} - C_o^{***}$  بیان شده است. در آخر تجزیه هزینه واقعی ورودی برای  $DMU_o$  را به شکل زیر ارائه دادند:

$$C_o = L_o^* + L_o^{**} + L_o^{***} + C_o^{***} \quad (5)$$

### ۲-۳- روش پیشنهادی

در روش ارائه شده توسط تون و تسوتسوی (۲۰۰۷) ابتدا ناکارایی‌های تکنیکی را در مجموعه امکان تولید  $P$  برطرف کردند و سپس مجموعه امکان تولید قیمتی  $P_c$  را تشکیل دادند. ما در اینجا قصد داریم یک مجموعه امکان تولید جدید بسازیم. این کار را طی سه مرحله انجام می‌دهیم. در مرحله اول فرض کنیم  $n$  تا  $DMU_j, j = 1, \dots, n$  در مجموعه امکان تولید  $P$  وجود دارد که هر کدام از آنها دارای  $m$  تا ورودی  $(x_{ij}), i = 1, \dots, m$  برای تولید  $s$  تا خروجی  $(y_{rj}), r = 1, \dots, s$  می‌باشند.

$DMU_o$  یا کارا است و یا اگر کارا نباشد آن را روی مرز تصویر کرده (البته قابل ذکر است که تصویر مورد نظر



شکل ۱: مجموعه امکان تولید  $P_c'$ .

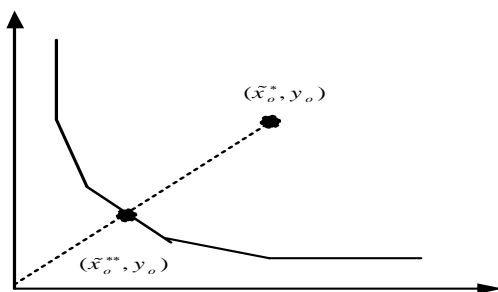
آنگاه برای هر کدام از DMUها نقطه تصویری مانند  $(\tilde{x}_o^*, y_o)$  بدست خواهد آمد. حال در مرحله سوم می‌توانیم واحدهای کارای مرحله قبل را که تعدادشان برابر  $n$  است را در مجموعه امکان تولیدی مشابه  $P_c$ ، با هم مقایسه می‌کنیم. البته قابل ذکر است که اگر در هر کدام از مجموعه‌های امکان تولید مرحله قبل شاهد چند DMU کارا بودیم آنگاه برای ورود به مرحله سوم DMUای را در نظر می‌گیریم که کارا تر باشد یا به عبارت دیگر هزینه آن از سایرین کمتر باشد. این واحدها واحدهایی هستند که ناکارایی تکنیکی و ناکارایی قیمتی آنها در مراحل قبل برطرف شده است. حالا مجموعه امکان تولید سومی می‌سازیم که مشابه مجموعه امکان تولید هزینه‌ای باشد ( $P_c$ ) و ناکارایی‌های شعاعی و تخصیصی را در این مجموعه امکان تولید پیدا می‌کنیم و با حذف ناکارایی تکنیکی هزینه‌ای در این مجموعه امکان تولید به نقطه  $(\tilde{x}_o^{**}, y_o)$  می‌رسیم که این نقطه دارای کمترین هزینه است. شکل ۲ مجموعه امکان تولید مشابه  $P_c$  را نشان می‌دهد.

حال با کمک مدل زیر در این مجموعه امکان تولید،  $DMU_o$  را از نظر هزینه‌ای مورد ارزیابی قرار می‌دهیم:

$$\begin{aligned} \min \quad & 1\tilde{x} \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{j=1}^n \lambda_j \tilde{x}_{ij} \leq \tilde{x}_i \\ & \lambda_j \geq 0 \end{aligned} \quad (۶)$$

از آنجاییکه  $\tilde{x}_{ij} \geq 0$ ،  $\lambda_j$  نا منفی اند، پس  $\tilde{x}_i$ ها نیز نامنفی اند و لذا از قید  $\tilde{x}_i \geq 0$  در مدل بالا صرف‌نظر شده است. فرض کنیم  $1\tilde{x}^*$  مقدار بهینه مدل (۶) باشد در این صورت کارایی قیمتی DMUها به شکل  $\frac{1\tilde{x}^*}{1\tilde{x}_o}$  قابل محاسبه است. بنابراین می‌توانیم فرصت از دست رفته بدلیل انتخاب نامناسب بردار قیمت در کارایی هزینه یا همان ناکارایی قیمتی را برای  $DMU_o$  به شکل  $1\tilde{x}_o - 1\tilde{x}^*$  تعریف می‌کنیم.

حال می‌توانیم نقطه  $\tilde{x}_o^*$  را که همان جواب بهینه متناظر با  $DMU_o$  از مدل (۷) است را به همراه  $y_o$  در نظر بگیریم و این کار را برای تمام DMUها انجام دهیم.



شکل ۲: مجموعه امکان تولید سوم

اکنون هزینه واقعی هر DMU را به شکل زیر تجزیه می‌کنیم. هزینه واقعی (هزینه مشاهده شده) برای  $DMU_o$  به شکل زیر است:

$$L_o^{**} = C_{new_o}^* - C_o^{**}$$

با کمک مدل CCR یک ورودی کارایی تکنیکی مثل  $x_o^*$  را برای  $DMU_o$  در مجموعه امکان تولید P ارزیابی می‌کنیم، در این صورت هزینه این ورودی کارایی تکنیکی به شکل زیر است:

$$L_o^{***} = C_o^{**} - C_o^{***}$$

و در نهایت با حذف همه ناکارایی‌ها به نقطه  $(\tilde{x}_o^{**}, y_o)$  می‌رسیم که این نقطه دارای کمترین هزینه است. بنابراین تجزیه هزینه واقعی ورودی برای  $DMU_o$  را به شکل زیر ارائه می‌دهیم:

$$C_o = L_o^* + L_{new_o}^* + L_o^{**} + L_o^{***} + C_o^{***} \quad (7)$$

#### ۴- مثال عددی

در این بخش برای درک بهتر و بیشتر مطالب ذکر شده در قسمت‌های قبل ۶ واحد از واحدهای شرکت ملی نفت و پالایش امام خمینی سازند ایران را مورد بررسی قرار می‌دهیم و کارایی‌های ذکر شده در قسمت قبل را برای این ۶ واحد اندازه‌گیری می‌کنیم و اتلاف‌های مختلف از جمله فرصت از دست رفته بدلیل انتخاب نامناسب بردار قیمت در هزینه را برای این واحدها محاسبه می‌کنیم. شرکت پالایش نفت امام خمینی سازند از شرکت‌های فرعی شرکت ملی پالایش پخش فرآورده‌های نفتی ایران است که بعنوان بزرگترین پالایشگاه تک واحدی ایران در سال ۱۹۹۶ با ظرفیت ۱۵۰ هزار بشکه در روز راه اندازی گردید و ظرفیت فعلی آن ۱۷۵ هزار بشکه در روز است. این شرکت دارای واحدهای مختلفی است که در میان آنها ما ۶ واحد را که همسانی بیشتری با هم داشتند را برای تحقیق خود انتخاب کرده‌ایم. البته قابل ذکر است که اطلاعات متفاوتی در زمینه داده‌های مربوط به ورودی‌ها و خروجی‌های برخی از این واحدها در اختیار

اکنون هزینه واقعی هر DMU را به شکل زیر تجزیه می‌کنیم. هزینه واقعی (هزینه مشاهده شده) برای  $DMU_o$  به شکل زیر است:

$$C_o = \sum_{i=1}^m c_{io} x_{io} \quad (o = 1, \dots, n)$$

با کمک مدل CCR یک ورودی کارایی تکنیکی مثل  $x_o^*$  را برای  $DMU_o$  در مجموعه امکان تولید P ارزیابی می‌کنیم، در این صورت هزینه این ورودی کارایی تکنیکی به شکل زیر است:

$$C_o^* = \sum_{i=1}^m c_{io} x_{io}^*, \quad (o = 1, \dots, n)$$

از آنجا که نقطه تصویر بر خود نقطه غالب است پس ورودی تصویر کمتر از ورودی  $x_o$  می‌باشد  $(x_{io}^* \leq x_{io})$  و لذا  $C_o \geq C_o^*$ . اختلاف این دو هزینه مطابق آنچه در تحقیق تون و تسوتسوی (۲۰۰۷) آمده است، (کمبود هزینه) اتلاف هزینه متناظر ناکارایی تکنیکی معرفی شده:

$$L_o^* = C_o - C_o^* (\geq 0)$$

در اینجا برخلاف آنچه تون و تسوتسوی (۲۰۰۷) در تحقیقشان عمل کردند، این بار قبل از رفتن به مجموعه امکان تولید  $P_c$ ، اول در مجموعه امکان تولید جدید  $P_c'$  کارایی قیمتی DMUها را نیز با کمک مدل (۷) محاسبه می‌کنیم و هزینه ورودی کارایی تکنیکی هزینه‌ای را به شکل زیر معرفی می‌کنیم:

$$C_{new_o}^* = \sum_{i=1}^m \tilde{x}_{io}^*$$

چون  $\tilde{x}_{io}^* \leq x_{io}^*$  پس  $C_o^* \geq C_{new_o}^*$  بنابراین (اتلاف) فرصت از دست رفته بدلیل انتخاب نامناسب بردار قیمت در هزینه به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$L_{new_o}^* = C_o^* - C_{new_o}^* (\geq 0)$$

سپس در مجموعه امکان تولیدی مشابه  $P_c$ ، هزینه کارایی قوی که کارایی تکنیکی است به شکل

بر حسب ریال ایران محاسبه کرده‌ایم. در مرحله اول کارایی تکنیکی DMUها را در مجموعه امکان تولید P محاسبه کردیم و اندازه آن را در ستون پنجم جدول ۱ درج کردیم. مشاهده می‌شود که  $DMU_2$  کارایی تکنیکی است ولی بقیه DMUها ناکارایی تکنیکی می‌باشند بنابراین DMUهای ناکارا را روی مرز P تصویر نموده و مختصات نقاط تصویر آنها را در ستون ۶ جدول ۱ درج کردیم. حال در مرحله دوم هر DMU را در بردار قیمت خودش و سایر DMUها ضرب کردیم و مجموعه امکان تولید  $P_c'$  را برای هر کدام از این ۶ واحد تشکیل دادیم (در واقع هر DMU را به لحاظ قیمتی با همه بردارهای قیمت مورد ارزیابی قرار دادیم). در این مرحله با استفاده از مدل (۶) کارایی هزینه را در هر کدام از ۶ تا PPS جدید ارزیابی کردیم و نتایج را در جداول ۲ تا ۷ نشان داده‌ایم.

داشتیم که این اطلاعات برای همه واحدهای تحت ارزیابی یکسان نبودند و به همین دلیل برخی از واحدها بیش از یک ورودی و برخی دیگر دارای بیش از یک خروجی بوده‌اند که ما در این تحقیق برای اینکه هر ۶ واحد دارای شرایط یکسانی از لحاظ تعداد ورودی و خروجی باشند، در برخی از واحدها از بعضی از ورودی‌ها و یا خروجی‌ها فرعی صرف نظر کردیم تا همه واحدها از نظر شرایط در ارزیابی هایمان یکسان باشند. این ۶ واحد به ترتیب به صورت زیر لیست شده‌اند: واحد ۱ واحد تقطیر فاز I، واحد ۲ واحد تقطیر فاز II، واحد ۳ واحد تولید بنزین (CCR) فاز I، واحد ۴ واحد تولید بنزین (CCR) فاز II، واحد ۵ واحد تسویه نفت گاز فاز I و واحد ۶ واحد تسویه نفت گاز فاز II است. جدول ۱ اطلاعات اولیه مربوط به ورودی و خروجی و هزینه‌های این واحدها را نشان می‌دهد. البته قابل ذکر است که ورودی و خروجی‌ها همگی بر حسب متر مکعب هستند و هزینه‌ها را

جدول ۱: اطلاعات مربوط به DMUها در P.

DMU	Input (x)	Cost(c)	Output (y)	$\theta^*$	$x^*$
۱	۱۳۵۳۸.۸	۷۷۳۲۰۴۵۷۹۹۱۹	۱۱۷۳۲.۱	۰.۶۳	۸۵۴۰.۲۳
۲	۶۲۶۹.۱	۴۴۵۰۸۳۶۲۱۵۳۳	۸۶۱۲.۱۵	۱	۶۲۶۹.۱۰
۳	۷۲۶.۲	۸۷۵۶۲۳۸۹۱۹۳	۹۲۹.۷	۰.۹۳	۶۷۶.۷۶
۴	۱۴۹۸.۶	۹۰۶۴۵۴۴۰۳۰۵	۱۵۱۸.۴	۰.۷۴	۱۱۰۵.۳۰
۵	۱۴۳۲.۲	۶۹۱۲۸۱۹۵۱۵۳۱	۱۱۷۶.۴	۰.۶۰	۸۵۶.۳۴
۶	۲۱۴۹.۵	۲۰۴۵۳۹۱۴۱۲۹	۷۵۵	۰.۲۶	۵۴۹.۵۹

جدول ۲: اطلاعات DMUهای هزینه‌های متناظر  $DMU_1$  با قیمت‌های سایر DMUها و کارایی‌های قیمتی و هزینه‌های آنها در  $P_c'$ .

DMU	$x^*$	Cost(c)	$\tilde{x}$	Output (y)	$\theta^*$	$\tilde{x}^*$
۱	۸۵۴۰.۲۳	۷۷۳۲۰۴۵۷۹۹۱۹	۱۴۶۶۰۲۳۴۵	۱۱۷۳۲.۱	۰.۲۶	
۲	۸۵۴۰.۲۳	۴۴۵۰۸۳۶۲۱۵۳۳	۱۵۳۳۸۰۱۱۱۶	۱۱۷۳۲.۱	۰.۰۵	
۳	۸۵۴۰.۲۳	۸۷۵۶۲۳۸۹۱۹۳	۱۴۷۷.۴۷۸۰۲۹	۱۱۷۳۲.۱	۰.۲۳	
۴	۸۵۴۰.۲۳	۹۰۶۴۵۴۴۰۳۰۵	۱۴۷۷.۷۴۱۳۲۹	۱۱۷۳۲.۱	۰.۲۳	
۵	۸۵۴۰.۲۳	۶۹۱۲۸۱۹۵۱۵۳۱	۱۵۵۵.۹۰۲۷۰۷	۱۱۷۳۲.۱	۰.۰۳	
6 = 1'	۸۵۴۰.۲۳	۲۰۴۵۳۹۱۴۱۲۹	۱۴۱۱.۷۴۶۸۱۱	۱۱۷۳۲.۱	۱	۱۴۱۱.۷۵



جدول ۳: اطلاعات DMU های هزینه‌ای متناظر  $DMU_2$  با قیمت‌های سایر DMU ها و کارایی‌های قیمتی و هزینه‌ای آنها در  $P'_c$

DMU	$x^*$	Cost(C)	$\tilde{x}$	Output (y)	$\theta^*$	$\tilde{x}^*$
۱	۶۲۶۹.۱۰	۷۷۳۲۰۴۵۷۹۹۱۹	۱۵۴۴۱۴۷۲۹۷	۸۶۱۲.۱۵	۰.۰۳	
۲	۶۲۶۹.۱۰	۴۴۵۰۸۳۶۲۱۵۳۳	۱۵۴۲.۷۹۰۲۷۴	۸۶۱۲.۱۵	۰.۴۶	
۳	۶۲۶۹.۱۰	۸۷۵۶۲۳۸۹۱۹۳	۱۴۵۵.۴۸۹۳۷۴	۸۶۱۲.۱۵	۰.۲۳	
۴	۶۲۶۹.۱۰	۹۰۶۴۵۴۴۰۳۰۵	۱۴۵۵.۶۸۲۶۵۳	۸۶۱۲.۱۵	۰.۲۳	
۵	۶۲۶۹.۱۰	۶۹۱۲۸۱۹۵۱۵۳۱	۱۵۴۴.۳۳۳۷۱۶	۸۶۱۲.۱۵	۰.۰۳	
$6=2'$	۶۲۶۹.۱۰	۲۰۴۵۳۹۱۴۱۲۹	۱۴۵۱.۲۸۲۲۷۶	۸۶۱۲.۱۵	۱	۱۴۵۱.۲۸

جدول ۴: اطلاعات DMU های هزینه‌ای متناظر  $DMU_3$  با قیمت‌های سایر DMU ها و کارایی‌های قیمتی و هزینه‌ای آنها در  $P'_c$

DMU	$x^*$	Cost(C)	$\tilde{x}$	Output (y)	$\theta^*$	$\tilde{x}^*$
۱	۶۷۶.۷۶	۷۷۳۲۰۴۵۷۹۹۱۹	۱۴۵۵.۲۳۲۷۳۹	۹۲۹.۷	۰.۰۱	
۲	۶۷۶.۷۶	۴۴۵۰۸۳۶۲۱۵۳۳	۱۴۳۰.۱۲۱۴۸	۹۲۹.۷	۰.۰۲	
$3=3'$	۶۷۶.۷۶	۸۷۵۶۲۳۸۹۱۹۳	۱۳۵۶.۷۲۲۶۹	۹۲۹.۷	۱	۱۳۵۶.۲۷
۴	۶۷۶.۷۶	۹۰۶۴۵۴۴۰۳۰۵	۱۳۵۶.۱۳۴۵۲۱	۹۲۹.۷	۰.۰۱	
۵	۶۷۶.۷۶	۶۹۱۲۸۱۹۵۱۵۳۱	۱۴۵۴.۶۷۸۳۲	۹۲۹.۷	۰.۰۱	
۶	۶۷۶.۷۶	۲۰۴۵۳۹۱۴۱۲۹	۱۳۵۱.۳۸۲۳۳۹	۹۲۹.۷	۰.۴۹	

جدول ۵: اطلاعات DMU های هزینه‌ای متناظر  $DMU_4$  با قیمت‌های سایر DMU ها و کارایی‌های قیمتی و هزینه‌ای آنها در  $P'_c$

DMU	$x^*$	Cost(C)	$\tilde{x}$	Output (y)	$\theta^*$	$\tilde{x}^*$
۱	۱۱۰۵.۳۰	۷۷۳۲۰۴۵۷۹۹۱۹	۱۴۵۸.۵۴۶۲۳	۱۵۱۸.۴	۰.۰۳	
۲	۱۱۰۵.۳۰	۴۴۵۰۸۳۶۲۱۵۳۳	۱۴۴۴.۹۱۹۵۰۹	۱۵۱۸.۴	۰.۰۵	
۳	۱۱۰۵.۳۰	۸۷۵۶۲۳۸۹۱۹۳	۱۳۵۹.۶۷۸۲۷۱	۱۵۱۸.۴	۰.۲۳	
۴	۱۱۰۵.۳۰	۹۰۶۴۵۴۴۰۳۰۵	۱۴۵۱.۰۰۱۹۰۴	۱۵۱۸.۴	۰.۲۳	
۵	۱۱۰۵.۳۰	۶۹۱۲۸۱۹۵۱۵۳۱	۱۴۵۷.۶۴۰۷۳۹	۱۵۱۸.۴	۰.۰۳	
$6=4'$	۱۱۰۵.۳۰	۲۰۴۵۳۹۱۴۱۲۹	۱۳۵۲.۲۶۰۷۷۱	۱۵۱۸.۴	۱	۱۳۵۲.۲۶

جدول ۶: اطلاعات DMU های هزینه‌ای متناظر  $DMU_5$  با قیمت‌های سایر DMU ها و کارایی‌های قیمتی و هزینه‌ای آنها در  $P'_c$

DMU	$x^*$	Cost(C)	$\tilde{x}$	Output (y)	$\theta^*$	$\tilde{x}^*$
۱	۸۵۶.۳۴	۷۷۳۲۰۴۵۷۹۹۱۹	۱۴۵۶.۶۲۱۲۶	۱۱۷۶.۴	۰.۰۳	
۲	۸۵۶.۳۴	۴۴۵۰۸۳۶۲۱۵۳۳	۱۴۳۱.۱۱۴۲۹	۱۱۷۶.۴	۰.۰۵	
۳	۸۵۶.۳۴	۸۷۵۶۲۳۸۹۱۹۳	۱۳۵۷.۴۹۸۳۱۸	۱۱۷۶.۴	۰.۲۳	
۴	۸۵۶.۳۴	۹۰۶۴۵۴۴۰۳۰۵	۱۳۵۷.۷۶۲۳۳۲	۱۱۷۶.۴	۰.۲۳	
۵	۸۵۶.۳۴	۶۹۱۲۸۱۹۵۱۵۳۱	۱۴۵۵.۹۱۹۷۲۴	۱۱۷۶.۴	۰.۰۳	
$6=5'$	۸۵۶.۳۴	۲۰۴۵۳۹۱۴۱۲۹	۱۳۵۱.۷۵۱۵۵	۱۱۷۶.۴	۱	۱۳۵۱.۷۵

جدول ۷: اطلاعات DMUهای هزینه‌ای متناظر  $DMU_6$  با قیمت‌های سایر DMUها و کارایی‌های قیمتی و هزینه‌ای آنها در  $P_c'$

DMU	$x^*$	Cost( $c$ )	$\tilde{x}$	Output ( $y$ )	$\theta'^*$	$\tilde{x}^*$
۱	۵۴۹.۵۹	۷۷۳۲۰۴۵۷۹۹۱۹	۱۴۲۴.۲۴۹۴۵۵	۷۵۵	۰.۰۳	
۲	۵۴۹.۵۹	۴۴۵۰۸۳۶۲۱۵۳۳	۱۴۲۴.۴۴۶۱۳۵	۷۵۵	۰.۰۵	
۳	۵۴۹.۵۹	۸۷۵۶۳۳۸۹۱۹۳	۱۳۲۴.۸۱۲۳۴۱	۷۵۵	۰.۲۳	
۴	۵۴۹.۵۹	۹۰۶۴۵۴۴۰۳۰۵	۱۳۲۴.۹۸۱۷۸۳	۷۵۵	۰.۲۳	
۵	۵۴۹.۵۹	۶۹۱۲۸۱۹۵۱۵۳۱	۱۴۲۴.۷۹۹۲۱۶	۷۵۵	۰.۰۳	
6 = 6'	۵۴۹.۵۹	۲۰۴۵۳۹۱۴۱۲۹	۱۳۲۴.۱۲۷.۱	۷۵۵	۱	۱۳۲۴.۱۲

دارای کمترین هزینه است. با توجه به نتایج جدول ۸ مشاهده می‌شود که تنها واحدی که به لحاظ هزینه‌ای و تخصیص هزینه کارا است و بردار قیمت آن بدرستی انتخاب شده است  $DMU_3$  است (که همان  $DMU$  هزینه‌ای متناظر  $DMU_3$  با قیمت  $DMU_3$  در  $P_c'$  و برگرفته از جدول ۴ است) و مابقی واحدها دارای ناکارایی هزینه و تخصیص هزینه می‌باشند. این بدین معنی است که در همه واحدهای جدول ۸ به جز  $DMU_3$ ، بردار قیمت بدرستی انتخاب نشده است و این واحدها در حضور بردارهای قیمتی دیگر می‌توانستند کارا تر باشند. پس برای بهبود بخشیدن به کارایی این واحدها می‌توان تجدید نظر در بردارهای قیمتی این واحدها را به شرکت پالایش نفت مورد نظر پیشنهاد داد. حال به سراغ تجزیه هزینه مشاهده شده هر کدام از DMUها می‌رویم.

حال در مرحله سوم وارد مجموعه امکان تولید  $P_c$  می‌شویم و واحدهای کارایی هر کدام از جداول ۲ تا ۷ را جداگانه در مجموعه امکان تولید  $P_c$  از نظر هزینه‌ای با هم مقایسه می‌کنیم و نتایج کارایی‌های هزینه‌ای و تخصیص هزینه را به ترتیب در ستون‌های ۴ و ۵ جدول ۸ نشان می‌دهیم (در جداول ۲ تا ۷ مشاهده می‌شود که در هر مجموعه امکان تولید و در هر جدول فقط یک واحد کارا وجود دارد، اما اگر تعداد این واحدهای کارا در هر جدول بیش از یکی بود آنگاه در این مرحله کارا ترین واحد را که هزینه آن از سایرین کمتر بود برای ارزیابی در مرحله سوم انتخاب می‌کردیم). این واحدها واحدهایی هستند که ناکارایی تکنیکی و ناکارایی قیمتی آنها در مراحل قبل برطرف شده است و اکنون ناکارایی‌های شعاعی و تخصیصی آنها را در  $P_c$  پیدا می‌کنیم و با حذف ناکارایی تکنیکی هزینه‌ای برای هر کدام از واحدها در این PPS به نقطه  $(\tilde{x}_o^{**}, y_o)$  می‌رسیم که این نقطه

جدول ۸: اطلاعات DMUهای کارایی مرحله قبل (جداول ۲ تا ۷) و کارایی هزینه و تخصیص هزینه آنها در  $P_c$

DMU	$\tilde{x}^*$	$y$	$\bar{y}^*$	$\bar{\alpha}'^*$
1'	۱۴۲۴.۷۵	۱۱۷۳۲.۱	۰.۴۵	۰.۳
2'	۱۴۲۴.۲۸	۸۶۱۲.۱۵	۰.۴۵	۰.۰۴
3'	۱۳۲۴.۲۷	۹۲۹.۷	۱	۱
4'	۱۳۲۴.۲۶	۱۵۱۸.۴	۰.۴۵	۰.۲۷
5'	۱۳۲۴.۷۵	۱۱۷۶.۴	۰.۴۵	۰.۳۵
6'	۱۳۲۴.۱۲	۷۵۵	۰.۴۵	۰.۵۵

تکنیکی و فقدان به دلیل انتخاب نادرست قیمت و فقدان به دلیل ناکارایی تکنیکی هزینه‌ای و فقدان به دلیل ناکارایی تخصیصی هزینه‌ای و کمترین هزینه هر DMU، بود بدست آمد.

در این مقاله تمرکز ما بر روی محاسبه کارایی هزینه‌ای بود. به سادگی می‌توان روش پیشنهادی را برای کارایی سود و درآمد توسعه داد. همچنین فرض در نظر گرفته در خصوص بازده به مقیاس برای مجموعه‌های امکان تولید، فرض بازده به مقیاس ثابت بود. می‌توانیم با در نظر گرفتن بازده به مقیاس متغیر، تاثیرات ناکارایی مقیاس را در فقدان حداقل هزینه نیز مورد بحث و بررسی قرار دهیم. توسعه روش پیشنهادی برای زمانی که داده‌های واحدهای تصمیم‌گیرنده و یا قیمت‌ها به صورت نادقیق باشند و همچنین ساختارهای شبکه‌ای در تحلیل پوششی داده‌ها و ارزیابی عملکرد واحدها با توجه به فاکتور زمان می‌تواند برای مطالعات بعدی مورد توجه قرار گیرد. علاوه بر این توسعه روش پیشنهادی برای حالتی که قیمت‌ها ثابت نباشند و مقادیر ورودی و قیمت‌های آنها می‌توانند به صورت همزمان تغییر یابند، و تجزیه سود از دست رفته تحت عدم مشخص بودن قیمت خروجی و همچنین تخمین شاخص بهره‌وری مالیم کوئیست هزینه، درآمد و سود در فضای غیر رقابتی برای مطالعات آتی پیشنهاد می‌شود. همچنین پیشنهاد می‌شود از روش ارائه شده در این تحقیق در ارزیابی هزینه‌ای واحدهای صنعتی و تولیدی دیگر همچون نیروگاه‌های آبی و خورشیدی تولید برق و ... استفاده شود.

### تشکر و قدردانی

مقاله فوق مستخرج از رساله دکترای ریاضی کاربردی نویسنده اول در دانشگاه آزاد اسلامی واحد خرم آباد و با حمایت مالی شرکت ملی نفت و پالایش امام خمینی شازند ایران می‌باشد. نویسندگان مقاله از حمایت‌های مالی شرکت ملی نفت و پالایش امام خمینی شازند ایران نهایت تشکر و قدردانی را دارند.

به‌طور مثال تجزیه هزینه مشاهده شده برای  $DMU_1$  را در زیر نشان می‌دهیم:

$$\begin{aligned} C_1 &= cx = 773204579919 \times 13538.8 = 1.046826e16 \\ C_1^* &= cx^* = 773204579919 \times 8540.23 = 6.603345e15 \\ \Rightarrow L_1^* &= C_1 - C_1^* = \\ &1.046826e16 - 6.603345e15 = \\ &3864915000000000 \\ C_1^* &= cx^* = 773204579919 \times 8540.23 = 6.603345e15 \\ C_{new1}^* &= \tilde{x}^* = 1.75e14 \\ \Rightarrow L_{new1}^* &= C_1^* - C_{new1}^* = \\ &6.603345e15 - 1.75e14 = \\ &6428345000000000 \\ C_{new1}^* &= \tilde{x}^* = 1.75e14 \\ C_1^{**} &= 1.75e14 \} \Rightarrow \\ L_1^{**} &= C_{new1}^* - C_1^{**} = \\ &1.75e14 - 1.75e14 = 0 \\ C_1^{**} &= 1.75e14 \} \Rightarrow \\ C_1^{***} &= 6.27e12 \\ L_1^{***} &= C_1^{**} - C_1^{***} = \\ &1.75e14 - 6.27e12 = \\ &168730000000000 \\ \Rightarrow C_1 &= L_1^* + L_{new1}^* + L_1^{**} + L_1^{***} + C_1^{***} \Rightarrow \\ &1.046826e16 = \\ &3.864915e15 + 6.428345e15 + \\ &0 + 1.6873e14 + 6.27e12 \end{aligned}$$

### نتیجه‌گیری

در این مقاله با در نظر گرفتن نقاط تصویر شعاعی ماهیت ورودی در مجموعه‌های امکان تولید تکنولوژی و قیمتی، نقاطی را با مولفه‌های قیمتی ساختیم که براساس آنها برای هر DMU یک مجموعه امکان تولید هزینه‌ای ساخته شد و در نهایت کارایی هزینه در همه مجموعه‌های امکان تولید هزینه ارزیابی شد. سپس تمام واحدهای کارایی مراحل قبل در مجموعه امکان تولید سودی مورد مقایسه قرار گرفتند و تفاوت میان اندازه‌های کارایی هزینه در دو مجموعه امکان تولید ناشی از انتخاب نادرست بردارهای قیمت دانسته شد زیرا ناکارایی تکنیکی در مرحله اول حذف شد و واحدهایی که در مرحله دوم کارایی قیمتی بودند انتخاب شدند، پس این واحدها در مرحله دوم ناکارایی قیمت نیز ندارند. در نهایت یک فرصت از دست رفته کارایی هزینه تعریف شد تا اندازه ناکارایی هزینه به دلیل انتخاب نامناسب بردار قیمت مشخص شود. سپس یک تجربه هزینه واقعی ورودی برای  $DMU_o$  که شامل فقدان به دلیل ناکارایی

operational research. Dec 1; 207(2):1122-9 (2010).

فهرست منابع

[9] Charnes A, Cooper WW, Rhodes E. Measuring the efficiency of decision making units. *European journal of operational research*. Nov 1;2(6):429-44 (1978).

[10] Farrell MJ. The measurement of productive efficiency. *Journal of the Royal Statistical Society: Series A (General)*. 120(3):253-81(1957).

[11] Jahanshahloo GR, Hosseinzadeh Lotfi F, Rostamy-Malkhalifeh M, Ghobadi S. Using enhanced Russell model to solve inverse data envelopment analysis problems. *The Scientific World Journal* (2014).

[12] Kao C. Efficiency decomposition in network data envelopment analysis: A relational model. *European journal of operational research*. Feb 1;192(3):949-62(2009).

[13] Liang L, Cook WD, Zhu J. DEA models for two-stage processes: Game approach and efficiency decomposition. *Naval Research Logistics (NRL)*. Oct;55(7):643-53(2008).

[14] Liu ST. A note on efficiency decomposition in two-stage data envelopment analysis. *European Journal of Operational Research*. Aug 1;212(3): 606-8 (2011).

[15] Lotfi FH, Navabakhs M, Tehranian A, Rostamy-Malkhalifeh M, Shahverdi R. Ranking bank branches with interval data the application of DEA. In *International Mathematical Forum Vol. 2, No. 9*, pp. 429-440 (2007).

[16] Nemoto J, Goto M. Productivity, efficiency, scale economies and technical change: A new decomposition analysis of

[1] Barzegarinegad A, Jahanshahloo G, Rostamy-Malkhalifeh M. A full ranking for decision making units using ideal and anti-ideal points in DEA. *The Scientific World Journal* (2014).

[2] Blank JL, Eggink E. The decomposition of cost efficiency: an empirical application of the shadow cost function model to Dutch general hospitals. *Health Care Management Science*. May 1;7(2):79-88(2004).

[3] Chambers RG, Färe R. Additive decomposition of profit efficiency. *Economics Letters*. Sep 1;84(3):329-34 (2004).

[4] Cheng YS, Li SK. Income inequality and efficiency: A decomposition approach and applications to China. *Economics Letters*. Apr 1;91(1):8-14 (2006).

[5] Chen Y, Du J, Sherman HD, Zhu J. DEA model with shared resources and efficiency decomposition. *European Journal of Operational Research*. Nov 16;207(1):339-49(2010).

[6] Cooper WW, Thompson RG, Thrall RM. Introduction: Extensions and new developments in DEA. *Annals of operations Research*. Feb 1;66(1):1-45 (1996).

[7] Cooper WW, Seiford LM, Tone K. Data envelopment analysis: A comprehensive text with models, applications, references and DEA-solver software. *Journal-operational Research Society*; 52(12):1408-9(2001).

[8] Cook WD, Zhu J, Bi G, Yang F. Network DEA: Additive efficiency decomposition. *European journal of*

- [23] Tone K. A strange case of the cost and allocative efficiencies in DEA. *Journal of the Operational Research Society*. Nov 1; 53(11):1225-31(2002).
- [24] Tone K, Tsutsui M. Decomposition of cost efficiency and its application to Japanese-US electric utility comparisons. *Socio-Economic Planning Sciences*. Jun 1;41(2):91-106(2007).
- [25] Yamamura K, Ushida A, Horiuchi K. Improving the efficiency of interval analysis by Kevorkian's decomposition technique. *Electronics and Communications in Japan (Part III: Fundamental Electronic Science)*. Feb; 75(2): 36-46 (1992).
- [26] Yang CC. An enhanced DEA model for decomposition of technical efficiency in banking. *Annals of Operations Research*. Mar 1;214(1):167-85(2014).
- [27] Zieschang KD. A note on the decomposition of cost efficiency into technical and allocative components. *Journal of Econometrics*. Dec 1; 23(3): 401-5(1983).
- TFP applied to the Japanese prefectures. *Journal of the Japanese and International Economies*. Dec 1;19(4):617-34(2005).
- [17] Peykani P, Mohammadi E, Emrouznejad A, Pishvae MS, Rostamy-Malkhalifeh M. Fuzzy data envelopment analysis: An adjustable approach. *Expert Systems with Applications*. Dec 1; 136: 439-52 (2019).
- [18] Peykani P, Mohammadi E, Jabbarzadeh A, Jandaghian A. Utilizing robust data envelopment analysis model for measuring efficiency of stock, a case study: Tehran Stock Exchange. *Journal of New Researches in Mathematics*. Feb 1; 1(4): 15-24 (2016).
- [19] Peykani P, Mohammadi E, Pishvae MS, Rostamy-Malkhalifeh M, Jabbarzadeh A. A novel fuzzy data envelopment analysis based on robust possibilistic programming: possibility, necessity and credibility-based approaches. *RAIRO- Operations Research*. Oct 1; 52(4-5): 1445-63 (2018).
- [20] Peykani P, Mohammadi E, Rostamy-Malkhalifeh M, Hosseinzadeh Lotfi F. Fuzzy data envelopment analysis approach for ranking of stocks with an application to Tehran stock exchange. *Advances in Mathematical Finance and Applications*. Mar 1;4(1):31-43(2019).
- [21] Peykani P, Mohammadi E, Esmaeili S, Sadat F. Stock evaluation under mixed uncertainties using robust DEA model. *Journal of Quality Engineering and Production Optimization*. Jun 1;4(1):73-84 (2019).
- [22] Thor. S, Kozmetsky.G, and Phillips. F. DEAof Financial Statements Deta: The U.S. Computer Industry. *Journal of Productivity Analysis* 5, pp.229-248 (1994).

