Archive of SID

دسترسی در سایتِ http://jnrm.srbiau.ac.ir
سال ششم، شماره بیست و هفتم، آذر و دی ۱۳۹۹
شماره شاپا: ۵۸۸-۲۵۸۸X

JNRM
پژوهش‌های نوین در ریاضی

دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات

ارایه یک مدل بر اساس متغیرهای کمکی برای محاسبه کارایی و اثر بخشی ایستگاه‌های مترو شهر تهران در تحلیل پوششی داده‌ها با ورودی و خروجی‌های وابسته

علی محمد قلیها[۱]، فرهاد حسین‌زاده لطفی[۲*]، محمدرضا شهریاری[۳]، محسن واعظ قاسمی[۴]

(۱) گروه مدیریت صنعتی، واحد امارات، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران
(۲) گروه ریاضی، واحد علوم و تحقیقات، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران
(۳) گروه مدیریت صنعتی، واحد تهران جنوب، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران
(۴) گروه ریاضی، واحد رشت، دانشگاه آزاد اسلامی، رشت، ایران

تاریخ ارسال مقاله: ۹۷/۱۲/۲۷ تاریخ پذیرش مقاله: ۹۸/۰۲/۲۳

چکیده

کارایی نسبی مجموعه‌ای از واحدهای تصمیم‌گیرنده با چندین ورودی و خروجی به کمک تحلیل پوششی داده‌ها به دست می‌آید. یکی از پیش فرض‌های اصلی مدل‌های کلاسیک تحلیل پوششی داده‌ها در نظر گرفتن هر واحد تصمیم‌گیرنده، به عنوان یک جعبه سیاه است. همچنین مستقل بودن ورودی‌ها و خروجی‌ها نسبت به هم می‌باشد. در این مقاله عملکرد ایستگاه‌های مترو شهر تهران را با لحاظ نمودن ساختار شبکه دو مرحله‌ای که در آن مرحله اول نشان دهنده کارایی و مرحله دوم نشان دهنده اثر بخشی آن می‌باشد، تعریف و سپس با توجه به وجود شاخص‌ها، ورودی وابسته به هم را در مرحله اول و دوم مدل‌های دو مرحله‌ای را اصلاح نموده و مدل حاصل را برای ۷۱ ایستگاه مترو در شهر تهران بکار گرفته شده و در نهایت از این تعداد ۳ ایستگاه کارا و ۲ ایستگاه اثر بخش بوده‌اند. در مجموع از بین ۷۱ ایستگاه هیچ ایستگاه مترویی دارای بهره وری یک نبوده است.

واژه‌های کلیدی: کارایی، اثر بخشی، دو مرحله‌ای، تحلیل پوششی داده‌ها، ورودی‌ها و خروجی‌های وابسته.

*. عهده‌دار مکاتبات: farhad@hosseinzadeh.ir

www.SID.ir

Archive of SID

۱. مقدمه

تحلیل پوششی داده‌ها تکنیکی براساس برنامه‌ریزی ریاضی جهت محاسبه کارایی نسبی مجموعه‌ای از واحدهای تصمیم‌گیرنده با چندین ورودی و چندین خروجی است. در مدل‌سازی اولیه کلاسیک برای محاسبه کارایی نسبی که توسط چارنز و همکاران [۳] پیشنهاد گردید، دارای پیش فرض‌هایی است که می‌توان به موارد زیر اشاره نمود:

تمام ورودی‌ها و خروجی‌ها لازم است نا منفی باشند و هر واحد تصمیم‌گیرنده دارای حداقل یک ورودی و یک خروجی مثبت داشته باشد. تمام ورودی‌های یک واحد از هم مستقل هستند. هر ورودی یک واحد با کارایی آن واحد رابطه معکوس و هر خروجی یک واحد با کارایی آن واحد رابطه مستقیم دارد. تمام ورودی‌ها و خروجی‌ها قابلیت تغییر از صفر تا هر عدد مثبتی را دارند. این فرض آخری برای محاسبه مختصات نقطه الگو در مجموعه امکان تولید با بازده به مقیاس ثابت یکی از فرض‌های اصلی است. در بدست آوردن الگو برای یک واحد ناکارا خروجی می‌تواند افزایش یابد. به دلیل عدم کراندار بودن خروجی‌ها در مجموعه امکان تولید با بازده به مقیاس ثابت ممکن است خروجی الگو چندین برابر خروجی واحد تحت ارزیابی پیشنهاد گردد. و به همین ترتیب هر ورودی هم تا سطح مقدار مثبت کوچک پیشنهاد گردد. اما در بسیاری از مسائل حقیقی یک خروجی نمی‌تواند به هر مقدار حقیقی افزایش یابد. این ممکن است به دلیل این باشد که یک مدیر واحد تصمیم‌گیرنده، قادر به افزایش یک خروجی به سطح بالا نباشد. و یا ممکن است افزایش یک خروجی به یک سطح بسیار بالا امکان پذیر نباشد.

فار و گراسکف [۴و۵] ساختار یک DMU را در حالت شبکه توسعه دادند، به این معنی که در حالت‌های متداول قبل از آن ساختار یک DMU بدون بخش‌های درونی در نظر گرفته می‌شد. پیدا کردن کردن کارایی زیر بخش‌ها در یک DMU به تصمیم‌گیرنده در تصمیم سازی و اجرای اهداف از پیش تعیین شده کمک می‌کند. کائو و هوانگ [۷] کارایی را برای یک سیستم ساده دو مرحله‌ای تجزیه کردند، منظور از سیستم دو مرحله‌ای ساده آن است که تمام ورودی‌ها در مرحله یک استفاده می‌شود و تمام خروجی مرحله اول به عنوان تنها ورودی مرحله دوم استفاده می‌شود. کائو و هوانگ [۸] با یک مثال نشان دادند که ممکن است همه زیر بخش‌ها کارا باشند، اما سیستم همچنان کارا باشد. کائو [۹] مروری بر روش‌های و حالت‌های مختلف شبکه در تحلیل پوششی داده‌ها انجام داده است. همچنین چن و ژو (۲۰۱۸) اندازه کارایی بر پایه متغیرهای کمکی توسعه دادند.

تاکنون مطالعات زیادی پیرامون ارزیابی کارآیی سیستم‌های حمل و نقل ریلی صورت گرفته است. در زیر، خلاص‌های از مطالعات صورت گرفته در این زمینه بیان می‌شود. توسط یو و لین [۱۳] برای بررسی کارآیی فنی و اثر بخشی فنی راه آهن‌های دنیا با استفاده از روش تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای، ارائه شد. در این مقاله نیروی کار، انرژی، طول خط، تعداد واگن باری و مسافری، به عنوان ورودی‌های مسئله و مسافر- قطار-کیلومتر، بار- قطار-کیلومتر، مسافر- کیلومتر، تن-کیلومتر به عنوان خروجی‌های مسئله در نظر گرفته شدند.

در مقاله جیانگ [۶]، مدلی برای ارزیابی کارآیی سیست مهای حمل و نقل ارائه شد. در این مدل سطح توسعه اقتصادی، معیارهای قابلیت حمل و نقل و معیارهای دسترسی راه آهن به عنوان ورودی و معیارهای ترافیک حمل و نقل و بازدهی حمل و نقل به عنوان خروجی مدل در نظر گرفته شده است.

لیپنگ [۱۰] به ارزیابی مقیاس ورودی -خروجی راه آهن‌های مختلف پرداخت. در این مقاله سرمایه گذاری در دارایی‌های ثابت و دستمزد به عنوان ورودی و سود کل و نیروی کار در حال خدمت به عنوان خروجی مسئله در نظر گرفته شد.

از جمله مطالعات دیگری که در رابطه با ارزیابی کارآیی راه آهن جمهوری اسلامی ایران وجود دارد، می‌توان به مطالعه موحدی [۲و۱۱] اشاره کرد که در آن کارآیی راه آهن جمهوری اسلامی ایران طی سال‌های ۱۹۷۱ تا ۲۰۰۴ با استفاده از تحلیل پوششی داده‌ها محاسبه شده است و همچنین واحدهای کارا رتبه‌بندی گردیده.

در مقاله جعفریان مقدم [۱]، با استفاده از دو روش تحلیل پوششی داده‌ها و روش تحلیل سلسله مراتبی به عنوان ابزارهای قدرتمند مدیریتی در زمینه ارزیابی

www.SID.ir

Archive of SID

عملکرد سازمان‌ها، برای ۴۶ راه آهن دنیا، سه راه آهن آمریکا، کانادا و انگلیس گزینش نهایی شده و جهت الگوبرداری ارائه شد.

موحدی و همکارانش [۲و۱۱] به تعیین و رتبه‌بندی کارآیی فنی نواحی ۱۴ گانه راه آهن ایران با استفاده از تحلیل پوششی داده‌ها پرداختند. همچنین واحدهای الگو برای نواحی ناکارا معرفی و نواحی کارآ رتبه‌بندی گردید نتایج رتبه‌بندی نواحی کارا نشان می‌دهد نواحی هرمزگان، شرق، خراسان، تهران و اصفهان به ترتیب دارای بالاترین سطح کارآیی هستند.

ورودی و خروجی خاص

در این مقاله مدل مناسبی با توجه به شرایط موجود در بین ایستگاههای مترو وجود دارد، ارایه می‌گردد. در این مدلسازی به این نکته اشاره شده است که تمام ایستگاههای مترو دارای شرایط خاصی هستند بخصوص شرایطی که بین شاخص‌های ورودی و خروجی وجود دارد. اداره ساخت و راه اندازی هر ایستگاه وظیفه جایابی طراحی و ساخت ایستگاه و ایجاد امکانات لازم برای مسافرت را به عهده دارد. لذا برای ارزیابی و عملکرد هر ایستگاه ساختار دو مرحله‌ای که مرحله اول نشان دهنده کارایی و مرحله دوم نشان دهنده اثر بخشی هر ایستگاه مترو می‌باشد. از این رو در این مقاله موضوعات زیر مورد توجه قرار می گیرد. که صورت مسئله اصلی پژوهشی می‌باشد.

۱. طراحی ساختار دو مرحله‌ای برای محاسبه کارایی، اثر بخشی و بهره‌وری بر اساس متغیرهای کمکی
۲. توسعه مدل دو مرحله‌ای با داده‌های خاص
۳. محاسبه کارایی و اثر بخشی ایستگاههای مترو تهران

در بخش دوم مفاهیم مقدماتی کارایی و اثر بخشی در ساختار دو مرحله‌ای و مروری بر ادبیات موضوع را بررسی خواهیم کرد. مدل‌سازی برای ساختار دو مرحله‌ای با داده‌های خاص وابسته و کراندار انجام می‌شود. تعریف شاخص‌ها و اجرای مدل برای محاسبه کارایی و اثر بخشی ایستگاههای مترو تهران و تحلیل نتایج در بخش چهارم مورد بحث قرار می‌گیرد و در نهایت در بخش پنجم نتیجه‌گیری تحقیق و پیشنهادات ارایه می‌شود.

۲. مفاهیم پایه و مروری بر ادبیات موضوع

فرض کنید n واحد تصمیم‌گیرنده موجود است به طوری که DMU_j از بردار ورودی $X_j=(x_{1j},...,x_{mj})$ جهت تولید بردار خروجی $Y_j=(y_{1j},...,y_{sj})$ استفاده می‌کند که $Y_j\neq 0, Y_j\geq 0, X_j\neq 0, X_j\geq 0$.

با فرض پذیرفتن اصول موضوعه شمول مشاهدات، تحدب، بازده به مقیاس ثابت، امکان‌پذیری و کمینه درونیابی مجموعه امکان تولید به صورت ذیل خواهد بود.

$$T_c=\left\{\begin{pmatrix}X\\Y\end{pmatrix}\middle| X\geq\sum_{j=1}^{n}\lambda_j X_j \,\&\, Y\sum_{j=1}^{n}\lambda_j X_j \,\&\, \lambda\geq 0\right\}$$

مدل CCR در ماهیت ورودی برای تعیین کارایی نسبی DMU_p به صورت ذیل است.[۳]

$$\begin{aligned} Min\quad & \theta \\ s.t\quad & \sum_{j=1}^{n}\lambda_j X_j\leq\theta X_p \\ & \sum_{j=1}^{n}\lambda_j Y_j\geq Y_p \\ & \lambda\geq 0 \end{aligned} \qquad (۱)$$

در مدل (۱) اگر $\theta^*=1$ (علامت × نشان دهنده مقدار متغیر در جواب بهین است) آنگاه DMU_p را کارا نامند. برای تشخیص کارای قوی بودن یا ضعیف بودن واحد تحت بررسی لازم است مساله دیگری حل گردد. برای رفع این مشکل (تن (۲۰۰۰)) مدل غیر شعاعی ذیل بر اساس متغیرهای کمکی جهت محاسبه کارایی نسبی DMU_p طراحی شد.

$$Min\quad z_p=\frac{1-\frac{1}{m}\sum_{j=1}^{m}\frac{s_j^-}{x_{jp}}}{1+\frac{1}{s}\sum_{r=1}^{s}\frac{s_r^+}{y_{rp}}} \qquad (۲)$$

$$\begin{aligned} s.t\quad & \sum_{j=1}^{n}\lambda_j x_{ij}+s_i^-=x_{ip},\quad i=1,...,m \\ & \sum_{j=1}^{n}\lambda_j y_{rj}-s_r^+=y_{rp},\quad r=1,...,s \\ & \lambda\geq 0,\quad s^-\geq 0,\quad s^+\geq 0. \end{aligned}$$

www.SID.ir

Archive of SID

اگر z_p^* جواب بهین تابع هدف (۲) باشد در این صورت z_p^* را کارایی نسبی DMU_p می‌نامند. بدهی است اگر $z_p^*=1$ آنگاه DMU_p کارایی نسبی است در غیر این صورت یعنی اگر $0<z_p^*<1$ آنگاه DMU_p را ناکارای نسبی می‌نامند. توجه داشته باشید در مدل (۲) فرض بر این است که $X_p>0, Y_p>0$.

حال فرض کنید هر واحد تصمیم‌گیرنده دارای ساختار دو مرحله‌ای به شکل ۱ باشد.

کارایی DMU_p از حل مساله زیر دست می‌آید:

$$
\begin{aligned}
Min \quad & \frac{1-\frac{1}{m}\sum_{j=1}^{m}\frac{s_j^-}{x_{im}}}{1+\frac{1}{s}\sum_{r=1}^{s}\frac{s_r^+}{y_{rp}}} \\
s.t \quad & \sum_{j=1}^{n}\lambda_j^1 x_{ij}+s_i^-=x_{ip}, \quad i=1,\dots,m \\
& \sum_{j=1}^{n}\lambda_j^1 z_{kj}\geq\sum_{j=1}^{n}\lambda_j^2 z_{kj}, \quad k=1,\dots,k \\
& \sum_{j=1}^{n}\lambda_j^2 y_{rj}-s_r^+=y_{rp}, \quad r=1,\dots,s \\
& \lambda^1\geq 0, \quad \lambda^2\geq 0, \quad s^-\geq 0, \quad s^+\geq 0.
\end{aligned}
\qquad (۳)
$$

اگر $(\lambda^{1*},\lambda^{2*},s^{-*},s^{+*})$ جواب بهین (۳) باشد در این صورت کارایی مرحله ای اول و دوم از روابط زیر بدست می آید:

کارایی مرحله اول= $1-\frac{1}{m}\sum_{j=1}^{m}\frac{s_i^{-*}}{x_{ip}}$

کارایی مرحله دوم= $\frac{1}{1+\frac{1}{s}\sum_{r=1}^{s}\frac{s_r^{+*}}{y_{rp}}}$

کارایی کل= کارایی مرحله اول × کارایی مرحله دوم = $\frac{1-\frac{1}{m}\sum_{j=1}^{m}\frac{s_i^{-*}}{x_{ip}}}{1+\frac{1}{s}\sum_{r=1}^{s}\frac{s_r^{+*}}{y_{rp}}}$

اگر DMU_p کارا نباشد در این صورت نقطه تصویر یا الگو که روی مرز کارایی است از رابطه زیر به دست می آید.

نقطه الگو= $\sum_{j=1}^{n}\lambda_j^{1*}X_j, \sum_{j=1}^{n}\lambda_j^{1*}Z_j, \sum_{j=1}^{n}\lambda_j^{2*}Y_j$

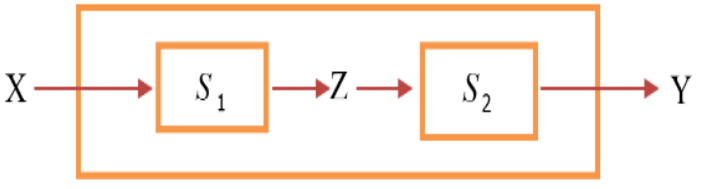
با توجه به اینکه متغیرهای کمکی در مساله (۳) نامنفی هستند لذا $\sum_{j=1}^{n}\lambda_j^{*}Y_j\geq Y_p, \sum_{j=1}^{n}\lambda_j^{*}X_j\leq X_p$. یعنی در الگوی یک واحد سعی می‌شود ورودی‌ها کاهش و خروجی‌ها افزایش یابد. اما الگوی تولید میانی (Z) لزوماً کوچکتر یا بزرگتر از Z_p نیست.

۳. مدلسازی

در این بخش ابتدا شاخص‌های موثر بر کارایی، اثر بخشی، و بهره‌وری معرفی خواهد شد سپس مدل مناسب برای رسیدن به هدف طراحی خواهد شد.

۳-۱. داده‌ها

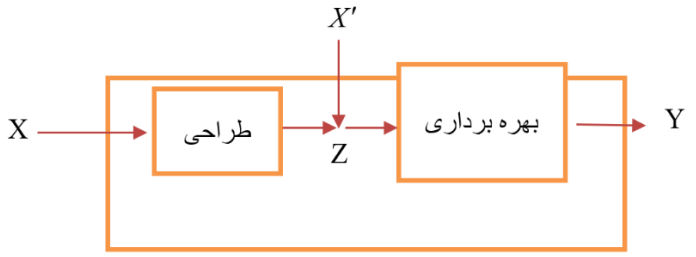
در این تحقیق ۷۱ ایستگاه مترو شهر تهران در سال ۱۳۹۷ مورد بررسی قرار می‌گیرد. تمام ایستگاه‌ها ابتدا طراحی و ساخته شدند و سپس مورد بهره‌برداری قرار گرفتند. از این رو ایجاد زیر ساخت‌ها به عنوان کارایی و مرحله به کارگیری و بهره‌برداری و ارایه خدمات به مشتریان به عنوان اثر بخشی تعریف گردید. از نظر شهودی می‌توان هر ایستگاه را به صورت شکل ۲ نشان داد.



شکل ۱. ساختار دومرحله‌ای

www.SID.ir

Archive of SID



شکل ۲: ساختار دو مرحله‌ای با یک ورودی اضافی در مرحله دوم برای هر ایستگاه مترو

در مرحله اول طراحی و ساخت ایستگاه مترو مدنظر است و در مرحله دوم بکارگیری این ایستگاه برای ارایه خدمات به مسافران مورد سنجش قرار می‌گیرد.
شاخص‌های موثر بر عملکرد به صورت ذیل است.

- **موقعیت مکانی**

شاخصی است که میزان تراکم جمعیتی و ترافیکی منطقه را نشان می‌دهد و مقدار آن در فاصله [1,10] قرار دارد. این شاخص توسط افراد خبره طی یک پرسشنامه به دست آمده است، که میزان جمعیت و تردد مردم در این ایستگاه را نشان می‌دهد. هر چه عدد به (۱۰) نزدیک‌تر باشد، نشان دهنده تراکم جمعیتی بیشتر و هرچه به ۱ نزدیک‌تر باشد جمعیت تراکم کمتر ایستگاه را نشان می‌دهد.

- **بودجه**

میزان بودجه تخصیص یافته برای احداث ایستگاه را نشان می‌دهد که مقدار ی در فاصله [1,5] به واحد میلیارد تومان است.

- **پرسنل**

تعداد پرسنل در هر ایستگاه را نشان می‌دهد که در بخش بهره‌برداری در اختیار ایستگاه قرار گرفته است.

- **تجهیزات**

زیر ساخت‌هایی که در مرحله طراحی و ساخت ایستگاه، در هر ایستگاه ایجاد می‌شود، را تجهیزات می‌نامند. که شامل فروشگاه‌ها، تعداد گیت‌های مورد استفاده و ... می‌باشد. این معیار از ترکیب تمام امکانات و زیر ساخت‌های ساخته شده در هر ایستگاه بدست آمده که بعد از نرمالیز نمودن مقداری در فاصله [1,10] می‌باشد. هر چه مقدار به ۱۰ نزدیک‌تر باشد، یعنی در مرحله ساخت تجهیزات بیشتری در هر ایستگاه به وجود آورده‌اند.

- **مساحت ایستگاه**

این شاخص تمام مساحت در اختیار هر ایستگاه را نشان می‌دهد، که این مقدار در ایستگاه‌های مختلف بین $1000m^2$ تا $5000m^2$ تغییر می‌کند.

- **میزان مسافران جابجا شده**

این شاخص تعداد مسافران ورودی و خروجی در هر ایستگاه را نشان می‌دهد. تعداد مسافران ورودی و خروجی در ایستگاه‌های مختلف بین ۲۰۰۰ نفر الی ۳۰۰۰ نفر بوده است.

- **رضایت مسافران**

شاخصی است که میزان رضایت مسافران از امکانات، تجهیزات، کیفیت آنها، نوع سرویس‌دهی، تهویه، میزان اطلاع رسانی، وجود علائم راهنمایی، برخورد کارکنان، وجود پله برقی، وجود سرویس‌های بهداشتی و زیبایی و نظافت را نشان می‌دهد. این معیار از یک پرسشنامه که توسط مشتریان ورودی و خروجی هر ایستگاه تکمیل و پردازش شده به دست آمده و در نهایت در فاصله [1,5] ارزش گذاری گردید. که عدد بزرگتر نشان دهنده رضایت بیشتر مسافران از آن ایستگاه می‌باشد.

باتوجه به ساختار تعریف شده برای هر ایستگاه رعایت هر یک از معیارهای فوق ورودی‌ها و خروجی‌های هر مرحله به شرح جدول ۱ تنظیم گردید.

۲-۳. مدل پیشنهادی

با توجه به معرفی معیارها و ایستگاهها طراحی مدل اولیه برای محاسبه بهره‌وری DMU_p به صورت ذیل است:

www.SID.ir

Archive of SID

$$
\begin{aligned}
Max \quad & UY_p \\
s.t \quad & VX_p + V'X'_p = 1 \\
& WZ_j - VX_j \le 0 \quad ,\forall j \\
& UY_j - WZ_j - V'X'_j \le 0 \quad ,\forall j \\
& UY_j - VX_j - V'X'_j \le 0 \quad ,\forall j \quad (\#) \\
& (U,V,V',W) \ge 0.
\end{aligned} \tag{۱}
$$

دوآل مدل (۱) که فرم پوششی نامیده می‌شود به شرح زیر است:

$$
\begin{aligned}
Min \quad & \theta \\
s.t \quad & \sum_{j=1}^{n} \lambda_j^1 z_j - \sum_{j=1}^{n} \lambda_j^2 z_{kj} \ge 0 \\
& -\sum_{j=1}^{n} \lambda_j^1 X_j + \theta X_p \ge 0 \\
& -\sum_{j=1}^{n} \lambda_j^2 X'_j + \theta X'_{10} \ge 0 \\
& \sum_{j=1}^{n} \lambda_j^2 Y_j \ge Y_p \\
& \lambda' \ge 0, \lambda^2 \ge 0
\end{aligned} \tag{۲}
$$

براساس شرایط ورودی و خروجی‌های مرحله اول و دوم شرایط هر یک از آنها به صورت ذیل است.

(موقعیت مکانی ایستگاه pام، بودجه ایستگاه pام)= $X_p = (x_{1p}, x_{2p})$

$1 \le$ بودجه ایستگاه ≤ 5

$0 \le$ موقعیت مکانی ≤ 10

(پرسنل بخش بهره‌برداری ایستگاه pام) = $X'_p = (x'_p)$

(مساحت ایستگاه pام، تجهیزات ایستگاه pام)= $Z_p = (z_{1p}, z_{2p})$

(رضایت مسافران ایستگاه pام، میزان مسافران جابجا شده در هر ایستگاه pام) = $Y_p = (y_{1p}, y_{2p})$

$1 \le$ رضایت مسافران ایستگاه ≤ 5

از طرفی تجهیزات تابعی از مساحت ایستگاه است یعنی:

(مساحت ایستگاه pام $\square$ تجهیزات ایستگاه pام)

این رابطه بر اساس قوانین لازم است به شکل زیر باشد:

(مساحت ایستگاه pام)۲ ≥ تجهیزات ایستگاه pام

توجه شود واحد مساحت $1000m^2$ است.

از این رو مدل بر مبنای متغیرهای کمکی شبکه دو مرحله‌ای این تحقیق با شرایط معیارهای فوق به شرح زیر است:

$$
\begin{aligned}
Min \quad & \frac{1 - \frac{1}{3}\left[\left(\sum_{j=1}^{2} \frac{s_i^-}{x_{ip}}\right) + \frac{s_0^-}{x'_p}\right]}{1 + \frac{1}{2}\sum_{r=1}^{2} \frac{s_r^+}{y_{rp}}} \\
& \sum_{j=1}^{71} \lambda_j^1 x_{ij} + s_i^- = x_{ip}, \quad i = 1,2 \\
& \sum_{j=1}^{71} \lambda_j^1 z_{kj} \ge \sum_{j=1}^{71} \lambda_j^2 z_{kj}, \quad k = 1,2 \\
& \sum_{j=1}^{71} \lambda_j^2 x'_j + s_0^- = x'_p \\
& \sum_{j=1}^{71} \lambda_j^2 y_{rj} - s_r^+ = y_{rp}, \quad r = 1,2 \\
& 1 \le \sum_{j=1}^{71} \lambda_j^1 x_{2j} \le 5 \\
& \sum_{j=1}^{71} \lambda_j^1 x_{2j} \le 10 \\
& \sum_{j=1}^{71} \lambda_j^1 z_{1j} \ge 2 \quad \sum_{j=1}^{71} \lambda_j^1 z_{2j} \\
& 1 \le \sum_{j=1}^{71} \lambda_j^2 y_{2j} \le 5 \\
& \lambda^1 \ge 0, \lambda^2 \ge 0, s^- \ge 0, s^+ \ge 0.
\end{aligned} \tag{۳}
$$

از آنجایی که در حال حاضر میزان بودجه تخصیص پیدا کرده، و هزینه شده است و موقعیت جغرافیایی نیز یک شاخص محیطی است، لذا تغییرات این دو معیار در اختیار مدیران است. پس مدل (۳) در ماهیت خروجی در نظر گرفته شد. در نتیجه در این تحقیق مدل (۳) به صورت ذیل تغییر یافت.

جدول ۱: ورودی و خروجی‌های هر مرحله

ورودی مرحله اول (X)	تولید میانی (Z)	ورودی مرحله دوم (X')	خروجی مرحله دوم (Y)
- بودجه - موقعیت	- تجهیزات ایستگاهی - مساحت ایستگاه	- پرسنل بخش بهره برداری	- میزان مسافران جابجا شده - رضایت مسافران

www.SID.ir

Archive of SID

$$
\begin{aligned}
Max \quad & \rho_p = 1 + \frac{1}{2}\sum_{r=1}^{2}\frac{s_r^+}{y_{rp}} \\
s.t \quad & \sum_{j=1}^{71}\lambda_j^1 x_{ij} + s_i^- = x_{ip}, \quad i = 1,2 \\
& \sum_{j=1}^{71}\lambda_j^1 z_{kj} \geq \sum_{j=1}^{71}\lambda_j^2 z_{kj}, \quad k = 1,2 \\
& \sum_{j=1}^{71}\lambda_j^2 x'_j + s_0^- = x'_p \\
& \sum_{j=1}^{71}\lambda_j^2 y_{rj} - s_r^+ = y_{rp}, \quad r = 1,2 \\
& 1 \leq \sum_{j=1}^{71}\lambda_j^1 x_{2j} \leq 5 \\
& \sum_{j=1}^{71}\lambda_j^1 x_{2j} \leq 10 \\
& \sum_{j=1}^{71}\lambda_j^1 z_{1j} \geq 2 \quad \sum_{j=1}^{71}\lambda_j^1 z_{2j} \\
& 1 \leq \sum_{j=1}^{71}\lambda_j^2 y_{2j} \leq 5 \\
& \lambda^1 \geq 0, \lambda^2 \geq 0, s^- \geq 0, s^+ \geq 0.
\end{aligned}
\qquad (۴)
$$

اگر ρ_p^* مقدار بهین تابع هدف مدل (۴) باشد در این صورت میزان بهره‌وری ایستگاه مترو pام از رابطه (۵) محاسبه می‌گردد.

$$E_p = \frac{1}{\rho_p^*} = \text{بهره‌وری ایستگاه مترو p ام} \qquad (۵)$$

اگر $E_p = 1$ آنگاه ایستگاه مترو pام وضعیت بسیار خوبی دارد، لذا دارای بهره‌وری کامل است و اگر $E_p < 1$ در این صورت ایستگاه مترو pام در بهره‌وری ضعف دارد و لذا برای رسیدن به وضعیت ایده‌آل باید اصلاحات لازم را انجام دهد.

با حل مدل دوآل مدل (۴) یعنی فرم مضربی مدل (۴) کارایی، اثر بخشی و بهره‌وری هر ایستگاه مترو براساس مجموع وزن‌دار شده، خروجی بر مجموع وزن‌دار ورودی برای هر مرحله محاسبه خواهد شد.

۴. اجرای مدل

اجرای مدل (۴) و دوآل این مدل برای ۷۱ ایستگاه مترو شهر تهران نتایج کارایی، اثر بخشی و بهره‌وری آنها محاسبه گردید که در جدول ۲ نشان داده شده است.

تمام ایستگاه‌ها با کد نمایش داده شده است. جدول بر حسب ستون بهره‌وری از ماکزیمم به مینیمم مرتب شده است. در بخش کارایی یعنی ایجاد زیر ساخت‌ها ۳ ایستگاه مترو کارا بوده‌اند و کمترین کارایی ایستگاه‌های مترو ۰.۲۸۵۷ بوده است.

جدول ۲: کارایی و اثر بخشی و بهره‌وری ایستگاه‌های مترو تهران

شماره	کارایی	اثربخشی	بهره‌وری	شماره	کارایی	اثربخشی	بهره‌وری
1	0.7727	1.0000	0.9950	37	0.5172	0.8984	0.8858
2	0.7273	0.8357	0.8306	38	0.3571	0.8944	0.8783
3	0.6364	0.6878	0.6822	39	0.3793	0.8433	0.8281
4	0.6000	0.8646	0.8577	40	0.3226	0.7496	0.7370
5	0.5376	0.9135	0.9056	41	0.4032	0.8438	0.8313
6	0.6296	0.8491	0.8406	42	0.4245	0.6362	0.6285
7	0.5189	0.8018	0.7936	43	0.6191	0.8451	0.8383
8	0.4245	0.8067	0.7969	44	0.6250	0.7484	0.7439
9	0.4202	0.8440	0.8323	45	0.4202	0.8441	0.8324
10	0.4436	0.8430	0.8313	46	0.7143	0.8435	0.8385
11	0.4724	0.9172	0.9049	47	0.3361	0.8457	0.8323
12	0.5303	0.8978	0.8867	48	0.5000	0.7831	0.7768
13	0.5161	0.8503	0.8375	49	0.7500	0.6807	0.6773
14	0.4000	0.8417	0.8265	50	0.9275	0.9145	0.9081
15	0.3000	0.9037	0.8847	51	0.9785	1.0000	0.9960
16	0.5172	0.8981	0.8855	52	0.5161	0.6714	0.6613
17	0.4643	0.8999	0.8864	53	0.5625	0.8465	0.8405

www.SID.ir

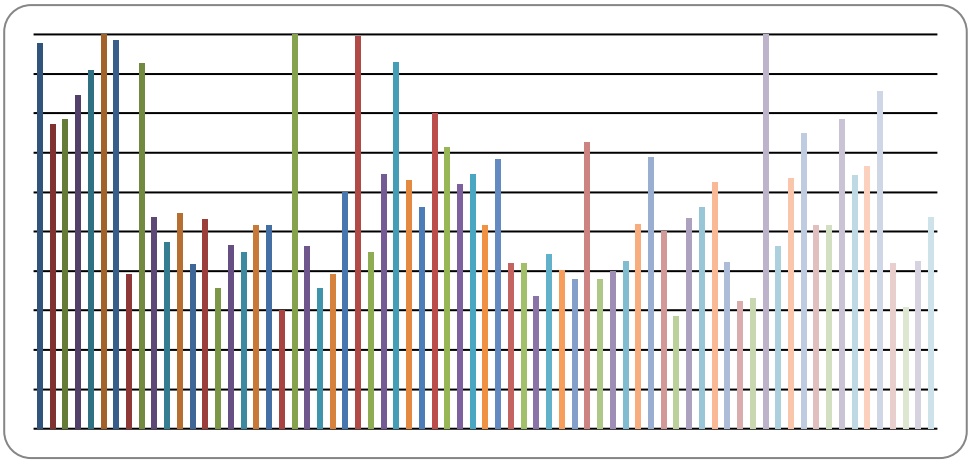
Archive of SID

18	0.3929	0.9287	0.9129	54	0.2857	0.7742	0.7587
19	0.5172	0.6738	0.6644	55	0.6667	0.6470	0.6438
20	0.4211	0.7498	0.7415	56	0.9852	0.9339	0.9293
21	0.9098	0.9727	0.9423	57	0.5333	0.7498	0.7445
22	0.5357	0.5939	0.5862	58	0.8462	0.9998	0.9469
23	0.9286	0.8489	0.8472	59	0.4202	0.6457	0.6368
24	1.0000	0.8847	0.8847	60	0.3070	0.6452	0.6350
25	1.0000	0.9323	0.9323	61	0.3782	0.8438	0.8313
26	0.6429	0.6494	0.6461	62	0.3929	0.8770	0.8621
27	0.6875	0.7896	0.7856	63	0.3571	0.9027	0.8864
28	0.7857	0.9834	0.9775	64	0.4483	0.9003	0.8859
29	0.7857	0.6590	0.6571	65	0.4167	0.9014	0.8875
30	1.0000	0.7142	0.7142	66	0.4622	0.8913	0.8799
31	0.6452	0.8472	0.8378	67	0.3302	0.7266	0.7163
32	0.4483	0.8647	0.8508	68	0.6838	0.8392	0.8330
33	0.5462	0.9002	0.8905	69	0.8000	0.8429	0.8395
34	0.8547	0.6395	0.6373	70	0.5625	0.7492	0.7440
35	0.4622	0.7097	0.7007	71	0.9958	0.8545	0.8528
36	0.6452	0.8600	0.8505				

در بخش اثر بخشی ۳ ایستگاه مترو دارای اثر بخشی کامل بوده‌اند یعنی فقط دو ایستگاه مترو از ریز ساخت، ساخته شده و در بهره‌برداری نهایت استفاده را برده‌اند. کمترین اثر بخشی در بین مترو ۰.۵۹۳۹ می‌باشد.

هیچ ایستگاه مترویی وجود نداشت که هم در بخش کارایی و هم در بخش اثر بخشی موفق بوده‌اند. از این رو هیچ ایستگاه مترویی را دارای بهره‌وری کامل نمی‌باشد. کمترین بهره‌وری در بین ایستگاه‌های مترو برابر ۰.۵۸۶۲ می‌باشد.

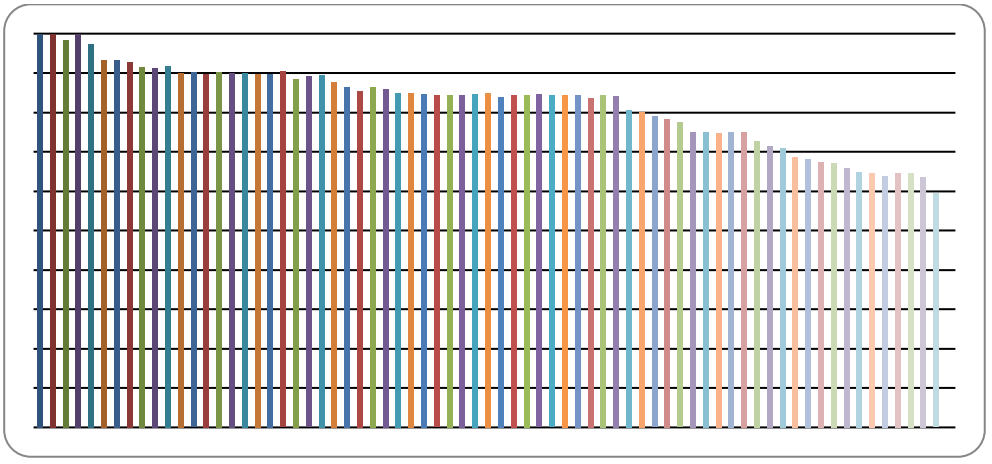
نمودارهای کارایی، اثر بخشی و بهره‌وری برای تمام ایستگاه‌ها به ترتیب در نمودارهای ۱و۲و۳ نشان داده شده است.



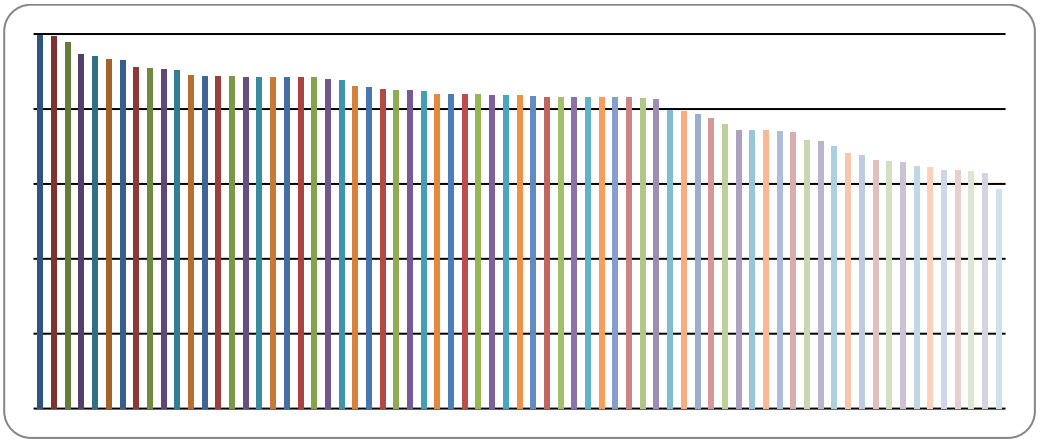
نمودار ۱: کارایی ۷۱ ایستگاه مترو

www.SID.ir

Archive of SID



نمودار ۲: اثربخشی ۷۱ ایستگاه مترو



نمودار ۳: بهره‌وری ۷۱ ایستگاه مترو

۵. نتیجه‌گیری

در این مقاله ۷۱ ایستگاه مترو شهر تهران مورد بررسی قرا ر گرفت. برای هر ایستگاه مترو با توجه به ساختار آن دو مرحله در نظر گرفته شد. در بخش طراحی و ساخت هدف، هدف ایجاد ایستگاه و امکانات و تجهیزات مورد استفاده بوده است. در سنجش بعدی هدف استفاده و بهره برداری از امکانات و تجهیزات برای ارایه خدمات به مسافران بوده است. به همراه زیر ساختها برای ارایه خدمات پرسنل نیز در اختیار هر ایستگاه مترو قرار گرفت. که نتیجه آن تعداد مسافر جابه جا شده ورودی و خروجی از آن ایستگاه و همچنین میزان رضایت مسافران از این ایستگاه بوده است. مدل تحلیل پوششی داده‌های دو مرحله‌ای ساخته شد. از آنجایی که برخی از معیارهای ورودی و خروجی و تولید میانی دارای شرایط ویژه بوده‌اند و همچنین رابطه مستقیم با هم داشته‌اند لذا مدل تحلیل پوششی داده‌های دو مرحله‌ای جدیدی طراحی گردید که برای ۷۱ ایستگاه مترو اجرا شد و نتایج کارایی و اثر بخشی و بهره‌وری برای همه آنها محاسبه گردید. مدل ساخته شده خطی بوده و به کمک نرم افزار GAMS نسخه ۲۳.۴ حل گردید. نتایج حاصل نشان می‌داد که از نظر زیر ساخت ایستگاه‌های مترو تهران تفاوت بیشتری نسبت به هم و نسبت به بهره‌برداری وارونه یعنی عملکرد ایستگاه‌های مترو در بخش بهره‌برداری نزدیک تر نسبت به هم بوده‌اند. این موضوع به این دلیل می‌باشد که در هر حال مردم از هر ایستگاه نزدیک محل کار یا محل زندگی خود الزاماً استفاده می‌کنند. لذا تفاوت فاحشی از

www.SID.ir

Archive of SID

نظر عملکردی در ایستگاه های مترو مشاهده نشده است.
مقدار بهره‌وری در هر ایستگاه از ترکیب محاسبه کارایی و اثر بخشی آن ایستگاه محاسبه می‌شود. مدل طراحی شده ماکزیمم بهره‌وری را برای هر ایستگاه محاسبه می‌کند. این نتایج تا حد زیادی منطبق بر نظر مدیریت وقت مترو بوده است.

www.SID.ir

Archive of SID

فهرست مراجع

[۱] جعفریان مقدم، احمدرضا و فتحعلی، مسعود (۱۳۸۷) انتخاب راه آهن‌های برتر دنیا در زمینه حمل و نقل کالا جهت الگو برداری برای راه آهن ایران با استفاده از روش تحلیل پوششی داده‌ها (DEA) و روش تحلیل سلسله مراتبی (AHP)، مجموعه مقالات دهمین همایش حمل و نقل ریلی.

[۲] موحدی، محمدمهدی و حسینی، سید محی‌الدین (۱۳۸۹) "تعیین و رتبه‌بندی کارآیی نواحی مختلف راه آهن جمهوری اسلامی ایران با استفاده از تحلیل پوششی داده‌ها"، مجله ریاضیات کاربردی واحد لاهیجان، بهار ۱۳۸۹. ۶۴-۴۹.

[3] Charnes, A., Cooper, W.W., Rhodes, E.L., 1978. Measuring the efficiency of decision making units. European Journal of Operational Research 2, 429–444.

[4] Färe, R., & Grosskopf, S. (1996). *Intertemporal production frontiers: With dynamic DEA*. Boston: Kluwer.

[5] Färe, R., & Grosskopf, S. (2000). Network DEA. *Socio-Economic Planning Sciences*, *34*, 35–49.

[6] Jiang, Changbing (2009) "a model of evaluating transportation system efficiency based on data envelopment analysis approach", Second International Symposium on Electronic Commerce and Security.

[7] Kao, C., & Hwang, S. N. (2008). Efficiency decomposition in two-stage data envelopment analysis: An application to non-life insurance companies in Taiwan. *European Journal of Operational Research*, *185*, 418–429.

[8] Kao, C., & Hwang, S. N. (2010). Efficiency measurement for network systems: IT impact on firm performance. *Decision Support Systems*, *48*, 437–446.

[9] Kao, C. (2017). *Network data envelopment analysis: Foundations and extensions*. Switzerland: Springer International Publishing.

[10] Lipeng, Feng and Guohua, Zhou (2010) "Analysis on the scale of input-output in diversified railway", IEEE.

[11] Movahedi, M., Saati, S. and Vahidi, A. R. (2007) "Iranian railway efficiency (1971-2004): An application of DEA", Int. J. Contemp.Math. Sciences, 2 (31), pp.1569-1579.

[12] Tone, K., 2001. A slacks-based measure of efficiency in data envelopment analysis. European Journal of Operational Research 130, 498–509.

[13] Yu, M. M. and Lin, E. T. (2008) “Efficiency and effectiveness in railway performance using a multi-activity network DEA model”, Omega, 36(6), pp.1005-1017.

www.SID.ir

Archive of SID

www.SID.ir