Archive of SID

دسترسی در سایتِ http://jnrm.srbiau.ac.ir
سال ششم، شماره بیست و هفتم، آذر و دی ۱۳۹۹
شماره شاپا: ۵۸۸-۲۵۸۸X

JNRM
پژوهش‌های نوین در ریاضی

دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات

اندازه‌گیری کارایی هزینه در تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای

شهروز فتحی اجیرلو[۱،۲]، علیرضا امیرتیموری[۳*]، سهراب کردرستمی[۴]

[۱] دانشجوی دکتری، گروه ریاضی، پردیس علوم و تحقیقات گیلان، دانشگاه آزاد اسلامی، رشت، ایران
[۲] دانشجوی دکتری، گروه ریاضی، واحد رشت، دانشگاه آزاد اسلامی، رشت، ایران
[۳] استاد، گروه ریاضی، واحد رشت، دانشگاه آزاد اسلامی، رشت، ایران
[۴] استاد، گروه ریاضی، واحد لاهیجان، دانشگاه آزاد اسلامی، لاهیجان، ایران

تاریخ ارسال مقاله: ۹۸/۰۴/۲۵ تاریخ پذیرش مقاله: ۹۸/۱۱/۰۴

چکیده

تحلیل پوششی داده‌ها یک رویکرد نسبتاً جدید با ماهیت داده‌ای برای ارزیابی عملکرد مجموعه‌ای از موجودیت‌های همتا به نام واحدهای تصمیم‌گیری (DMUها) است که چندین ورودی را به چندین خروجی تبدیل می‌کنند. DEA در دوره زمانی نسبتاً محدودی تبدیل به ابزار کمّی و تحلیلی قدرتمندی برای اندازه‌گیری و ارزیابی عملکرد شده است. DEA در انواع مختلفی از کاربردها در فعالیت‌ها و محیط‌های مختلف در سرتاسر دنیا با موفقیت به کار گرفته‌شده است. همچنین مسأله‌ی اندازه‌گیری کارایی هزینه در سیستم‌های تولیدی و اقتصادی یکی از مسائل مهم روز دنیا می‌باشد. در دنیای واقعی سیستم‌های اقتصادی و تولیدی وجود دارند که از ترکیب واحدهای مستقل تشکیل شده‌اند و یکی از روش‌های اندازه‌گیری کارایی هزینه برای سیستم‌های اقتصادی و تولیدی روش DEA می‌باشد. این مقاله دو مدل DEA شبکه‌ای را برای اندازه‌گیری کارایی هزینه از مدل شبکه‌ای با مولفه‌های پردازش یکسان با در نظر گرفتن عملکردهای پردازش‌های فردی در ساختار شبکه را ارائه می‌کند. در این مقاله به بررسی مدل کارایی هزینه فار و همکاران پرداخته شده و با اعمال تغییراتی در مدل فار و همکاران به ارائه دو مدل جدید تحلیل پوششی داده‌های شبکه ای و توسعه یافته برای اندازه‌گیری کارایی هزینه در سیستم‌های شبکه‌ای اقتصادی و تولیدی پرداخته شده است.

واژه‌های کلیدی: تحلیل پوششی داده‌ها؛ سیستم شبکه؛ کارایی هزینه.

*. عهده دار مکاتبات: Email: aamirteimoori@gmail.com

www.SID.ir

Archive of SID

۱- مقدمه

در جهان امروز مسائل اقتصادی از اهمیت بسیار زیادی برخوردار هستند و بسیاری از دانشمندان در علوم نظری با توجه به توانایی‌ها و قابلیت‌های خود در زمینه‌ی اقتصاد فعالیت می‌کنند. یکی از مسائل مهم اقتصادی ارزیابی کارایی هزینه در سیستم‌های اقتصادی و تولیدی می‌باشد و تحلیل پوششی داده‌ها (DEA) به‌عنوان یکی از این علوم نظری برایبررسی ارزیابی کارایی هزینه در سیستم‌های اقتصادی و تولیدی مورداستفاده قرار می‌گیرد. DEA یک تکنیک برنامه‌ریزی ریاضی برای اندازه‌گیری کارایی نسبی واحدهای تصمیم‌گیرنده (DMUها) با چند ورودی و چند خروجی می‌باشد. این روش توسط چارنز[1] و همکاران [۱] سازماندهی شد. از آن زمان تاکنون پیشرفت‌های بسیاری در DEA حاصل‌شده است و دانشمندان زیادی در این زمینه فعالیت می‌کنند. DEA در اصل برای اندازه‌گیری کارایی یک DMU و بدون در نظر گرفتن ساختار داخلی آن توسعه داده‌شده است. به عبارتی سیستم همانند یک جعبه‌ی سیاه در نظر گرفته می‌شود و ورودی‌ها برای تولید خروجی‌ها در نظر گرفته می‌شود. با این حال مطالعات تجربی نشان می‌دهدکه این امر همیشه ممکن است درست نباشد[۲]. لذا برای ارزیابی عملکرد یک DMU باید به مطالعه‌ی فرآیندهای اجزاء آن بپردازیم. شاید بتوان گفت اولین مقاله درباره‌ی این ایده توسط چارنزو همکاران [۳] ارائه شد که دریافتند استخدام ارتش دارای دو مرحله است و پس‌ازآن وانگ[2] و همکاران [۴] دومین مقاله را در این زمینه ارائه نمودند. این ساختارهاکه معمولاً دارای دو یا چند مرحله هستند، ساختارهای شبکه‌ای نامیده می‌شوند و روش DEA برای اندازه‌گیری سیستم‌ها با ساختار شبکه‌ای را DEA شبکه‌ای گویند [۵]. پس از بیان این ایده دانشمندان زیادی در این زمینه به تحقیق و بررسی پرداختند. فرآیند تولید در برخی از DMUها ممکن است ساختار دو مرحله‌ای باشد که مرحله‌ی اول آن از ورودی‌ها استفاده می‌کند تا خروجی را تولید کند و مرحله‌ی دوم از خروجی‌های مرحله‌ی اول به‌عنوان ورودی برای خروجی‌های نهایی خود استفاده می‌کند. خروجی‌های مرحله‌ی اول را که به عنوان ورودی‌های مرحله‌ی دوم استفاده می‌شوند، اندازه‌های بینابینی می‌نامند. کائو[3] و هوانگ[4] [۶] رویکردی را پیشنهاد کردند که کارایی کلی، از حاصل ضرب کارایی‌های دو مرحله به دست می‌آمد. آن‌ها با اعمال اندازه‌های بینابینی بین دو مرحله، مرحله‌ی اول و دوم را به هم پیوند می‌دادند. این پیوند دو مرحله، نشان‌دهنده‌ی وابسته بودن مرحله‌ی اول و دوم نسبت به هم است. چن[5] و همکاران [۷] برای مدل‌سازی فرآیندهای دومرحله‌ای به‌جای رویکرد ضربی از رویکرد جمعی وزنی استفاده کردند. وانگ و چین[6] [۸] نشان دادند که کارایی کلی فرآیند دومرحله‌ای را می‌توان به صورت میانگین هارمونیک وزنی کارایی مراحل نیز مدل‌سازی کرد. لیانگ[7] و همکاران [۹] مدل‌های DEAی شبکه دومرحله‌ای را از دیدگاه بازی غیرتعاونی که به‌صورت رهبر – پیرو یا بازی استکلبرگ بود، ارائه کردند. لی[8] و همکاران [۱۰] مدل‌های لیانگو همکاران [۹] و کائو و هوانگ[۶] را بسط دادند. در مقاله‌ی آن‌ها، مرحله‌ی دوم علاوه بر خروجی‌های مرحله ی اول، دارای ورودی‌های اضافی نیز می‌باشد. آن‌ها دو نوع مدل‌سازی برای اندازه‌گیری کارایی این نوع ساختارهای شبکه‌ای دو مرحله‌ای پیشنهاد دادند. اولین مدل ارائه شده یک مدل متمرکز غیرخطی بود که جواب‌های بهینه‌ی سراسری را با استفاده از یک روال جستجوی بهگزینی به دست می‌آورد. دومین مدل یک مدل غیرتعاونی است، یعنی یکی از دومرحله‌ای به عنوان رهبر و دیگری به‌عنوان پیرو محسوب می‌شود. کائو [۱۱] یک سیستم ساختار شبکه‌ای عمومی را که شامل چندین فرآیند موازی بود، با اعمال فرآیندهای ساختگی به مراحل متوالی تبدیل نمود.کوک[9] و همکاران [۱۲] مدل‌های را براساس تجزیه‌ی جمعی کارآیی ارائه کردند و رویکرد آن‌ها همانند مدل متمرکز لیانگ و همکاران [۹] می‌باشد. اکتر[10] و همکاران [۱۳]

1. Charnes
2. Wang
3. Kao
4. Hwang
5. Chen
6. Chin
7. Liang
8. Li
9. Cook
10. Akther

www.SID.ir

Archive of SID

یک مدل دومرحله‌ای DEA با تابع فاصله‌ی جهت‌دار را برای ارزیابی عملکرد بانک‌های تجارت خصوصی در بنگلادش پیشنهاد دادند. باروس[11] و همکاران [۱۴] با پیشنهاد یک مدل دو مرحله‌ای، کارایی فنی بانک‌های ژاپن را براساس تابع فاصله جهت‌دار راسل[12] مورد ارزیابی قرار دادند که علاوه بر خروجی‌های مطلوب، خروجی‌های نامطلوب را نیز اندازه‌گیری می‌کند. فوجی[13] و همکاران [۱۵] با اصلاح و توسعه ی روش باروس و همکاران [۱۴] کارایی فنی و رشد بهره‌وری را در سیستم بانکداری هند به دست آوردند. لوزانو[14] و همکاران [۱۶] یکرویکرد تابع فاصله جهت‌دار را در DEAی شبکه‌ای پیشنهاد کردند که مرحله‌ی اول،کارایی دستمزد و مرحله‌ی دوم، کارایی زمین بود. نتایج آن‌ها نشان می‌دهدکه تیم‌های NBA در مرحله‌ی اول عملکرد بهتری دارند. لوزانو [۱۷] برای یک سیستم فرآیند دومرحله‌ایکه مرحله‌ی اول، مرحله‌ی تولید و مرحله‌ی دوم، مرحله‌ی دفع بود، دو مدل DEA، پیشنهاد داد. مدل اول برای ارزیابی کارایی فنی و مدل دوم برای کارایی زیست‌محیطی مورد استفاده قرار می‌گیرند. وو[15] و همکاران [۱۸] بیان نمودند اکثر مطالعات در ساختارهای شبکه‌ای دو مرحله‌ای جهت استفاده‌ی مجدد از خروجی‌های نامطلوب بینابینی، دو مرحله را مستقل از هم در نظر می‌گرفتند. آن‌ها یک رویکرد DEAی جمعی براساس رویکردهای جمعی وزنی چن و همکاران [۷] و امیرتیموری [۱۹]، پیشنهاد کردند. رویکرد پیشنهادی را برای تحلیل تولید صنعتی در ۳۰ منطقه‌ی سطح استان در چین به کار گرفتند. نتایج مدل پیشنهادی آن‌ها علاوه بر تجزیه‌ی کارایی بهتر برای سیستم انفرادی، می‌تواند رابطه‌ی بین کارایی کلی و کارایی انفرادی را به دست آورد. همچنین به مدیران کمک می‌کند تا ضعف‌های سیستم دو مرحله‌ای را شناسایی و مقدار ناکارایی را نیز محاسبه نماید. چیو[16] و همکاران [۲۰] برای تحلیل کارایی زیست محیطی مناطق سطح استانی چین، هر منطقه را به‌عنوان یک ساختار شبکه‌ای دو مرحله‌ای در نظر گرفتند. مرحله اول، سیستم تولید و مرحله‌ی دوم، سیستم کنترل آلودگی تعریف می‌شود. آن‌ها برای به دست آوردن کارایی زیست محیطی کل سیستم، حفظ آلاینده‌ها به‌عنوان محصولات بینابینی یک مدل DEA دو مرحله‌ای پیشنهاد دادند. آن‌ها همچنین برای محاسبه‌ی کارایی مراحل در هر سیستم یک مدل تجزیه‌ی منصفانه کارایی ارائه کردند. سانگ[17] و همکاران [۲۱] برای ارزیابی کارایی یک سیستم دو مرحله‌ای، رویکرد جدید DEAی شبکه‌ی مبتنی بر اسلک برای خروجی‌های نامطلوب پیشنهاد کردند. آن‌ها برای اندازه‌گیری کارایی مرحله‌ی اول (فرآیند تولید) مدل CCR سنتی را اعمال کردند و برای اندازه‌گیری کارایی مرحله‌ی دوم (فرآیند زیست‌محیطی) مدل SBM را با در نظر گرفتن خروجی‌های مطلوب و نامطلوب توسعه به کار بردند. همچنین آن‌هاکارایی کلی را از حاصل‌ضرب کارایی‌های دو مرحله به دست آورند و نتایج آن‌ها نشان می‌دهدکه مقدار کارایی به‌دست‌آمده با رویکرد جدید کمتر از مدل SBM است. دسپوتیس[18] و همکاران [۲۲] بیان می‌کنند که رویکردهای تجزیه‌ی کارایی ضربی و جمعی، براساس DEAی دو مرحله‌ای هستند، ولی انتقادی که آن‌ها بر رویکردهای ضربی و جمعی مطرح نمودند، این است که برآوردهای کارایی به‌دست‌آمده با روش تجزیه جمعی به صورت نادرست یک مرحله را بر مرحله‌ی دیگر ترجیح می‌دهد، لذا این روند کارایی کل را نیز تحت تاثیر قرار می‌دهد و همچنین در روش ضربی، تجزیه‌ی کارایی کل به مراحل کارایی‌ها یکتا نیست. زیرا وزن‌دهی اندازه‌های بینابینی در تابع هدف و در محدودیت نرمالیزه شده آشکار نمی‌شود. آن‌ها یک رویکرد جدید برای به دست آوردن کارایی‌های انفرادی و کل فرآیند دو مرحله‌ای پیشنهاد کردند که به‌طور موثر نقص‌های رویکرد تجزیه‌ی ضربی و جمعی را پوشش می‌دهد. هالکوس[19] و همکاران [۲۳] یک رویکرد DEAی دو مرحله‌ای جمعی را برای ارزیابی شاخص‌های کارایی توسعه‌ی پایدار در مناطق اروپا پیشنهاد نمودند که مرحله اول را به‌عنوان کارایی تولید و مرحله‌ی

11. Barros
12. Russell
13. Fujii
14. Lozano
15. Wu
16. Chu
17. Song
18. Despotis
19. Halkos

www.SID.ir

Archive of SID

دوم را به‌عنوان کارایی بوم‌شناختی در نظر گرفتند. کائو [۲۴] با توسعه‌ی یک مدل عمومی SBM بر روی سیستم شبکه‌ی عمومی توانست کارایی سیستم و فرآیندها را محاسبه کند و نشان داد که کارایی سیستم را می‌توان به صورت میانگین وزنی فرآیندها تجزیه کرد. مزیت رویکرد پیشنهادی کائو [۲] این است که تجزیه‌ی کارایی سیستم به مدیران کمک می‌کند تا عوامل کلیدی در سیستم شناسایی و کنترل مناسب این عوامل به‌طور موثری، عملکرد یک واحد تولیدی را بهبود می‌دهد. امیر تیموری و همکاران [۲۵] مدل‌های جمعی را برای DEAی شبکه‌ی دو مرحله‌ای توسعه دادند. آن‌ها سه مدل برای اندازه‌گیری اسلک‌های ناکارایی هر یک از مراحل و کل سیستم پیشنهاد کردند.

یکی از جنبه‌های مهم در تجزیه و تحلیل تولید کاربردی از شرکت‌ها اندازه‌گیری هزینه‌های خود و رفاه حاصل از درآمد می‌باشد[۲۶]. برای اولین بارفار[۲۰] و همکاران[۲۷] روشی را برای اندازه‌گیری کارایی هزینه ابداع کردند. از آن زمان تاکنون ابعاد سنجش هزینه و اثربخشی درآمد در بسیاری از مطالعات دانشمندان موردبررسی قرارگرفته است که در ادامه مهم‌ترین آن‌ها ذکر شده‌اند.

سویوشی[۲۱][۲۸] چارچوبی نظری را در رابطه با DEA ارائه داد که در آن رابطه تحلیلی بین هشت روش مختلف بهره‌وری ازنظر تولید، تجزیه وتحلیل هزینه‌ها تعریف و بررسی می‌شود. و مبنای نظری را به اندازه‌ی مقیاس اقتصادو بازده به مقیاس گسترشمی‌دهد. پوییگ جانوی[۲۲] [۲۹] با استفاده از DEA و مدل رگرسیونی در یک رویکرد دو مرحله‌ای به تحلیل مرزهای تولید بهتر و قیمت مناسب برای نمونه‌ای از ۹۴ بیمارستان مراقبت‌های ویژه پرداختند. کوسمانن[۲۳] و پست[۲۴][۳۰] تئوری اندازه‌گیری کارایی را برای اطلاعات ناقص قیمت با به دست آوردن سطوح بالاتر و پایین‌تری برای کارایی کلی اقتصادی فارل گسترش دادند. کاربرد عملی این کار توسط برآوردگرها برای بانک‌های تجاری بزرگ اتحادیه اروپا انجام‌شده است. تن[۲۵][۳۱] به نقاط ضعف هزینه و تخصیص منابع که در ادبیات DEA مورد استفاده قرار می‌گیرند اشاره کرده‌اند و پیشنهاد جدیدی برای ارزیابی کارایی هزینه‌ها ارائه دادند. کامان هو[۲۶] ودایسون[۲۷][۳۲] به توسعه‌ی روش‌های کارایی هزینه و مقایسه‌ی آن‌ها در سناریوهای مختلف پرداختند که در این سناریوها تغییرات قیمت برای ورودی‌ها نیز در نظر گرفته شده است. تن وساهوو[۲۸] [۳۳] یک نوع جدید از مدل DEA را برای بررسی عملکرد شرکت بیمه زندگی ارائه دادند. همچنین یافته‌ها در این پژوهش نشان می‌دهد که ناهمگونی قابل توجهی در نمره‌های بهره‌وری در طی نوزده سال گذشته داشته است. تن و ساهوو[۳۳] یک طرح جدید برای اندازه‌گیری الاستیسیته‌ی تولید براساس مدل کارایی هزینه‌ی ارائه‌شده در تن[۳۱] ارائه دادند. در این پژوهش، علل برتری مدل نسبت به مدل‌هایکلاسیک نیز بررسی و ارائه شده است. مانیاداکیس[۲۹] و تاناسولیس[۳۰][۳۴] یک شاخص بهره‌وری را که در آن تولیدکنندگان هزینه‌های کمتری دارند و قیمت‌های ورودی شناخته‌شده هستند را توسعه دادند. این شاخص از شاخص مالمکوئیست تا شاخص اندازه‌گیری بهره‌وری توسعه یافته است و شاخص توسعه‌یافته در اینجا با توجه به هزینه‌ی ورودی به جای توابع فاصله ورودی مقدار تعریف شده است. سنگاپتا[۳۱] و ساهوو[۳۵] درباره‌ی تکنیک‌های برنامه‌ریزی ریاضی و اقتصادی و کاربردهای اقتصادی در صنایع مدرن مانند: کامپیوتر، داروسازی، بانکی و سایر تولیدات که برای اقتصاد روبه رشد بسیار مهم هستند، بحث کرده‌اند. جهانشاهلو و همکاران[۳۶] در مقاله‌ای کوتاه با اعمال تغییراتی در یک مدل کارایی هزینه‌ی فعلی به کاهش شمار محدودیت‌ها و متغیرهای مدل پرداختند. به طوری‌که نیازهای محاسباتی به میزان قابل‌توجهی کاهش یافتند. مصطفایی و سلجوقی [۳۷] مدل‌های کارایی هزینه را برای عدم قطعیت در داده‌ها گسترش دادند. در این

20. Fare.
21. Sueyoshi
22. Puig-Junoy
23. Kuosmanen
24. Post
25. Tone
26. Camanho
27. Dyson
28. Sahoo
29. Maniadakis
30. Thanassoulis
31. Sengupta

www.SID.ir

Archive of SID

پژوهش آن‌ها با استفاده از مدل‌های بهینه‌سازی برای عدم اطمینان تغییراتی در مدل‌هایکارایی هزینه ایجاد می‌کنند تا مسأله در مقابل داده‌های نامعین استوارشده و از بهینگی خارج نشود، همچنین روشی برای تخمین مرزهای بالا و پایین برای اندازه‌گیری کارایی در شرایط ورودی و خروجی نامشخص ارائه دادند. ساهوو و همکاران [۳۸] مفهوم بازگشت به رشد یک شرکت با تکنولوژی بالا را در رقابت با رقابت‌های جدید، در اقتصاد جدید با توصیف رابطه‌ی نسبی، بین رشد ورودی‌ها و رشد خروجی‌ها را با استفاده از بازده رشد سنگاپتا ارائه دادند، سپس هر دو روش مبتنی تکنولوژی و ارزش را برای برآورد رفتار شرکت‌های با تکنولوژی بالا پیشنهاد دادند و در نهایت ارتباط بین دو مفهوم بازده رشد و تغییر کل بهره‌وری کل عوامل را پیشنهاد دادند.

مطالعات قبلی در DEA بدون در نظر گرفتن عملکرد فرآیندهای جزء در آنها کارایی هزینه‌ی نسبی مجموعه‌ای از سیستم‌های تولید را محاسبه می‌کنند. این امر شامل نقص‌هایی می‌باشد: ۱- در درجه‌ی اول، نمره‌ی کارایی هزینه ممکن است به درستی عملکرد کلی فرآیندهای یک سیستم را نشان ندهد. ۲- در درجه‌ی دوم روش‌های قبلی، علت کم بودن کارایی سیستم‌های ناکارا را به خوبی نشان نمی‌دهند. مدل‌های موجود در DEA شبکه‌ای تا حدی این کمبودها را بهبود می‌بخشد.

با توجه به اینکه اندازه‌گیری کارایی هزینه در سیستم‌های تولیدی و اقتصادی یکی از مسائل مهم می‌باشد. بنابراین، در این مقاله مدل‌های جدید DEA شبکه‌ای برای اندازه‌گیری کارایی هزینه در سیستم‌های شبکه‌ای اقتصادی و تولیدی ارائه می‌شوند.

ادامه‌ی مقاله به‌صورت زیر سازماندهی شده است. در بخش دوم، مدل فارو همکاران برای اندازه‌گیری کارایی هزینه ارائه شده است. در بخش سوم، مدل‌های کارایی هزینه‌های جدیدی برای سیستم‌های شبکه ایجاد شده است. در بخش چهارم، مدل‌های پیشنهادی با یک مثال عددی، مورد تحلیل قرار می‌گیرد. نتیجه‌گیری در بخش پنج، بیان‌شده است.

۲- کارایی هزینه

یکی از علوم بسیار مهم در هر جامعه‌ای، علم اقتصاد می‌باشد، چراکه بسیاری از مسائل روزمره بر پایه‌ی اقتصاد قرار گرفته‌اند. از طرفی علوم نظری نیز جهت بررسی مسائل اقتصادی به کار گرفته می‌شوندکه یکی از این علوم نظری DEA می‌باشدکه توانایی بررسی هزینه‌ها، سودها، و درآمدهای واحدهای اقتصادی را دارد. در DEA هرگاه نیاز به بررسی رفتار یک سیستم اقتصادی یا اطلاعاتی از قیمت داشته باشیم کارایی کلی، تعریف و اندازه‌گیری می‌شود. اولین بار در سال ۱۹۵۷ فارل[۳۲][۲۶] به تحقیق درباره اندازه‌گیری دقیق قیمت‌ها به منظور استفاده در ارزیابی کارایی هزینه پرداخت و بعدها این موضوع توسط محققین و دانشمندان علم DEA توسعه داده شد.

n تعداد DMU را در نظر بگیرید که هرکدام از این DMUها دارای m ورودی و با بردار x_j و s خروجی با بردار y_j باشند. به عبارتی با صرف ورودی x_j خروجی y_j تولید می‌گردد. حال می‌توان تکنولوژی تولید با مجموعه‌ی تقاضای ورودی را به‌صورت زیر تعریف کرد:

$$L(y_j)=\{x \mid x \text{ can produce } y\} \qquad (۱)$$

در این تعریف $L(y_j)$ تمام بردارهای ورودی را مشخص می‌کند که می‌توانند خروجی y_j را تولید کنند. فرض می‌کنیم که این مجموعه یک مجموعه‌ی ناتهی، محدب، بسته و کران‌دار باشد تا بتوانیم با در نظر گرفتن و برقراری اصول تحدب، امکان‌پذیری، بازده به مقیاس متغیر و شمول مشاهدات $L(y_j)$ را بسازیم. پس به‌طور کلی، مدل کارایی هزینه جهت محاسبه‌ی کارایی هزینه در DMU_j، در پی یافتن واحدی است که کمترین هزینه را برای استفاده از ورودی‌های نابیشتر از ورودی‌های DMU تحت ارزیابی، جهت تولید خروجی‌هاییرابر با خروجی‌های DMU تحت ارزیابی، مصرف می‌کند.

۲-۱- مدل کارایی هزینه فار و همکاران[۲۷]

اولین مدل DEA برای محاسبه‌ی کارایی هزینه توسط فار و همکاران[۲۷] ارائه شد که به فرم زیر می‌باشد:

32. Farrell

www.SID.ir

Archive of SID

$$min \sum_{i=1}^{m} c_{io} x_i \quad (۲)$$

$$s.t$$

$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j x_{ij} \le x_i \;\; i = 1,...,m$$

$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j y_{rj} \ge y_{ro} \;\; r = 1,...,s$$

$$\lambda_j \ge 0 \;\; j = 1,...,n$$

$$x_i \ge 0 \; i = 1,...,m$$

در اینجا $c_{io} > 0$ قیمت ورودی iام از DMU_o $(o \in \{1,...,n\})$ می‌باشد و x_i متغیر تصمیم‌گیری است که جواب بهینه‌ی حل مدل برای DMU_o را نشان می‌دهد. در این مدل، قیمت ورودی‌ها برای هر DMU ثابت است، هرچند که این قیمت برای ورودی‌های واحدهای مختلف، متفاوت است. در واقع کارایی هزینه به صورت نسبت کمترین هزینه برای زنجیره‌ی کلی قیمت نسبت به جریان هزینه در DMU_o تعریف می‌شود. به عبارتی اگر (x^*, λ^*) جواب بهینه‌ی مسأله‌ی (۲) باشد، کارایی هزینه‌ی واحد تحت ارزیابی به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$CE_o = \frac{\sum_{i=1}^{m} c_{io} x_i^*}{\sum_{i=1}^{m} c_{io} x_{io}} \quad (۳)$$

به‌طوریکه $0 < CE_o \le 1, (o = 1,\ldots,n)$.

در اینجا نماد «×»مربوط به بهینگی می‌باشد DMU_o را کارایی هزینه‌ی کلی می‌گویند، اگر و تنها اگر $CE_o = 1$ باشد.

۲-۲- تقلیل محاسبات در مدل فار و همکاران توسط جهانشاهلو و همکاران [۳۹]

با توجه به اینکه هزینه (قیمت) ورودی‌ها غیر منفی هستند، برای هر DMU یک جواب بهینه به‌صورت (x^{*t}, λ^{*t}) وجود دارد که در محدودیت زیر صدق می‌کند:

$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j x_{ij} \le x_i \quad i = 1,\ldots,m \quad (۴)$$

لذا با توجه به بهینه بودن (x^*, λ^*) می‌توان نوشت:

$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j^* x_{ij} = x_i^* \quad i = 1,\ldots,m \quad (۵)$$

حال می‌توان با توجه به آنچه در (۴) و (۵) گفته شد، کارایی هزینه را از طریق مدل زیر،به دست آورد:

$$CE_o = \frac{1}{\sum_{i=1}^{m} c_{io} x_{io}} min \sum_{i=1}^{m} c_{io} x_i$$

$$s.t.$$

$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j x_{ij} = x_i \;\; i = 1,...,m \quad (۶)$$

$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j y_{rj} \ge y_{ro} \;\; r = 1,...,s$$

$$\lambda_j \ge 0 \;\; j = 1,...,n$$

$$x_i \ge 0 \; i = 1,...,m$$

از آنجایی که در مدل (۶)، x_i به صورت $(i = 1,...,m), \sum_{j=1}^{n} \lambda_j x_{ij} = x_i$ تعریف می‌شود. لذا تابع هدف مدل (۶) را می‌توان به صورت تابع هدف مدل (۷) نوشت:

$$CE_o = min \sum_{j=1}^{n} \lambda_j \frac{\sum_{i=1}^{m} c_{io} x_{ij}}{\sum_{i=1}^{m} c_{io} x_{io}} \quad (۷)$$

$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j y_{rj} \ge y_{ro} \;\; r = 1,...,s$$

$$\lambda_j \ge 0 \;\; j = 1,...,n$$

$$x_i \ge 0 \; i = 1,...,m$$

حال متغیر θ به‌صورت زیر، تعریف می‌شود:

$$\theta = \frac{\sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{m} \lambda_j c_{io} x_{ij}}{\sum_{i=1}^{m} c_{io} x_{io}} \quad (۸)$$

اکنون با جاگذاری θ در مدل (۷) می‌توان مدل کارایی هزینه را به‌صورت زیر نوشت [۳۹]:

$$min \; \theta \quad (۹)$$

www.SID.ir

Archive of SID

$$s.t$$
$$\sum_{j=1}^{n}\lambda_j \sum_{i=1}^{m} c_{io}\, x_{ij} \le \theta \sum_{i=1}^{m} c_{io}\, x_{io}$$
$$\sum_{j=1}^{n}\lambda_j y_{rj} \ge y_{ro} \quad r=1,...,s$$
$$\lambda_j \ge 0 \quad j=1,...,n$$
$$\theta \ is \ free$$

مدل (۹) یک مدل کارایی هزینه است که دارای $(n+1)$ متغیر و $(r+1)$ محدودیت (بدون محدودیت‌های نامنفی) می‌باشد. درحالی که مدل استاندارد فار، دارای $(n+m)$ متغیر و $(m+r)$ محدودیت (بدون محدودیت‌های نامنفی) است. لذا تعداد متغیرها در این مدل $(n-1)$ و تعداد محدودیت‌ها نیز در این مدل $(m-1)$ کمتر از مدل (۲) می‌باشد.

۳- کارایی هزینه برای سیستم‌های شبکه‌ای

در ادامه به توسعه‌ی مدل (۹) به یک مدل کارایی هزینه شبکه‌ای پرداخته‌شده است که با استفاده از آن بتوان کارایی هزینه را در سیستم‌هایش بکه‌ای سری و موازی به دست آورد. جهت توسعه‌ی مدل به یک مدل شبکه‌ای، از مدل‌های کائو [۱۱] استفاده‌شده است.

۳-۱- مدل سری کارایی هزینه

یک DMU با h بخش را در نظر بگیریدکه در آن x_{ij} و y_{rj} ورودی‌ها و خروجی‌های مستقیم واحد j و $z_{pj}^{(t)}$، p امین بردار محصولات واسطه‌ای $(p=1,...,q)$ از بخش $(t=1,...,h-1),t$ برای واحد j ام باشند. تعداد محصولات واسطه‌ای برای هر بخش می‌تواند متغیر باشد. اما برای سادگی در کار، تعداد محصولات واسطه‌ای برای همه‌ی بخش‌ها $(p=1,...,q)$ در نظر گرفته شده است. c_{ij} به‌عنوان هزینه (قیمت خرید) ورودی‌های x_{ij} و $c_{pj}^{'(t)}$ به‌عنوان هزینه (قیمت تهیه) محصولات واسطه‌ای $z_{pj}^{(t)}$ در نظر گرفته‌شده است.

حال با توجه به فرضیات بالا، مدل شبکه‌ای کارایی هزینه برای سیستم‌های سری به صورت زیر ارائه می‌شود:

$$min \quad \theta_o^{(t)}$$

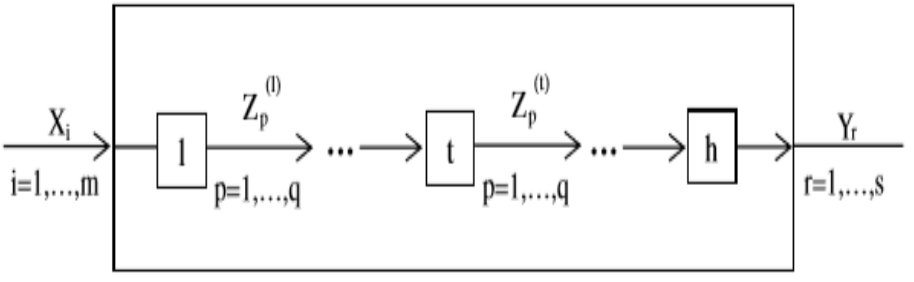
s.t.

مرحله اول

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{n}\lambda_j^{(1)}\sum_{i=1}^{m} c_{io}^{(1)} x_{ij} \le \theta_o^{(1)}\sum_{i=1}^{m} c_{io}^{(1)} x_{io} \\ \sum_{j=1}^{n}\lambda_j^{(1)} z_{pj}^{(1)} \ge z_{po}^{(1)} \end{cases} \quad p=1,\dots,q \qquad (۱۰)$$

مرحله میانی

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{n}\lambda_j^{(t)}\sum_{p=1}^{q} c_{po}^{\prime(t-1)} z_{pj}^{(t-1)} \le \theta_o^{(t)}\sum_{p=1}^{q} c_{po}^{\prime(t-1)} z_{po}^{(t-1)} & t=2,\dots,h-1; \\ & p=1,\dots,q \\ \sum_{j=1}^{n}\lambda_j^{(t-1)} z_{pj}^{(t-1)} \ge \sum_{j=1}^{n}\lambda_j^{(t)} z_{pj}^{(t-1)} & t=2,\dots,h-1; \\ & p=1,\dots,q \\ \sum_{j=1}^{n}\lambda_j^{(t)} z_{pj}^{(t)} \ge z_{po}^{(t)} & t=2,\dots,h-1; \\ & p=1,\dots,q \end{cases}$$



شکل ۱: سیستم شبکه‌ی سری

www.SID.ir

Archive of SID

مرحله آخر

$$\begin{cases}\sum_{j=1}^{n}\lambda_j^{(h)}\sum_{p=1}^{q}c'^{(h-1)}_{pj}z_{pj}^{(h-1)}\le\theta_o^{(h)}\sum_{p=1}^{q}c'^{(h-1)}_{po}z_{po}^{(h-1)}\\ \sum_{j=1}^{n}\lambda_j^{(h-1)}z_{pj}^{(h-1)}\ge\sum_{j=1}^{n}\lambda_j^{(h)}z_{pj}^{(h-1)}\quad p=1,\ldots,q\\ \sum_{j=1}^{n}\lambda_j^{(h)}y_{rj}\ge y_{ro}\quad r=1,\ldots,s\end{cases}$$

$$\lambda_j^{(t)}\ge 0,\quad t=1,\ldots,h;\ j=1,\ldots,n$$

آزاد در علامت θ^{t}

تعریف: در مدل سری (۱۰) هر فرآیند را در صورتی کارا می‌گوییمکه کارایی هزینه آن برابر یک باشد و یک سیستم در صورتی کارا می‌باشدکه کارایی هزینه آن برابر یک باشد.

۳-۲- حالت موازی

شکل ۲ را در نظر می‌گیریم، فرض کنیم که q سیستم به‌صورت شکل ۲ داشته باشیم، جهت به دست آوردن کارایی هزینه‌ی هر زیر بخش ازهر DMU از مدل زیر، استفاده می‌کنیم.

$$min\quad \theta_o^{(t)} \qquad (۱۱)$$

$$\sum_{j=1}^{n}\lambda_j^{(t)}\sum_{i=1}^{m}c_{io}^{(t)}x_{ij}^{(t)}\le\theta_o^{t}\sum_{i=1}^{m}c_{io}^{(t)}x_{io}^{(t)}$$

$$\sum_{j=1}^{n}\lambda_j^{(t)}y_{rj}^{(t)}\ge y_{ro}^{(t)}\quad r=1,\ldots,s$$

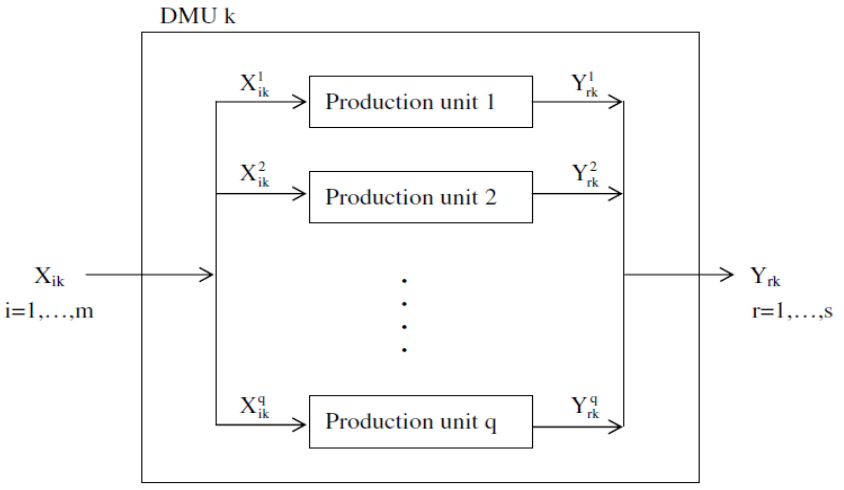
$$\lambda_j^{(t)}\ge 0,\quad t=1,\ldots,h;\ j=1,\ldots,n$$

آزاد در علامت θ^{t}. پساز برآوردکارایی هزینه در زیر بخش‌های هر DMU، با استفاده از مدل CCR کارایی کلی هر واحد محاسبه می‌شود. برای درک بهتر مدل‌های ارائه‌شده مثال عددی زیر را که ترکیبی از حالت سری و موازی باشد را ارائه می‌دهیم.

۴- مثال عددی

شکل ۳ یک فرآیند دو مرحله‌ای می‌باشد که هر مرحله شامل دو زیر واحد به صورت موازی می‌باشدکه در نهایت دو مرحله با هم سری می‌باشند. هدف از ارائه‌ی این مثال، بررسی مدل های پیشنهادی در حالت ترکیبی سری و موازی می‌باشد. در جدول ۱ مجموعه داده‌های ورودی‌ها و خروجی‌های نشان داده شده است. مدل‌های پیشنهادی سری و موازی با استفاده از نرم افزار GAMS حل‌شده است.

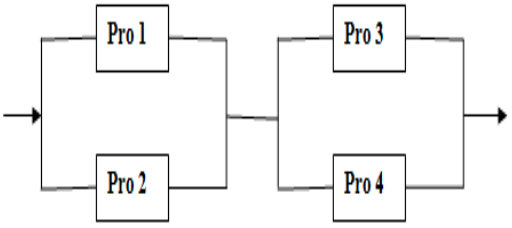
در جدول ۲ ابتدا کارایی مربوط به هر زیرواحد از DMU تحت ارزیابی محاسبه شده و در انتها با استفاده از یک مدل CCR کارایی هزینه‌ی کلی به‌دست آمده است.



شکل ۲: سیستم شبکه ی موازی

www.SID.ir

Archive of SID



شکل۳: یک سیستم شبکه، شامل چهار فرآیندکه به‌صورت سری و موازی می‌باشد.

جدول ۱: مقادیر ورودی و خروجی مربوط به مثال عددی

DMU	x^I_{11}	x^I_{21}	x^I_{12}	x^I_{22}	y^O_{11}	y^O_{21}	y^O_{12}	y^O_{22}	y^I_{11}	y^I_{21}	y^I_{12}	y^I_{22}	y^O_{13}	y^O_{23}	y^O_{14}	y^O_{24}
A	4	5	3	6	3	5	3	5	3	5	3	5	2	4	2	3
c_{ij}	3	4	3	4	5	6	6	7	5	6	6	7	_	_	_	_
B	4	4	4	5	4	3	3	4	4	3	3	4	2	2	2	3
c_{ij}	3	4	3	4	4	6	7	6	4	6	7	6	_	_	_	_
C	5	4	6	5	4	4	5	3	4	4	5	3	3	3	3	2
c_{ij}	4	5	4	5	6	7	7	6	6	7	7	6	_	_	_	_
D	7	2	8	3	8	2	10	4	8	2	10	4	7	2	10	3
c_{ij}	3	4	3	4	2	5	3	4	2	5	3	4	_	_	_	_

جدول ۲: کارایی هزینه سیستم و فرآیندها

DMU	فرآیند ۱	فرآیند ۲	فرآیند ۳	فرآیند ۴	سیستم
A	1	1	0.8	0.6	1
B	1	1	0.57	0.6	1
C	1	1	0.75	0.62	1
D	0.8	1	0.7	1	1

با توجه به مقادیر به دست آمده برای کارایی هزینه‌ی کلی و کارایی هزینه‌ی بخش‌ها از جدول ۲، DMUهای A و B و C در فرآیندهای ۱ و ۲ کارا هستند و همچنین DMU، D در فرآیندهای ۲ و ۴ کارا است. همچنین نتایج به دست آمده برای کل سیستم در جدول ۲، نشان می‌دهد که تمامی DMUها کارا هستند.

۵- نتیجه‌گیری

با توجه به اهمیت کارایی هزینه در بخش‌های مدیریتی و اقتصادی، مدل‌های توانمندی در DEA جهت ارزیابی کارایی هزینه ابداع‌شده است. در این مقاله دو مدل کارایی هزینه، جهت برآوردکارایی هزینه DMUهای با ساختار شبکه‌ی سری و موازی و یا ترکیبی از ساختار سری و موازی ارائه شده است و از طرفی چون در مدل تک مرحله‌ای کارایی هزینه‌ای میزان محاسبات تقلیل یافته است، لذا در حالت شبکه، این میزان کاهش محاسبات بسیار افزایش می‌یابد. به عبارتی همان طور که پیش‌تر گفته شد، مدل (۹) یک مدل کارایی هزینه است که دارای $(n+1)$ متغیر و $(r+1)$ محدودیت (بدون محدودیت‌های نامنفی) می‌باشد. در حالی‌که مدل استاندارد فار دارای $(n+m)$ متغیر و $(m+r)$ محدودیت (بدون محدودیت‌های نامنفی) است. لذا تعداد متغیرها در این مدل $(n-1)$ و تعداد محدودیت‌ها نیز در این مدل $(m-1)$ کمتر از مدل (۲) می‌باشد. با این تفاسیر در حالت شبکه‌ی موازی، تعداد متغیرها به‌اندازه‌ی $(n-1)\times h$ و تعداد محدودیت‌ها نیز به اندازه‌ی $(m-1)\times h$ کاهش می‌یابد و در حالت موازی، مجموع کاهش‌ها در هر مرحله در نظر گرفته می‌شود.

www.SID.ir

Archive of SID

همچنین در این مقاله یک روش برآورد کارایی هزینه در سیستم‌های شبکه‌ای ارائه شده است که یک سیستم را به یک شبکه‌ی سری تبدیل می‌کند که دارای مراحلی می‌باشد و هر مرحله به صورت چند زیر واحد موازی می‌باشند. مطالعات در سیستم‌های شبکه‌ای نشان می‌دهد که روش‌های DEA معمولی فقط به بررسی کارایی کلی سیستم می‌پردازند و در صورت ناکارا بودن سیستم اطلاعاتی در رابطه با میزان کارایی و ناکارایی زیر واحدها در اختیار قرار نمی‌دهند. درصورتی‌که در این روش، در صورت ناکارا بودن یک فرآیند می‌توان علل ناکارا بودن فرآیند را با توجه به اطلاعات کارایی و ناکارایی زیر واحدها بیان کرد و با بهبود زیر واحدهای ناکارا سیستم را بهبود بخشید و به سمت کارا شدن سیستم حرکت کرد.

در نهایت تجزیه‌ی کارایی هزینه برای سیستم‌های سری در مدل شبکه‌ای این مقاله تنها با فرض بازده به مقیاس ثابت، امکان‌پذیر است. به‌عبارت دیگر، مدل شبکه، یک مدل شبکه‌ی CCR می‌باشد. یک پیشنهاد برای تحقیقات آینده، تغییر مدل شبکه به یک مدل شبکه‌ای برای سیستم‌های با بازده به مقیاس متغیر می‌باشد. همچنین، مسئله‌ی مورد نظر در این مطالعه هنوز در مراحل ابتدایی تحقیق است و پژوهش اضافی زیادی را می‌توان بر مبنای نتایج این مقاله انجام داد، از جمله، پژوهش مشابهی را می‌توان برای اندازه‌گیری کارایی هزینه در حضور داده‌های بازه‌ای [۴۰-۴۳] و داده‌های فازی [۴۴] انجام داد.

www.SID.ir

Archive of SID

فهرست منابع

[1] Charnes, A., Cooper, W. W., Rhodes, E. (1978). Measuring the efficiency of decision making units, European Journal of Operational Research, 2, 429–441.

[2] Kao, C. (2014). Network data envelopment analysis: A review, European Journal of Operational Research, 239,1–16

[3] Charnes, A., Cooper, W. W., Golany, B., Halek, R., Klopp, G., Schmitz, E., et al. (1986). Two-phase data envelopment analysis approaches to policy evaluation and management of army recruiting activities: Tradeoffs between joint services and army advertising, Research Report CCS #532, Center for Cybernetic Studies, University of Texas-Austin, Austin, TX.

[4] Wang, C. H., Gopal, R. D., Zionts, S. (1997). Use of data envelopment analysis in assessing information technology impact on firm performance, Annals of Operations Research, 73, 191–213.

[5] Färe, R., Grosskopf, S. (2000). Network DEA, Socio-Economic Planning Sciences, 34, 35-49.

[6] Kao, C., Hwang, S. N. (2008). Efficiency decomposition in two-stage data envelopment analysis: An application to non-life insurance companies in Taiwan Price of Robustness, European Journal of Operational Research, 185, 418–429.

[7] Chen, Y., Cook, W. D., Li, N., Zhu, J., (2009). Additive efficiency decomposition in two stage DEA, European Journal of Operational Research,196(3), 1170–1176.

[8] Wang, Y.-M., Chin, K.-S., (2010). Some alternative DEA models for two-stage process. Expert Systems with Applications, 37 (12), 8799-8808.

[9] Liang. L, Cook. W. D, Zhu.J. DEA models for two-stage processes: game approach and efficiency decomposition. Naval Research Logistics 2008; 55:643–53.

[10] Li, Y., Chen, Y., Liang, L., Xie, J., DEA models for extended two-stage network structures, Omega 40 (5) (2012) 611–618.

[11] Kao, C. Efficiency decomposition in network data envelopment analysis: a relational model. European Journal of Operational Research 2009;192: 949–62.

[12] Cook, W. D., Liang, L., Zhu, J. (2010). Measuring performance of two-stage network structures by DEA: A review and future perspective, Omega, 38, 423–430.

[13] Akther, S., Fukuyama, H., Weber, W. L. Estimating two-stage network Slacks-based inefficiency: an application to Bangladesh banking, Omega 41 (2013) 88–96.

[14] Barros, C. P., Managi, S., Matousek, R. The technical efficiency of the Japanese banks: non-radial directional performance measurement with undesirable output, Omega 40 (1) (2012) 1–8.

[15] Fujii, H., Managi, S., Matousek, R. Indian bank efficiency and productivity changes with undesirable outputs: a disaggregated approach, J. Bank. Finance 38 (2014) 41–50.

[16] Lozano, S., Gutierrez, E., Moreno, P. (2013). DEA approach to airports performance assessment considering undesirable outputs, Applied Mathematical Modelling, 37, 1665–1676.

[17] Lozano, S. (2017), Technical and environmental efficiency of a two-stage production and abatement system, Annals

www.SID.ir

Archive of SID

Transportation Research Part D: Transport and Environment, 48, 411-424.

[26] Farrell, M. J. (1957). The measurement productive of efficiency, Journal of the Royal Statistical Society. Series A (General), 120, (1957), 253-290.

[27] Fare, R., Grosskopf, S., Lovell, C.A.K. (1985). The measurement of efficiency of production, Kluwer Academic Publishers.

[28] Sueyoshi, T. (1997). Measuring efficiencies and returns to scale of Nippon telegraph telephone in production and cost analyses, Management Science, 43, 779–796.

[29] Puig-Junoy, J. (2000). Partitioning input cost efficiency into its allocative and technical components: An empirical DEA application to hospitals, Socio Economic Planning Sciences, 34, 199–218.

[30] Kuosmanen, T., Post, T. (2001). Measuring economic efficiency with incomplete price information: With an application to European commercial banks, European Journal of Operational Research, 134, 43–58.

[31] Tone, K. (2002). A Strange case of the cost and allocative efficiencies in DEA, Journal of the Operational Research Society, 53, 1225–1231.

[32] Camanho, A. S., Dyson, R. G. (2005). Cost efficiency measurement with price uncertainty: A DEA application to bank branch assessments, European Journal of Operational Research, 161, 432–446.

[33] Tone, K., Sahoo, B. K. (2006). Re-examining scale elasticity in DEA, Annals of Operations Research, 145, 69–87.

[34] Maniadakis, N., Thanassoulis, E. of Operations Research, 255, 199–219.

[18] Wu, J., Zhu, Q., Chu, J., Liang, L. (2015), Two-Stage Network Structures with Undesirable Intermediate Outputs Reused: A DEA Based Approach. Computational Economics, 46(3), 455-477.

[19] Amirteimoori, A. A DEA two-stage decision process with shared resources, Central European Journal of Operational Research 21 (2013) 141–151.

[20] Chu, J., Wu, J., Zhu, Q., An, Q., Xiong, B. Analysis of China's Regional Eco-efficiency: A DEA, Two-stage Network Approach with Equitable Efficiency Decomposition. Comput Econ.23 Springer Science+Business Media NewYork 2016, Volume 54,1263–1285.

[21] Song, M., Wang, S., iLiu, W. A two-stage DEA approach for environmental efficiency Measurement. Environ Monit Assess (2014) 186:3041–3051.

[22] Despotis, D. K., Koronakos, G., Sotiros, D. (2016), Composition versus decomposition in two-stage network DEA: a reverse approach. Journal of Productivity Analysis, 45, 71–87.

[23] Halkos, G. E, Tzeremes, N. G., Kourtzidis, S. A. (2015), Regional sustainability efficiency index in Europe: an additive two-stage DEA approach. Operational Research 15, 1–23.

[24] Kao, C. Efficiency decomposition in network data envelopment analysis with slacks-based measures Omega 45 (2014) 1–6.

[25] Amirteimoori, A., Kordrostami, S. and Azizi, H. (2016), Additive models for network data envelopmentanalysis in the presence of shared resources,

www.SID.ir

Archive of SID

(2004). A cost Malmquist productivity index, European Journal of Operational Research, 154, 396–409.

[35] Sengupta, J. K., Sahoo, B. K. (2006). Efficiency models in data envelopment analysis: Techniques of evaluation of productivity of firms in a growing economy, London: Palgrave Macmillan.

[36] Jahanshahloo, G. R., Soleimani-Damaneh, M., Mostafaee, A. (2008). A simplified versionof the DEA cost efficiency model, European Journal of Operational Research, 184, 814–815.

[37] Mostafaee, A., Saljooghi, F. H. (2010). Cost efficiency measures in data envelopment analysis with data uncertainty., European Journal of Operational Research, 202, 595–603.

[38] Sahoo, B. K., Kerstens, K., Tone, K. (2012). Returns to growth in a non parametric DEA approach, International Transactions in Operational Research, 19, 463–486.

[39] Jahanshahloo, G. R., Mirdehghan, S. M., Vakili.J. (2011). An Interpretation of the Cost model in Data Invelopment Analysis, Journal of applied sciences, 11(2), 389-392.

[40] Toloo, M. Aghayi, N. Rostamy-malkhalifeh, M. (2008). Measuring overall profit efficiency with interval data, Applied Mathematics and Computation, 201(1-2), 640-649.

[41] Jahanshahloo, G.R. Shahverdi, R. RostamyMalkhalifeh, M. (2007). Cost efficiency and cost malmquist productivity index with interval data, International Mathematical Forum, 2(9), 441-453.

[42] RostamyMalkhalifeh, M. Aghayi, N. (2011). Cost efficiency and cost malmquist productivity index with interval data, Journal of Mathematical Extension, 5(2), 73-90.

[43] RostamyMalkhalifeh, M. Aghayi, N. (2013). Two Ranking of Units on the Overall Profit Efficiency with Interval Data, Mathematics Scientific Journal, 8(2), 73-93.

[44] Emrouznejad, A. Rostamy-Malkhalifeh, M. Hatami-Marbini, A. Tavana, M. Aghayi, N. (2011). An overall profit Malmquist productivity index with fuzzy and interval data, Mathematical and Computer Modelling, 54(11-12), 2827-2838.

www.SID.ir

Archive of SID

www.SID.ir