

# تشخیص محل و عمق ترک در سازه‌ها با استفاده از انرژی کرنشی مodal و فرکانس

سیامک قدیمی

گروه مهندسی عمران، واحد اهر، دانشگاه آزاد اسلامی، اهر، ایران

\*سید سینا کوره‌لی\*

گروه مهندسی عمران، واحد اهر، دانشگاه آزاد اسلامی، اهر، ایران

s-kourehli@iau-ahar.ac.ir

تاریخ دریافت: ۹۶/۰۹/۲۰ تاریخ پذیرش نهایی: ۹۶/۱۰/۱۶

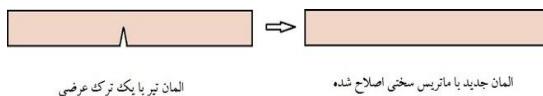
## چکیده:

در تحقیق حاضر روش نوینی جهت تشخیص ترک در سازه‌ها با استفاده از انرژی کرنشی مodal و فرکانس ارائه شده است. با توجه به اینکه تشکیل ترک در المانهای سازه‌ای باعث تغییر در ساختی عضو و همچنین انرژی کرنشی مodal و فرکانس سازه می‌گردد، بنابراین در تحقیق حاضر به عنوان شاخص جهت شناسایی ترک در سازه بکار رفته است. انرژی‌های کرنشی مodal سازه و فرکانس سه مود اول به عنوان ورودی و محل و عمق ترک در المانهای مختلف سازه‌ای به عنوان خروجی جهت آموزش ماشین حداقل مربعات بردار پشتیبان بکار می‌رود. برای نمایش کارایی روش ارائه شده از تیر کنسولی و دو سر مفصل و همچنین قاب پورتال، استفاده شده است. همچنین اثر وجود نوفه در اطلاعات مodal نیز مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج بدست آمده بیانگر کارایی روش ارائه شده در تشخیص محل و میزان ترک با استفاده از اطلاعات مربوط به انرژی‌های کرنشی مodal سازه و فرکانس و با استفاده از ماشین حداقل مربعات بردار پشتیبان است.

**کلیدواژگان:** تشخیص ترک، انرژی کرنشی مodal، فرکانس، ماشین حداقل مربعات بردار پشتیبان

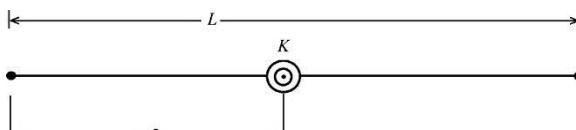
## ۱-۲- رابطه‌سازی روش ارائه شده

در مطالعه حاضر، همانطوریکه در شکل ۱ نشان داده شده است چهت مدل‌سازی ترک در تیرهای مورد مطالعه اصلاح ماتریس‌های سختی عضو ترک دار در مدل المان محدود اصلاح گردیده است [۱۶].



شکل ۱- تأثیر ترک با اصلاح ماتریس سختی [۱۶]

در مقاله حاضر برای یک المان تیر با طول  $L$ ، ترک به عنوان یک فنر دورانی بدون جرم در نظر گرفته شده است که دو المان الاستیک بدون ترک با ممان اینترسی I را به هم پیوند می‌دهد (شکل ۲) وجود ترک در هر المان در واقع تغییرات زاویه‌ای را در دو طرف نقطه مورد ترک ایجاد می‌کند و روش‌های المان محدود برای مدل‌سازی از رابطه سازی بین دو طرف نقطه مورد ترک استفاده می‌کنند. موقعیت فنر با پارامتر بدون بعد  $\alpha$  مشخص می‌گردد که  $0 \leq \alpha \leq 1$  است.



شکل ۲- مدل تیر ترک دار که با فنر دورانی بدون جرم مدل گردیده است [۱۶]

همچنین سختی فنر از طریق روابط زیر محاسبه می‌گردد [۱۷]:

$$K = \frac{Ew(h^2)}{72\pi f(\eta)} \quad (1)$$

که در آن  $\eta$  نسبت بدون بعد عمق ترک است که از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\eta = \frac{d}{h} \quad (2)$$

که در آن،  $d$  عمق ترک،  $W$  عرض تیر،  $E$  مدول الاستیسیته و  $h$  ارتفاع تیر است. عمق ترک براساس تئوری مکانیزم شکست در محدوده  $0 \leq \eta \leq 0.6$  خواهد بود. همچنین  $f(\eta)$  از طریق رابطه زیر بدست می‌آید:

$$f(\eta) = 0.638\eta^2 - 1.035\eta^3 + 3.7201\eta^4 - 5.1773\eta^5 + 7.553\eta^6 - 7.332\eta^7 + 2.4909\eta^8 \quad (3)$$

در نهایت ماتریس سختی اصلاح شده برای عضو ترک دار از طریق رابطه زیر حاصل می‌شود [۱۶]

## ۱- مقدمه

با توجه به اینکه اغلب سازه‌های مهندسی در معرض آسیب هستند بنابراین تشخیص به موقع این آسیب می‌تواند از وقوع یک حادثه ناگوار جلوگیری نماید. ترک یکی از مهمترین آسیب‌های وارده بر انواع سازه‌ها می‌باشد که ممکن است ناشی از پدیده خستگی در المانهای سازه‌ای باشد. از آنجاییکه ترک ایجاد شده در سازه باعث تغییر در مشخصه‌های دینامیکی سازه و از جمله سختی آن می‌گردد، بنابراین پاسخهای دینامیکی و در نتیجه مشخصه‌های مodal سازه نیز دچار تغییر می‌گردد. بنابراین یکی از شاخه‌های بسیار مهم در تشخیص ترک و آسیب در سازه‌ها استفاده از اطلاعات مodal سازه می‌باشد. علت این موضوع به این دلیل است که اطلاعات مodal سازه به مشخصه‌های دینامیکی سازه‌ها بسیار حساس می‌باشند و هرگونه تغییر کوچک در مشخصه‌های دینامیکی نظری سختی هر المان سازه ای باعث تغییر در پاسخهای دینامیکی می‌گردد.

بسیاری از روش‌های ارائه شده جهت شناسایی ترک در سازه‌ها بر اساس تغییرات فرکانس‌های طبیعی [۱-۲]، اندازه‌گیری انعطاف‌پذیری دینامیکی [۳] و یا انرژی کرنشی مودی [۴] است. همچنین مطالعات جامعی در زمینه رفتار دینامیکی تیرهای دارای ترک به عنوان یک مسئله مستقیم [۵-۷] و معکوس [۸-۱۲] طی دو دهه گذشته انجام شده است.

موضوع تشخیص محل و میزان آسیب و یا ترک در المانهای سازه‌ای بر اساس مشخصه‌های مodal آن یک مسئله معکوس می‌باشد که یکی از بهترین روشها جهت حل این نوع سائل محاسبات نرم شامل ماشین‌های مختلف یادگیری و یا الگوریتم‌های بهینه‌یابی می‌باشد [۱۳-۱۵].

در مقاله حاضر هدف تعیین محل ترک و عمق آن در المانهای مختلف سازه‌ای است. مدل‌سازی ترک در تیرهای مورد مطالعه با اصلاح ماتریس‌های سختی عضو ترک دار در مدل المان محدود صورت گرفته است. انرژی کرنشی مodal و فرکانس به عنوان ورودی و موقعیت و عمق ترک به عنوان خروجی برای آموزش ماشین یادگیری حداقل مربعات بردار پشتیبان مورد استفاده قرار گرفته است. برای نمایش عملکرد روش ارائه شده، دو تیر با شرایط تکیه‌گاهی مختلف و همچنین یک قاب در نرم‌افزار MATLAB (2013) مدل‌سازی شده‌اند. نتایج حاصله بیانگر کارایی الگوریتم پیشنهادی در تعیین عمق و محل ترک در طول کل تیرهای مورد مطالعه است.

## ۲- بیان مسئله

در این بخش به روش ارائه شده جهت تشخیص ترک در تیر به صورت کامل ارائه می‌گردد. ابتدا به رابطه‌سازی الگوریتم پیشنهادی جهت تشخیص ترک پرداخته و سپس مبانی نظری مربوط به ماشین حداقل مربعات بردار پشتیبان ارائه می‌گردد.

## ۲- ماشین حداقل مربعات بردار پشتیبان

ماشین بردار پشتیبان به عنوان یکی از ابزارهای قوی جهت حل مسائل مربوط به رگرسیون، شناسایی الگو و تخمینتابع می باشد [۱۹]. ماشین حداقل مربعات بردار پشتیبان نیز ویرایش پیشرفته تر ماشین بردار پشتیبان استاندارد می باشد که از معیار حداقل مربعات خطی بجای قیود ناساوای استفاده می کند [۲۰]. مدل ماشین حداقل مربعات بردار پشتیبان مربوط به ورودی  $x_i$  و خروجی  $y_i$  را می توان به صورت زیر رابطه سازی نمود [۲۱]:

$$\begin{cases} \min j(w, e) = \frac{1}{2} w^T w + \frac{1}{2} \gamma \sum_{i=1}^k e_i^2 \\ s.t. \quad y_i = w^T \phi(x_i) + b + e_i, \quad i = 1, \dots, k \end{cases} \quad (11)$$

که در رابطه فوق،  $w$  بردار ضرایب،  $b$  بیانگر خطای پارامتر تنظیم کننده و  $e_i$  متغیر می باشد. Slack variable  $\gamma$  با حذف متغیرهای  $w$  و  $e_i$ ، مسئله بهینه یابی به صورت حل خطی زیر خواهد بود:

$$\begin{bmatrix} 0 & Q^T \\ Q & K + \gamma^{-1} I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b \\ A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ Y \end{bmatrix} \quad (12)$$

در رابطه فوق

$$Q = [1, \dots, 1]^T, A = [a_1, \dots, a_n]^T, Y = [y_1, \dots, y_n]^T \quad (13)$$

بر اساس شرط مرسز  $1$  تابع کرnel می تواند به صورت زیر نوشته شود:

$$K(x_i, x_j) = \phi(x_i)^T \phi(x_j) \quad (14)$$

و در نهایت مدل ماشین حداقل مربعات بردار پشتیبان برای رگرسیون به صورت زیر در می آید:

$$f(x) = \sum_{i=1}^k a_i K(x, x_i) + b \quad (15)$$

تابع شعاعی  $2$  یکی از معمول ترین و کارآمدترین توابع کرnel است که با پارامتر اندازی نیز کار می کند [۲۲]. بنابراین در تحقیق حاضر از تابع شعاعی به عنوان تابع کرnel استفاده می گردد:

$$K(x, x_i) = \exp\left\{-x - x_i^2 / 2\sigma^2\right\} \quad (16)$$

در نتیجه دو پارامتر  $\sigma$  و  $\gamma$  می باست تعیین گردد.

## ۳- مثالهای عددی

برای نمایش عملکرد روش پیشنهادی با استفاده از داده های انرژی کرنشی مodal و فرکانس و ماشین حداقل مربعات بردار پشتیبان، اقدام به مدل سازی دو تیر سازه ای با شرایط تکیه گاهی مختلف و همچنین یک قاب شده است که جهت مدل سازی المان محدود از نرم افزار MATLAB (2013) استفاده شده است.

$$\begin{bmatrix} K^c \end{bmatrix} = \frac{-1}{BL^2} \begin{bmatrix} (2A+CA+1) & (A+1)L & -(2A+CA+1) & (A+AC)L \\ L^2 & -(A+1)L & AL^2 & \\ & (2A+CA+1) & -(A+AC)L & \\ & & CAL^2 & \end{bmatrix} \quad (4)$$

که در آن ،

$$A = \frac{L(K) + 6EI\alpha(1-\alpha)}{2L(K) + 6EI(\alpha^2)} \quad (5)$$

$$B = (A-1) \frac{L}{2EI} + (A+1) \frac{\alpha}{K} - \frac{1}{K} \quad (6)$$

$$C = \frac{2L(K) + 6EI(1-\alpha)^2}{L(K) + 6EI\alpha(1-\alpha)} \quad (7)$$

پس از تشکیل ماتریس سختی عضو ترک خورده، می توان ماتریس سختی کلی سازه را از طریق رابطه زیر محاسبه نمود:

$$\begin{bmatrix} K^c \end{bmatrix} = \sum_{j=1}^{Ne} \begin{bmatrix} K_j^c \end{bmatrix} \quad (8)$$

که در آن،  $K^c$  و  $K_j^c$  به ترتیب ماتریس سختی کل تیر ترک دار و ماتریس سختی المان  $j$  ام ترک دار است. همچنین  $Ne$  تعداد کل المان های تیر می باشد.

بنابراین معادله مشخصه برای سازه ترک دار به صورت زیر خواهد بود:

$$([K^c] - \lambda_i^c [M]) \{\phi_i^c\} = 0 \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (9)$$

که در آن  $\lambda_i^c$  و  $\phi_i^c$  به ترتیب مریع فرکانس طبیعی و شکل مودی مود  $i$  ام سازه ترک دار می باشد.

انرژی کرنشی سازه که مربوط به بردار شکل مودی است معمولاً بنام انرژی کرنشی مodal شناخته می شود که به عنوان یک پارامتر ارزشمند جهت تشخیص آسیب در سازه ها قابل استفاده می باشد. انرژی کرنشی مodal مربوط به  $j$  امین المان مربوط به مود  $i$  ام را می توان از طریق رابطه زیر بیان نمود [۱۸]:

$$MSE_i^j = \frac{1}{2} \phi_i^{jT} K_j \phi_i^j \quad (10)$$

که در آن،  $MSE$  ماتریس سختی المان  $j$  ام و  $\phi_i^j$  بردار تعییر مکانهای گرهی مربوط به المان  $j$  ام در مود  $i$  است.

با استفاده از این روش برای تیر ترک دار و با توجه به اینکه هر قاب سازه ای با استفاده از چندین تیر تشکیل می شود (با صرف نظر از اثر نیروی محوری) می توانیم یک قاب سازه ای ترک دار را نیز مدل سازی کرده و نتایج مodal اثرا بدست آوریم.

<sup>1</sup> Mercer's condition

<sup>2</sup> Radial basis function

$$\begin{aligned} MSE_i^{noisy} &= (MSE_i)(1 + \beta \text{rand}[-1, 1]) \\ \omega_i^{noisy} &= \omega_i(1 + \beta \text{rand}[-1, 1]) \end{aligned} \quad (15)$$

که در آن  $\omega_i^{noisy}$  و  $MSE_i^{noisy}$  به ترتیب انرژی کرنشی و فرکانس نوافه دار مود ۱ و  $MSE_i$  و  $\omega_i$  به ترتیب انرژی کرنشی و فرکانس بدون نوافه مود ۱ بوده و  $\beta$  سطح نوافه (عنوان مثال ۳٪/۰ مریبوط به سطح نوافه ۳٪/۰) می‌باشد.

در مثال حاضر پارامترهای در نظر گرفته شده برای ماشین حداقل مربعات بردار پشتیبان در جدول ۲ ارائه شده است. لازم به ذکر است که مقادیر ارائه شده بر اساس روش آزمون و خطا تعیین شده‌اند.

جدول ۲- پارامترهای ماشین حداقل مربعات بردار پشتیبان برای تیر یکسگیردار

	نوافه دار	بدون نوافه	
۴۰۰	۴۰۰	۷	
۱۵	۱۵	$\sigma^2$	

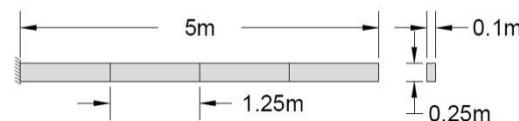
کارایی روش ارایه شده در تشخیص ترک تحت سه سناریوی مختلف فرضی در جداول ۳ تا ۵ ارائه شده است. با توجه به اینکه آموزش ماشین با انتخاب تصادفی داده‌ها آموزش می‌بیند فلاندا سه بار اقدام به آموزش ماشین گردیده و میانگین خطاهای محاسبه شده‌اند. نتایج بدست آمده بیانگر عملکرد خوب روش پیشنهادی در تعیین محل و میزان ترک در طول تیر است.

جدول ۳- نتایج روش ارایه شده در پیش‌بینی ترک سناریوی شماره یک

	چهار	سه	دو	یک	شماره عضو
<b>نسبت عمق ترک، ۷</b>					
	۰	۰/۲	۰	۰	سناریوی یک
۰/۰۱۳	۰/۲۲	۰/۰۱۴	۰/۰۰۲۵	۱	پیش‌بینی شده
۰/۰۱۴۷	۰/۲۱۷	۰/۰۱۳	۰/۰۰۲۵	۲	پیش‌بینی شده
۰/۰۱۳۶	۰/۲۱۷	۰/۰۱۳	۰/۰۰۲۶	۳	پیش‌بینی شده
۰/۰۱۳	۰/۰۱۸	۰/۰۱۳	۰/۰۰۲۵	میانگین خطای پیش بینی	
<b>موقعیت ترک، <math>\alpha</math></b>					
۰< $\alpha$ <1	۰/۵	۰< $\alpha$ <1	۰< $\alpha$ <1	۰< $\alpha$ <1	سناریوی یک
۰/۱۱	۰/۶۹۵	۰/۱۲۹	۰/۰۳۵	۱	پیش‌بینی شده
۰/۱	۰/۶۷۴	۰/۱۱۸	۰/۰۳۳	۲	پیش‌بینی شده
۰/۱۱	۰/۶۶	۰/۱۲	۰/۰۳۴	۳	پیش‌بینی شده
۰	۰/۱۷۸۸	۰	۰	میانگین خطای پیش بینی	

### ۱-۳- تیر گیردار

تیر گیردار در نظر گرفته شده در شکل ۳ نشان داده شده است. مدل اجزا محدود تیر شامل ۴ عضو تیری و ۵ گره می‌باشد. برای تیر در نظر گرفته شده، مشخصات مصالح شامل مدول یانگ برابر ۲۰۰ گیگا پاسکال و چگالی ۷۸۰۰ کیلوگرم بر متر مکعب در نظر گرفته شده است. سطح مقطع و ممان اینرسی برای اعضای تیر برابر ۰/۲۵ مترمربع و ۱۳۰۲۸ M<sup>۴</sup>/۰ در نظر گرفته شده است.



شکل ۳- مدل المان محدود تیر یک سرگیردار

در مطالعه حاضر چهت آموزش ماشین مقادیر مریبوط به انرژی کرنشی مودی المانهای مختلف سازه‌ای در سه مود اول به عنوان ورودی و وضعیت ترک در المانهای مختلف تیر به عنوان خروجی بکار رفته‌اند. لازم به توضیح است که بینهایت حالت مختلف ترک در تیر وجود دارد که چهت آموزش از ۷۸۳۰ داده که به روش تصادفی انتخاب گردیده، استفاده شده است.

برای تیر مورد مطالعه همانطوریکه در جدول ۱ دیده می‌شود، سه سناریویی فرضی ترک با موقعیت‌های مختلف و با عمق متفاوت در نظر گرفته شده است. در سناریویی یک، یک ترک در طول تیر در نظر گرفته شده و در سناریوهای دو و سه، دو و سه ترک لحظه شده است.

جدول ۱- سناریوهای مختلف در نظر گرفته شده برای تیر یکسگیردار

	چهار	سه	دو	یک	شماره عضو
<b>نسبت عمق ترک، ۷</b>					
	۰	۰/۲	۰	۰	سناریوی یک
۰/۰۱۳	۰/۲۲	۰/۰۱۴	۰/۰۰۲۵	۱	پیش‌بینی شده
۰/۰۱۴۷	۰/۲۱۷	۰/۰۱۳	۰/۰۰۲۵	۲	پیش‌بینی شده
۰/۰۱۳۶	۰/۲۱۷	۰/۰۱۳	۰/۰۰۲۶	۳	پیش‌بینی شده
۰/۰۱۳	۰/۰۱۸	۰/۰۱۳	۰/۰۰۲۵	میانگین خطای پیش بینی	
<b>موقعیت ترک، <math>\alpha</math></b>					
۰< $\alpha$ <1	۰/۵	۰< $\alpha$ <1	۰< $\alpha$ <1	۰< $\alpha$ <1	سناریوی یک
۰/۱۱	۰/۶۹۵	۰/۱۲۹	۰/۰۳۵	۱	پیش‌بینی شده
۰/۱	۰/۶۷۴	۰/۱۱۸	۰/۰۳۳	۲	پیش‌بینی شده
۰/۱۱	۰/۶۶	۰/۱۲	۰/۰۳۴	۳	پیش‌بینی شده
۰	۰/۱۷۸۸	۰	۰	میانگین خطای پیش بینی	

با توجه به اینکه داده‌ها بدست آمده از آزمایشات مودال انجام شده برروی سازه‌ها معمولاً دارای نوافه‌ای اندازه‌گیری است، بنابراین لاحظ نمودن نوافه‌های مصنوعی در اندازه‌گیریها شیوه‌سازی شده (که از حل مستقیم مسئله با فرض یک سناریویی ترک مشخص بدست می‌آید) برای آزمودن پایداری و کارایی الگوریتم پیشنهادی بسیار مهم می‌باشد.

در مطالعه حاضر اثرات نوافه بصورت ارائه شده در روابط زیر لحظه شده است:

جدول ۶- میانگین خطای روش ارائه شده در پیش‌بینی ترک سناریوی شماره دو  
شماره یک با داده‌های نویفه دار

چهار	سه	دو	یک	شماره عضو
$\eta$ نسبت عمق ترک،				
.	.۰/۲	.	.	سناریوی یک
.۰/۰۳۰۸	.۰/۰۴۴	.۰/۰۵۰۶	.۰/۰۱۵۶	%۱ نویفه
.۰/۰۴۶	.۰/۰۷۷	.۰/۰۵۳۵	.۰/۰۱۹۱	%۲ نویفه
.۰/۰۴۸	.۰/۰۹۱	.۰/۰۵۶۵	.۰/۰۲۵۳	%۳ نویفه
$\alpha$ موقعیت ترک،				
۰< $\alpha$ <۱	.۰/۵	۰< $\alpha$ <۱	۰< $\alpha$ <۱	سناریوی یک
.	.۰/۱۳	.	.	%۱ نویفه
.	.۰/۰۷۸	.	.	%۲ نویفه
.	.۰/۱۲	.	.	%۳ نویفه

جدول ۷- میانگین خطای روش ارائه شده در پیش‌بینی ترک سناریوی شماره دو با داده‌های نویفه دار

چهار	سه	دو	یک	شماره عضو
$\eta$ نسبت عمق ترک،				
.۰/۲	.	.۰/۳	.	سناریوی دو
.۰/۰۴۸	.۰/۰۱۰	.۰/۰۰۳	.۰/۰۰۸	%۱ نویفه
.۰/۰۵۱	.۰/۰۳۴	.۰/۰۰۵	.۰/۰۱۴	%۲ نویفه
.۰/۰۶۶	.۰/۰۵۱	.۰/۰۰۵	.۰/۰۱۲	%۳ نویفه
$\alpha$ موقعیت ترک،				

چهار	سه	دو	یک	شماره عضو
$\eta$ نسبت عمق ترک،				
.۰/۶	۰< $\alpha$ <۱	.۰/۱	۰< $\alpha$ <۱	سناریوی دو
.۰/۲	.	.۰/۰۳۳	.	%۱ نویفه
.۰/۱۸	.	.۰/۰۱۹	.	%۲ نویفه
.۰/۱۹	.	.۰/۰۱۶	.	%۳ نویفه

جدول ۸- میانگین خطای روش ارائه شده در پیش‌بینی ترک سناریوی شماره سه با داده‌های نویفه دار

چهار	سه	دو	یک	شماره عضو
$\eta$ نسبت عمق ترک،				
.	.۰/۳	.۰/۲	.۰/۲	سناریوی سه
.۰/۰۹	.۰/۰۲۳	.۰/۰۱۲	.۰/۰۴۲	(%) نویفه
.۰/۰۱۴	.۰/۰۴۲	.۰/۰۱۲	.۰/۰۶۶	(%) نویفه
.۰/۱۸	.۰/۰۵۳	.۰/۰۰۸	.۰/۰۹۳	(%) نویفه
$\alpha$ موقعیت ترک،				
۰< $\alpha$ <۱	.۰/۸	.۰/۵	.۰/۵	سناریوی یک
.	.۰/۰۰۵	.۰/۰۴۴	.۰/۰۳۸	(%) نویفه
.	.۰/۰۶	.۰/۰۷	.۰/۰۹۲	(%) نویفه
.	.۰/۱۲۸	.۰/۰۷۷	.۰/۱۶۱	(%) نویفه

جدول ۴- نتایج روش ارائه شده در پیش‌بینی ترک سناریوی شماره دو

شماره عضو	چهار	سه	دو	یک
$\eta$ نسبت عمق ترک،				
سناریوی دو	.۰/۲	.	.۰/۳	.
پیش‌بینی شده ۱	.۰/۱۵۷	.۰/۰۰۷	.۰/۳۰۵	.۰/۰۰۰۱
پیش‌بینی شده ۲	.۰/۱۵۸	.۰/۰۰۵	.۰/۳۰۳	.۰/۰۰۵
پیش‌بینی شده ۳	.۰/۱۵۲	.۰/۰۰۴	.۰/۳۰۲	.۰/۰۰۲
میانگین خطای پیش‌بینی	.۰/۰۴	.۰/۰۰۵	.۰/۰۰۳	.۰/۰۰۲
$\alpha$ موقعیت ترک،				
سناریوی دو	.۰/۶	۰< $\alpha$ <۱	.۰/۱	۰< $\alpha$ <۱
پیش‌بینی شده ۱	.۰/۴۲۱	.۰/۰۶۷	.۰/۱۲۷۸	.۰/۰۰۰۵
پیش‌بینی شده ۲	.۰/۴۰۸۱	.۰/۰۳۵	.۰/۱۱۸	.۰/۰۴۶۱
پیش‌بینی شده ۳	.۰/۳۸۷۶	.۰/۰۰۷	.۰/۱۱۴	.۰/۰۷۳
میانگین خطای پیش‌بینی	.۰/۱۹۴۳	.	.۰/۰۲	.

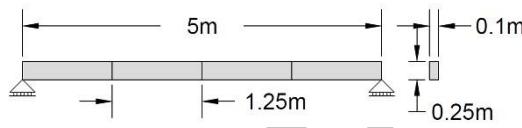
جدول ۵- نتایج روش ارائه شده در پیش‌بینی ترک سناریوی شماره سه

شماره عضو	چهار	سه	دو	یک
$\eta$ نسبت عمق ترک،				
سناریوی سه	.	.۰/۳	.۰/۲	.۰/۲
پیش‌بینی شده ۱	.۰/۰۵	.۰/۳۱۰	.۰/۱۸۸	.۰/۲۰۳
پیش‌بینی شده ۲	.۰/۰۴۱	.۰/۳۱	.۰/۱۷۵	.۰/۲۰۵
پیش‌بینی شده ۳	.۰/۰۵۶۹	.۰/۳۱۲	.۰/۱۷۷	.۰/۲۰۶
میانگین خطای پیش‌بینی	.۰/۰۴۹	.۰/۰۱۲	.۰/۰۱۹	.۰/۰۰۴
$\alpha$ موقعیت ترک،				
سناریوی سه	۰< $\alpha$ <۱	.۰/۸	.۰/۵	.۰/۵
پیش‌بینی شده ۱	.۰/۲۶	.۰/۸۲۲	.۰/۴۶۷	.۰/۵۷
پیش‌بینی شده ۲	.۰/۱۹۹	.۰/۸۳۷	.۰/۴۰۴۵	.۰/۵۹۹
پیش‌بینی شده ۳	.۰/۲۳	.۰/۸۲	.۰/۳۸۶	.۰/۶۱۲
میانگین خطای پیش‌بینی	.	.۰/۰۲۸	.۰/۰۸	.۰/۰۹۴

همچنین حساسیت روش ارایه شده نسبت به وجود نویفه نیز بررسی شده است. در جداول ۶ تا ۸ میانگین خطای روش ارائه شده در پیش‌بینی برای سناریوهای مختلف با سه سطح داده نویفه دار ( $\%۲, \%۱, \%۳$ ) ارائه شده است. همانطوریکه از نتایج مشاهده می‌شود در اغلب موارد روش پیشنهادی عملکرد مناسبی داشته است. هرچند که در تعیین محل ترک مقدار خطاهای افزایش یافته است.

### ۲-۳- تیر دو سر مفصل

مثال دیگر بکار رفته شامل تیر دو سر مفصل نشان داده شده در شکل ۴ می‌باشد. مدل اجزا محدود تیر شامل ۴ اعضو تیری و ۵ گره می‌باشد. برای تیر در نظر گرفته شده، مشخصات مصالح شامل مدول یانگ برابر ۲۰۰ گیگا پاسکال و چگالی ۷۸۰۰ کیلوگرم بر متر مکعب در نظر گرفته شده است. سطح مقطع و ممان اینرسی برای اعضای تیر برابر  $0.025 \text{ m}^4$  و  $13028 \text{ Nm}^2$  در نظر گرفته شده است.



شکل ۴- مدل المان محدود تیر دو سر مفصل

سه سناریوی مختلف در نظر گرفته شده برای تیر دو سر مفصل در جدول ۹ ارائه شده است.

جدول ۱۱- نتایج روش ارائه شده در پیش‌بینی ترک سناریوی شماره یک

چهار	سه	دو	یک	شماره عضو
۷				
				سناریوی یک
۰/۳	۰	۰	۰	پیش‌بینی شده ۱
۰/۲۹۶۸	۰/۰۰۲	۰/۰۱۱	۰/۰۰۴۷	پیش‌بینی شده ۲
۰/۲۹۶۳	۰/۰۴۲	۰/۰۳	۰/۰۰۷۴۳	پیش‌بینی شده ۳
۰/۲۹۱۵	۰/۰۱۶	۰/۰۰۴	۰/۰۰۸۶	پیش‌بینی شده ۴
۰/۰۰۴	۰/۰۲	۰/۰۱۵	۰/۰۰۶	میانگین خطای پیش‌بینی
$\alpha$ موقعیت ترک،				
				سناریوی یک
۰/۷	$0 < \alpha < 1$	$0 < \alpha < 1$	$0 < \alpha < 1$	سناریوی یک
۰/۷۲	۰/۰۲۷	۰/۰۴۹۴	۰/۰۲۱	پیش‌بینی شده ۱
۰/۷۲۱	۰/۱۳	۰/۰۱۱	۰/۰۵	پیش‌بینی شده ۲
۰/۰۷۲۶	۰/۰۸۸	۰/۰۳۴	۰/۰۷	پیش‌بینی شده ۳
۰/۰۲۲	۰	۰	۰	میانگین خطای پیش‌بینی

جدول ۱۲- نتایج روش ارائه شده در پیش‌بینی ترک سناریوی شماره دو

چهار	سه	دو	یک	شماره عضو
۷				
				سناریوی دو
۰	۰/۲۵	۰/۲	۰	سناریوی دو
-۰/۰۲	۰/۲۶۵	۰/۱۱۲	۰/۰۳	پیش‌بینی شده ۱
-۰/۰۲	۰/۲۶۴	۰/۱۲۶	۰/۰۳۲	پیش‌بینی شده ۲
-۰/۰۲	۰/۲۶	۰/۱۲۹	۰/۰۴	پیش‌بینی شده ۳
۰/۰۲	۰/۰۱	۰/۰۷	۰/۰۳	میانگین خطای پیش‌بینی
$\alpha$ موقعیت ترک،				
				سناریوی دو
$0 < \alpha < 1$	۰/۶	۰/۳	$0 < \alpha < 1$	سناریوی دو
۰/۰۲۷	۰/۵۳۷۴	۰/۱۵۵	۰/۱۳۷	پیش‌بینی شده ۱
۰/۰۰۳	۰/۵۵۶	۰/۲۰۱	۰/۱	پیش‌بینی شده ۲
۰/۰۲۹	۰/۵۱۷	۰/۱۹۸	۰/۱۳۵	پیش‌بینی شده ۳
۰	۰/۶۲۹	۰/۱۱۴	۰	میانگین خطای پیش‌بینی

جدول ۱۳- نتایج روش ارائه شده در پیش‌بینی ترک سناریوی شماره سه

چهار	سه	دو	یک	شماره عضو
۷				
				سناریوی سه
۰	۰/۲۵	۰/۲	۰/۳	پیش‌بینی شده ۱
-۰/۰۱	۰/۲۶۲	۰/۱۴۶۵	۰/۳۲	پیش‌بینی شده ۲
-۰/۰۶	۰/۲۵۲	۰/۱۸۱	۰/۳۲	پیش‌بینی شده ۳

چهار	سه	دو	یک	شماره عضو
۷				
				سناریوی سه
۰/۰۱	۰/۲۶۳	۰/۱۳۸	۰/۳۲	پیش‌بینی شده ۱
۰/۰۳	۰/۰۰۹	۰/۰۴	۰/۰۲	میانگین خطای پیش‌بینی
$\alpha$ موقعیت ترک،				
				سناریوی سه
$0 < \alpha < 1$	۰/۸	۰/۵	۰/۴	سناریوی سه
۰/۰۰۲	۰/۸۱۱	۰/۳۷۱	۰/۳۵۹	پیش‌بینی شده ۱
۰/۰۳	۰/۸۱۸	۰/۰۵۵	۰/۰۳۷۸	پیش‌بینی شده ۲
۰/۱۸۵	۰/۸۱۳	۰/۳۶۶	۰/۳۸۳	پیش‌بینی شده ۳
۰	۰/۰۱۴	۰/۰۸۷	۰/۰۲۵	میانگین خطای پیش‌بینی

جدول ۹- سناریوهای مختلف در نظر گرفته شده برای تیر یکسر گیردار

چهار	سه	دو	یک	شماره عضو
۷				
				سناریوی یک
۰/۳	۰	۰	۰	سناریوی دو
۰	۰/۲۵	۰/۲	۰/۳	سناریوی سه
$\alpha$ موقعیت ترک،				
				سناریوی یک
$0 < \alpha < 1$	۰/۶	۰/۳	$0 < \alpha < 1$	سناریوی دو
$0 < \alpha < 1$	۰/۸	۰/۵	۰/۴	سناریوی سه

پارامترهای در نظر گرفته شده برای ماشین حداقل مربعات بردار پشتیبان در جدول ۱۰ ارائه شده است.

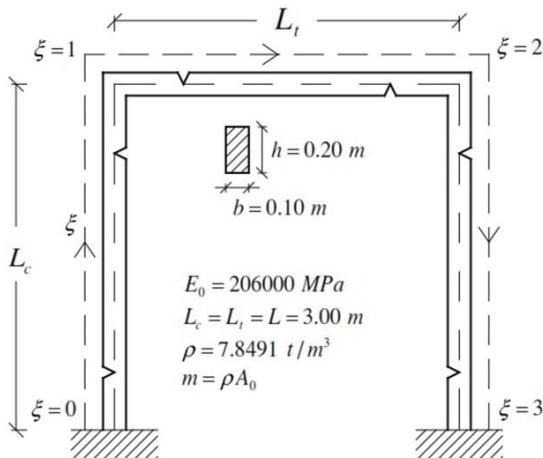
جدول ۱۰- پارامترهای ماشین حداقل مربعات بردار پشتیبان برای تیر دو سر مفصل

بدون نویه	نویه دار
۴۰۰	۵۰۰
۵	۱۹

کارایی روش ارایه شده در تشخیص ترک تحت سه سناریوی مختلف فرضی در جداول ۱۱ تا ۱۳ ارائه شده است. نتایج بدست آمده بیانگر اینست که روش پیشنهادی می‌تواند به طرز نسبتاً صحیحی محل و میزان ترک در طول تیر را تعیین نماید.

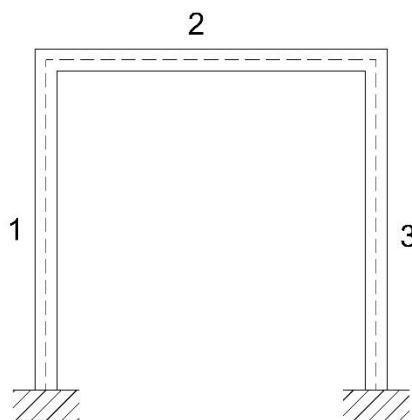
### ۳-۳- تشخیص ترک در قاب

در بخش دیگری از تحقیق حاضر اقدام به بررسی کارایی روش پیشنهادی جهت تشخیص ترک در سازه‌های قابی شده است. قاب مورد مطالعه در شکل ۵ نشان داده شده است که مشخصات هندسی و مکانیکی آن ارائه شده است.



شکل ۵- قاب یک دهانه [۲۳]

برای تشخیص ترک در قاب به دلیل اینکه قاب دارای بی‌نهایت حالت وجود ترک می‌باشد با استناد به محدودیت قاب مشبتدی شده و در بین این مشبتدیها وجود ترک تشخیص داده شود. برای نیل به این هدف، قاب به ۳ المان تقسیم شده است که در شکل ۶ نشان داده شده است. همچنین پارامترهای ماشین بکار رفته در جدول ۱۷ ارائه شده است.



شکل ۶- المان محدود قاب یک دهانه

جدول ۱۷- پارامترهای ماشین حداقل مربعات بردار پشتیبان برای قاب مورد مطالعه

	بدون نویفه	نویفه دار
۴۰	۱۰۰	$\gamma$
۱۵	۴	$\sigma^2$

در بخش دیگری نیز حساسیت روش پیشنهادی نسبت به وجود نویفه در مقادیر فرکانس و انرژی کرنشی مودی بکار رفته به عنوان ورودی ماشین مورد بررسی قرار گرفته است. همانطوریکه از جداول ۱۴ و ۱۶ قابل مشاهده است مقادیر خطاهای با افزایش نویفه بالا می‌رود که این موضوع بیشتر در تعیین محل ترک به چشم می‌خورد.

جدول ۱۴- میانگین خطاهای روش ارائه شده در پیش‌بینی ترک سناریوی شماره یک با داده‌های نویفه دار

چهار	سه	دو	یک	شماره عضو
$\eta$ نسبت عمق ترک،				
۰/۳	۰	۰	۰	سناریوی یک
۰/۰۰۵	۰/۰۱۹	۰/۰۱۶	۰/۰۰۴	(۱٪ نویفه)
۰/۰۰۲	۰/۰۲۲	۰/۰۳۶	۰/۰۰۶	(۲٪ نویفه)
۰/۰۱۵۱	۰/۰۴۵	۰/۰۳۸	۰/۰۰۷	(۳٪ نویفه)
$\alpha$ موقعیت ترک،				
۰/۷	۰< $\alpha$ <۱	۰< $\alpha$ <۱	۰< $\alpha$ <۱	سناریوی یک
۰/۰۱۴	۰	۰	۰	(۱٪ نویفه)
۰/۰۰۸	۰	۰	۰	(۲٪ نویفه)
۰/۰۲	۰	۰	۰	(۳٪ نویفه)

جدول ۱۵- میانگین خطاهای روش ارائه شده در پیش‌بینی ترک سناریوی شماره دو با داده‌های نویفه دار

چهار	سه	دو	یک	شماره عضو
$\eta$ نسبت عمق ترک،				
۰	۰/۲۵	۰/۲	۰	سناریوی دو
۰/۰۰۶	۰/۰۰۷	۰/۰۶۳۹	۰/۰۶۶	(۱٪ نویفه)
۰/۰۱۹	۰/۰۰۱	۰/۰۸۵	۰/۰۷۹	(۲٪ نویفه)
۰/۰۲۴	۰/۰۱	۰/۰۹۷	۰/۰۸۱	(۳٪ نویفه)
$\alpha$ موقعیت ترک،				
۰< $\alpha$ <۱	۰/۶	۰/۳	۰< $\alpha$ <۱	سناریوی دو
۰	۰/۰۰۹	۰/۰۲۶	۰	(۱٪ نویفه)
۰	۰/۰۳۵	۰/۰۳۴	۰	(۲٪ نویفه)
۰	۰/۰۲۲	۰/۰۴۵	۰	(۳٪ نویفه)

جدول ۱۶- میانگین خطاهای روش ارائه شده در پیش‌بینی ترک سناریوی شماره سه با داده‌های نویفه دار

چهار	سه	دو	یک	شماره عضو
$\eta$ نسبت عمق ترک،				
۰	۰/۲۵	۰/۲	۰/۳	سناریوی سه
۰/۰۳۶	۰/۰۲۹	۰/۰۶۶	۰/۰۰۹	(۱٪ نویفه)
۰/۰۷۷	۰/۰۳۲	۰/۰۸۸	۰/۰۴۵	(۲٪ نویفه)
۰/۰۵۸	۰/۰۵۸	۰/۰۷۱	۰/۰۶۹	(۳٪ نویفه)
$\alpha$ موقعیت ترک،				
۰< $\alpha$ <۱	۰/۶	۰/۳	۰< $\alpha$ <۱	سناریوی دو
۰	۰/۰۲۱	۰/۱۷۵	۰/۰۹۷	(۱٪ نویفه)
۰	۰/۰۲۳	۰/۰۲۹	۰/۱۳۱	(۲٪ نویفه)
۰	۰/۰۳۴	۰/۳۷۴	۰/۱۷۱	(۳٪ نویفه)

جدول ۲۱- نتایج پیش‌بینی برای سناپریوی شماره یک قاب ترکدار با استفاده از داده‌های با  $\pm 3\%$  نووفه

سه	دو	یک	شماره عضو
			نسبت عمق ترک، ۷
.	.	.۰/۳	سناپریوی یک
.۰/۰۸۱۱۱۵	.۰/۰۵۶۳	.۰/۲۴۵۰۰۳	پیش‌بینی شده ۱
.۰/۰۹۷۵	.۰/۰۶۱	.۰/۲۴۴	پیش‌بینی شده ۲
.۰/۱۰۷	.۰/۰۳۴۲	.۰/۲۴۴	پیش‌بینی شده ۳
$\alpha$ موقعیت ترک،			
$0 < \alpha < 1$	$0 < \alpha < 1$	.۰/۴	سناپریوی یک
.۰/۰۶۲۴۵	.۰/۱۵۳۱	.۰/۴۴۵۵۸	پیش‌بینی شده ۱
.۰/۰۴۶۹	.۰/۲۰۲۱۱	.۰/۴۴۵۵	پیش‌بینی شده ۲
.۰/۰۴۴۶	.۰/۱۱۸۹	.۰/۴۱۷۲	پیش‌بینی شده ۳

جدول ۲۲- نتایج پیش‌بینی برای سناپریوی شماره دو قاب ترکدار با استفاده از داده‌های با  $\pm 3\%$  نووفه

سه	دو	یک	شماره عضو
			نسبت عمق ترک، ۷
.	.۰/۱	.۰/۲	سناپریوی دو
.۰/۰۰۷۱	.۰/۱۳۵	.۰/۱۷۸۶	پیش‌بینی شده ۱
.۰/۰۱۰۹	.۰/۱۴۵	.۰/۱۹۶۹	پیش‌بینی شده ۲
.۰/۰۰۵۱	.۰/۱۲۴	.۰/۱۸۲	پیش‌بینی شده ۳
$\alpha$ موقعیت ترک،			
$0 < \alpha < 1$	.۰/۶	.۰/۴	سناپریوی دو
.۰/۰۰۲۳	.۰/۰۵۰۸	.۰/۴۱۱	پیش‌بینی شده ۱
.۰/۰۴۷۲	.۰/۰۴۲۱	.۰/۴۴۳	پیش‌بینی شده ۲
.۰/۰۰۶۱۴	.۰/۰۵۵۸۵	.۰/۴۱۹	پیش‌بینی شده ۳

جداول ۲۱ و ۲۲ نتایج پیش‌بینی برای دو سناپریوی مختلف را با استفاده از داده‌های نووفه‌دار نشان می‌دهند. همانطوریکه دیده می‌شود روش پیشنهادی کارایی خود را با وجود نووفه در داده‌های مودال حفظ نموده است هرچند در درصدی خطأ در نتایج بدست آمده مشاهده می‌شود که قابل قبول می‌باشند.

#### ۴- نتیجه‌گیری

در مقاله حاضر یک روش نوین جهت تعیین محل و موقعیت ترک در تیرها و قابها ارائه گشته است که از اطلاعات مودال سازه شامل فرکانسها و انرژی‌های کرنش مودال سه مود اول به عنوان ورودی ماشین حداقل مریعات بردار پشتیبان استفاده شده است. خروجی‌های ماشین بکار رفته نیز موقعیت و عمق ترک متناظر خواهد بود. برای بررسی کارایی روش پیشنهادی دو تیر با شرایط تکیه‌گاهی مختلف و همچنین یک قاب بکار رفته است. نتایج بدست آمده بیانگر عملکرد مناسب روش پیشنهادی در شناسایی ترک قابها و تیرهایست. همچنین روش پیشنهادی نتایج نسبتاً مناسی را با وجود نووفه در ورودی‌های ماشین در تشخیص ترک در تیرها را نشان می‌دهد.

برای تشخیص ترک توسط ماشین بردار پشتیبان داده آموزشی با استفاده از فرض حالت‌های وجود ترک در تیر به تعداد ۴۵۰۰ سناپریوی اموزشی تولید می‌شود. همچنین برای تست قابلیت تشخیص ترک در قاب، دو سناپریوی فرضی با یک ترکدار و دو ترکدار برای قاب در نظر گرفته می‌شوند که در جدول ۱۸ آمده است.

جدول ۱۸- سناپریوی قاب ترکدار

سه	دو	یک	شماره عضو
			نسبت عمق ترک، ۷
.	.	.۰/۳	سناپریوی یک
.	.	.۰/۲	سناپریوی دو
$\alpha$ موقعیت ترک،			
$0 < \alpha < 1$	$0 < \alpha < 1$	.۰/۴	سناپریوی یک
$0 < \alpha < 1$	.۰/۶	.۰/۴	سناپریوی دو

نتایج پیش‌بینی سناپریوی فرضی برای قاب ترکدار برای سه آموزش به صورت رندوم در جداول ۱۹ تا ۲۰ نشان داده شده است.

جدول ۱۹- نتایج پیش‌بینی برای سناپریوی شماره یک قاب ترکدار

سه	دو	یک	شماره عضو
			نسبت عمق ترک، ۷
.	.	.۰/۳	سناپریوی یک
.۰/۰۰۲	.۰/۰۰۶	.۰/۲۹۷۱۸	پیش‌بینی شده ۱
.۰/۰۰۳	.۰/۰۰۴۳	.۰/۲۹۷۰۲	پیش‌بینی شده ۲
.۰/۰۰۵	.۰/۰۰۷۳	.۰/۲۹۵	پیش‌بینی شده ۳
$\alpha$ موقعیت ترک،			
$0 < \alpha < 1$	$0 < \alpha < 1$	.۰/۴	سناپریوی یک
.۰/۰۱۸۷	.۰/۰۲۷۴۳	.۰/۳۹۸۰	پیش‌بینی شده ۱
.۰/۰۳۵۵	.۰/۰۳۳	.۰/۳۹۷۸	پیش‌بینی شده ۲
.۰/۰۵۳۸	.۰/۰۵۴۶	.۰/۴۰۰۲	پیش‌بینی شده ۳

جدول ۲۰- نتایج پیش‌بینی برای سناپریوی شماره دو قاب ترکدار

سه	دو	یک	شماره عضو
			نسبت عمق ترک، ۷
.	.۰/۱	.۰/۲	سناپریوی دو
.۰/۰۰۲۷	.۰/۱۲۳۵	.۰/۱۹۱۹۸	پیش‌بینی شده ۱
.۰/۰۰۱۱	.۰/۱۲۲۴۷	.۰/۱۹۸۳	پیش‌بینی شده ۲
.۰/۰۰۱۷	.۰/۱۲۰۴۶	.۰/۱۹۸	پیش‌بینی شده ۳
$\alpha$ موقعیت ترک،			
$0 < \alpha < 1$	.۰/۶	.۰/۴	سناپریوی دو
.۰/۰۲۴	.۰/۵۸۷	.۰/۳۹۸۸	پیش‌بینی شده ۱
.۰/۰۵۰۲	.۰/۵۴۰	.۰/۳۸۷۵	پیش‌بینی شده ۲
.۰/۰۴۹	.۰/۵۲۴	.۰/۴۰۵	پیش‌بینی شده ۳

همانطوریکه از نتایج فوق مشاهده می‌شود روش پیشنهادی قابلیت بسیار بالایی در یافتن محل ترک روی قاب و همچنین میزان ترک موجود در سازه دارد و می‌تواند به صورت صحیح محل و عمق ترک را پیش‌بینی نماید.

- [13] Mehrjoo, M., Khaji, N., Moharrami, H., Bahreininejad, A., "Damage detection of truss bridge joints using artificial neural networks", *Expert Systems with Applications* 35 (3), pp. 1122–1131 (2008).
- [14] Kourehli, S. S., Bagheri, A., Ghodrati Amiri, G., Ghafory-Ashtiani, M., "Structural damage identification method based on incomplete static responses using an optimization problem", *Scientia Iranica*, 21(4), pp. 1209-1216 (2014).
- [15] Kourehli, S. S., "LS-SVM regression for structural damage diagnosis using the iterated improved reduction system", *International Journal of Structural Stability and Dynamics*, 16 (6) , DOI: 10.1142/S0219455415500182 (2015).
- [16] Mehrjoo, M., Khaji, N., Ghafory-Ashtiani, M., "Application of genetic algorithm in crack detection of beam-like structures using a new cracked Euler-Bernoulli beam element", *Applied Soft Computing*, 13, pp. 867–880 (2013).
- [17] Ostachowicz, W.M., Krawczuk, M., "Analysis of the effect of cracks on the natural frequencies of a cantilever beam", *Journal of Sound and Vibration*, 150 (2), pp. 191–201 (1991).
- [18] Seyedpoor, S. M., "A two stage method for structural damage detection using a modal strain energy based index and particle swarm optimization", *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 47 (1), pp. 1-8, (2012).
- [19] Cristianini, N., Shawe-Taylor, J., "An Introduction to Support Vector Machines", Cambridge University Press, (2000).
- [20] Suykens, JAK., Vandewalle, J., "Least squares support vector machine classifiers", *Neural Process. Lett.*, 9, pp. 293–300 (1999).
- [21] Van Gestel, T., De Brabanter, J., De Moor, B., Vandewalle, J., Suykens, J. A. K., & Van Gestel, T., "Least Squares Support Vector", Machines World Scientific, (2002).
- [22] Keerthi, SS., Lin, CJ., "Asymptotic behaviors of support vector machines with Gaussian kernel", *Neural Comput.*, 15 (7), pp. 1667-1689, (2003).
- [23] Caddemi, S., Caliò, I., Cannizzaro, F., & Rapicavoli, D., "A novel beam finite element with singularities for the dynamic analysis of discontinuous frames", *Archive of Applied Mechanics*, 83(10), pp. 1451-1468 (2013).

## مراجع

- [1] Chinchalkar, S., "Detection of the crack location in beams using natural frequencies", *Journal of Sound and Vibration*, 247, pp. 417–429 (2001).
- [2] Khaji, N., Shafiei, M., Jalalpour, M., "Closed-form solutions for crack detection problem of Timoshenko beams with various boundary conditions", *International Journal of Mechanical Sciences*, 51, pp. 667–681 (2009).
- [3] Pandey, A.K., Biswas, M., "Damage detection in structures using change in flexibility", *Journal of Sound and Vibration* 169, pp. 3–17 (1994).
- [4] Ghadimi, S., Kourehli, S. S., "Multiple Crack Identification in Euler Beams Using Extreme Learning Machine", *KSCE journal of civil engineering*, DOI: 10.1007/s12205-016-1078-0 (2016).
- [5] Chasalevris, A.C., Papadopoulos, C.A., "Coupled horizontal and vertical bending vibrations of a stationary shaft with two cracks", *Journal of Sound and Vibration*, 309, pp. 507–528 (2008).
- [6] Caddemi, S., Calio, I., "Exact closed-form solution for the vibration modes of the Euler–Bernoulli beam with multiple open cracks", *Journal of Sound and Vibration* 327, pp. 473–489 (2009).
- [7] Shafee, M., Khaji, N., "Analytical solutions for free and forced vibrations of a multiple cracked Timoshenko beam subject to a concentrated moving load", *Acta Mechanica*, 221, pp. 79–97 (2011).
- [8] Chasalevris, A.C., Papadopoulos, C.A., "Identification of multiple cracks in beams under bending", *Mechanical Systems and Signal Processing*, 20, pp. 1631–1673 (2006).
- [9] Lam, H.F., Ng, C.T., Veidt, M., "Experimental characterization of multiple cracks in a cantilever beam utilizing transient vibration data following a probabilistic approach", *Journal of Sound and Vibration*, 305, pp. 34–49 (2007).
- [10] Faverjon, B., Sinou, J.J., "Robust damage assessment of multiple cracks based on the frequency response function and the Constitutive Relation Error updating method", *Journal of Sound and Vibration*, 312, pp. 821–837 (2008).
- [11] Lin, R.J., Cheng, F.P., "Multiple crack identification of a free-free beam with uniform material property variation and varied noised frequency", *Engineering Structures*, 30, pp. 909–929 (2008).
- [12] Lee, J., "Identification of multiple cracks in a beam using natural frequencies", *Journal of Sound and Vibration*, 320, pp. 482–490 (2009).

# Crack Detection in Structures Using Modal Strain Energy and Frequency

Siamak Ghadimi

Department of Civil Engineering, Ahar Branch, Islamic Azad University, Ahar, Iran

Seyed Sina Kourehli

Department of Civil Engineering, Ahar Branch, Islamic Azad University, Ahar, Iran

## Abstract:

In this paper a new method for crack detection in structures based on first three mode frequencies and modal strain energies using least square support vector machine has been proposed. Since the mode shape vectors are equivalent to nodal displacements of a vibrating structure, therefore in each element of the structure strain energy is stored. The strain energy of a structure due to mode shape vector are usually referred to as modal strain energy (MSE) and can be considered as a valuable parameter for crack identification. Also, change of natural frequencies is effective, inexpensive, and fast tool for non-destructive testing. So, the proposed method uses the first three natural frequencies and modal strain energies as the input parameters and crack states as output to train the least squares support vector machine model.

**Keywords:** Crack Detection, Frequency, Modal strain energy, Least square support vector machine.