

Neural Adaptive Robust Finite-Time Control of Tractor-Trailer Wheeled Mobile Robot via Input-Output Feedback Linearization Technique

Malihe Kazemipour ¹, M.Sc, Khoshnam Shojaei ^{1,2}, Associate Professor

¹ Department of Electrical Engineering, Najafabad Branch, Islamic Azad University, Najafabad, Iran
mah.kazemi98@gmail.com

^{1,2} Digital Processing and Machine Vision Research Center, Najafabad Branch, Islamic Azad University,
Najafabad, Iran
khoshnam.shojaee@gmail.com, shojaei@pel.iaun.ac.ir

Abstract:

The reference trajectory tracking is one of the most important issues in the field of tractor-trailer wheeled mobile robots control. In this paper, the trajectory tracking control issues of a tractor-trailer wheeled mobile robot has been significantly solved in the presence of structural uncertainties, non-holonomic constraints and external disturbance. The proposed scheme is based on a design that the tractor-trailer's state space representation is extracted from its dynamic and kinematic models and presented in a companion form at first. In the following, by considering the state space representation of system, the control algorithm is presented including two external and internal control loops. Toward this end, the control law has been developed in the inner loop via input-output feedback linearization in a nonlinear feedback form which is continuously eliminating the nonlinear dynamics of the system. Then, by using a combination of the output that is produced in linearization steps with a terminal sliding mode control algorithm and sketching a neural robust adaptive finite time controller in the outer loop, the accurate and fast performance of the closed loop system has been guaranteed in the presence of uncertainties. The proposed control algorithm finally guarantees the boundedness of closed-loop signals and accurate finite time convergence of tracking errors. At the end, the effectiveness of the proposed scheme has been demonstrated and shown through the extended Lyapunov theorem and simulated by MATLAB application.

Keywords: Feedback linearization, finite time, neural network robust adaptive control, non-holonomic constraints, tractor-trailer mobile robot.

Received: 4 December 2019

Revised: 23 March 2020

Accepted: 10 May 2020

Corresponding Author: Dr. Khoshnam Shojaei

Citation: M. Kazemipour, K. Shojaei, "Neural adaptive robust finite-time control of tractor-trailer wheeled mobile robot via input-output feedback linearization technique", Journal of Intelligent Procedures in Electrical Technology, vol. 11, no. 42, pp. 57-78, Summer 2020 (in Persian).

کنترل عصبی مقاوم تطبیقی زمان محدود ربات متحرک چرخ‌دار تراکتور-تریلر با استفاده از تکنیک خطی‌سازی فیدبک ورودی-خروجی

ملیحه کاظمی‌پور^۱، کارشناس ارشد، خوشنام شجاعی^۲، دانشیار

۱- دانشکده مهندسی برق، واحد نجف‌آباد، دانشگاه آزاد اسلامی، نجف‌آباد، ایران

Mah.kazemi98@gmail.com

۲- مرکز تحقیقات پردازش دیجیتال و بینایی ماشین، واحد نجف‌آباد، دانشگاه آزاد اسلامی، نجف‌آباد، ایران

khoshnam.shojaee@gmail.com, shojaei@pel.iaun.ac.ir

چکیده: مسئله ردیابی مسیرهای زمانی مرجع یکی از مسائل مهم و مورد توجه در زمینه کنترل ربات‌های متحرک چرخ‌دار به شمار می‌رود. در این مقاله، مسئله کنترل ردیابی مسیر زمانی مرجع در حضور نامعینی‌های ساختاری، قیود غیرهولونومیک و اغتشاشات خارجی برای ربات متحرک چرخ‌دار تراکتور-تریلر، تا حد قابل توجهی حل شده است. طرح پیشنهادی بر این اساس است که ابتدا معادلات فضای حالت تراکتور-تریلر از معادلات دینامیک و سینماتیک آن استخراج و به یک فرم همبسته بیان شده است. در ادامه، با در نظر گرفتن معادلات فضای حالت سیستم، الگوریتم کنترلی مورد نظر متشکل از دو حلقه کنترلی خارجی و داخلی ارائه شده است، به این ترتیب که ابتدا با انجام خطی‌سازی فیدبک ورودی-خروجی، قانون کنترل در حلقه داخلی به فرم فیدبک غیرخطی تولید شده است که این الگوریتم به طور پیوسته، حذف دینامیک‌های غیرخطی سیستم را بر عهده دارد. سپس، با استفاده از ترکیب خروجی تولید شده در مرحله خطی‌سازی با الگوریتم کنترلی مد لغزشی ترمینال و طراحی یک کنترل‌کننده عصبی مقاوم تطبیقی زمان محدود در حلقه خارجی، عملکرد صحیح و سریع سیستم حلقه‌بسته در حضور نامعینی‌ها تضمین شده است. الگوریتم کنترلی پیشنهادی در نهایت، کران‌داری سیگنال‌های حلقه‌بسته و همگرایی دقیق خطای ردیابی در زمان محدود را تضمین نموده است. در پایان، میزان اثربخشی طرح پیشنهادی، از طریق تئوری لیاپانوف تعمیم‌یافته و شبیه‌سازی با استفاده از نرم‌افزار متلب اثبات و ارائه شده است.

کلمات کلیدی: خطی‌سازی با فیدبک، ربات متحرک تراکتور-تریلر، زمان محدود، قیود غیرهولونومیک، کنترل عصبی مقاوم تطبیقی.

تاریخ ارسال مقاله: ۱۳۹۸/۹/۱۳

تاریخ بازنگری مقاله: ۱۳۹۹/۱/۴

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۹/۲/۲۱

نام نویسنده‌ی مسئول: دکتر خوشنام شجاعی

نشانی نویسنده‌ی مسئول: نجف‌آباد- بلوار دانشگاه- دانشگاه آزاد اسلامی واحد نجف‌آباد- دانشکده مهندسی برق

۱- مقدمه

در چند دهه اخیر، فعالیت‌های پژوهشی در زمینه کنترل و هدایت ربات‌های متحرک چرخ‌دار در هر دو گونه تحقیقاتی و کاربردی به‌طور فعال ادامه یافته است. ربات‌های متحرک چرخ‌دار، سیستم‌های مکانیکی تحریک ناقص^۱، مقید به قیود غیرهولونومیک و دارای ذات غیرخطی هستند که براساس نوع و چیدمان مختلف چرخ‌ها، دارای روابط سینماتیکی متفاوتی هستند. حضور قیود و محدودیت‌های موجود در مدل این سیستم‌ها، از طرفی باعث ایجاد پیچیدگی‌هایی در مدل‌سازی و کنترل این ربات‌ها گردیده و از طرف دیگر، جذابیت ادامه تحقیقات در زمینه‌های مختلف پیرامون این سیستم‌ها را افزایش داده است. در مقاله [۱]، مدل‌سازی و ویژه‌گی‌های برخی از ربات‌های متحرک چرخ‌دار مورد بررسی قرار گرفته است. علاوه بر پژوهش‌های متکی بر مدل‌سازی ریاضی، مراجع بسیاری در این زمینه یافت می‌شوند که بر کنترل این سیستم‌ها در جهت تعقیب مسیر^۲ در فضای کارترین^۳ [۲] و یا تعقیب مسیرهای حرکت زمانی مرجع^۴ [۳،۴] تأکید داشته‌اند. علاوه بر آن، در برخی از پژوهش‌های انجام‌شده، ضمن کنترل این سیستم‌ها، مسائل مختلف دیگری از جمله، پایدارسازی حول وضعیت مطلوب^۵ [۵]، اثرات لغزش و سرخوردن^۶ چرخ‌ها [۶،۷]، بررسی ناحیه مرده^۷ [۸] و برخورد با موانع [۹،۱۰]، مورد بررسی قرار گرفته است. در مقاله [۱۱] نیز ضمن طراحی کنترل‌کننده، به‌طور هم‌زمان دو پدیده قفل در محل^۸ و تضعیف عملگرها^۹ در طراحی مورد توجه قرار گرفته است. با توجه به ذات غیرخطی ربات‌های متحرک چرخ‌دار و وجود محدودیت‌هایی که بر حرکت آن‌ها حاکم است، ابزارهای کنترل غیرخطی مانند، خطی‌سازی با فیدبک، مد لغزشی، ترمینال مد لغزشی، کنترل پسگام، انفعال^{۱۰}، اغتشاشات منفرد^{۱۱} و ... ابزارهای کارآمد در کنترل این سیستم‌ها به شمار می‌آیند. از طرفی، حضور اجتناب‌ناپذیر نامعینی‌های پارامتری و اغتشاشات خارجی مانند دینامیک‌های مدل‌نشده عملگرها، وجود لقی^{۱۲} و اصطکاک‌های ویسکوز و کولمب، نویز سنسورهای اندازه‌گیری و عوامل مخرب خارجی، همواره آثار نامطلوبی بر عملکرد صحیح کنترل‌کننده‌های مذکور خواهد داشت. بنابراین، محققان جهت دفع آثار نامطلوب اغتشاشات و نامعینی‌های موجود در مدل سیستم، از ترکیب ابزارهای مختلف کنترل غیرخطی با الگوریتم‌های جبران‌ساز مانند تطبیقی مقاوم [۱۲]، پسگام تطبیقی [۱۳]، تطبیقی فازی [۱۴]، تطبیقی مقاوم عصبی [۱۵]، فازی عصبی [۱۶] و غیره، به‌منظور بهره‌مندی هم‌زمان از مزایای آن‌ها و کاستن معایب هر یک استفاده نموده‌اند. روش خطی‌سازی با فیدبک یکی از کارآمدترین ابزارهای کنترل غیرخطی است که ضمن حذف دینامیک‌های غیرخطی، مدلی جدید از سیستم غیرخطی ایجاد می‌نماید که طراحی کنترل‌کننده و اثبات پایداری برای این معادلات جدید، به مراتب ساده‌تر از سیستم غیرخطی است. با این وجود، حضور اجتناب‌ناپذیر نامعینی‌های پارامتری در مدل دینامیکی یک ربات متحرک چرخ‌دار ممکن است باعث شود که این روش به تنهایی، عملکرد قابل اطمینانی نداشته باشد [۱۷]. جهت رفع این مشکل از افزودن کنترل‌کننده تطبیقی به ساختار خطی‌سازی فیدبک استفاده می‌گردد که قادر است به میزان قابل قبولی نامعینی‌های پارامتری را تخمین بزند [۱۸]. ساختار کنترلی پیشنهادی ممکن است در حضور نامعینی‌های غیرپارامتری و اغتشاشات خارجی در شرایط آزمایشگاهی، پایداری خود را از دست بدهد. بنابراین در مرجع [۱۹]، کنترل‌کننده تطبیقی همراه با اصلاح سیگما پیشنهاد شده است که در آن خطای ردیابی به تغییرات اغتشاشات خارجی وابسته است و نمی‌توان پارامترهای کنترل را متناسب با آن تنظیم نمود. در مرجع [۲۰]، ساختاری شامل دو حلقه کنترلی به صورت یک رویکرد کنترلی دینامیک معکوس همراه با یک کنترل‌کننده تناسبی انتگرالی مشتقی تطبیقی مقاوم ارائه شده است که در آن مشکلات طرح‌های مذکور حل شده‌اند. کنترل‌کننده مد لغزشی ترمینال از روش‌های دیگر کنترل ربات‌های متحرک است. این الگوریتم کنترلی با افزایش سرعت عملکرد سیستم، کاهش زمان نشست و همگرا نمودن خطای ردیابی به ناحیه کوچکی حول مبدأ در زمان محدود، ردیابی صحیح و رسیدن به یک حالت پایدار دائمی در زمان بسیار کوتاه را به همراه دارد. بنابراین، در شرایطی که سرعت ردیابی اهمیت دارد، این روش، انتخابی قابل توجه است. در مرجع [۲۱]، یک کنترل‌کننده زمان‌محدود برای ربات‌های متحرک پیشنهاد شده است. یکی از مشکلات الگوریتم پیشنهادی در مقاله [۲۱]، عدم مقاوم‌سازی کنترل‌کننده در مقابل آثار نامطلوب نامعینی‌های پارامتری و اغتشاشات خارجی و عدم به‌روز رسانی کنترل‌کننده است. همچنین، امکان میل نمودن قانون کنترل به بی‌نهایت یا در اصطلاح تکین شدن^{۱۳} آن وجود داشته است. هرچند که در این مقاله با ایجاد تغییراتی در سطح لغزش انتخاب شده، اثبات شده است که قانون کنترل پیشنهادی با چنین مشکلی مواجه نخواهد بود، با این وجود رویکرد کنترلی پیشنهاد شده در مرجع [۲۲]، راه‌کار جامع‌تری برای حل این

مشکل پیشنهاد نموده است. همچنین در این مقاله، با اضافه نمودن جمله کنترل مقاوم به کنترل کننده، آثار نامطلوب اغتشاشات خارجی جبران شده است. با وجود نتایج مطلوب ارائه شده در این مقاله، به دلیل عدم به‌روزرسانی قوانین کنترلی، هنگامی که اغتشاشات و نامعینی‌ها متغیر با زمان باشند، کنترل کننده عملکرد صحیحی نخواهد داشت. در مرجع [۲۳]، با اضافه نمودن کنترل کننده تطبیقی به قوانین کنترل زمان محدود، همراه با اصلاح سیگما، مشکل مذکور حل شده است. در مقاله [۲۴]، یک رویکرد کنترلی زمان محدود تطبیقی مقاوم، پیشنهاد شده است. در این مقاله، ابتدا مسئله ردیابی مسیر مطلوب در ربات متحرک چرخ‌دار به مسئله پایداری یک سیستم انتگرال‌گیر دوگانه تبدیل شده است. سپس، به کمک روش کنترلی زمان محدود، یک کنترل کننده ردیاب طراحی شده است که در آن برای مقابله با اغتشاشات، یک مشاهده‌گر حالت و جبران کننده تطبیقی مورد استفاده قرار گرفته است. در نهایت، یک قانون سوپچینگ^{۱۴} تطبیقی با در نظر گرفتن لایه مرزی به منظور حذف چترینگ^{۱۵} ارائه شده است. در مرجع [۲۵]، یک الگوریتم کنترلی فازی زمان محدود با در نظر گرفتن دینامیک عملگرها پیشنهاد شده است که در آن، حد بالای نامعینی‌های غیر پارامتری با بهره‌گیری از کنترل کننده مقاوم جبران شده است. در کنترل زمان محدود، جهت جلوگیری از اشباع عملگرها لازم است که محدودیتی بر ولتاژ ورودی آنها اعمال گردد که این امر نوسانات ورودی‌های کنترلی را با افزایش چشم‌گیری همراه می‌سازد که برای رفع این مشکل یک تابع اشباع پیوسته معرفی شده است. در مقاله [۲۶]، کنترل کننده پس‌گام زمان محدود ارائه شده است که در آن جهت تخمین نامعینی‌های پارامتری از شبکه عصبی با تابع پایه شعاعی استفاده شده است. همچنین، با بهره‌گیری از یک تابع اشباع پیوسته به عنوان کنترل مقاوم، مشکل نوسانات فرکانس بالای قانون کنترل حل شده است. با توجه به پژوهش‌های پیشین انجام شده و با در نظر گرفتن مدل دینامیکی و سینماتیکی ربات تراکتور-تریلر، در ادامه نوآوری‌های زیر در این مقاله دنبال می‌شوند:

۱. تعمیم روابط خطی سازی فیدبک ورودی-خروجی به سیستم چندمتغیره غیرمربعی تحریک ناقص تراکتور-تریلر در حضور قيود غیرهولونومیک که برای اولین بار در این مقاله مورد بررسی قرار می‌گیرد.
۲. ترکیب روابط روش خطی سازی با کنترل زمان محدود از طریق طراحی کنترل کننده مد لغزشی ترمینال برای معادلات جدید حاصل شده از خطی سازی.
۳. افزایش مقاومت روش مد لغزشی ترمینال در مقابل نامعینی‌ها و اغتشاشات با اضافه نمودن کنترل کننده عصبی مقاوم تطبیقی.

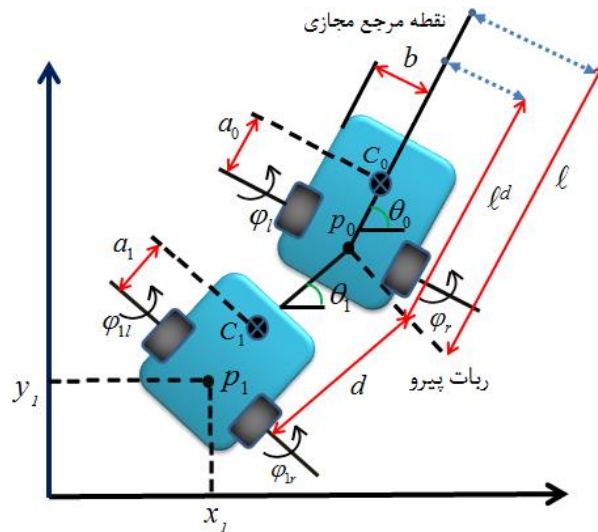
۴. تحلیل پایداری زمان محدود سیستم حلقه بسته با اعمال قوانین کنترل پیشنهادی.

بنابر اهداف مذکور در ادامه این مقاله، ابتدا معادلات سینماتیک و دینامیک ربات تراکتور-تریلر معرفی خواهند شد و سپس، معادلات حالت ربات به یک فرم همبسته ارائه شده و پس از تعیین مسیرهای زمانی مطلوب، قانون کنترلی مد لغزشی ترمینال عصبی مقاوم تطبیقی در بستر خطی سازی فیدبک، جهت ردیابی خروجی مطلوب تعیین شده، طراحی می‌شوند.

۲- مدل سینماتیکی

سیستم مورد نظر در این مقاله، یک ربات تراکتور-تریلر با پارامترهای نشان داده شده در شکل (۱) است. این سیستم یک ربات دو بدنه متشکل از یک بستر چرخ‌دار دیفرانسیلی با دو چرخ استاندارد مجهز به عملگر است که یک دنبال‌رو با دو چرخ بدون عملگر، با اتصال از نوع روی محور^{۱۶} به آن متصل شده است.

چرخ‌های استاندارد ربات در فاصله $2b$ از یکدیگر قرار گرفته‌اند. به علاوه، یک چرخ هرزگرد از نوع کاستور نیز در قسمت میانی تراکتور جهت حفظ تعادل واقع شده است. همان گونه که در شکل (۱) نشان داده شده است، c_0 و c_1 به ترتیب نشان‌دهنده مراکز جرم تراکتور و تریلر هستند. a_0 و a_1 به ترتیب فاصله نقطه میانی چرخ‌های تراکتور و تریلر تا مراکز جرم آن‌ها، θ_0 و θ_1 جهت‌گیری تراکتور و تریلر نسبت به دستگاه مرجع و d فاصله نقاط p_0 و p_1 را نشان می‌دهد. φ_0 و φ_1 به ترتیب، بیانگر جابه‌جایی زاویه‌ای چرخ‌های سمت چپ و راست تراکتور هستند. اگر فاصله a_1 ، صفر و یا بسیار کوچک در نظر گرفته شود، می‌توان مرکز جرم و مرکز هندسی تریلر را منطبق فرض نمود. بر این اساس، می‌توان مختصات نقطه p_1 را به عنوان مقیاسی جهت تعیین سمت‌گیری و موقعیت ربات نسبت به چهارچوب مرجع در نظر گرفت.



شکل (1): ربات متحرک تراکتور- تریلر و پارامترهای آن
Figure (1): Tractor-trailer mobile robot and its parameters

بنابراین، بردار مختصات تعمیم یافته ربات به صورت $q = (x_1, y_1, \theta_1, \theta_0)^T$ بیان می شود که در آن، x_1 و y_1 مختصات نقطه p_1 نسبت به دستگاه مرجع را نشان می دهد.

با توجه به اینکه یافتن مجموعه ای از بردارهای تعمیم یافته مستقل از هم، جهت توصیف وضعیت یک ربات چرخ دار همواره ممکن نیست، عموماً فرض می شود که این سیستم ها مقید به m قید غیرهولونومیکی مستقل از هم هستند. این قیود، روابط بین مختصات تعمیم یافته سیستم و سرعت های تعمیم یافته سیستم هستند که در فرم ماتریسی به صورت $A(q)\dot{q} = 0$ بیان می شوند. در این رابطه، $A(q)$ ماتریس قیدی $m \times n$ است که در آن، n بیانگر تعداد متغیرهای لازم جهت توصیف وضعیت سیستم است. قیود غیرهولونومیکی سیستم شکل (1)، ناشی از غلطش خالص چرخ ها در حرکت رو به جلو و عدم لغزش آن ها در جهت جانبی است که به صورت رابطه (2) بیان می شوند [27].

$$A(q)\dot{q} = \begin{bmatrix} \sin\theta_0 & -\cos\theta_0 & -d\cos(\theta_0 - \theta_1) & 0 \\ \sin\theta_1 & -\cos\theta_1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \dot{q} = 0 \quad (1)$$

بنابراین، معادلات سینماتیک ربات چرخ دار تراکتور- تریلر با در نظر گرفتن این قیود به شکل $\dot{q} = S(q)u$ بیان می شوند که در این رابطه، $u \in R^{2 \times 1}$ بردار سرعت های ربات است، به طوری که u_1 سرعت خطی نقطه p_0 و u_2 سرعت زاویه ای تراکتور را بیان می نماید. همچنین، $S(q) \in R^{4 \times 2}$ یک ماتریس با رتبه n است که فضای پوچی ماتریس قیدی را افزایش می نماید و این ویژگی به شکل $S^T(q)A^T(q) = 0$ قابل بیان است. با محاسبه ماتریس $S(q)$ ، رابطه سینماتیک ربات تراکتور-تریلر، به صورت زیر بازنویسی می گردد:

$$\dot{q} = \begin{bmatrix} \cos\theta_0 & \cos\theta_1 & \frac{1}{d}\tan(\theta_0 - \theta_1) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (2)$$

۳- مدل دینامیکی

معادلات دینامیکی ربات تراکتور- تریلر با مشخصات ارائه شده در شکل (1)، از معادله اوایلر-لاگرانژ، به شکل زیر به دست می آید [27]:

$$B(q)\tau_a = M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + D\dot{q} + A^T(q)\lambda + \tau_d \quad (3)$$

که در این رابطه، λ بردار مضارب لاگرانژ است. از جایگذاری رابطه (2) در معادله (3)، ضرب جمله $A^T(q)$ در دو طرف رابطه و با اندکی ساده سازی، در نهایت رابطه زیر حاصل می شود:

$$\bar{B}(q)\tau_a = \bar{M}_1(q)\dot{u} + (\bar{M}_2(q) + \bar{C}(q, \dot{q}) + \bar{D})u + \bar{\tau}_d \quad (4)$$

در معادله فوق، مضارب لاگرانژ حذف شده و ماتریس‌های سیستم به فرم مقید زیر تبدیل شده‌اند.

$$\begin{cases} \bar{C}(q, \dot{q}) = S^T(q)C(q, \dot{q})S(q) \\ \bar{M}_1(q) = S^T(q)M(q)S(q) \\ \bar{M}_2(q) = S^T(q)M(q)\dot{S}(q) \\ \bar{B}(q) = S^T(q)B(q) \\ \bar{D} = S^T(q)DS(q) \end{cases} \quad (5)$$

که در این روابط، $C(q, \dot{q}) \in R^{4 \times 4}$ ماتریس نیروهای جانب مرکز و کوریولیس، $M(q) \in R^{4 \times 4}$ ماتریس اینرسی، $D \in R^{4 \times 4}$ ماتریس میرایی و ضرایب اصطکاک ویسکوز، τ_a بردار گشتاور ورودی و $\bar{\tau}_d \in R^{2 \times 1}$ بردار اغتشاشات کران‌دار خارجی، شامل دینامیک‌های مدل نشده، اصطکاک ویسکوز (D_v) و اصطکاک کولمب (D_c) است.

با جایگذاری مقادیر ماتریس‌های مدل اصلی طبق مرجع [۲۸]، ماتریس‌های رابطه (۵) به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$\bar{M}_1(q) = \begin{bmatrix} M \frac{I_{\theta_1}}{d^2} \tan^2(\theta_0 - \theta_1) & 0 \\ 0 & I_{\theta_0} \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\bar{M}_2(q) = \begin{bmatrix} \frac{I_{\theta_1}}{d^2} (\dot{\theta}_0 - \dot{\theta}_1) \tan(\theta_0 - \theta_1) (1 + \tan^2(\theta_0 - \theta_1)) + \frac{A\dot{\theta}_1}{d} \tan(\theta_0 - \theta_1) & 0 \\ (-\dot{\theta}_1 \cos(\theta_0 - \theta_1) \tan^2(\theta_0 - \theta_1) + \dot{\theta}_0 \cos^{-1}(\theta_0 - \theta_1)) a_0 m_0 & 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$\bar{B}(q) = \frac{1}{r} \begin{bmatrix} \cos^{-1}(\theta_0 - \theta_1) & \cos^{-1}(\theta_0 - \theta_1) \\ b & -b \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\bar{C}(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} \frac{-A\dot{\theta}_1}{d} \tan(\theta_0 - \theta_1) & -a_0 m_0 \cos^{-1}(\theta_0 - \theta_1) \dot{\theta}_0 \\ a_0 m_0 \dot{\theta}_1 \sin(\theta_0 - \theta_1) \tan(\theta_0 - \theta_1) & 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\bar{D} = \begin{bmatrix} d_m \left(1 + \frac{1}{d^2} \right) \tan^2(\theta_0 - \theta_1) & 0 \\ 0 & d_m \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$\begin{cases} \bar{\tau}_d = [\bar{\tau}_{d_1}, \bar{\tau}_{d_2}]^T = \tau_d + D_1(q) \\ D_1(q) = [D_{11}(q), D_{12}(q)]^T = D_v u(t) + D_c \text{sign}(u(t)) \\ I_{\theta_0} = m_0 a_0^2 + I_0, \quad I_{\theta_1} = m_1 a^2 + m_0 d^2 + I_1 \\ M = m_0 + m_1, \quad A = a_1 m_1 + d m_0 \end{cases} \quad (11)$$

لازم به ذکر است که در روابط (۱۱)، I_0 و I_1 به ترتیب ممان‌های اینرسی تراکتور و تریلر هستند و به همین ترتیب، m_0 و m_1 بیانگر جرم‌های تراکتور و تریلر و r معرف شعاع چرخ‌های تریلر است.

۴- ردیابی مسیر زمانی مرجع

همان‌گونه که قبلاً اشاره شد، هدف کنترلی در این مقاله تعقیب مسیرهای حرکت زمانی مرجع توسط ربات تراکتور-تریلر است. برای این منظور، لازم است که ربات مختصات نقطه‌ای مجازی در مقابل خود را در با حفظ فاصله مطلوب دنبال نماید. بنابراین، کنترل‌کننده به نحوی طراحی می‌شود که ربات تراکتور-تریلر که در فاصله l نسبت به نقطه مجازی قرار دارد، خود را به نقطه‌ای با فاصله مطلوب l^d از نقطه مرجع مجازی رسانده و در ادامه مسیر نیز این فاصله را حفظ نماید. به عبارتی می‌توان اینگونه بیان نمود که حالات ربات وادار به دنبال نمودن یک سری حالات مطلوب می‌شوند که در نهایت منجر به ردیابی مسیر مرجع خواهد شد. برای این منظور، بردار خروجی z ، جهت دستیابی به خروجی مطلوب z_d برای ربات در نظر گرفته می‌شود.

$$z = \begin{pmatrix} x + \ell^d \cos(\theta_1) + d \cos(\theta_0) \\ y + \ell^d \sin(\theta_1) + d \sin(\theta_0) \end{pmatrix}^T \quad (12)$$

۵- معادلات حالت ربات تراکتور- تریلر

با توجه به اینکه ارائه فرم فضای حالت، به حل مسئله ردیابی مسیر زمانی مرجع با به کار گیری روش خطی سازی فیدبک ورودی- خروجی کمک زیادی می نماید، معادلات حالت این سیستم از معادلات دینامیکی (۴) و معادله سینماتیکی (۱)، به فرم همبسته زیر به دست می آید:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \dot{q} \\ \dot{u} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} s(q)u \\ 0 \end{bmatrix}}_{f(x)} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ \bar{M}_1^{-1}(q)\bar{B}(q) \end{bmatrix}}_{g(x)} u_a + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ -\bar{M}_1^{-1}(q)\bar{P}(q, \dot{q})u \end{bmatrix}}_{\zeta_1(x)} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ -\bar{M}_1^{-1}(q)(\bar{\tau}_d) \end{bmatrix}}_{\zeta_2(x)} \quad (13)$$

که در این رابطه $\bar{P}(q, \dot{q})$ به صورت $\bar{P}(q, \dot{q}) = (\bar{M}_2(q) + \bar{C}(q, \dot{q}) + \bar{D})$ بیان می شود. همچنین، $u_a = \tau_a$ بردار ورودی کنترلی و $x \in R^{2n-m}$ بردار متغیرهای حالت ربات به صورت $x = (x_1, y_1, \theta_1, \theta_0, u_1, u_2)^T$ می باشد. به علاوه، ماتریس های R^{2n-m} $f(x)$, $g(x)$, $\zeta_1(x)$ و $\zeta_2(x)$ ، میدان های برداری هموار هستند که با جایگذاری ماتریس های روابط (۶) تا (۱۱) و اندکی ساده سازی به شکل زیر بازنویسی می گردند ($n = 4, m = 2$):

$$f(x) = \begin{bmatrix} \cos\theta_1 u_1 & \sin\theta_1 u_1 & 1/d \tan(\theta_0 - \theta_1) u_1 & u_2 & [0]_{1 \times 2} \end{bmatrix}^T$$

$$\zeta_1(x) = \begin{bmatrix} [0]_{4 \times 1} \\ -E u_1 u_2 + \frac{E}{d} \tan(\theta_0 - \theta_1) u_1^2 + \frac{p}{M d^2 + I_{\theta_1} \tan^2(\theta_0 - \theta_1)} \\ \frac{-a_0 m_0}{I_{\theta_0}} \cos^{-1}(\theta_0 - \theta_1) u_1 u_2 - \frac{d}{I_{\theta_0}} u_2 \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$\zeta_2(x) = \begin{bmatrix} [0]_{4 \times 1} & -F(D_1(q) + \tau_{d_1}) & \frac{-D_2(q)}{I_{\theta_0}} - \frac{\tau_{d_2}}{I_{\theta_0}} \end{bmatrix}^T$$

$$g(x) = \begin{bmatrix} [0]_{4 \times 1} & [0]_{4 \times 1} \\ \frac{d^2 \cos^{-1}(\theta_0 - \theta_1)}{r(M d^2 + I_{\theta_1} \tan^2(\theta_0 - \theta_1))} & \frac{d^2 \cos^{-1}(\theta_0 - \theta_1)}{r(M d^2 + I_{\theta_1} \tan^2(\theta_0 - \theta_1))} \\ \frac{b}{r I_{\theta_0}} & -\frac{b}{r I_{\theta_0}} \end{bmatrix} \quad (15)$$

پارامترهای E, F و p به صورت زیر بیان می شوند.

$$E = I_{\theta_1} (\cos^2(\theta_0 - \theta_1)) \tan(\theta_0 - \theta_1) / (M d^2 + I_{\theta_1} \tan^2(\theta_0 - \theta_1))$$

$$F = d^2 / (M d^2 + I_{\theta_1} \tan^2(\theta_0 - \theta_1)) \quad (16)$$

$$p = -d_m (d^2 + \tan^2(\theta_0 - \theta_1)) u_1 + a_0 m_0 d^2 \cos^{-1}(\theta_0 - \theta_1) u_2$$

۶- خطی سازی با فیدبک ورودی - خروجی

با توجه به اینکه روش خطی سازی با فیدبک ورودی- خروجی بر پایه مشتق گرفتن پیاپی از خروجی به منظور یافتن رابطه ای بین ورودی کنترلی و مشتق خروجی استوار است، اهداف کنترلی با در نظر گرفتن مجموعه ای از خروجی ها به فرم

$z(t) = h(x(t))$ دنبال خواهد شد. بنابراین، با در نظر گرفتن رابطه (۱۳)، معادلات حالت سیستم به صورت مدل غیر خطی همبسته چند ورودی-چند خروجی زیر بیان می‌شود:

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + \sum_{k=1}^{n-m} g_k(x)u_{ak} + \zeta_1(x) + \zeta_2(x) \\ z(t) = h(x(t)) = [h_1(x(t)), \dots, h_{n-m}(x(t))]^T \end{cases} \quad (17)$$

بردار خروجی سیستم با توجه به درجه آزادی سیستم غیرهولونومیک، شامل $n - m = 2$ معادله می‌باشد. با توجه به اینکه این معادلات تنها تابعی از مختصات تعمیم یافته q می‌باشند، خروجی سیستم به فرم $z = h(q(t)) = [h_1(q(t)), h_2(q(t))]^T$ در نظر گرفته می‌شود.

توجه به لم‌ها و فرض‌های زیر در طراحی کنترل کننده ضروری است [۲۸]:

فرض ۱: مسیر زمانی مرجع هموار z_d ، با اعمال فرمان حلقه باز u_{ad} ، در عدم حضور جمله اغتشاش، به شکلی تولید می‌گردد که \dot{z}_d و \ddot{z}_d سیگنال‌هایی کران دار باشند.

فرض ۲: بردار مختصات تعمیم یافته $q = (x_1, y_1, \theta_1, \theta_0)^T$ و کلیه پارامترهای سینماتیکی ربات از طریق سنسورها قابل اندازه گیری بوده و معلوم فرض می‌شوند.

فرض ۳: جمله اغتشاش $\bar{\tau}_d$ ، کران دار می‌باشد، به این معنا که با در نظر گرفتن ثابت مثبت ℓ ، می‌توان این گونه بیان نمود که رابطه $\sup_{t \geq 0} \|\bar{\tau}_d\| < \ell$ برقرار است.

فرض ۴: بردار ورودی‌های سینماتیکی یا سرعت خطی و زاویه‌ای $u = (u_1(t), u_2(t))^T$ ، سیگنال‌های کران دار می‌باشند.

فرض ۵: ماتریس‌های موجود در معادلات سینماتیکی و دینامیکی ربات چرخ دار تراکتور-تریلر، توسط توابع محدود کننده و ثابت‌های نامعلوم c_0, \dots, c_6 با رابطه (۱۸) محدود می‌گردند [۲۰]، [۲۷]:

$$\begin{cases} \|\bar{C}_1(q, \dot{q})\| \|u\| < c_0 + c_1 \|q\| + c_2 \|u\|^2 \\ \|\bar{B}(q)\|, \|\bar{D}\|, \|S(q)\|, \|\bar{M}_1(q)\| < c_3 \\ \|\bar{M}_2(q)\| < c_4 \|\dot{S}(q)\| \\ \|\tau_d + D(q)\| < c_5 + c_6 \|u\| \end{cases} \quad (18)$$

نکته ۱: دینامیک داخلی ربات تراکتور-تریلر، مشابه به ربات شبه خودرو بوده و با استناد به مرجع [۲۹]، در حرکت مستقیم پایدار و در حرکت رو به عقب ناپایدار می‌باشد.

لم ۱: نقطه تعادل $x = 0$ از رابطه دیفرانسیلی (۱۹)، به طور سراسری پایدار زمان محدود است، اگر به ازای هر شرط اولیه $x(0) = x_0$ و ثابت‌های مثبت $0 < \gamma < 1$ و $\beta_1, \beta_2 > 0$ ، حالات سیستم در زمان محدود T به صفر و یا به همسایگی کوچکی از آن همگرا شوند و برای تمامی زمان‌های $t > T$ در همسایگی مبدأ باقی بماند [۲۱].

$$\begin{aligned} s(t) &= \dot{x} + \beta_1 x + \beta_2 |x|^\gamma \text{sign}(x) = 0 \\ T &= \frac{1}{\beta_1(1-\gamma)} \ln \frac{\beta_1 |x_0|^{1-\gamma} + \beta_2}{\beta_2} \end{aligned} \quad (19)$$

لم ۲: پاسخ‌های سیستم غیر خطی $\dot{x} = f(x, t)$ با توجه به تعریف لیانوف تعمیم یافته، پایدار زمان محدود است، اگر تابع لیانوف مثبت معین $V(x)$ و ثابت‌های مثبت $0 < \gamma < 1$ و $\beta_1, \beta_2 > 0$ موجود باشند که مشتق تابع لیانوف به صورت زیر حاصل شود [۲۵]:

$$\dot{V}(x) \leq -\beta_1 V(x) - \beta_2 V^\gamma(x) \quad (20)$$

و در این صورت، زمان نشست به شکل زیر حاصل می‌شود:

$$T_s \leq \frac{1}{\beta_1(1-\gamma)} \ln \frac{\beta_1 V(x(0))^{1-\gamma} + \beta_2}{\beta_2} \quad (21)$$

در ادامه، به عنوان اولین گام در الگوریتم خطی‌سازی، مشتق اول خروجی اُم از سیستم چند ورودی-چند خروجی (۱۷)، به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\dot{z}_j = \nabla h_j(x) \cdot \dot{x} = \nabla h_j(x) \cdot [f(x) + \sum_{k=1}^{n-m} g_k(x) u_{ak} + \zeta_1(x) + \zeta_2(x)] = L_f h_j(x) + \sum_{k=1}^2 L_{g_k} h_j(x) u_{ak} + L_{\zeta_1} h_j(x) + L_{\zeta_2} h_j(x). \quad (22)$$

رابطه (۲۲)، برای کل بردار خروجی به صورت ماتریسی (۲۳) تعمیم داده می‌شود.

$$\dot{z} = L_f h(x) + L_g h(x) u_a + L_{\zeta_1} h(x) + L_{\zeta_2} h(x) \quad (23)$$

از طرفی، با توجه به ماتریس‌های رابطه (۱۳) واضح است که $\nabla h(x) g(x) = 0$ و $\nabla h(x) \zeta_1(x) = 0$ و $\nabla h(x) \zeta_2(x) = 0$ هستند. بنابراین، مشتق اول خروجی به صورت (۲۴) قابل بازنویسی است.

$$\dot{z} = L_f h(x) = (\partial h(x) / \partial q) S(q) u \quad (24)$$

از رابطه (۲۴) واضح است که ورودی در مشتق اول خروجی ظاهر نشده و بنابراین، خطی‌سازی با مشتق‌گیری از مشتق خروجی به شکل زیر ادامه می‌یابد:

$$\ddot{z}_j = \nabla(L_f h_j(x)) \cdot \dot{x} = \nabla(L_f h_j(x)) \cdot [f(x) + \sum_{k=1}^{n-m} g_k(x) u_{ak} + \zeta_1(x) + \zeta_2(x)] \quad (25)$$

که برای سیستم کلی به صورت ماتریسی زیر قابل بازنویسی است:

$$\ddot{z} = L_f^2 h(x) + L_g L_f h(x) u_a + L_{\zeta_1} L_f h(x) + L_{\zeta_2} L_f h(x) \quad (26)$$

هریک از جملات رابطه (۲۶) غیر صفر و از طریق روابط (۲۷) قابل محاسبه هستند.

$$\begin{aligned} L_{\zeta_1} L_f h(x) &= -(\partial h(x) / \partial q) S(q) \cdot \bar{M}_1^{-1}(q) \bar{P}(q, \dot{q}) u \\ L_g L_f h(x) &= (\partial h(x) / \partial q) S(q) \cdot \bar{M}_1^{-1}(q) \bar{B}(q) = D(x) \\ L_{\zeta_2} L_f h(x) &= -(\partial h(x) / \partial q) S(q) \cdot \bar{M}_1^{-1}(q) (\tau_d) \\ L_f^2 h(x) &= (\partial((\partial h(x) / \partial q) S(q) u) / \partial q) \cdot S(q) u \end{aligned} \quad (27)$$

نکته ۲: شرط لازم برای اینکه سیستم (۱۷) قابلیت خطی‌سازی ورودی-خروجی را داشته باشد، غیر صفر بودن دترمینان ماتریس دکوپله $D(X) = L_g L_f h(x)$ است. جهت بررسی این شرط، ماتریس دکوپله سیستم به صورت تعریف و دترمینان آن محاسبه می‌شود.

$$\det(D(x)) = \det \left(\begin{bmatrix} L_{g_{11}} L_f h(x) & L_{g_{12}} L_f h(x) \\ L_{g_{21}} L_f h(x) & L_{g_{22}} L_f h(x) \end{bmatrix} \right) = \frac{2l^d d^2 b (\cos^2(\theta_0 - \theta_1))}{I_{\theta_0} r^2 (M d^2 + I_{\theta_1} \tan^2(\theta_0 - \theta_1))} \neq 0 \quad (28)$$

با توجه به برقراری شرط غیر صفر بودن دترمینان ماتریس دکوپله، استفاده از روش خطی‌سازی فیدبک برای سیستم مورد نظر بلامانع است. بنابراین، با در نظر گرفتن رابطه مشتق دوم خروجی در رابطه (۲۶)، در نهایت ورودی کنترلی حلقه داخلی به صورت فیدبک غیرخطی (۲۹)، جهت خطی‌سازی سیستم (۱۷) پیشنهاد می‌گردد:

$$u_a = \hat{D}^{-1}(x) \bar{u}_a \quad (29)$$

که در این رابطه، $\hat{D}^{-1}(x)$ تخمینی از ماتریس دکوپله می‌باشد و \bar{u}_a به صورت (۳۰) بیان می‌شود.

$$\bar{u}_a = v_{in} - L_f^2 h(x) \quad (30)$$

که در این رابطه، v_{in} کنترلی حلقه خارجی است که سهم به سزایی در پایدار سازی سیستم حلقه بسته دارد. همچنین، جمله $L_f^2 h(x)$ شامل جملات معلوم و قابل اندازه‌گیری توسط سنسورها است که از رابطه (۲۷) به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$L_f^2 h(x) = \left[\begin{aligned} & (1/d)(-\cos\theta_1 + \sin\theta_1 \tan(\theta_0 - \theta_1)) \tan^2(\theta_0 - \theta_1) u_1^2 + (-\sin\theta_1(1 + \tan^2(\theta_0 - \theta_1))) \\ & (1/d)(-\sin\theta_1 - \cos\theta_1 \tan(\theta_0 - \theta_1)) \tan^2(\theta_0 - \theta_1) u_1^2 + (\cos\theta_1(1 + \tan^2(\theta_0 - \theta_1))) \\ & \times u_1 u_2 - \ell^d \cos\theta_1 u_2^2 \\ & \times u_1 u_2 - \ell^d \sin\theta_0 u_2^2 \end{aligned} \right] \quad (31)$$

با جایگذاری رابطه (۲۹) و (۳۰) در (۲۶)، رابطه زیر حاصل می‌شود:

$$\ddot{z} = L_f^2 h(x) + D(x) \hat{D}^{-1}(x) (v_{in} - L_f^2 h(x)) + L_\zeta L_f h(x) \quad (32)$$

که در آن، $L_\zeta L_f h(x) = L_{\zeta_1} L_f h(x) + L_{\zeta_2} L_f h(x)$ می‌باشد. لازم به ذکر است که این جملات حاوی نامعینی‌های پارامتری و اغتشاشات خارجی هستند که به ترتیب در جملات حاوی $\zeta_1(x)$ و $\zeta_2(x)$ ظاهر می‌شوند. با اضافه و کم نمودن جمله \bar{u}_a به عبارت (۳۲) و انجام ساده‌سازی‌های لازم، رابطه زیر حاصل می‌شود:

$$\ddot{z} = \bar{u}_a + L_f^2 h(x) + (D(x) \hat{D}^{-1}(x) - I) \bar{u}_a + L_\zeta L_f h(x) \quad (33)$$

که با جایگذاری رابطه (۳۰)، این عبارت به صورت خلاصه زیر قابل بازنویسی است:

$$\ddot{z} = v_{in} + R(x) + L_\zeta L_f h(x) \quad (34)$$

جمله $\mathfrak{R}(x)$ به صورت $\mathfrak{R}(x) = (D(x) \hat{D}^{-1}(x) - I) \bar{u}_a$ بیان می‌شود. همان‌گونه که واضح است، این جمله حاوی نامعینی‌های پارامتری ظاهر شده در $D(x)$ می‌باشد که به دلیل وجود نامعینی در جمله $g(x)$ ایجاد گردیده است. در ادامه، به تشریح ساختار شبکه عصبی مورد نیاز جهت تخمین نامعینی‌های پارامتری پرداخته خواهد شد.

۷- تخمین نامعینی‌های پارامتری توسط شبکه عصبی

همان‌طور که اشاره شد، نامعینی‌های پارامتری موجود در عبارت $\mathfrak{R}(x)$ ، با بهره‌گیری از یک شبکه عصبی با تابع پایه شعاعی تخمین زده می‌شوند. در این نوع شبکه‌ها از تابع نمایی گاو سی به‌عنوان تابع پاسخ نرون‌ها استفاده می‌شود. تابع نمایی جزء گروهی از توابعی است که هموار بوده و دارای بهترین خواص در تقریب‌سازی می‌باشند. این موضوع تضمین می‌کند که مجموعه‌ای از وزن‌ها وجود دارند که رابطه بین ورودی‌ها و بردارهای هدف را بهتر از هر مجموعه دیگر تقریب‌سازی می‌کنند. برای تابع پیوسته $f(x): U \rightarrow \mathfrak{R}^p$ که در آن $U \in \mathfrak{R}^q$ تعداد ورودی‌های شبکه می‌باشد، شبکه عصبی با تابع پایه شعاعی به صورت زیر قابل تعریف است [۲۸]:

$$f_j(x) = \sum_{r=1}^l W_{jr} \vartheta_r(x) + \varepsilon_j \quad j = 1, 2, \dots, p \quad (35)$$

که در آن:

$$\vartheta_r(x) = \exp\left(-\frac{\|x - \mu_r\|^2}{2c_r^2}\right) \quad r = 1, 2, \dots, p \quad (36)$$

جمله ε_j بیانگر خطای تخمین شبکه عصبی، p تعداد خروجی‌ها و l تعداد نرون‌ها در لایه مخفی می‌باشند. $\mu_r(x)$ ، $\vartheta_r(x)$ ، c_r و ε_j معیار تابع گاو سی می‌باشد که در آن $\mu_r = (\mu_{r1}, \dots, \mu_{rq})^T$ ، بیانگر بردار میانگین تابع گاو سی و c_r ، معرف انحراف از معیار تابع گاو سی می‌باشد. لازم به ذکر است که منظور از تابع پایه شعاعی تابعی است که مقدار آن به فاصله ورودی تا مرکز نرون‌ها وابسته است. بنابراین، به طور کلی تابعی که قرار است توسط شبکه عصبی با تابع پایه شعاعی تخمین زده شود، به صورت زیر قابل بیان است:

$$f(x) = W\vartheta(x) + \varepsilon \quad (37)$$

که $f(x) = (f_1(x), \dots, f_p(x))^T$ ، $W \in \mathfrak{R}^{p \times l}$ بیانگر ماتریس وزنی، $\vartheta(x) = (\vartheta_1(x), \dots, \vartheta_l(x))^T$ و $\varepsilon = (\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_p)^T$ می‌باشند. دقت شود که برقراری شرط $\|\varepsilon\| \leq \beta_\varepsilon$ همواره ضروری است که در آن یک ثابت مثبت است. تخمین جمله‌های غیرخطی نامعلوم به صورت $\hat{f}(x) = \hat{W}\vartheta(x)$ معرفی می‌شود. $\hat{W} \in \mathfrak{R}^{2 \times l}$ بیانگر تخمین ماتریس وزنی به صورت زیر می‌باشد که توسط قوانین تطبیق مناسب به روز رسانی می‌گردد:

$$\hat{W} = \begin{bmatrix} \hat{W}_{11} & \hat{W}_{12} & \hat{W}_{13} & \dots & \hat{W}_{1n} \\ \hat{W}_{21} & \hat{W}_{22} & \hat{W}_{23} & \dots & \hat{W}_{2n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{W}_1^T \\ \hat{W}_2^T \end{bmatrix} \quad (38)$$

با توجه به اینکه از پارامترهای موجود در عبارت $\mathfrak{R}(x)$ تنها متغیرهای حالت به طور کامل قابل اندازه گیری و در دسترس هستند، بردار حالت $x_w = x = (q, u)^T \in R^6$ به عنوان ورودی شبکه عصبی در نظر گرفته می شود و بنابر ورودی های اعمال شده، تقریب بردار $\mathfrak{R}(x) \in R^{2 \times 1}$ در خروجی به فرم زیر تولید می گردد:

$$\hat{\mathfrak{R}}(x/\hat{W}) = \hat{W}\mathfrak{G}(x) \quad (39)$$

در این مقاله، نوروها در لایه مخفی با مرکزها و انحراف از معیار انتخابی با روش سعی و خطا به گونه ای تنظیم شده اند که خطای میانگین بین مقادیر تخمین زده شده توسط شبکه و مقادیر واقعی به کمترین مقدار رسد.

فرض ۶: برای وزن های ایده آل شبکه عصبی رابطه $\|\hat{W}\|_F \leq \omega_M$ برقرار است که در آن ω_M یک ثابت مثبت نامعلوم است.
نکته ۳: برای وزن ها و ورودی های شبکه عصبی، بر طبق روابط اول و دوم از رابطه زیر کران بالا در نظر گرفته می شود که C_1 و C_2 پارامترهای قابل تنظیم هستند. همچنین، بردار بهینه وزن های شبکه عصبی را می توان به شکل W^* تعیین نمود:

$$\begin{cases} U = \{x_w \in R^6 : \|x_w\| \leq C_1\}, \\ \Omega = \{W \in R^1 : \|W\| \leq C_2\}, \end{cases} \quad (40)$$

$$W^* = \underset{W \in \Omega}{\operatorname{argmin}} \left\{ \sup_{x \in \Omega} |\mathfrak{R}(x) - \hat{\mathfrak{R}}(x/\hat{W})| \right\}$$

با توجه به اینکه \hat{W} تخمینی از W^* است، خطای تخمین وزن های شبکه عصبی به صورت $\tilde{W} = W^* - \hat{W}$ تعریف می گردد. همچنین، $\varepsilon(x) = (\varepsilon_1(x), \varepsilon_2(x))^T$ ، به عنوان خطای تخمین شبکه به صورت $\varepsilon(x) = \mathfrak{R}(x) - \hat{\mathfrak{R}}(x/W^*)$ تعریف می شود. از طرفی، با توجه به رابطه (۳۷)، $\mathfrak{R}(x) = \varepsilon(x) + W^*\mathfrak{G}(x)$ حاصل می شود که با جایگذاری آن در رابطه (۳۴)، مشتق دوم خروجی به صورت زیر بازنویسی می گردد:

$$\ddot{z} = v_{in} + W^*\mathfrak{G}(x) + \alpha_d^* \quad (41)$$

که در آن، $\alpha_d^* = L_f L_f h(x) + \varepsilon(x)$ می باشد. همان طور که در روابط (۱۸) ارائه شده در فرض ۵ اشاره شد، جملات موجود در عبارت $L_f L_f h(x)$ شامل جملات حاوی نامعینی است که دارای کران بالا می باشند. بنابراین، با توجه به ماتریس های رابطه (۱۳)، کران بالای نامعینی به صورت زیر در نظر گرفته می شود:

$$\|L_f L_f h(x)\| \leq \alpha_{d0} + \alpha_{d1} \|q\| + \alpha_{d2} \|u\|^2 + \alpha_{d3} \|\dot{s}\| \|u\| + \alpha_{d4} \|u\|. \quad (42)$$

از طرفی، همان طور که اشاره شد، برای خطای تخمین شبکه عصبی نیز کران بالا به صورت $\|\varepsilon\| \leq \beta_\varepsilon$ فرض می شود. بنابراین، کران بالای جمله α_d را می توان به صورت زیر در نظر گرفت:

$$\|\alpha_d^*\| \leq \bar{\alpha}_{d0} + \alpha_{d1} \|q\| + \alpha_{d2} \|u\|^2 + \alpha_{d3} \|\dot{s}\| \|u\| + \alpha_{d4} \|u\| \quad (43)$$

که $\bar{\alpha}_{d0} = \beta_\varepsilon + \alpha_{d0}$ ضرایب نامعلوم کران دار و $\alpha_{d0}, \dots, \alpha_{d4}$ است.

۸- طراحی کنترل کننده عصبی مقاوم تطبیقی زمان محدود

در این بخش، با در نظر گرفتن روابط و مدل به دست آمده از ترکیب روابط خطی سازی فیدبک با شبکه عصبی، یک کنترل کننده عصبی مقاوم تطبیقی زمان محدود، جهت پایداری سیستم حلقه بسته، در حلقه خارجی ارائه می شود. برای این منظور، با توجه به تعریف خطای ردیابی به صورت $e(t) = z - z_d$ ، خطای فیلتر شده (۴۴) به عنوان سطح مد لغزشی ترمینال به صورت زیر در نظر گرفته خواهد شد [۲۱]:

$$\dot{s}(t) = \ddot{e} + \beta_1 \dot{e} + \beta_2 \gamma \operatorname{diag}(|e|^{\gamma-1}) \dot{e} \quad (44)$$

و با مشتق گیری از آن، رابطه زیر حاصل می شود:

$$s(t) = \dot{e} + \beta_1 e + \beta_2 \operatorname{sig}(e)^\gamma = 0 \quad (45)$$

با دو بار مشتق‌گیری از خطای ردیابی رابطه $\ddot{e}(t) = \ddot{z} - \ddot{z}_d$ حاصل می‌شود. بنابراین، با در نظر گرفتن مشتق دوم خطا و جایگذاری رابطه (۴۱) در آن، مشتق خطای فیلترشده به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\dot{s}(t) = v_{in} + W^* \vartheta(x) + \alpha_d^* - \ddot{z}_d + \beta_1 \dot{e} + \beta_2 \gamma \text{diag}(|e|^{\gamma-1}) \dot{e} \quad (46)$$

جهت دستیابی به هدف کنترلی بیان شده در این مقاله، با توجه به لم ۱، لازم است v_{in} به گونه‌ای انتخاب گردد که $e = 0$ یک نقطه تعادل پایدار زمان محدود برای سیستم (۴۶) باشد. بر این اساس، با استفاده از مفهوم لیاپانوف تعمیم‌یافته مطرح شده در لم ۲، قانون کنترلی v_{in} به صورت زیر پیشنهاد می‌گردد:

$$v_{in} = v_1 + v_2 + v_3 \quad (47)$$

$$\begin{cases} v_1 = -K_0 s - K_1 \text{sig}(s)^p \\ v_2 = \ddot{z}_d - \beta_1 \dot{e} - \beta_2 \gamma \text{diag}(|e|^{\gamma-1}) \dot{e} - \hat{W} \vartheta(x) \\ v_3 = -v_R \end{cases}$$

که در این روابط، $K_0 = \text{diag}(k_{01}, k_{02})$ و $K_1 = \text{diag}(k_{11}, k_{12})$ بهره‌های کنترلی هستند. با توجه به اینکه درجه نسبی سیستم غیرهولونومیک ربات تراکتور-تریلر، $n - m = 2$ می‌باشد، جمله $\text{sig}(s)^p$ به شکل زیر بیان می‌شود:

$$\text{sig}(s)^p = [|s_1|^{p_1} \text{sign}(s_1), |s_2|^{p_2} \text{sign}(s_2)]^T \quad (48)$$

$$|s|^p = [|s_1|^{p_1}, |s_2|^{p_2}]^T$$

که در این روابط، $0 < \rho_1, \rho_2 < 1$ ثابت‌های معلوم قابل تنظیم می‌باشند. قانون کنترل مقاوم، $v_3 = -v_R$ جهت جبران نامعینی‌های موجود در جمله α_d^* به فرم تابعی از تخمین کران بالای این جملات، به صورت زیر پیشنهاد می‌شود:

$$v_R = \Delta(s)(\hat{\alpha}_{d0} + \hat{\alpha}_{d1} \|q\| + \hat{\alpha}_{d2} \|u\|^2 + \hat{\alpha}_{d3} \|\dot{s}\| \|u\| + \hat{\alpha}_{d4} \|u\|) \quad (49)$$

که در این رابطه، $\Delta(s)$ به صورت زیر پیشنهاد می‌گردد:

$$\Delta(s) = \begin{cases} s/\|s\| & \text{if } \eta \geq 1.5 \\ ((\frac{\|s\|}{\varepsilon_\alpha + \|s\|}) \tanh(\frac{\|s\|}{\varepsilon_\alpha + \|s\|})) \frac{s}{\|s\|} & \text{if } \eta < 1.5 \end{cases} \quad (50)$$

و $\eta = ((\|s\|/\varepsilon_\alpha + \|s\|) \tanh(\|s\|/\varepsilon_\alpha + \|s\|))$ می‌باشد. وزن‌های شبکه عصبی و کران بالای جمله α_d^* توسط قوانین ارائه شده در (۵۱) و (۵۲) به روز رسانی خواهند شد:

$$\dot{\hat{W}} = \Gamma_w s \vartheta^T(x) - \sigma_w \Gamma_w \hat{W} \quad (51)$$

$$\begin{cases} \dot{\hat{\alpha}}_{d0} = \gamma_{\alpha_0} \|s\| - \sigma_{\alpha_0} \gamma_{\alpha_0} \hat{\alpha}_{d0} \\ \dot{\hat{\alpha}}_{d1} = \gamma_{\alpha_1} \|s\| \|q\| - \sigma_{\alpha_1} \gamma_{\alpha_1} \hat{\alpha}_{d1} \\ \dot{\hat{\alpha}}_{d2} = \gamma_{\alpha_2} \|s\| \|u\|^2 - \sigma_{\alpha_2} \gamma_{\alpha_2} \hat{\alpha}_{d2} \\ \dot{\hat{\alpha}}_{d3} = \gamma_{\alpha_3} \|s\| \|\dot{s}(q)\| \|u\| - \sigma_{\alpha_3} \gamma_{\alpha_3} \hat{\alpha}_{d3} \\ \dot{\hat{\alpha}}_{d4} = \gamma_{\alpha_4} \|s\| \|u\| - \sigma_{\alpha_4} \gamma_{\alpha_4} \hat{\alpha}_{d4} \end{cases} \quad (52)$$

که در آن‌ها، ماتریس مثبت معین $\Gamma_w = \text{diag}(\gamma_{w1}, \dots, \gamma_{wl})$ و اعداد ثابت مثبت $\gamma_{\alpha_0}, \dots, \gamma_{\alpha_4}$ بهره‌های تطبیق قابل تنظیم هستند. همچنین، ثابت‌های مثبت کوچک σ_w و $\sigma_{\alpha_0}, \dots, \sigma_{\alpha_4}$ ضرایب اصلاح سیگما هستند که قوانین تطبیق را در مقابل اغتشاشات خارجی مقاوم می‌سازند.

در نهایت، از جایگذاری ورودی کنترلی (۴۷) و (۴۹) در رابطه (۴۶)، دینامیک خطای حلقه بسته به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\dot{s} = -K_0 s - K_1 \text{sig}(s)^p + \tilde{W} \vartheta(x) + \alpha_d^* - (\Delta(s)(\hat{\alpha}_{d0} + \hat{\alpha}_{d1} \|q\| + \hat{\alpha}_{d2} \|u\|^2 + \hat{\alpha}_{d3} \|\dot{s}(q)\| \|u\| + \hat{\alpha}_{d4} \|u\|)) \quad (53)$$

۸- تحلیل پایداری سیستم حلقه بسته

در این بخش، مبتنی بر روابط حاصل از الگوریتم کنترلی عصبی مقاوم تطبیقی زمان محدود ارائه شده در بخش قبل، پایداری سیستم حلقه بسته، با طرح یک قضیه در دو گام بررسی خواهد شد. در گام اول کران داری سیگنال های حلقه بسته و در مرحله دوم همگرایی خطای ردیابی در زمان محدود به ناحیه کوچکی حول مبدأ، اثبات خواهد شد.

لم ۳ [۳۰]: برای هر بردار $\bar{a} \in R$ و عدد مثبت $0 < \delta < 1$ ، با فرض اینکه $\bar{a}^\delta = (a_1^\delta, \dots, a_L^\delta)^T$ ، رابطه زیر برقرار است:

$$\|\bar{a}^\delta\|^2 = \sum_{i=1}^L (a_i^2)^\delta \quad \|\bar{a}\|^{2\delta} = \left(\sum_{i=1}^L a_i^2 \right)^\delta \quad (54)$$

لم ۴ [۳۱]: برای هر اسکالر مثبت $x \in R$ و $0 < \beta < 1$ ، نامساوی زیر قابل بیان است:

$$\left(\sum_{i=1}^m |x_i| \right)^\beta \leq \sum_{i=1}^m |x_i|^\beta \leq m^{1-\beta} \left(\sum_{i=1}^m |x_i| \right)^\beta \quad (55)$$

لم ۵ [۳۲]: برای ماتریس مثبت معین P و بردارهای $x \in R^n$ ، نامساوی ریلی-ریتز^{۱۷} به صورت زیر برقرار است.

$$\lambda_{\min} \{P\} \|x\|^2 \leq x^T P x \leq \lambda_{\max} \{P\} \|x\|^2 \quad (56)$$

که در این رابطه، λ_{\min} و λ_{\max} به ترتیب بزرگترین و کوچکترین مقدار ویژه ماتریس P هستند.

لم ۶ [۳۲]: برای هر عدد ثابت k ، بردارهای $x, y \in R^n$ و ماتریس مثبت معین P ، نامساوی زیر برقرار است:

$$x^T P y \leq \frac{1}{2k^2} \lambda_{\max} \{P\} \|x\|^2 + \frac{k^2}{2} \lambda_{\max} \{P\} \|y\|^2 \quad (57)$$

لم ۷ [۲۱]: برای اعداد مثبت a_1, \dots, a_n و ثابت کوچک $0 < p < 1$ ، نامساوی زیر برقرار است:

$$(a_1^2, \dots, a_n^2)^p \leq (a_1^p, \dots, a_n^p)^2 \quad (58)$$

لم ۸ [۲۸]: با توجه به تعریف نرم برداری فروبنیوس به صورت $\|x\|_F = \sqrt{\text{tr}\{x^T x\}}$ ، ثابت می شود که برای هر بردار $x, y \in R^n$ نامساوی زیر برقرار است:

$$\text{tr}\{x^T y\} \leq \frac{1}{2k^2} \|x\|_F^2 + \frac{k^2}{2} \|y\|_F^2 \quad (59)$$

قضیه ۱: با در نظر گرفتن فرض های ۱ تا ۶، قانون کنترل عصبی مقاوم تطبیقی خطی ساز فیدبک زمان محدود ارائه شده در رابطه (۴۷)، قادر است که در حضور نامعینی های پارامتری و اغتشاشات خارجی، الف) پایداری یکنواخت سیستم حلقه بسته، کرانداری حالات سیستم (۱۳) و خطای ردیابی، ب) همگرایی خطای ردیابی در زمان محدود به ناحیه کوچکی $\delta = \min\{\delta_1, \delta_2\}$ حول $s = 0$ را بر طبق لم های ۱ و ۲، تضمین نماید.

$$\delta_1 = \frac{\|\hat{R}(x/W^*) - \hat{R}(x/\hat{W})\| + \|\tilde{p}_a\|}{\lambda_{K0}} \quad (60)$$

$$\delta_2 = \left(\frac{\|\hat{R}(x/W^*) - \hat{R}(x/\hat{W})\| + \|\tilde{p}_a\|}{\lambda_{K1}} \right)^{1/\rho} \quad (61)$$

اثبات: تابع لیاپانوف $V(t)$ به صورت تابعی از خطای ردیابی و خطاهای تخمین، به صورت زیر در نظر گرفته می شود و مشتق آن به صورت (۶۳) محاسبه می شود:

$$V(t) = \underbrace{\left(\frac{1}{2} s^T s \right)}_{V_1(t)} + \underbrace{\left(\frac{\tilde{\alpha}_d^T \Gamma_a^{-1} \tilde{\alpha}_d}{2} + \text{tr} \left\{ \frac{\tilde{W}^T \Gamma_w^{-1} \tilde{W}}{2} \right\} \right)}_{V_2(t)} \quad (62)$$

$$\dot{V}(t) = \underbrace{(s^T \dot{s})}_{\dot{V}_1(t)} + \underbrace{\left(\tilde{\alpha}_d^T \Gamma_a^{-1} \dot{\tilde{\alpha}}_d + \text{tr} \left\{ \tilde{W}^T \Gamma_w^{-1} \dot{\tilde{W}} \right\} \right)}_{\dot{V}_2(t)} \quad (63)$$

که در این رابطه $\tilde{\alpha}_d = \alpha_d - \hat{\alpha}_d$ خطای تخمین کران بالای اغتشاشات است که به شکل $\tilde{\alpha}_d = (\tilde{\alpha}_{d0}, \dots, \tilde{\alpha}_{d4})^T$ در نظر گرفته می‌شود. به علاوه، ماتریس $\Gamma_{\alpha}^{-1} = \text{diag}(\gamma_{\alpha_0}^{-1}, \dots, \gamma_{\alpha_4}^{-1})$ به صورت انتخاب می‌گردد.

با جایگذاری دینامیک خطای حلقه بسته ارائه شده در رابطه (۵۳) در مشتق تابع لیاپانوف، عبارت زیر حاصل می‌شود:

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) = & -s^T K_0 s - s^T K_1 \text{sig}(s)^p + s^T \tilde{W} g(x) + s^T \alpha_d^* - s^T \Delta(s) (\hat{\alpha}_{d0} + \hat{\alpha}_{d1} \|q\| + \hat{\alpha}_{d2} \|u\|^2 \\ & + \hat{\alpha}_{d3} \|s\| \|u\| + \hat{\alpha}_{d4} \|u\|) + \tilde{\alpha}_d^T \Gamma_{\alpha}^{-1} \dot{\tilde{\alpha}}_d + \text{tr}[\tilde{W}^T \Gamma_w^{-1} \dot{\tilde{W}}] \end{aligned} \quad (64)$$

همچنین، با جایگذاری عبارت اول از تابع دو وضعیتی $\Delta(s)$ ارائه شده در (۵۰) و با در نظر گرفتن کران بالای جمله α_d^* از رابطه (۴۳)، مشتق تابع لیاپانوف، با اندکی ساده‌سازی به صورت زیر بازنویسی می‌گردد:

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) \leq & -s^T K_0 s - s^T K_1 \text{sig}(s)^p + s^T \tilde{W} g(x) + \tilde{\alpha}_{d0} \left(\frac{\dot{\tilde{\alpha}}_{d0}}{\gamma_{\alpha_0}} + \|s\| \right) + \tilde{\alpha}_{d1} \left(\frac{\dot{\tilde{\alpha}}_{d1}}{\gamma_{\alpha_1}} + \|s\| \|q\| \right) + \tilde{\alpha}_{d2} \\ & \left(\frac{\dot{\tilde{\alpha}}_{d2}}{\gamma_{\alpha_2}} + \|s\| \|u\|^2 \right) + \tilde{\alpha}_{d3} \left(\frac{\dot{\tilde{\alpha}}_{d3}}{\gamma_{\alpha_3}} + \|s\| \|s\| \|u\| \right) + \tilde{\alpha}_{d4} \left(\frac{\dot{\tilde{\alpha}}_{d4}}{\gamma_{\alpha_4}} + \|s\| \|u\| \right) + \text{tr}[\tilde{W}^T \Gamma_w^{-1} \dot{\tilde{W}}] \end{aligned} \quad (65)$$

از طرفی، با مشتق‌گیری از خطای تخمین نامعینی و خطای تخمین وزن‌های شبکه عصبی نتیجه می‌شود که به ازای $K = 0, \dots, 4$ ، $\dot{\tilde{\alpha}}_{dK} = -\hat{\alpha}_{dK}$ و $\dot{\tilde{W}} = -\hat{W}$ ، $K = 0, \dots, 4$ می‌توان نامساوی (۶۵) را به صورت زیر ساده‌سازی نمود:

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) \leq & -s^T K_0 s - s^T K_1 \text{sig}(s)^p + \tilde{\alpha}_{d0} \sigma_{\alpha_0} \hat{\alpha}_{d0} + \tilde{\alpha}_{d1} \sigma_{\alpha_1} \hat{\alpha}_{d1} + \tilde{\alpha}_{d2} \sigma_{\alpha_2} \hat{\alpha}_{d2} + \tilde{\alpha}_{d3} \sigma_{\alpha_3} \hat{\alpha}_{d3} \\ & + \tilde{\alpha}_{d4} \sigma_{\alpha_4} \hat{\alpha}_{d4} + \text{tr}[\tilde{W}^T \sigma_w \hat{W}] \end{aligned} \quad (66)$$

از طرفی، با توجه به لم‌های ۳ و ۵، می‌توان اثبات نمود که برای جملات $s^T K_0 s$ و $s^T K_1 \text{sig}(s)^p$ روابط زیر برقرار هستند:

$$-s^T K_0 s \leq -\lambda_{\min} \{K_0\} \|s\|^2 \quad (67)$$

$$-s^T K_1 \text{sig}(s)^p \leq -\lambda_{\min} \{K_1\} \left(\sum_{i=1}^2 s_i^2 \right)^p \quad (68)$$

همچنین، از لم‌های ۳ و ۴، اثبات می‌شود که نامساوی زیر برقرار است:

$$\left(1 / (2^{1-\hat{p}})^2 \right) \|s^{\hat{p}}\|^2 \geq - \left(\sum_{k=1}^2 s_k^2 \right)^p \quad (69)$$

که در این رابطه، $\hat{p} = \rho + 1/2$ می‌باشد. در نهایت، از ترکیب روابط (۶۹) و (۷۰)، رابطه زیر حاصل می‌شود:

$$-\lambda_{\min} \{K_1\} \|s\|^{\hat{p} \times 2} \leq -\lambda_{\min} \{K_1\} \left(1 / (2^{1-\hat{p}})^2 \right) \|s^{\hat{p}}\|^2 \quad (70)$$

بنابراین، عبارت (۶۷) به صورت زیر بازنویسی می‌گردد:

$$\dot{V}(t) \leq -\lambda_{\min} \{K_0\} \|s\|^2 - \lambda_{\min} \{K_1\} \left(1 / (2^{1-\hat{p}})^2 \right) \|s^{\hat{p}}\|^2 + \tilde{\alpha}_d^T \sigma_{\alpha} \hat{\alpha}_d + \text{tr}[\sigma_w \tilde{W}^T \hat{W}] \quad (71)$$

که در آن، $\sigma_{\alpha} = \text{diag}\{\sigma_{\alpha_0}, \dots, \sigma_{\alpha_4}\}$ به صورت بیان می‌شود.

از طرفی، با توجه به لم‌های ۶ و ۸ و نامساوی ریلی-ریتز در لم ۵، نامساوی‌های زیر برقرار هستند:

$$\text{tr} \{ \sigma_w \tilde{W}^T \hat{W} \} \leq -(1 - 0.5/k^2) \sigma_w \|\tilde{W}\|_F^2 + 0.5k^2 \sigma_w \|W^*\|_F^2 \quad (72)$$

$$\tilde{\alpha}_d^T \sigma_{\alpha} \hat{\alpha}_d \leq -(\lambda_{\min} \{ \sigma_{\alpha} \} - 0.5 \lambda_{\max} \{ \sigma_{\alpha} \} / k^2) \|\tilde{\alpha}_d\|^2 + (0.5k^2 \lambda_{\max} \{ \sigma_{\alpha} \}) \|\alpha_d\|^2 \quad (73)$$

در نهایت، با جایگذاری روابط (۷۳) در نامساوی (۷۲)، مشتق تابع لیاپانوف به صورت خلاصه زیر به دست می‌آید:

$$\dot{V}(t) \leq -c_m \|x_t(t)\|^2 + \eta_v \quad (74)$$

که در آن، c_m و $x_t(t)$ به صورت زیر می‌باشند:

$$c_m = \min\{c_1, c_2, c_3, c_4\} \quad (75)$$

$$x_t(t) = [s^T, (s^{p+1/2})^T, W_{11}, \dots, W_{21}, \tilde{\alpha}_{d0}, \dots, \tilde{\alpha}_{d4}]$$

به گونه‌ای که در این روابط، c_1, c_2, c_3, c_4 و η_V به صورت زیر بیان می‌شوند:

$$\begin{cases} c_1 = \lambda_{\min}\{K_0\} > 0, \quad c_2 = \lambda_{\min}\{K_1\}(1/(2^{1-\hat{p}})^2) > 0 \\ c_3 = (1 - 0.5/k^2)\sigma_w > 0 \rightarrow k > \sqrt{2}/2 \\ c_4 = (\lambda_{\min}\{\sigma_\alpha\} - 0.5\lambda_{\max}\{\sigma_\alpha\}/k^2) > 0 \rightarrow k > \sqrt{\lambda_\delta/2} \\ \eta_V = (0.5k^2\lambda_{\max}\{\sigma_\alpha\})\|\alpha_d\|^2 + 0.5k^2\sigma_{w_i}\|W^*\|_F^2 \end{cases} \quad (76)$$

که در آن‌ها، $\lambda_\delta = \lambda_{\max}\{\sigma_\alpha\}/\lambda_{\min}\{\sigma_\alpha\}$ می‌باشد. دقت شود که مقادیر پارامترهای c_1, c_2, c_3, c_4 و η_V مثبت می‌باشد و با انتخاب $\min\{c_1, c_2, c_3, c_4\}$ ، بزرگ‌ترین مقدار منفی مشتق تابع لیاپانوف تولید می‌گردد. به علاوه، با توجه به اینکه η_V دارای مقدار مثبت است، مشتق تابع لیاپانوف تنها در صورتی که رابطه $\|x_t(t)\| \leq \sqrt{\eta_V/C_m}$ برقرار باشد، منفی خواهد شد. بنابراین، منفی شدن مشتق تابع لیاپانوف در خارج مجموعه $\Omega_0 = \{x_t(t) | 0 < \|x_t(t)\| \leq \sqrt{\eta_V/C_m}\}$ تضمین شود. همچنین، از منفی شدن مشتق تابع لیاپانوف می‌توان نتیجه گرفت که $V(t)$ در خارج از این ناحیه نزولی است و $\|x_t(t)\|$ نیز کران‌دار می‌باشد. بنابراین، تمامی حالات سیستم، خطای تخمین پارامترها و خطای ردیابی در نهایت، به طور یکنواخت به ناحیه کوچکی اطراف صفر همگرا خواهند شد.

گام دوم: با توجه به رابطه (۶۲)، تابع لیاپانوف با حذف خطاهای تخمین به صورت $V_1(t) = s^T s$ در نظر گرفته می‌شود. سپس، با جایگذاری خطای حلقه‌بسته (۵۳) در مشتق این تابع و اندکی ساده‌سازی عبارت زیر حاصل می‌شود:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(t) &\leq -s^T K_0 s - s^T K_1 \text{sig}(s)^p + s^T \tilde{W} \vartheta(x) + \|s\| \tilde{\rho}_\alpha = s^T (W^* \vartheta(x) - \hat{W} \vartheta(x) \\ &+ \frac{\tilde{\rho}_\alpha s}{\|s\|}) - s^T K_0 s - s^T K_1 \text{sig}(s)^p \end{aligned} \quad (77)$$

که در آن، $\tilde{\rho}_\alpha = \rho_\alpha - \hat{\rho}_\alpha = \varpi_0 \tilde{\alpha}_{d0} + \dots + \varpi_4 \tilde{\alpha}_{d4}$ می‌باشد و در این رابطه، $\varpi = (1, \|q\|, \|u\|^2, \|\dot{s}\| \|u\|, \|u\|)^T$ نامساوی (۷۷) را می‌توان به یکی از دو صورت زیر بیان نمود:

$$\dot{V}_1(t) \leq -s^T \underbrace{(K_0 - \text{diag}(W^* \vartheta(x) - \hat{W} \vartheta(x) + \frac{\tilde{\rho}_\alpha s}{\|s\|}))}_{\bar{K}_0} \text{diag}^{-1}(s) s - s^T K_1 \text{sig}(s)^p \quad (78)$$

$$\dot{V}_1(t) \leq -s^T \underbrace{(K_1 - \text{diag}((W^* \vartheta(x) - \hat{W} \vartheta(x) + \frac{\tilde{\rho}_\alpha s}{\|s\|}) \text{diag}^{-1}(\text{sig}(s)^p))}_{\bar{K}_1} \text{sig}(s)^p - s^T K_0 s \quad (79)$$

در این صورت، اگر بردار \tilde{F} به صورت زیر در نظر گرفته شود:

$$(W^* \vartheta(x) - \hat{W} \vartheta(x) + \tilde{\rho}_\alpha s / \|s\|) = \tilde{F} = (\tilde{f}_1, \tilde{f}_2)^T \quad (80)$$

با توجه به عبارت موجود در رابطه (۷۸)، مشتق تابع لیاپانوف تنها زمانی منفی خواهد شد که جمله \bar{K}_0 مثبت معین باشد. بنابراین، لازم است $\lambda_{K0} - |f_k|/|s| > 0$ باشد که در این صورت، عبارت $|s_k| \leq |f_k|/\lambda_{K0}$ ، برای هر کدام از درایه‌های بردار s برقرار خواهد شد و در این صورت، همگرایی به ناحیه δ_1 به شکل زیر تضمین می‌شود:

$$\|s\|^2 = (s_1^2 + s_2^2) \leq \frac{\tilde{f}_1^2 + \tilde{f}_2^2}{\lambda_{K0}^2} \rightarrow \|s\| \leq \frac{\|W^* \vartheta(x) - \hat{W} \vartheta(x)\| + \|\tilde{\rho}_\alpha\|}{\lambda_{K0}} = \delta_1 \quad (81)$$

همچنین، با توجه به عبارت موجود در رابطه (۷۹)، مشتق تابع لیاپانوف تنها زمانی منفی خواهد شد که جمله \bar{K}_1 مثبت معین باشد. بنابراین، لازم است $\lambda_{K1} - |f_k|/|s_k|^p > 0$ باشد که در این صورت، عبارت $|s_k|^p \leq |f_k|/\lambda_{K0}$ ، برای هر کدام از درایه‌های بردار s برقرار خواهد شد و با توجه به لم ۷، همگرایی به ناحیه δ_2 به شکل زیر تضمین می‌شود:

$$\|s\|^{4p} = (s_1^2 + s_2^2)^{2p} \leq (s_1^{2p} + s_2^{2p})^2 \leq \left(\frac{\tilde{f}_1^2 + \tilde{f}_2^2}{\lambda_{K1}^2} \right)^2 \rightarrow \|s\| \leq \left(\frac{\|W^*g(x) - \hat{W}g(x)\| + \|\tilde{\rho}_\alpha\|}{\lambda_{K1}} \right)^{1/p} = \delta_2 \quad (82)$$

که $\lambda_{K0} = \min\{k_{01}, k_{02}\}$ و $\lambda_{K1} = \min\{k_{11}, k_{12}\}$ می‌باشد.

در نهایت، با توجه به مثبت معین بودن جملات \bar{K}_{0i} و \bar{K}_{1i} و با در نظر گرفتن لم ۵، روابط زیر برای نام‌ساوی‌های موجود در روابط (۷۸) و (۷۹) قابل بیان است:

$$\dot{V}(t) \leq -\lambda_{\min}\{\bar{K}_0\} \|s\|^2 - \lambda_{\min}\{K_1\} \|s\|^{p+1} \quad (83)$$

$$\dot{V}(t) \leq -\lambda_{\min}\{K_0\} \|s\|^2 - \lambda_{\min}\{\bar{K}_1\} \|s\|^{p+1} \quad (84)$$

که این روابط در مقایسه با تابع لیپانوف $V_1(t)$ در رابطه (۶۲)، به شکل زیر قابل بازنویسی هستند:

$$\dot{V}_1 \leq -\psi_1 V_1 - \psi_2 V_1^{(\rho+1)/2} \quad (85)$$

که ψ_1 و ψ_2 بر اساس رابطه (۷۸) و (۷۹) به ترتیب به شکل $\psi_1 = 2\lambda_{\min}\{\bar{K}_0\}$ و $\psi_2 = 2^{(\rho+1)/2}\lambda_{\min}\{K_1\}$ می‌باشند. به این ترتیب، با توجه به لم ۲ می‌توان نتیجه گرفت که قانون کنترل پیشنهادی، شرایط مطرح شده در قضیه ۱ را برآورده نموده و بنابراین، زمان نشست به شکل زیر به دست می‌آید:

$$T_s \leq \frac{1}{\psi_1(1-(\rho+1)/2)} \ln \frac{\psi_1(V(t_0))^{1-(\rho+1)/2} + \psi_2}{\psi_2} \quad (86)$$

نکته ۴: با توجه به این نکته که اثبات پایداری تنها با در نظر گرفتن عبارت اول از تابع دو و وضعیت $\Delta(s)$ صورت گرفت، لازم به ذکر است که تحلیل پایداری با توجه به رابطه دوم از این عبارت نیز به شکل زیر امکان پذیر است. به نحوی که با جایگذاری رابطه دوم از تابع $\Delta(s)$ در مشتق تابع لیپانوف در رابطه (۶۴) و با قرار دادن کران بالای جمله α_{di}^* ، این رابطه با انجام ساده‌سازی، به صورت زیر بازنویسی می‌گردد:

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) \leq & -s^T K_0 s - s^T K_1 \text{sig}(s)^\rho + s^T \tilde{W}g(x) + s^T \rho_\alpha - \|s\| \left(\frac{\|s\|}{\varepsilon_\alpha + \|s\|} \right) \tanh\left(\frac{\|s\|}{\varepsilon_\alpha + \|s\|} \right) \hat{\rho}_\alpha \\ & + \tilde{\alpha}_d^T \Gamma_\alpha^{-1} \tilde{\alpha}_d + \text{tr}[\tilde{W}^T \Gamma_w^{-1} \tilde{W}] \end{aligned} \quad (87)$$

که در آن، $\hat{\rho}_\alpha = \omega^T \tilde{\alpha}_d$ می‌باشد.

از طرفی، با توجه به اینکه در عبارت دوم از تابع $\Delta(s)$ ، شرط $(\|s\|/\varepsilon_\alpha + \|s\|) \tanh(\|s\|/\varepsilon_\alpha + \|s\|) < 1.5$ برقرار است، اگر عدد ثابت μ را به صورت زیر در نظر بگیریم:

$$1 \leq \mu \leq \left(\frac{\|s\|}{\varepsilon_\alpha + \|s\|} \right) \tanh\left(\frac{\|s\|}{\varepsilon_\alpha + \|s\|} \right) \quad (88)$$

آنگاه، می‌توان گفت که رابطه زیر برقرار است:

$$s^T \rho_\alpha - \|s\| \left(\frac{\|s\|}{\varepsilon_\alpha + \|s\|} \right) \tanh\left(\frac{\|s\|}{\varepsilon_\alpha + \|s\|} \right) \hat{\rho}_\alpha \leq \mu s^T \rho_\alpha - \|s\| \mu \hat{\rho}_\alpha \quad (89)$$

بنابر رابطه (۸۹)، عبارت (۸۷) به صورت زیر بازنویسی می‌گردد:

$$\dot{V}(t) \leq -s^T K_0 s - s^T K_1 \text{sig}(s)^\rho + s^T \tilde{W}g(x) + \mu \|s\| \tilde{\rho}_\alpha + \tilde{\alpha}_d^T \Gamma_\alpha^{-1} \tilde{\alpha}_d + \text{tr}[\tilde{W}^T \Gamma_w^{-1} \tilde{W}] \quad (90)$$

که به شکل زیر قابل بازنویسی است:

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) \leq & -s^T K_0 s - s^T K_1 \text{sig}(s)^\rho + \tilde{\alpha}_{d0} \left(\frac{\tilde{\alpha}_{d0}}{\gamma_{\alpha_0}} + \mu \|s\| \right) + \tilde{\alpha}_{d1} \left(\frac{\tilde{\alpha}_{d1}}{\gamma_{\alpha_1}} + \mu \|s\| \|q\| \right) + \tilde{\alpha}_{d2} \left(\frac{\tilde{\alpha}_{d2}}{\gamma_{\alpha_2}} + \mu \|s\| \|u\|^2 \right) \\ & + \tilde{\alpha}_{d3} \left(\frac{\tilde{\alpha}_{d3}}{\gamma_{\alpha_3}} + \mu \|s\| \|s\| \|u\| \right) + \tilde{\alpha}_{d4} \left(\frac{\tilde{\alpha}_{d4}}{\gamma_{\alpha_4}} + \mu \|s\| \|u\| \right) + \text{tr}[\tilde{W}^T \Gamma_w^{-1} \tilde{W}] + s^T \tilde{W}g(x) \end{aligned} \quad (91)$$

و بر این اساس، با تغییر قوانین تطبیق، به صورت (۹۲)، کلیه مراحل اثبات پایداری در ادامه عبارت (۹۱) قابل بازنویسی است.

$$\begin{aligned} \dot{\hat{W}} &= \Gamma_w s \mathcal{G}^T(x) - \sigma_w \Gamma_w \hat{W} \\ \begin{cases} \dot{\hat{\alpha}}_{d0} = \gamma_{\alpha_0} \mu \|s\| - \sigma_{\alpha_0} \gamma_{\alpha_0} \hat{\alpha}_{d0} \\ \dot{\hat{\alpha}}_{d1} = \gamma_{\alpha_1} \mu \|s\| \|q\| - \sigma_{\alpha_1} \gamma_{\alpha_1} \hat{\alpha}_{d1} \\ \dot{\hat{\alpha}}_{d2} = \gamma_{\alpha_2} \mu \|s\| \|u\|^2 - \sigma_{\alpha_2} \gamma_{\alpha_2} \hat{\alpha}_{d2} \\ \dot{\hat{\alpha}}_{d3} = \gamma_{\alpha_3} \mu \|s\| \|\dot{S}(q)\| \|u\| - \sigma_{\alpha_3} \gamma_{\alpha_3} \hat{\alpha}_{d3} \\ \dot{\hat{\alpha}}_{d4} = \gamma_{\alpha_4} \mu \|s\| \|u\| - \sigma_{\alpha_4} \gamma_{\alpha_4} \hat{\alpha}_{d4} \end{cases} \end{aligned} \quad (92)$$

از جایگذاری قوانین تطبیق (۹۲) در (۹۱) و با توجه به روابط (۶۸)، (۶۹) و (۷۱)، رابطه (۹۱) به صورت زیر نوشته می شود:

$$\dot{V}(t) \leq -\lambda_{\min}\{K_0\} \|s\|^2 - \lambda_{\min}\{K_1\} (1/(2^{1-\bar{p}}))^2 \|s^{\bar{p}}\|^2 + \tilde{\alpha}_d^T \sigma_d \hat{\alpha}_d + \text{tr}[\sigma_w \tilde{W}^T \dot{\hat{W}}] \quad (93)$$

با توجه به تشابه رابطه (۹۳) با رابطه (۷۲)، ادامه روند اثبات به شکل روابط (۷۳) تا (۸۵) قابل پیگیری است و به دلیل اجتناب از تکرار روابط، از نوشتن مطالب مشابه در ادامه صرف نظر می شود.

۹- شبیه سازی

در این بخش، به منظور بررسی میزان اثربخشی الگوریتم پیشنهاد شده در این مقاله، با در نظر گرفتن یک مدل آزمایشگاهی از ربات تراکتور-تریلر با پارامترهای ارائه شده در جدول (۱)، شبیه سازی توسط نرم افزار متلب (MATLAB) انجام شده و نتایج آن ارائه شده است.

Table (1): Tractor-trailer robot parameters

جدول (۱): پارامترهای ربات تراکتور-تریلر

مقدار	توصیف	پارامتر
۰/۰۱۵، ۰/۰۵ m	طول p_0c_0 و p_0c_1	a_0, a_1
۰/۸ m	فاصله بین چرخ های تراکتور	$2b$
۱۵، ۱۵ kg	جرم تریلر و تراکتور	m_1, m_0
۲/۲ kgm^2	ممان های اینرسی	I_1, I_0
۱/۵ m	طول p_0p_1	d
۰/۱۵ m	شعاع چرخ ها	r

پس از چندین بار سعی و خطا، بهترین تنظیم ضرایب کنترل کننده مطابق جدول (۲) به دست آمده است. همان گونه که اشاره شد، قانون کنترل حلقه باز $u_{ad} = [0.35, 0.25]^T$ جهت تولید مسیر مرجع مجازی به سیستم مجازی اعمال شده است. شرایط اولیه بردار حالت مطلوب و بردار حالت ربات پیرو به ترتیب رابطه (۹)، در نظر گرفته شده است.

$$x_d = (5, 0, 0, 0, 0, 0)^T, x = (-4, 5, 0, 0, 0, 0)^T \quad (94)$$

همان گونه که اشاره شد، $\hat{D}(x)$ تخمینی از ماتریس دکوپله است که می توان به صورت ضریبی از آن مانند $0.5D(x)$ در نظر گرفت.

نامعینی غیرپارامتری سیستم به صورت مجموع اصطکاک ویسکوز به فرم $D_v = 0.5(u_1, u_2)^T$ ، اغتشاشات خارجی به صورت امواج سینوسی $\tau_d = 2(\sin(0.05t), \sin(0.05t))^T$ و اصطکاک کولمب به شکل $D_c = 2(\text{sign}(u_1), \text{sign}(u_2))^T$ در شبیه سازی لحاظ شده است. فاصله تا نقطه مرجع مجازی $1/5$ متر، میانگین تابع گوسی $\mu_r = (-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4)^T$ انحراف از میانگین تابع گوسی، $c_r = 10(1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1)^T$ و تعداد نرون ها $l = 9$ در نظر گرفته شده است.

Table (2): Controller parameters

(۷۲)

جدول (۲): پارامترهای کنترل‌کننده

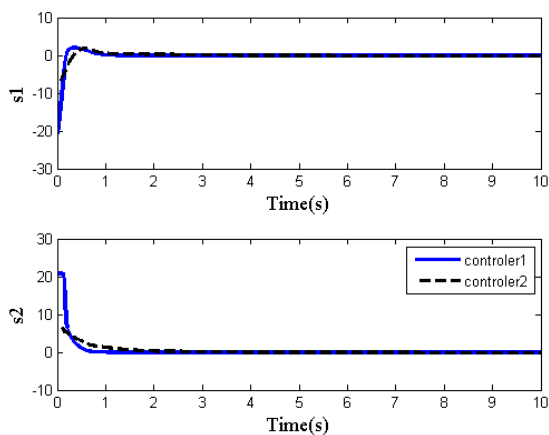
پارامتر	توصیف	مقدار
K_0	بهره کنترل‌کننده	$8 I_{2 \times 2}$
K_1	بهره کنترل‌کننده	$5 I_{2 \times 2}$
σ_w	ضریب اصلاح سیگما	۰/۷
$\sigma_{\alpha_0}, \dots, \sigma_{\alpha_4}$	ضرایب اصلاح سیگما	۰/۸, ۰/۸, ۰/۸, ۰/۸, ۰/۸, ۰/۸
$\gamma_{\alpha_0}, \dots, \gamma_{\alpha_4}$	بهره تطبیق	۲, ۰/۹, ۰/۰۹, ۰/۰۹, ۰/۰۹
Γ_w	بهره تطبیق	$5 I_{2 \times 2}$
ϵ_{α_d}	ضخامت لایه مرزی	۲۰
β_1, β_2	پارامتر کنترل‌کننده	۲/۲, ۵/۵
ρ	پارامتر کنترل‌کننده	۰/۶۳
γ	پارامتر کنترل‌کننده	۰/۷۵

به عنوان یک نکته قابل توجه، می‌توان به این مسأله اشاره نمود که اگر روند طراحی قانون کنترل (۴۷) با در نظر گرفتن سطح لغزش مشتقی (۹۵) تکرار شود [۳۳]، در نهایت منجر به تولید قانون کنترل مد لغزشی عصبی مقاوم تطبیقی در بستر خطی‌سازی فیدبک به صورت (۹۱) می‌شود که در آن جملات الگوریتم زمان محدود حضور ندارند.

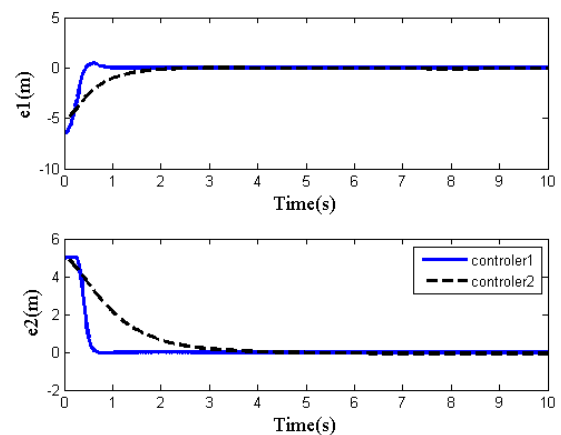
$$v_{in} = v_1 + v_2 + v_3 \tag{95}$$

$$\begin{cases} v_1 = -K_0 s \\ v_2 = \ddot{z}_d - \beta_1 \dot{e} - \hat{W}g(x) \\ v_3 = -v_R \end{cases} \tag{96}$$

بنابراین، جهت بررسی بهتر میزان تأثیرگذاری الگوریتم پیشنهاد شده در مقایسه با روش کنترلی مد لغزشی کلاسیک، شبیه‌سازی با کنترل‌کننده (۹۶) نیز طبق پارامترهای جدول (۲) و در شرایط یکسان انجام شده و نتایج حاصل شده با کنترل‌کننده اول مقایسه می‌شود. شکل‌های (۲) و (۳) به ترتیب، همگرایی خطاهای ردیابی و خطاهای فیلترشده به ناحیه بسیار کوچکی حول مبدأ را نمایش می‌دهند که در آن‌ها همگرایی سریع خطای ردیابی در روش کنترل زمان محدود و بهبود سرعت همگرایی خطا نسبت به مد لغزشی کلاسیک قابل مشاهده است.



شکل (۳): خطای فیلترشده
Figure (3): Filtered error



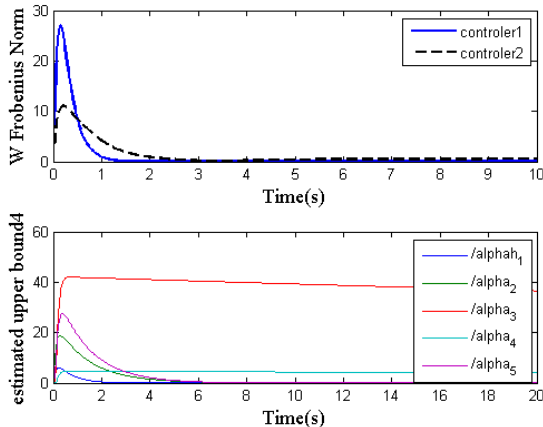
شکل (۲): خطای ردیابی
Figure (2): Tracking error

نکته ۵: در کنترل زمان محدود دامنه سیگنال ورودی در لحظات اولیه به میزان قابل توجهی افزایش پیدا می کند که در برخی مواقع ممکن است این افزایش دامنه، بیش از حد مجاز ورودی برای سیستم باشد که در این موارد می توان با محدود نمودن ورودی کنترلی بین مقادیر مجاز ورودی، از آثار نامطلوب این پرش دامنه جلوگیری نمود. از طرفی، در کنترل زمان محدود مانند کنترل مد لغزشی کلاسیک، به دلیل وجود توابع ناپیوسته امکان ایجاد نوسانات فرکانس بالا در ورودی کنترلی وجود دارد که در این شرایط، محدودسازی ورودی کنترلی باعث افزایش نوسانات خواهد شد. بنابراین، برای داشتن یک سیگنال کنترلی هموار در محدوده معقول لازم است که ضمن محدود نمودن ورودی های کنترلی، یک تابع اشباع مناسب جهت دفع نوسانات در طراحی لحاظ شود [۲۱، ۲۵، ۲۶].

در این مقاله، با توجه به نوع سیستم، حد اشباع $\|u_p\| \leq 200\text{Nm}$ برای ورودی های کنترلی لحاظ شده است و برای دفع نوسانات نیز تابع اشباع (۵۰) در ورودی کنترلی لحاظ شده است. شکل (۴) ورودی های کنترلی را با اعمال هر یک از کنترل کننده های ۱ و ۲ نمایش می دهد. همان طور که واضح است، ورودی های کنترلی در حالت مد لغزشی کلاسیک، سیگنال های هموار هستند و در حالت زمان محدود نیز علی رغم افزایش دامنه نسبت به حالت مد لغزشی، ورودی ها هموار و در محدوده مجاز هستند.

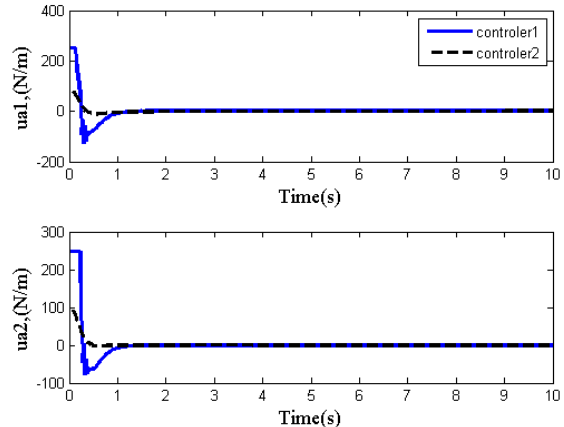
در شکل (۵)، به ترتیب همگرایی نرم تخمین ماتریس وزن های شبکه عصبی و تخمین کران بالای اغتشاشات و نامعینی های غیر پارامتری، نشان داده شده است. همان گونه که واضح است، تخمین ماتریس وزنی پس از مدتی به مقداری ثابت همگرا شده است و در نتیجه، تخمین ماتریس وزنی کران دار است. همچنین، تخمین ضرایب نامعلوم تابع محدود ساز کران بالای اغتشاشات پس از مدتی به مقادیر ثابت مختلف میل نموده اند.

جهت بررسی انعطاف پذیری کنترل کننده در برابر تغییر شرایط اولیه، شبیه سازی با انتقال شرایط اولیه تراکتور- تریلر به نقطه $x = (-50, 3, 0, 0, 0, 0)^T$ تکرار شده و نتیجه ردیابی مسیر با اعمال کنترل کننده (۴۷) در شکل (۸) ارائه شده است.



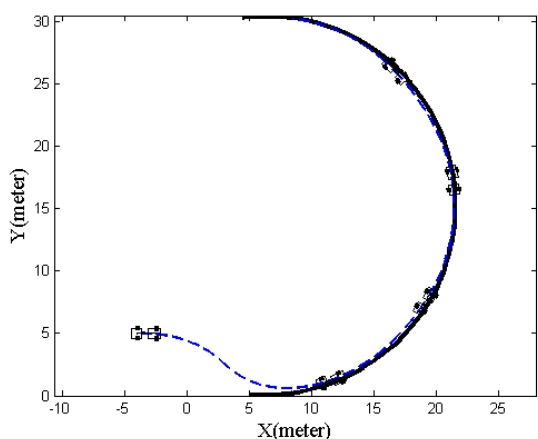
شکل (۵): (الف) تخمین اندازه فریبیوس ماتریس وزن های شبکه عصبی، (ب) تخمین کران بالای نامعینی.

Figure (5): (a) Frobenius norm of weight matrices estimation, (b) uncertainty upper bounds estimation

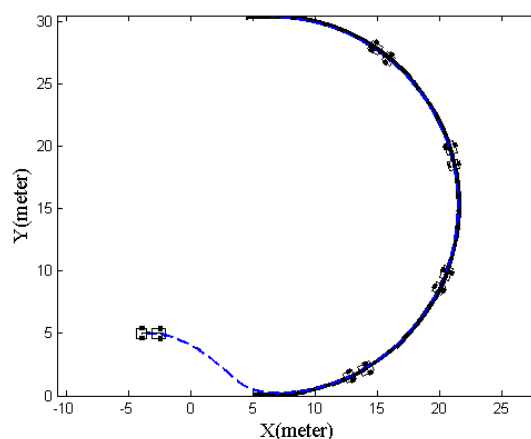


شکل (۴): ورودی های کنترلی
Figure (4): Control inputs

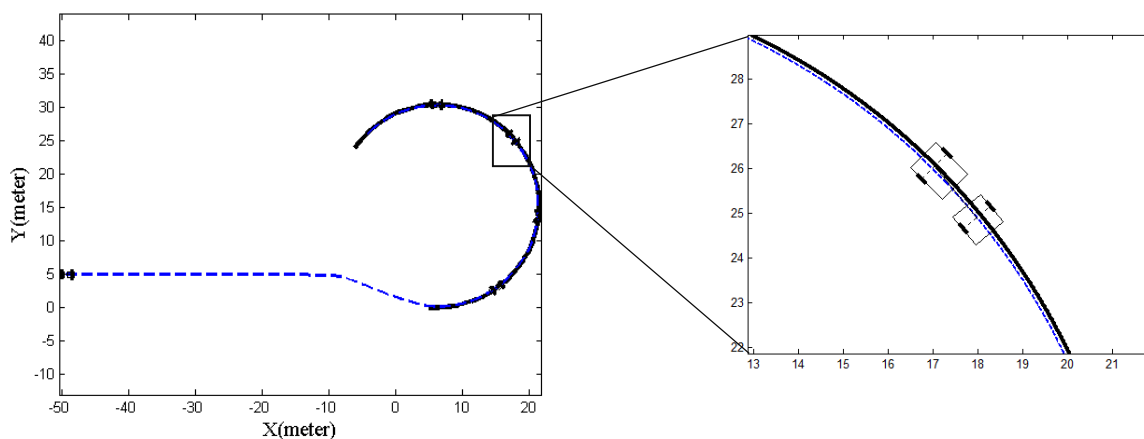
مسیر مطلوب و مسیر حرکت ربات با اعمال هر یک از دو کنترل کننده اول و دوم به ترتیب در شکل های (۶) و (۷) نمایش داده شده است که در آنها افزایش دقت و سرعت ردیابی در روش کنترلی زمان محدود نسبت به مدل لغزشی کلاسیک به وضوح قابل مشاهده است.



شکل (۷): ردیابی مسیر مرجع در کنترل کننده دوم
Figure (7): Reference trajectory tracking in the second controller



شکل (۶): ردیابی مسیر مرجع در کنترل کننده اول
Figure (6): Reference trajectory tracking in the first controller



شکل (۸): ردیابی مسیر مرجع از یک فاصله دور
Figure (8): Reference trajectory tracking from a far distance

۱۰- نتیجه‌گیری و تحقیقات آینده

در این مقاله، الگوریتم کنترلی خطی سازی فیدبک ورودی - خروجی به مدل ربات متحرک چرخ‌دار تراکتور- تریلر اعمال شد. سپس، با طراحی یک قانون کنترل عصبی مقاوم تطبیقی زمان محدود در بستر ایجاد شده، مسأله ردیابی مسیر زمانی مرجع در حضور اغتشاشات، نامعینی‌ها و قيود غیرهولونومیک تا حد قابل توجهی حل گردید. الگوریتم کنترلی پیشنهادی، علاوه بر افزایش دقت ردیابی، افزایش نرخ همگرایی خطا و رسیدن به یک حالت پایدار دائمی در زمان محدود را برای سیستم حلقه بسته به همراه داشته است. با وجود اینکه افزایش دقت و سرعت از مشخصات غیرقابل انکار روش ارائه شده در این مقاله در مقایسه با سایر روش‌ها است، وجود نوسانات فرکانس بالای ناشی از محدود سازی ورودی‌های کنترلی، از معایب غیر قابل چشم‌پوشی این روش به شمار می‌رود. همانطور که نشان داده شد، این مشکل با استفاده از محدود سازی ورودی، تابع اشباع و تنظیم ضخامت لایه مرزی تا حدود زیادی قابل دفع است. گسترش و توسعه طرح کنترلی پیشنهادی به دسته وسیع تری از ربات‌های متحرک با رجوع به مرجع [۳۴] جهت گیری تحقیقات آتی نویسندگان را مشخص می‌کند. همچنین، کاهش خطر اشباع عملگرها با الهام گرفتن از نتایج به دست آمده در [۳۵] و [۳۶] می‌تواند به بهبود عملکرد کنترل کننده پیشنهادی کمک کند.

سپاسگزاری

از کلیه اعضاء محترم هیات تحریریه مجله مخصوصاً از آقایان دکتر همایون مهدوی نسب، دکتر مجید معظمی و دکتر ایمان صادق خانی و اداره انتشارات دانشگاه مخصوصاً سرکار خانم لیلی رضایی که در نشر و چاپ این نشریه کمک می کنند، صمیمانه سپاسگزاریم.

References

مراجع

- [1] G. Campion, G. Bastin, B. Dandrea Novel, "Structural properties and classification of kinematic and dynamic models of wheeled mobile robots", IEEE Trans. on Robotics and Automation, vol. 12, no. 1, pp. 47-62, Feb. 1996 (doi: 10.1109/70.481750).
- [2] K. Do, "Bounded controllers for global path tracking control of unicycle-type mobile robots", Robotics and Autonomous Systems, vol. 61, no. 8, pp. 775-784, Aug. 2013 (doi: 10.1016/j.robot.2013.04.014).
- [3] K. Shojaei, "Neural adaptive PID formation control of car-like mobile robots without velocity measurements", Advanced Robotics, vol. 31, no. 18, pp. 947-964, Sep. 2017 (doi: 10.1080/01691864.2017.1368413).
- [4] Y. Qiu, B. Li, W. Shi, X. Zhang, "Visual servo tracking of wheeled mobile robots with unknown extrinsic parameters", IEEE Trans. on Industrial Electronics, vol. 66, no. 11, pp. 8600-8609, Nov 2019, (doi: 10.1109/TIE.2019.2891407).
- [5] W. Abbasi, F.U. Rehman, I. Shah, A. Rauf, "Stabilizing control algorithm for nonholonomic wheeled mobile robots using adaptive integral sliding mode", International Journal of Robotics and Automation, vol. 34, no. 1, pp. 1-8, Jan 2019 (doi: 10.2316/J.2019.206-4803).
- [6] M. Chen, "Disturbance attenuation tracking control for wheeled mobile robots with skidding and slipping", IEEE Trans. on Industrial Electronics, vol. 64, no. 4, pp. 3359-3368, April 2017 (doi: 10.1109/TIE.2016.261-3839).
- [7] Z. Wang, L. Wang, H. Zhang, L. Vlacic, Q. Chen, "Distributed formation control of nonholonomic wheeled mobile robots subject to longitudinal slippage constraints", IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, Jun. 2019 doi: (10.1109/TSMC.2019.2911975).
- [8] LN. Tan, "Event-triggered distributed H_∞ control of physically interconnected mobile Euler-Lagrange systems with slipping, skidding and dead zone", IET Control Theory & Applications, vol. 14, no. 1, pp. 438-451, Feb 2020 (doi: 10.1049/iet-cta.2019.0409).
- [9] Y-W. Lin, R-J. Wai, "Design of adaptive moving-target tracking control for vision-based mobile robot", Proceeding of the IEEE/CICA, pp. 194-199, Singapore, April 2013 (doi: 10.1109/CICA.2013.6611684).
- [10] M. Cui, H. Liu, W. Liu, Y. Qin, "T an adaptive unscented kalman filter-based controller for simultaneous obstacle avoidance and tracking of wheeled mobile robots with unknown slipping parameters", Journal of Intelligent & Robotic Systems, vol. 92, no. 1, pp. 489-504, Dec. 2018 (doi: 10.1007/s10846-017-0761-9).
- [11] S. Tong, B. Huo, and Y. Li, "Observer-based adaptive decentralized fuzzy fault-tolerant control of nonlinear large-scale systems with actuator failures", IEEE Trans. on Fuzzy Systems, vol. 22, no. 1, pp. 1-15, Feb. 2014 (doi: 10.1109/TFUZZ.2013.2241770).
- [12] N. Nikdel, S. Ghaemi, "Tracking control of nonholonomic mobile robot based on neural networks and feedback linearization", International Journal on Technical and Physical Problems of Engineering, vol. 5, pp. 118-123, 2013.
- [13] NT. Binh, NA. Tung, DP. Nam, NH. Quang, "An adaptive backstepping trajectory tracking control of a tractor trailer wheeled mobile robot", International Journal of Control, vol. 17, no. 1, pp. 465-473, Feb. 2019 (doi: 10.1007/s12555-017-0711-0).
- [14] M. Falsafi, K. Alipour, B. Tarvirdizadeh, "Fuzzy motion control for wheeled mobile robots in real-time", Journal of Computational & Applied Research in Mechanical Engineering, vol. 8, no. 2, pp. 133-144, Feb. 2019 (doi: 10.22061/jcar.2018.2204.1205).
- [15] W. Shi, M. Zhang, W. Guo, L. Guo, "Stable adaptive fuzzy control for MIMO nonlinear systems", Computers and Mathematics with Applications, vol. 62, no. 7, pp. 2843-2853, Oct. 2012 (doi: 10.1016/j.camwa.2011.07.050).
- [16] K. Xia, H. Gao, L. Ding, G. Liu, Z. Deng, "Trajectory tracking control of wheeled mobile manipulator based on fuzzy neural network and extended Kalman filtering", Neural Computing and Applications, vol. 30, no. 2, pp. 447-462, Jul. 2018 (doi: 10.1007/s00521-016-2643-7).
- [17] H. Chang, Q. Meng, "Trajectory tracking control of nonholonomic wheeled mobile robots", Proceeding of the IEEE/ICINFA, pp. 688-692, Harbin, June 2010 (doi: 10.1109/ICINFA.2010.5512422).
- [18] F. Pourboghrate, M.P. Karlsson, "Adaptive control of dynamic mobile robots with nonholonomic constraints",

- computers and electrical engineering, vol. 28, no. 4, pp. 241-250, July 2002 (doi: 10.1016/S0045-7906(00)00-053-7).
- [19] F. N, Martins, et al., "An Adaptive dynamic controller for autonomous mobile robot trajectory tracking", *Control Engineering Practice*, vol. 16, no. 11, pp. 1354–1363, Nov. 2008 (doi: 10.1016/j.conengprac.2008.0-3.004).
- [20] K. Shojaei, A. M. Shahri, B. Tabibian, "Design and implementation of an inverse dynamics controller for uncertain nonholonomic robotic systems", *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, vol. 71, no. 1, pp. 65-83, Jul. 2013 (doi: 10.1007/s10846-012-9762-x).
- [21] Sh. Yu, X. Yu, B. Shirinzadeh, Zh. Man, "Continuous finite-time control for robotic manipulators with terminal sliding mode", *Automatica*, vol. 41, no. 11, pp. 1957-1964, Nov. 2005 (doi: 10.1016/j.automatica.20-05.07.001).
- [22] D. Zhao, Sh. Li, F. Gao, "A new terminal sliding mode control for robotic manipulators", *International Journal of Control*, vol. 82, no. 10, pp. 1804–1813, Aug. 2009 (doi: 10.1080/00207170902769928).
- [23] M. Cai, Z. Xiang, J. Guo, "Adaptive finite-time control for uncertain nonlinear systems with application to mechanical systems", *Nonlinear Dynamics*, vol. 84, no. 2, pp. 943–958, April 2016 (doi: 10.1007/s11071-015-2541-z).
- [24] L. Xin, Q. Wang, J. She, Y. Li, "Robust adaptive tracking control of wheeled mobile robot", *Robotics and Autonomous Systems*, vol. 78, no. 1, pp. 36–48, April 2016 (doi: 10.1016/j.robot.2016.01.002).
- [25] Sh. Peng, W. Shi, "Adaptive fuzzy integral terminal sliding mode control of a nonholonomic wheeled mobile robot", *Mathematical Problems in Engineering*, vol. 84, no. 2, pp. 1-12, 2017 (doi: 10.1155/2017/3671846).
- [26] M. Vijay, D. Jena, "Backstepping terminal sliding mode control of robot manipulator using radial basis functional neural networks", *Computers & Electrical Engineering*, vol. 29, no. 1, pp. 690–707, April 2018 (doi: 10.1016/j.compeleceng.2017.11.007).
- [27] A. Keymasi Khalaji, and S. A. A. Moosavian, "Robust adaptive controller for a tractor–trailer mobile robot", *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, vol. 19, no. 3, pp. 943-953, Jun. 2014 (doi: 10.1109/TMECH.20-13.2261534).
- [28] K. Shojaei, "Neural network formation control of a team of tractor–trailer systems," *Robotica*, vol. 36, no.1, pp. 39-56, Jan. 2018 (doi: 10.1017/S0263574717000145).
- [29] D. Wang, G. Xu, "Full-State tracking and internal dynamics of nonholonomic wheeled mobile robots," *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, vol. 8, no. 2, pp. 1083-4435, Jun. 2003 (doi: 10.1109/TMECH2-003.812832).
- [30] M. Galicki, "Finite-time control of robotic manipulators", *Automatica*, vol. 51, no. 2, pp. 49–54, Jan. 2015 (doi: 10.1016/j.automatica.2014.10.089).
- [31] M. Cai, Z. Xiang, Jian. Guo, "Adaptive finite-time consensus protocols for multi-agent systems by using neural networks", *IET Control Theory & Applications*, vol. 10, no. 4, pp. 371-380, Feb. 2016 (doi: 10.1049/iet-cta.2015.0915).
- [32] H. Khalil, *Nonlinear systems*, Englewood cliffs, third edition, Prentice Hall, 2002.
- [33] A. Keymasi Khalaji, S.A.A. Moosavian, "Design and implementation of a fuzzy sliding mode control law for a wheeled robot towing a trailer", *Modares Mechanical Engineering*, vol. 14, no. 4, pp.81-88, 2014 (In Persian).
- [34] K. Shojaei, "Neural adaptive output feedback formation control of type (m,s) wheeled mobile robots," *IET Control Theory and Applications*, vol. 11, no. 4, pp. 504-515, March 2017 (doi: 10.1049/iet-cta.2016.0952).
- [35] K. Shojaei, "Saturated output feedback control of uncertain nonholonomic wheeled mobile robots," *Robotica*, vol. 33, pp. 87-105, Jan. 2015 (doi: 10.1017/S0263574714000046).
- [36] K. Shojaei, "Three-dimensional neural network tracking control of a moving target by underactuated autonomous underwater vehicles", *Neural Computing and Applications*, vol. 31, no. 2, pp. 509-521, Feb. 2019 (doi: 10.1007/s00521-017-3085-6).

زیر نویس‌ها:

1. Underactuated
2. Path-following
3. Cartesian space
4. Trajectory tracking
5. Stabilization
6. Sliding and skidding
7. Dead zone
8. Lock-in-place
9. Loss of effectiveness

10. Passivity
11. Singular perturbation
12. Backlash
13. Singularity
14. Switching
15. Chattering
16. On-axle hitching
17. Rayleigh-Ritz inequality