

Journal of Intelligent Procedures in Electrical Technology Vol. 12/ No. 47/ Autumn 2021 P-ISSN: 2322-3871, E-ISSN: 2345-5594, http://jipet.iaun.ac.ir/

Dynamical Analysis and Finite-Time Fast Synchronization of a Novel Autonomous Hyper-Chaotic System

Javad Mostafaee¹, PhD Candidate, Saleh Mobayen², Associate Professor, Behrouz Vaseghi³, Assistant Professor, Mohammad Vahedi¹, Assistant Professor

¹Department of Electrical Engineering- Saveh Branch, Islamic Azad University, Saveh, Iran. javadmostafaee1982@gmail.com, vahedi@iau-saveh.ac.ir ²Department of Electrical Engineering- University of Zanjan, Zanjan, Iran. mobayen@znu.ac.ir ³Department of Electrical Engineering- Abhar Branch, Islamic Azad University, Abhar, Iran. behrouz.vaseghi@gmail.com

Abstract:

This paper constructs a new complex hyper-chaotic system with attractive coexisting dynamic behaviors. We analyze the hyper-chaotic attractors, equilibrium points, Poincaré maps, Kaplan-York dimension, and Lyapunov exponent behaviors. The characteristics of hyper-chaotic systems include higher complexity, higher parametric resistance and sensitivity to very small changes in initial conditions. We prove that the introduced hyper–chaotic system is much more complex than the similar hyper-chaotic systems, that can suitable for use in encryption and secure communication. Next, the work describes a fast terminal sliding mode controller scheme for the fast synchronization and stability of the new complex hyper–chaotic system. It is shown that by applying uncertainty to the system, both steps of the sliding mode controller and a similar. Finally, using the MATLAB simulation, the results are confirmed for the new system. The results shown that the new hyper-chaotic system with many adsorbents is much more complex than similar controller.

Keywords: new hyper-chaotic system, chaotic analysis, finite-time synchronization, fast terminal sliding mode control.

Received: 2 February 2021 Revised: 19 March 2021 Accepted: 25 March 2021

Corresponding Author: Dr. Saleh Mobayen

Citation: J. Mostafaee, S. Mobayen, B. Vaseghi, M. Vahedi, "Dynamical analysis and finite-time fast synchronization of a novel autonomous hyper-chaotic system", Journal of Intelligent Procedures in Electrical Technology, vol. 12, no. 47, pp. 73-94, December 2021 (in Persian).

DOR: <u>20.1001.1.23223871.1400.12.3.6.6</u>

مقاله پژوهشی

تجزیه و تحلیل دینامیکی و همزمانسازی زمان محدود سریع با استفاده از سیستم فوق آشوبی جدید خودگردان

جواد مصطفایی'، دانشجوی دکتری، صالح مبین'، دانشیار، بهروز واثقی"، استادیار، محمد واحدی'، استادیار

 ۱-دانشکده مهندسی برق- واحد ساوه، دانشگاه آزاد اسلامی، ساوه، ایران javadmostafaee1982@gmail.com, vahedi@iau-saveh.ac.ir
 ۲-دانشکده مهندسی برق- دانشگاه زنجان، زنجان، ایران mobayen@znu.ac.ir
 ۳-دانشکده مهندسی برق- واحد ابهر، دانشگاه آزاد اسلامی، ابهر، ایران behrouz.vaseghi@gmail.com

چکیده: در این مقاله یک سیستم فوق آشوبی جدید پیچیده با رفتارهای جذاب معرفی خواهیم نمود. ما تجزیهوتحلیلهای استاندارد سیستمهای فوق آشوبی ازجمله نمودار دوشاخگی، نقاط تعادل، نقشه پوانکاره، بعد کاپلان-یورک و نماهای لیاپانوف را انجام خواهیم داد. از خصوصیات سیستمهای فوق آشوبی میتوان به پیچیدگی بالاتر، مقاومت پارامتری بیشتر و حساسیت به تغییرات بسیار کوچک در شرایط اولیه اشاره کرد. در ادامه ثابت خواهیم نمود که سیستم معرفیشده بسیار پیچیدهتر از سیستمهای فوق آشوبی مشابه است که میتواند برای استفاده در رمزگذاری و پنهانسازی دادهها بسیار ارزشمند باشد. در مرحله بعدی، یک کنترل کننده مودلغزشی سریع برای همزمانسازی زمان محدود سیستم فوق آشوبی معرفی خواهیم نمود و پایداری کنترل کننده مدودلغزشی سریع برای همزمانسازی زمان محدود سیستم فوق آشوبی معرفی خواهیم نمود و کنترل مودلغزشی دارای ویژگیهای همگرایی زمان محدود هستند. سرانجام، مقایسهای بین کنترل کننده جدید طراحیشده با کنترل مودلغزشی دارای ویژگیهای همگرایی زمان محدود هستند. سرانجام، مقایسهای بین کنترل کننده جدید طراحیشده با کنترل کننده مشابه ازلحاظ زمان همگرایی زمان محدود هستند. سرانجام، مقایسهای بین کنترل کننده جدید طراحیشده با کنترل کننده مشابه ازلحاظ زمان همگرایی زمان محدود هستند. سرانجام، مقایسهای بین کنترل کننده جدید طراحیشده با کنترل کننده مشابه ازلحاظ زمان همگرایی انجام خواهد شد. در پایان، نتایج با استفاده از نرمافزار متلب شبیه بوده و کنترل کننده پیشنهادی نیز پاسخ همگرایی سریعتری را نسبت به کنترل کننده مشابه، دارا است.

كلمات كليدى: سيستم فوق أشوبى جديد، تجزيهوتحليل أشوبى، همزمانسازى زمان محدود، كنترل مودلغزشي سريع.

تاریخ ارسال مقاله: ۱۳۹۹/۱۱/۱۴ تاریخ بازنگری مقاله: ۱۳۹۹/۱۲/۲۹ تاریخ پذیرش مقاله: ۱۴۰۰/۱/۵

نویسنده مسئول: دکتر صالح مبین **نشانی نویسنده مسئول:** زنجان- بلوار دانشگاه- دانشگاه زنجان- دانشکده مهندسی- گروه برق

۱– مقدمه

در دنیای امروز فناوری های ارتباطی از نیازهای اساسی انسان بوده و تصاویر بهعنوان یکی از حامل های مهم اطلاعات هستند که نقش اساسی در حوزههای فناوریهای ارتباطی دارند. یکی از مشکلاتی که در این حوزه وجود دارد، امنیت در شبکههای انتقال اطلاعات است. در حال حاضر انتقال اطلاعات در بسیاری از کاربردها به صورت معمول و از طریق اینترنت انجام می شود که می تواند امنیت انتقال اطلاعات را به خطر اندازد. انتقال اطلاعات در شبکههای معمول ازجمله اینترنت خطراتی ازجمله دسترسی آسان به اطلاعات را به همراه خواهد داشت که میتواند امنیت اطلاعات را به خطر بیاندازد [۱،۲]. یکی از راههای افزایش امنیت در انتقال اطلاعات، رمزنگاری اطلاعات و تصاویر با استفاده از توابع آشوبی است [۳]. سیستمهای آشوبی دارای تعدادی خصوصیات ذاتی ازجمله پیچیدگی و نوسانات بالا، عدم قطعیت پارامتری و حساسیت شدید به تغییرات بسیار کوچک در شرایط اولیه هستند [۴]. با توجه به غیرقابل پیشبینی بودن رفتار سیستمهای آشوبی، از این ویژگی بسیار مهم میتوان در بسیاری از زمینهها مانند رمزنگاری [۵]، رباتیک [۶]، شبکههای بیولوژیکی [۷]، ارتباطات امن [۸]، پردازش اطلاعات [۹]، علوم پزشکی [۱۰]، هوافضا [۱۱]، فیزیک [۱۲] و سایر حوزهها استفاده نمود. در سالهای اخیر سیستمهای آشوبی زیادی معرفی شدهاند که این سیستمها به دلیل وجود تنها یک نمای لیاپانوف مثبت در مقایسه با سیستمهای فوق آشوبی با دو یا بیشتر نمای لیاپانوف، از امنیت کمتری برخوردار هستند [۱۳،۱۴]. طبق تحقیقات انجامشده در این زمینه، محققان دریافتند که هرچه سیستم پیچیدهتر و دارای ابعاد بزرگتری باشد، امنیت آن در انتقال اطلاعات امن آشوبی نیز بیشتر خواهد بود[۱۵]. دو دلیل برای این موضوع مطرحشده است که اولاً سیستم با ابعاد کم، پهنای باند کمتری دارد و با فیلتر میتوان اطلاعات رمزنگاریشده را بازیابی نمود و ثانیاً هر چه سیستم مرتبه بالاتر باشد دینامیک آن غیرخطیتر و پیچیدهتر خواهد بود. اولین سیستم فوق آشوبی در سال ۱۹۷۹ توسط راسلر با دو نمای لیاپانوف مثبت، معرفی شد [۱۶]. طراحی سیستمهای آشوبی و فوق آشوبی همراه با تجزیهوتحلیل خصوصیات ذاتی آنها و تجزیهوتحلیل پایداری این سیستمها ازجمله مطالعاتی است که در سالهای اخیر در این زمینه انجامشده است. بهطور مثال در مرجع [۱۷]، یک سیستم فوق آشوبی ۴ بعدی با نوسانات بالا معرفی شده و در ادامه جذابیت های سیستم با توجه به تغییر در نقاط تعادل، مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفته است. ثابت شده که هرچه سیستم نسبت به تغییر در شرایط اولیه حساسیت بیشتری نشان دهد، نوسانیتر خواهد بود. در مرجع [۱۸]، یک سیستم فوق آشوبی بهمنظور همزمانسازی و انتقال اطلاعات امن طراحیشده است. نماهای لیاپانوف سیستم با تغییر پارامترها ارزیابی شده و همگرایی نمایی سیستم با استفاده از نماهای لیاپانوف نشان داده شده است. ثابت شده هر چه سیستم فوق آشوبی دارای تعداد نماهای لیاپانوف مثبت بیشتر باشد، فوق آشوبیتر خواهد بود. در مرجع [۱۹]، با گسترش سیستم لورنز یک سیستم فوق آشوبی جذاب طراحی شده و تمام جاذب های پنهان سیستم مورد تجزیه وتحلیل قرار گرفته و حالت های مختلف برای نمودار دوشاخگی ۲ و طیف لیاپانوف ۳ رسم شده است. یکی از ویژگیهای این سیستم جدید، همزیستی جاذبهای آن است. در سالهای اخیر سیستمهای فوق آشوبی زیادی با استفاده از توابع مختلف ازجمله توابع نمایی، تابع علامت، توابع مثلثاتی و توابع هذلولی ساختهشدهاند [۲۰-۲۲]. ویژگیهای مشترک همه این سیستمها در مقایسه با سیستمهای فوق آشوبی معمولی، نوسان بیشتر آنها و حساسیت آنها به شرایط اولیه است. رمزگشایی برای گیرنده غیرمجاز بدون دانستن شرایط اولیه و پارامترهای سیستم کار سخت و دشواری است. یکی از راههای افزایش امنیت در ارتباطات آشوبی، استفاده از سیستمهای فوق آشوبی پیچیده است. بنابراین، هرچه ساختار سیستم پیچیدهتر و تعداد پارامترهای آن بیشتر باشد، رمزگشایی آن دشوارتر خواهد بود. بر این اساس در این مقاله یک سیستم فوق آشوبی بسیار پیچیده برای افزایش امنیت در شبکههای انتقال اطلاعات

در یک سیستم ارتباطی امن آشوبی، برای اطمینان از انتقال امن اطلاعات، باید از سیستمهای مشابهی در گیرنده و فرستنده ایجادشده و برای داشتن یک انتقال کامل و موفق، سیستمهای آشوبی گیرنده و فرستنده باید همزمان شوند. همزمانسازی سیستمهای آشوبی و فوق آشوبی یکی از رویکردهای کنترل است که سالهاست موردتوجه محققان قرارگرفته است. برای این منظور از یک تکنیک کنترل مناسب برای انتقال سیستمهای گیرنده و فرستنده استفاده میشود. در سالهای اخیر، از روشها و کنترلکنندههای مختلفی برای همزمانسازی سیستمهای آشوبی استفاده شده است ازجمله کنترل فیدبک خروجی^۴ [۲۳]،

استفاده خواهيم نمود.

كنترل تطبيقی^۵ [۲۴]، كنترل غیرفعال^۶ [۲۵]، كنترل بهینه^۷ [۲۶]، كنترل متناسب-انتگرالگیر-مشتقگیر^۸ (PID) [۲۷]، كنترل برگشتی تطبیقی^۹ [۲۸]، كنترل خطی^{۱۱} [۲۹]، شبكه عصبی^{۱۱} [۳۰]، كنترل پیشبین^{۱۲} [۳۱]، كنترل اتفاقی^{۱۳} [۳۲]، كنترل بازگشت به عقب^{۱۴} [۳۳]، كنترل مودلغزشی^{۱۵} [۳۴] و كنترل مودلغزشی ترمینال^۱۶ [۳۵].

از آنجاکه زمان نقش اساسی در انتقال اطلاعات دارد، اطمینان از انتقال اطلاعات در سریع ترین زمان ممکن بسیار مهم است. در میان روشهای موجود، کنترل مودلغزشی دارای ویژگیهای خاصی ازجمله مقاومت در برابر عدم قطعیت پارامتری، طراحی ساده، پاسخ گذرای مناسب، کاهش حساسیت به نامعینیهای محدود و سادگی اجرا است [۳۶]. اگرچه این کنترل کننده بسیار محبوب و کارآمد است، اما این روش یک اشکال اساسی به نام پدیده وزوز ^{۱۱} دارد. پدیده وزوز در عمل، یک پدیده بسیار نامطلوب محبوب و کارآمد است، اما این روش یک اشکال اساسی به نام پدیده وزوز ^{۱۱} دارد. پدیده وزوز در عمل، یک پدیده بسیار نامطلوب است زیرا میتواند باعث افزایش مصرف انرژی، استهلاک مکانیکی در سیستمها و محرکها شده و عملکرد کنترل کننده را با اختلال مواجه نماید. تحقیقات زیادی برای حل مشکلات کنترل کننده مودلغزشی انجام شده است، در مرجع [۳۷] برای از بین- بردن پدیده وزوز و دستیابی به عملکرد بالا در حضور اغتشاشات و نامعینیها، یک کنترل جدید با ترکیب کنترل کننده را با ردن پدیده مودلغزشی انجام شده است، در مرجع [۳۷] برای از بین- است زیرا کنده مودلغزشی انجام شده است، در مرجع [۳۷] برای از بین- این ردن پدیده مودلغزشی انجام شده است، در مرجع [۳۷] برای از بین- این زیرا کننده مودلغزشی انجام شده است، در مرجع [۳۷] برای حل مشکلات کنترل کننده مودلغزشی انجام شده است، در مرجع و ترای بردن پدیده وزوز و دستیابی به عملکرد بالا در حضور اغتشاشات و نامعینیها، یک کنترل جدید با ترکیب کنترل کننده جدید کنترل کننده مودلغزشی یک وسیله نقلیه از راه دور با سه درجه آزادی با حضور عدم قطعیت در سیستم استفاده شده است. کنترل کننده جدید رد یون معین خست کنده کنده در یا یک کنترل کننده مودلغزشی و و مریابی دقیق، وزوز را تا حد امکان کاهش دهد.

در سالهای اخیر کنترلکنندههای قدرتمند جدیدی با توانایی محدود کردن زمان و از بین بردن اثرات مخرب بر روی سیستمها و محرکها به نام کنترل مودلغزشی ترمینال معرفیشدهاند. در مقایسه با کنترلکننده مودلغزشی معمولی، این کنترلکننده یک ترم غیرخطی در عملکرد سطح لغزش برای بهبود و اطمینان از همگرایی حالتهای سیستم به یک مسیر مشخص در زمان محدود ارائه میدهد. ازجمله مزایای این کنترلکننده میتوان به پاسخ دینامیکی سریع، همگرایی زمان ممخوی دو و قدو و قدو و قدو از می بهبود و اطمینان از همگرایی حالتهای سیستم به یک مسیر مشخص در زمان محدود ارائه میدهد. ازجمله مزایای این کنترلکننده میتوان به پاسخ دینامیکی سریع، همگرایی زمان محدود و قدت ردیابی بالا اشاره کرد [۳۹]. بر این اساس، در این مقاله از یک کنترلکننده مودلغزشی ترمینال بهمنظور محرود و قدت ردیابی بالا اشاره کرد [۳۹]. بر این اساس، در این مقاله از یک کنترلکننده مودلغزشی ترمینال بهمنظور – طراحی و ساخت یک سیستم فوق آشوبی ۴ بعدی جدید پیچیده بهمنظور افزایش امنیت در انتقال اطلاعات. - ساخت یک کنترلکننده جدید مودلغزشی ترمینال و اثبات پایداری کنترلکننده با استفاده از تابع لیاپانوف. - ساخت یک میترلکنده جدید مودلغزشی ترمینال و اثبات پایداری کنترلکننده با استفاده از تابع لیاپانوف. - ساخت یک منترلکنده جدید مودلغزشی ترمینال و اثبات پایداری کنترلکننده با استفاده از تابع لیاپانوف. - مارحی و هنرمان سازی آشوبی با واردکردن عدم قطعیت در سیستم برای انتقال اطلاعات امن در سریعترین زمان ممکن. - خواهیم داد. در بخش ۳ خصوصیات اساسی و رفتارهای پویا سیستم فوق آشوبی پیچیده و مزایا و ویژگیهای آن را ارائه خواهیم داد. در بخش ۳ خصوصیات اساسی و رفتارهای پویا سیستم فوق آشوبی مود تجزیه و تعرایا قرار خواهند گرفت. بخش مسئله همزمان سازی زمان محدود سیستم فوق آشوبی فره و کنترلکننده مودلغزشی ترمینال برای همزمان سازی مسئله همزمان سازی زمان محدود سیستم فوق آشوبی مور و مقایسه کنترل کننده و شایه و زر مواهند گرفت. بخش مسئله همزمان سازی زمان محدود سیستم فوق آشوبی و مور و مقایسه کنترل کننده و شبیه سازی های را مران سازی رمان محدود طراحی و اثبات خواهد شد. در بخش ۶ میو و به همزمان سازی و مقایسه کنترل کنده و شبیه می مردان سازی مرمان سازی مرمان سازی خواهیم داد. در بخش ۵ مسائل مربوط به همزمان سازی و می ایران خواهیم داد.

۲- مدل سیستم فوق آشوبی ۴ بعدی جدید پیچیده مدل دینامیکی سیستم فوق آشوبی جدید طراحی شده به شرح زیر است: $dx_1(\tau)/d\tau = a_1(x_2 - x_1) - a_2x_4 - a_3x_3^2 - a_4x_2x_3 + a_4f_1(x_{1,2,3,4})$

$$dx_{2}(\tau)/d\tau = a_{5}x_{2} + a_{6}x_{4} - a_{1}x_{1}^{2} - a_{7}x_{2}x_{3} - a_{8}x_{1}x_{2} - x_{1}x_{2}x_{3} - a_{9}f_{2}(x_{3})$$

$$dx_{3}(\tau)/d\tau = -a_{2}x_{3} + a_{10}x_{1}^{2} + x_{1}x_{2}x_{3} - a_{1}f_{3}(x_{1,2,4})$$

$$dx_{4}(\tau)/d\tau = -a_{11}x_{1} + a_{9}x_{3} + a_{7}x_{1}x_{2}x_{3} + a_{8}x_{1}x_{2} + a_{10}x_{2}x_{3}x_{4} + a_{12}x_{1}x_{3}x_{4} + a_{12}f_{4}(x_{1,2,3,4})$$
(1)

$$f_{1}(x_{1,2,3,4}) = \tanh(x_{1} + x_{2} + x_{3} + x_{4})$$

$$f_{2}(x_{3}) = e^{x_{3}}$$

$$f_{3}(x_{1,2,4}) = e^{(x_{1} + x_{2} + x_{4})}$$

$$f_{4}(x_{1,2,3,4}) = e^{(x_{1} + x_{2} + x_{3} + x_{4})}$$
(Y)

که در آن:

و x_i برای i برابر ۱ الی ۴ حالتهای سیستم و a_i برای i برابر ۱ الی ۱۲ پارامترهای مثبت سیستم (۱) هستند و برابرند با: $a_1 = 15.5, a_2 = 3.85, a_3 = 16.9, a_4 = 8.2, a_5 = 0.255, a_6 = 23.45,$ $a_7 = 10.629, a_8 = 3.85, a_9 = 7.799, a_{10} = 5.5, a_{11} = 13.2, a_{12} = 19.5,$ و شرایط اولیه سیستم برابر است با:

	,				
مرجع	تعداد توابع خاص	تعداد پارامترهای غیرخطی	تعداد کل پارامترها	تعداد کل ترمها	نوع سيستم
۲۰۱۹، [۴۰]	١	٣	۵	٨	سيستم فوق آشوبى ممرستيو جديد
۲۰۱۸ [۴۱]	٢	۵	۴	۱.	سيستم چندوجهي فوق آشوبي جديد
۲۰۱۹، [۴۲]	٣	٣	٢	17	سيستم فوق آشوبى ممرستيو جديد
۲۰۱۲، [۴۳]	٢	۴	٢	٩	سيستم فوق أشوبى جديد
۲۰۱۹] [۴۴]	١	١	۶	٨	سيستم فوق سريع جديد
۲۰۱۹، [۴۵]	٢	٢	٧	١٠	سيستم فوق سريع ممرستيو جديد
۲۰۱۶، [۴۶]	٣	٣	۴	٩	سيستم فوق آشوبى جديد
۲۰۱۹، [۴۷]	٩	٩	٣	١٣	سيستم فوق آشوبى جديد
۲۰۱۹، [۲۶]	١	١	۴	٩	سيستم فوق أشوبي خودگردان جديد
سیستم (۱)	٧	18	١٢	74	سيستم فوق آشوبى جديد پيچيده

Table (1): The topology of a designed hyper-chaotic system compared to similar systems جدول (۱): توپولوژی سیستم های مشابه

همان طور که مشخص است، سیستم فوق آشوبی جدید نسبت به سایر سیستمهای مشابه تعداد معادلات، توابع غیر خطی و توابع خاص بیشتری دارد. منظور از توابع خاص توابع مثلثاتی، توابع هذلولی^{۱۸} و تابع نمایی^{۱۹} است.

۳- خصوصیات اساسی و رفتارهای پویا سیستم فوق آشوبی

در این بخش خصوصیات طبیعی سیستم فوق آشوبی جدید مانند جاذبهای آشوبی^{۲۰}، طیف فرکانس^{۲۱}، نقاط تعادل^{۲۲}، نماهای لیاپانوف، بعدکاپلن-یورک^{۳۲}، مقادیر ویژه^{۲۴}، نقشه پوانکاره و نمودار دوشاخگی ارائه میشود.

$$\begin{aligned} \mathbf{P} - \mathbf{I} - \mathbf{F}_{\mathbf{i}}(\mathbf{x}) \Big|_{Q^*} &= \begin{bmatrix} -7 & -19 & -11 & 4 \\ 195 & -49 & -1226 & 4 \\ -138 & -34 & 13 & 23 \\ 195 & -49 & -1226 & 4 \\ 195 & -49 & -1226 & 4 \\ 195 & -49 & -1226 & 4 \\ 195 & -49 & -1226 & 4 \\ 195 & -49 & -1226 & 4 \\ -138 & -34 & 13 & 23 \\ 13178 & 12746 & 9831 & 11567 \\ \end{bmatrix} \end{aligned}$$

مطابق با معادله (۶)، مقادیر ویژه سیستم بهصورت زیر بهدست میآیند:

a4 را نشان میدهد.

Table (2): Investigating the stability of equilibrium points of the hyper-chaotic system with changes in the fourth parameter جدول (۲): بررسی یابداری نقاط تعادل سیستم فوق آشوبی با تغییرات یارامتر چهارم

پايدارى	نقاط تعادل	مقادير ويژه	پارامتر a ₄
ناپايدار	$(-\cdot/81$ VD $-$ D/7147 W/ \cdot ATD $8/$ AD \cdot V)	(-11 -24 1-j74 1+j74)	۱۵/۶
ناپايدار	(-1/49 -4/917 3/4794 8/12.4)	(888 -86 8-j88 8+j88)	ΔV
طبيعي	(-·/8888 -۵/·۲۵۵ 8/·884 1/۲۵۱۹)	(-10 -00 -jtr jtr)	۱۵/۹
ناپايدار	(-1/2397 -4/8974 2/4144 8/8982)	(V9· -20 1-j77 1+j77)	۱۵/۹۵
طبيعي	(-•/8448 -4/9•11 4/•••4 1/784)	(-AT -FV -jTT jTT)	18/1
ناپايدار	(-1/8291 -4/2982 4/27777 8/4898)	(VTT -FV -jTT jTT)	18/4
پايدار	(-•/88VQ -F/8QVT T/9FIT 1/T9FT)	(-79 -47 -1-j18 -1+j19)	18/40
طبيعي	(-•/۶۶۷۵ -۴/۶۵۷۲ ۲/۹۳۲۶ -۱/۲۹۸۳)	(-79 -41 -j70 j70)	۱۶/۵
ناپايدار	(-1/7499 -4/+282 3/1988 8/4+20)	(V·· - F· - 1-j19 - 1+j19)	18/8
پايدار	(-8/7829 -4/2828 7/9.84 1/41.8)	(-VQ -41-j19 -1+j19)	18/80

نتایج نشان میدهد که این سیستم با تغییرات بسیار کم در شرایط اولیه، رفتار کاملاً متفاوتی خواهد داشت. بهطور مثال a4 برابر ۱۶/۶، ۱۶/۵ و ۱۶/۴۵ سیستم فوق آشوبی به ترتیب پایدار، طبیعی و ناپایدار خواهد شد.

۳-۲- تجزیهوتحلیل جاذب آشوبی و طیف فرکانسی
واگرایی^{۲۶} سیستم فوق آشوبی (۱) بهصورت زیر است:
(۹)
$$\nabla V = \sum_{i=1}^{4} \frac{\partial \dot{x}_i}{\partial x_i} = -a_1 + a_5 - a_9 - a_2 + a_{12} = 15.5 + 0.255 - 8 - 4 + 19.75 = 23.505 > 0$$

بالبراین، سرعت همگرایی سیستم فوق آشوبی به سمت جاذبههای آن برابر است با:
 $e^{-(-a_1+a_5-a_9-a_2+a_{12})\tau}$

 $e^{-(-a_1+a_5-a_9-a_2+a_{12})\tau}$

بنابراین، هرچه زمان به سمت بینهایت میرود، سیستم فوق آشوبی (۱) محدودتر شده و بر روی یک جاذب، مستقر می شود [۵۰]. در شکل (۱) نمودارهای صفحه فاز سیستم فوق آشوبی (۱) نشان دادهشده است. شاخص دیگر برای تأیید رفتار آشوبی سیستمها، نوسانات طیف فرکانس بالای آنها است. شکل (۲) طیف فرکانسی سیستم فوق آشوبی جدید را نمایش میدهد. هرچه نوسانات فرکانس بالا بیشتر باشد، پیچیدگی و سرعت سیگنال نیز بیشتر خواهد بود.



(۱): نمودار صفحه فاز سیستم فوق آشوبی جدید (۱) Figure (1): Phase portraits diagram of a new hyper-chaotic system





۳-۳- بعد کاپلن-یورک و نمای لیاپانوف

واگرایی و همگرایی حالتهای یک سیستم غیرخطی، با نمایش نماهای لیاپانوف آنها تعیین میشود. در صورت مثبت بودن نماهای لیاپانوف، سیستم رفتار آشوبی خواهد داشت و اگر سیستم دو یا چند نمای لیاپانوف داشته باشد، فوق آشوبی خواهد بود. نماهای لیاپانوف سیستم فوق آشوبی جدید با شرایط اولیه (۴) در شکل (۳) نمایش دادهشدهاند و ازنظر عددی برابرند با: (۱۱)



شکل (۳): نماهای لیاپانوف سیستم فوق آشوبی جدید (۱) Figure (3): Dynamics of Lyapunov of the novel hyper-chaotic system

با توجه به مقادیر بهدستآمده برای نماهای لیاپانوف، بعد کاپلن-یورک سیستم فوق آشوبی طراحیشده جدید بهصورت زیر تعریفشده و به دست میآید [۵۱]:

$$D_{KY} = \iota + \frac{\sum_{i=1}^{\iota} \Lambda_{\iota}}{|\Lambda_{\iota+1}|} = 3 + \frac{\Lambda_{1} + \Lambda_{2} + \Lambda_{3}}{|\Lambda_{4}|} = 3.4494$$
(17)
for: $\Lambda_{\iota,2} > 0$, $\Lambda_{2} = 0$, $\Lambda_{4} < 0$

جدول (۳) بعد کاپلن-یورک سیستم فوق آشوبی جدید را ازنظر عددی، با تعدادی از سیستمهای فوق آشوبی ۴ بعدی مشابه (دستگاههایی که دارای توابع نمایی، لگاریتمی، مثلثاتی و هذلولی هستند) مقایسه می کند تا بهترین عملکرد سیستم را تعیین کند.

Table (3): 1	Numerical	values of the	Kaplan-Yor	k dimension o	f the new hyper	-chaotic system	m compared	to similar sy	stems
بی مشابه	ں فوق آشوہ	سيستمهاي	در مقایسه با	أشوبى جديد ا	، سیستم فوق اَ	، کایلن-یور <i>ک</i>	بر عددی بعد	ل (۳): مقادی	جدوا

بعد كاپلن-يورك	نمای لیاپانوف چهارم	نماي لياپانوف سوم	نمای لیاپانوف دوم	نماي لياپانوف اول	سيستم
3/21/2	-81/221	•	۳/۴۷۸	17/487	سیستم (۱)، [۵۱]
۲/۶۴۰۸	- • / ٩ <i>١</i> ٣	-•/۲۴۵	•	•/1 ۵ Y	سیستم (۲)، [۵۲]
٣/•٨٩	$-1/T\Delta$	•	• / • ٣٣	•/•۶۴	سیستم (۳)، [۵۳]
m /•9V9	• /۶۶۲۳	•	•/•)) ۲	•/\@\@	سیستم (۴)، [۵۴]
r/r	$-1/T\Delta$	•	•/•۳۵	•/١٣٢	سیستم (۵)، [۵۵]
$\nabla / \cup \cup \nabla \cup$	-•/۶ \ ••	•	•/•٣٣•	•/\۵۵۵	سیستم (۶)، [۵۲]
3/1040	-•/۵۲۴۸	• / • • • ٢	٠/•۴۵٠	•/19•۶	سیستم (۷)، [۵۶]
٣/٣٠٠۵۵	-40/8488	•	•/•۴•۵٨	18/80280	سیستم (۸)، [۵۷]
3411407	$-1/ au au \lambda$	•	•/•٣٩٢	•/1480	سیستم (۹)، [۵۸]
r /ff9f	-26/8829	•	1/8824	۸/۳۱۴۸	مقاله حاضر

۳-۴- نمودارهای دوشاخگی

برای بررسی وابستگی پارامترهای سیستم فوق آشوبی جدید، از ترسیم و تحلیل نمودارهای دوشاخگی استفاده میشود. نمودارهای دوشاخگی سیستم فوق آشوبی ۴ بعدی جدید در شکل (۴) و (۵) نمایش داده شدهاند. این سیستم با دو برابر شدن دوره معمول، وارد نوسانات آشوبی میشود. نمودارهای دوشاخگی، رفتار سیستم را با توجه به تغییر در پارامترهای سیستم نشان میدهند و رفتارهای جاذب سیستم را توضیح میدهند [۵۹].



(a_{5},x_{1}), $a_{5} \in (12,21)$ د نمودار دوشاخگی سیستم فوق آشوبی جدید (۱) در (1) a_{5},x_{1}), $a_{5} \in (12,21)$ Figure (4): Bifurcation diagrams of the new system in (a_{5},x_{1}), $a_{5} \in (12,21)$



(a₅,x₁), a₅ ∈ (-20,10) شکل (۵): نمودار دوشاخگی سیستم فوق آشوبی جدید (۱) در (۱) در (۵): Figure (5): Bifurcation diagrams of the new system in (a₅,x₁), a₅ ∈ (-20,10)

وقتی پارامتر a₂ در این محدوده باشد [شکل (۵) را ببینید]، سیستم رفتارهای پیچیدهای مانند فوق آشوبی، آشوبی، دورهای^{۲۷} و شبه دورهای^{۲۸} خواهد داشت. این تغییرات رفتاری، متناسب با تغییرات نماهای لیاپانوف در شکل (۶) نشان داده شده است. رفتارهای دینامیکی سیستم (۱) با تغییر در پارامتر دوم، شامل موارد زیر است:

۱) هنگامیکه [2,5-)∋a2، نماهای لیاپانوف سیستم (۱) در a2 برابر ۴ عبارتند از: ۸/۱۱۰۵، ۱/۸۹۲۳، ۰ و ۲۷/۴۲۴–. در این حالت، سیستم (۱) رفتار فوق آشوبی داشته و نمودارهای یکبعدی و سهبعدی سیستم در شکل (۶ نشان دادهشدهاند.

۲) هنگامیکه [2-,5-)€a₂، نماهای لیاپانوف سیستم (۱) در a₂ برابر ۴- عبارتند از: ۴/۳۱۱۷، ۰، ۸/۸۰۱- و ۹/۰۶-. در این حالت، سیستم (۱) رفتار آشوبی داشته و نمودارهای یکبعدی و سهبعدی سیستم در شکل (۶ نشان دادهشدهاند.

۳) هنگامی که [5-,10-)∋a2، نماهای لیاپانوف سیستم (۱) در a2 برابر ۶/۵– عبارتند از: ۳/۰۱۰۵، ۰۰ ۶/۲۶– و ۷/۰۳۸۷–. در این حالت، سیستم (۱) رفتار آشوبی داشته و نمودارهای یکبعدی و سهبعدی سیستم در شکل (۶) نشان دادهشدهاند.

۴) هنگامیکه [10-,16-)∋e و [22,-17-)∍a و ایانوف سیستم (۱) در a₂ برابر ۱۵/۵ – عبارتند از: ۱۷/۲۵ – ۱۸/۳۸ – ۴) هنگامیکه [10-,16-) عور (۱) و ۱۸/۳۸ – ۱۸/۳۸ – ۱۵ – ۱۵/۳۸ – ۱۵/۳۸ – ۱۵/۳۸ – ۱۵/۳۸ – ۱۵/۳۸ – ۱۵/۳۸ – ۱۵/۳۸ – ۱۵/۳۸ – ۱۵ ۱۵/۳۰ – ۱۵/۳۰ – ۱۵/۳۰ – ۱۵/۳۰ – ۱۵/۳۰ – ۱۵/۳۸ – ۱۵/۳۰ – ۱۵/۳۰ – ۱۵/۳۸ – ۱۵/۳۸ – ۱۵/۳۸ – ۱۵/۳۸ – ۱۵/۳۸ – ۱۵/۳۸ – ۱

2 v 2	,		
	رفتارهای دینامیکی	نماهاي لياپانوف	پارامتر دوم
	فوق آشوبی	(+, +, -, -, 0, 0)	(-۲،۵]
	آشوبی	(+, -, -, -, 0, 0)	(−Δ · −۲]
	آشوبی	(+, -, -, -, 0, 0)	(−۱۰،−۵]
	دورەاى	(0, -, -, -, 0, 0)	(-181.]
	شبه دورهای	(0, 0, -, -, 0, 0)	[-1422)

Table (4): Dynamic behaviors of the new hyper-chaotic system with changes in Lyapunov Exponent and the second parameter جدول (۴): رفتارهای دینامیکی سیستم فوق آشوبی جدید با تغییرات نماهای لیاپانوف و پارامتر دوم



شکل (۶): سری های زمانی (i) و نمودار های صفحه فاز (ii) سیستم (۱) با تغییرات در پارامتر دوم Figure (6): Time series (i) and Phase portraits (ii) of the new system by changing the second parameter

۳–۵– نمودار پوانکاره

برای مطالعه عملکرد و رفتار سیستمهای دینامیکی پیوسته، مشابه سیستم پیشنهادی (۱)، میتوانیم از نقشه پوانکاره، یکی از محبوب ترین موضوعات در تحلیل دینامیک غیر خطی، استفاده کنیم. شکل (۷) نقشههای پوانکاره سیستم فوق آشوبی جدید را نمایش میدهد. مطابق با شکل، مجموعه منظم از نقاط نشان داده شده در نقشههای پوانکاره، نشانه رفتار آشوبی سیستم است.



x₄-x₃ (ب): نقشه پوانکاره سیستم فوق آشوبی جدید (۱) در (الف) x₁-x₂ و (ب). Figure (7): Poincaré map of the new hyper-chaotic system

۴– همزمانسازی زمان محدود سریع

در این قسمت فرمول بندی و نتایج اصلی همزمان سازی زمان محدود بیان می شود.

۴-۱- فرمولبندی همزمانسازی زمان محدود

در این بخش، همزمانسازی زمان محدود سریع و قضیههای آن بین دو سیستم جدید و فوق آشوبی با پارامترها و شرایط اولیه مختلف ارائه شده است. در این مرحله، با استفاده از سیستم فوق آشوبی (۱) و با تغییر در شرایط اولیه و پارامترهای سیستم × 1

فوق آشوبی جدید، هر دو سیستم گیرنده و فرستنده برای همزمانسازی زمان محدود ساخته می شوند. سیستم فرستنده با معادلات (۱۳) و شرایط اولیه و پارامترهای (۱۴) به صورت زیر تعریف می شود:

$$dx_{im}(\tau)/d\tau = \begin{pmatrix} -a_{1m} & a_{1m} - a_{4m}x_{3m} & -a_{3m}x_{3m} & -a_{2m} \\ -a_{1m}x_{1m} - a_{8m}x_{2m} & -x_{1m}x_{3m} + a_{5m} & -a_{7m} & -a_{6m} \\ a_{1m}x_{1m} & x_{1m}x_{3m} & -a_{2m} & 0 \\ -a_{11m} + a_{8m}x_{2m} & a_{10m}x_{3m}x_{4m} & a_{9m} + a_{7m}x_{1m}x_{2m} & a_{12m}x_{1m}x_{3m} \end{pmatrix} x_{im} + \begin{pmatrix} a_4 \tanh(x_{1m} + x_{2m} + x_{3m} + x_{4m}) \\ -a_{9m}e^{(x_{3m})} \\ -a_{1m}e^{(x_{1m} + x_{2m} + x_{3m} + x_{4m})} \\ a_{12m}e^{(x_{1m} + x_{2m} + x_{3m} + x_{4m})} \end{pmatrix}$$
 (117)

$$a_{jm} = (15, 4, 16, 8, 0.25, 23, 10, 3, 8.12, 5, 13, 20) (j=1,...,12)$$

$$x_{im}(0) = (3.68, -21, 4.47, 10)$$
(14)

بهطور مشابه برای سیستم گیرنده با معادلات (۱۵) و پارامترها و شرایط اولیه (۱۶) خواهیم داشت:

$$\begin{pmatrix}
-a_{1s} & a_{1s} - a_{4s} x_{3s} & -a_{3s} x_{3s} & -a_{2s} \\
-a_{1s} x_{1s} - a_{8s} x_{2s} & -x_{1s} x_{3s} + a_{5s} & -a_{7s} & -a_{6s}
\end{pmatrix}$$

$$dx_{is}(\tau)/d\tau = \begin{pmatrix} -a_{1s}x_{1s} - a_{8s}x_{2s} & -x_{1s}x_{3s} + a_{5s} & -a_{7s} & -a_{6s} \\ a_{1s}x_{1s} & x_{1s}x_{3s} & -a_{2s} & 0 \\ -a_{11s} + a_{8s}x_{2s} & a_{10s}x_{3s}x_{4s} & a_{9s} + a_{7s}x_{1s}x_{2s} & a_{12s}x_{1s}x_{3s} \end{pmatrix} x_{is}$$

$$+ \begin{pmatrix} a_{4} \tanh(x_{1s} + x_{2s} + x_{3s} + x_{4s}) \\ -a_{9m}e^{(x_{3s})} \\ -a_{1s}e^{(x_{1s} + x_{2s} + x_{4s})} \\ a_{12s}e^{(x_{1s} + x_{2s} + x_{3s} + x_{4s})} \end{pmatrix} + g_{i}(x(\tau))\upsilon(\tau) + d_{i}(\tau) \quad (\text{for } i=1,...,4)$$

$$(1\Delta)$$

$$\begin{aligned} a_{jm} &= (14.2, 3.5, 15.1, 9.6, 0.2, 20.7, 11.8, 1.7, 8, 6.3, 12.7, 22) \quad (j=1,...,12) \\ x_{im}(0) &= (13, -30, 6, 7) \\ g_{i}(x(\tau)) \quad (\eta) \quad$$

سیستم فرستنده (۱۳) و سیستم گیرنده (۱۵) با پارامترها و شرایط اولیه (۱۴) و (۱۶) و با اعمال ترم نامعینی (۱۷) در حالت سهبعدی بدون اعمال کنترل کننده در شکل (۸) نشان داده شدهاند.



شکل (۸): نمودارهای صفحه فاز سیستمهای گیرنده (۱۵) و فرستنده (۱۳) Figure (8): Phase portrait diagrams of master and slave systems

فرض (۴): توابع غیرخطی $d(x(\tau))$ و $g(x(\tau), \tau)$ و $g(x(\tau), \tau)$ متغیر با زمان هستند. سطح لغزش ^{۲۹} را برای سیستم (۲۲) بهصورت زیر تعریف می کنیم [۶۲]: $\delta(\tau) = \tanh^2 \left(\int_{0}^{t} \xi \dot{e}(\tau) d\tau + \int_{0}^{t} \xi (f(x(\tau)) + \dot{x}_m(\tau)) d\tau \right)$ $(\mathbf{\tilde{v}})$ جایی که زتا متعلق به R^{i*1} ثابتهای مثبت دلخواه هستند. با ترکیب معادلات (۲۲) و (۲۹) و جایگذاری در معادله (۳۰)، مشتق زمانی سطح لغزش بهصورت زیر به دست میآید: $\dot{\delta}(\tau) = (\xi \dot{e}(\tau) + \xi e(\tau)) \operatorname{sech}^4(\tanh(\delta))$ (٣1) قضیه (۱) [۶۳]: معادله خطای (۲۹) را در نظر بگیرید. با در نظر گرفتن مشتق سطح لغزش با معادله (۳۱)، حالتهای سیستم در زمان محدود به مبدأ همگرا شده و همزمانسازی زمان محدود را خواهیم داشت. قضیه (۲): معادلات کلی (۲۲) را در نظر بگیرید. با در نظر گرفتن معادله خطا (۲۹)، کنترل کننده مودلغزشی ترمینال سریع بهصورت زیر تعریف می شود: $\mathbf{u}(\tau) = (\xi \mathbf{B})^{-1} \left(\xi \dot{\mathbf{x}}_{im}(\tau) - \psi_1 \delta(\tau) - \operatorname{sign}(\delta(\tau)) \left(\psi_2 + \Theta_1 \| \xi \| + \Theta_2 \| \xi \| \psi_3 e^{-\|\mathbf{x}_{im}\|} \right) \right)$ (77) جایی که B بهرههای کنترلی و دلتاها به صورت زیر تعریف می شوند: $\dot{\Theta}_1 = k_1 \|\delta\| \|\xi\| \operatorname{sech}^4(\tanh(\delta))$ (٣٣) $\dot{\Theta}_2 = k_2 \|\delta\| \|\xi\| \psi_3 e^{-\|\mathbf{x}_{im}\|} \operatorname{sech}^4(\tanh(\delta))$ اثبات: قبل از تحلیل پایداری نشان خواهیم داد کنترل کننده پیشنهادی (۳۲) محدود است. با فرض $p(\tau) = \int \xi \dot{e}(\tau) d\tau + \int \xi (f(x(\tau)) + \dot{x}_m(\tau)) d\tau$ (۳۴) و محدود بودن سطح لغزش خواهیم داشت: $\|\delta(\tau)\| = \sqrt{\|\delta_1(\tau)\|^2 + \|\delta_2(\tau)\|^2 + \dots + \|\delta_m(\tau)\|^2} = \sqrt{\|\tanh^2(p_1(\tau))\|^2 + \|\tanh^2(p_2(\tau))\|^2 + \dots + \|\tanh^2(p_m(\tau))\|^2}$ (۳۵) با توجه به اینکه برای i های از یک تا m، ا((tanh²(p_i(t)) کوچکتر یا مساوی یک می باشد، بنابراین حد بالای سطح لغزش برابر است با: with $\|\delta(\tau)\| \leq \sqrt{1+1+\ldots+1} = \sqrt{m} \Rightarrow \|\operatorname{sign}(\delta(\tau))\| \leq \sqrt{m}$ (37) از طرف دیگر، با توجه به تعریف تابع علامت در معادله (۳۶)، میتوان حد بالای قانون کنترلی طراحی شده (۳۲) را به صورت زیر بەدست آورد: $\left\|\mathbf{u}(\tau)\right\| \leq \left\|(\boldsymbol{\xi}\mathbf{B})^{-1}\right\| \left\| \left(\boldsymbol{\xi}\dot{\mathbf{x}}_{im}(\tau) - \boldsymbol{\psi}_{1}\delta(\tau) - \operatorname{sign}(\delta(\tau))\left(\boldsymbol{\psi}_{2} + \boldsymbol{\Theta}_{1} \left\|\boldsymbol{\xi}\right\| + \boldsymbol{\Theta}_{2} \left\|\boldsymbol{\xi}\right\| \boldsymbol{\psi}_{3} e^{-\|\mathbf{x}_{im}\|}\right) \right)\right\|$ (۳۷) حد بالا در معادله (۳۷) را می توان محدود و به صورت زیر تعریف کرد: $\Theta_1 \|\xi\| + \Theta_2 \|\xi\| \psi_3 \|e^{-\|x_{in}\|}\| \le \Theta_1 H + \Theta_2 H W = H(\Theta_1 + \Theta_2 W)$ (٣٨) با در نظر گرفتن معادلات (۳۵) و (۳۶) و مثبت بودن تمام پارامترها حد بالای کنترل کننده برابر خواهد بود با: $\left\|\boldsymbol{u}(\tau)\right\| \leq \left\| \left(\boldsymbol{\xi}\boldsymbol{B}\right)^{-1} \right\| \left\| \left(\boldsymbol{\xi}\dot{\boldsymbol{x}}_{im}(\tau) \!+\! \psi_1 \sqrt{m} \!+\! \left(\psi_2 \!+\! \boldsymbol{H}(\boldsymbol{\Theta}_1 \!+\! \boldsymbol{\Theta}_2 \boldsymbol{W})\right) \sqrt{m} \right) \right\|$ (٣٩) درنهایت، حد بالای کنترل کننده را با فرض محدود بودن کنترل کننده به صورت زیر خواهیم داشت: $\|\mathbf{u}(\tau)\| \leq \mathbf{M} \left(\mathbf{N} + \psi_1 \sqrt{\mathbf{m}} + (\psi_2 + \mathbf{H}(\Theta_1 + \Theta_2 \mathbf{W})) \sqrt{\mathbf{m}}\right)$ $(\mathbf{f} \cdot \mathbf{)}$ در ادامه اثبات پایداری کنترل کننده طراحی شده (۳۲) را دنبال خواهیم نمود. اثبات پایداری: تابع کاندید لیاپانوف را به صورت زیر در نظر بگیرید: $\mathcal{G}(\tau) = 0.5\delta^{\mathrm{T}}(\tau)\delta(\tau)$ (۴1) با مشتق گیری از تابع کاندید لیایانوف (۴۱) خواهیم داشت: $\dot{\vartheta}(\tau) = \delta^{T}(\tau) \dot{\delta}(\tau) = \delta^{T}(\tau) (\xi \dot{e}(\tau) - \xi f(e(\tau)) + \xi \dot{x}_{m}(\tau)) \cosh^{4}(\tanh(\delta(\tau)))$ (47)

$$\begin{aligned} & (\Delta \Delta) & (\Delta \Delta) \\ & ((\Delta \Delta) \\$$

در این بخش همزمانسازی زمان محدود بین دو سیستم فوق اشوبی ۴ بعدی با نامعینیها و اغتشاشات ناشناخته و عدم قطعیت پارامتری را برای سیستم انجام میدهیم. در این قسمت از هر دو سیستم فرستنده و سیستم گیرنده برای همزمان-سازی استفاده کردهایم. شایانذکر است که اگرچه سیستمهای فرستنده و گیرنده یکسان هستند، اما دارای پارامترهای نابرابر و شرایط اولیه مختلف هستند. بر اساس فرض (۱)، برای مطالعه همزمانسازی زمان محدود، خطا را مطابق با سیستمهای گیرنده و فرستنده به شرح زیر طراحی میکنیم:

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_{i} &= \sum_{i=1}^{4} \mathbf{y}_{i} - \mathbf{x}_{i} \Longrightarrow \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{e}}_{1} \\ \dot{\mathbf{e}}_{2} \\ \dot{\mathbf{e}}_{3} \\ \dot{\mathbf{e}}_{4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a_{1}e_{1} + a_{1}e_{2} - a_{2}e_{4} + f_{1}(\tau) \\ a_{5}e_{2} + a_{6}e_{4} + f_{2}(\tau) \\ -a_{2}e_{3} + f_{3}(\tau) \\ -a_{1}e_{1} + a_{9}e_{3} + f_{4}(\tau) \end{bmatrix} + \mathbf{B}(\tau)\mathbf{v}(\tau) + \mathbf{D}(\tau) \\ \begin{pmatrix} f_{1}(\tau) &= a_{3m}\mathbf{x}_{3m}^{2} + a_{4m}\mathbf{x}_{2m}\mathbf{x}_{3m} - a_{3s}\mathbf{x}_{3s}^{2} - a_{4s}\mathbf{x}_{2s}\mathbf{x}_{3s} \\ +a_{4s} \tanh(\mathbf{x}_{1s} + \mathbf{x}_{2s} + \mathbf{x}_{3s} + \mathbf{x}_{4s}) - a_{4} \tanh(-\mathbf{x}_{1m} - \mathbf{x}_{2m} - \mathbf{x}_{3m} - \mathbf{x}_{4m}) \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} f_{2}(\tau) &= a_{1m}\mathbf{x}_{1m}^{2} + a_{7m}\mathbf{x}_{2m}\mathbf{x}_{3m} + a_{8m}\mathbf{x}_{1m}\mathbf{x}_{2m} + \mathbf{x}_{1m}\mathbf{x}_{2m}\mathbf{x}_{3m} + a_{9m}\mathbf{e}^{-\mathbf{x}_{3m}} \\ -a_{1s}\mathbf{x}_{1s}^{2} - a_{7s}\mathbf{x}_{2s}\mathbf{x}_{3s} - a_{8s}\mathbf{x}_{1s}\mathbf{x}_{2s} - \mathbf{x}_{1s}\mathbf{x}_{2s}\mathbf{x}_{3s} - a_{9s}\mathbf{e}^{\mathbf{x}_{3s}} \\ \begin{pmatrix} f_{3}(\tau) &= -a_{10m}\mathbf{x}_{1m}^{2} - \mathbf{x}_{1m}\mathbf{x}_{2m}\mathbf{x}_{3m} + a_{1m}\mathbf{e}^{-(\mathbf{x}_{1m}+\mathbf{x}_{2m}+\mathbf{x}_{4m}) + a_{10s}\mathbf{x}_{1s}^{2} + \mathbf{x}_{1s}\mathbf{x}_{2s}\mathbf{x}_{3s} - a_{1s}\mathbf{e}^{(\mathbf{x}_{1s}+\mathbf{x}_{2s}+\mathbf{x}_{4s}) \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} f_{4}(\tau) &= -a_{7m}\mathbf{x}_{1m}\mathbf{x}_{2m}\mathbf{x}_{3m} - a_{8m}\mathbf{x}_{1m}\mathbf{x}_{2m} - a_{10m}\mathbf{x}_{2m}\mathbf{x}_{3m}\mathbf{x}_{4m} - a_{12m}\mathbf{x}_{1m}\mathbf{x}_{3m}\mathbf{x}_{4m} - a_{12m}\mathbf{e}^{-(\mathbf{x}_{1m}+\mathbf{x}_{2m}+\mathbf{x}_{4m}) \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} f_{4}(\tau) &= -a_{7m}\mathbf{x}_{1m}\mathbf{x}_{2m}\mathbf{x}_{3m} - a_{8m}\mathbf{x}_{1m}\mathbf{x}_{2m} - a_{10m}\mathbf{x}_{2m}\mathbf{x}_{3m}\mathbf{x}_{4m} - a_{12m}\mathbf{x}_{1m}\mathbf{x}_{3m}\mathbf{x}_{4m} - a_{12m}\mathbf{e}^{-(\mathbf{x}_{1m}+\mathbf{x}_{2m}+\mathbf{x}_{4m}) \end{pmatrix} \\ \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\frac{de_{i}(\tau)}{d\tau} = \Lambda e_{i}(\tau) + f(e(\tau)) + B(\tau)v(\tau) + D(\tau)$$
(81)

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_{i}(\tau) &= \begin{bmatrix} \mathbf{e}_{i} \\ \mathbf{e}_{2} \\ \mathbf{e}_{3} \\ \mathbf{e}_{4} \end{bmatrix}, \ \mathbf{B}(\tau) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \ \mathbf{f}(\mathbf{e}(\tau)) = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_{1}(\tau) \\ \mathbf{f}_{2}(\tau) \\ \mathbf{f}_{3}(\tau) \\ \mathbf{f}_{4}(\tau) \end{bmatrix} \\ \Lambda &= \begin{bmatrix} -\mathbf{a}_{1} & \mathbf{a}_{1} & \mathbf{0} & -\mathbf{a}_{2} \\ \mathbf{0} & \mathbf{a}_{5} & \mathbf{0} & \mathbf{a}_{6} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & -\mathbf{a}_{2} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{a}_{1} & \mathbf{0} & \mathbf{a}_{6} & \mathbf{0} \end{bmatrix}, \ \mathbf{D}(\tau) = \begin{bmatrix} \sin(\tau) + 1.5 \\ 2\sin(6\tau) - 1 \\ 3\sin(2\tau) + 0.1 \\ 4\sin(4\tau) + 0.5 \end{bmatrix} \end{aligned}$$
(**FY**)

در ادامه با استفاده از پارامترها و شرایط اولیه (۱۴) و (۱۶) اطمینان داریم که همزمانسازی بین دو سیستم فرستنده و گیرنده با معادله خطا (۶۲) در مدتزمان محدود، محقق خواهد شد؛ بنابراین با توجه به طراحی کنترلکننده مودلغزشی ترمینال، ما از کنترلکننده تعریفشده در (۳۲) استفاده میکنیم. با توجه به قانون کنترل مودلغزشی، بهرههای کنترلکننده را بهصورت زیر انتخاب میکنیم:

 $\xi = (\xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4) = (0.1, 0.01, 0.1, 0.01)$

نامعینیها و ضرایب کنترلکننده را بهصورت مشخصشده در معادله (۶۲) در نظر می گیریم. در معادله (۳۳) پارامترها را بهصورت 1500-k1=110, k2=110, k2=150 انتخاب می کنیم. قانون کنترل (۳۲) طوری طراحی شده است که با سای برابر با [۴۵ ۸ همزمان سازی زمان محدود سیستمهای فوق و ^T[1 1 1]=(۲) آشوبی گیرنده و فرستنده انجام شود. شکل (۹) همزمان سازی زمان محدود سریع بین سیستمهای گیرنده و فرستنده را نمایش می دهد. وقتی کنترلکننده فعال است، خطاهای همزمان -سازی به صورت شکل (۱۰) نمایش داده می شوند.

با توجه به نتایج شبیهسازی [شکل (۹) و شکل (۱۰) را ببینید] ، علیرغم اینکه ثابت کردیم سیستم فوق آشوبی جدید طراحیشده دارای نوسانات زیادی است، کنترلکننده (۳۲) توانسته خطا را در ۲۹۰/۳۱۹ ثانیه به صفر برساند. بنابراین، بهراحتی میتوان مشاهده کرد که سیستمهای فوق آشوبی گیرنده و فرستنده در زمان محدود همگرا میشوند.



شکل (۹): همزمانسازی زمان محدود سریع بین دو سیستم گیرنده و فرستنده Figure (9): Fast finite-time synchronization between master and slave systems





(98)

در ادامه، برای ارزیابی بهتر عملکرد کنترل کننده طراحی شده (۳۲)، عملکرد آن را با کنترل کننده مودلغزشی ترمینال مشابه در مرجع [۱] مقایسه می کنیم. در شکل (۱۱) مقایسه ای بین خروجی سیستم با استفاده از کنترل کننده (۳۲) و سیستم طراحی شده در مرجع [۱] در مقایسه با مدل مرجع ۳۰ انجام شده است. در این شکل ابتدا یک سیگنال مرجع به هر دو کنترل کننده اعمال کرده و پاسخ سیستم ها را به ورودی مرجع به دست آورده ایم. سپس، خروجی این دو کنترل کننده را با سیگنال مرجع مقایسه کرده ایم و همانطور که مشخص است کنترل کننده طراحی شده در این مقاله سریعتر به سیگنال مرجع همگرا شده است.

پاسخ زمانی خطاهای ردیابی^{۳۱} در شکل (۱۲) نشان دادهشده است. همانطور که از شکل (۱۲) مشخص است، سیگنال خطای ردیابی بهطور مناسب به مبدأ همگرا شده و ردیابی سریعتری را نسبت به روش مرجع [۱] فراهم میکند. سرعت واکنش سیستم در برابر تغییرات بسیار کم در شرایط اولیه، قدرت حساسیت سیستم را نشان میدهد. یک تغییر بسیار کوچک در شرایط اولیه، سیگنال خروجی متفاوتی را ایجاد میکند. هرچه زمان واکنش به این تغییرات کمتر باشد، سیستم ییچیدهتر و آشوبی، تر است [۶۵]. در شکل (۱۳)، مقایسهای بین سیستمهای فوق آشوبی مشابه با سیستم فوق آشوبی جدید



همان طور که عنوان شد یکی از اصلی ترین ویژگی سیستمهای آشوبی واکنش به تغییر در شرایط اولیه است و هرچه سیستم واکنش سریع تری نسبت به این تغییر داشته باشد از خاصیت آشوبی بیشتری برخوردار است. بر اساس نتایج، سیستم فوق آشوبی طراحی شده در این مقاله واکنش زمانی سریع تری را نسبت به تغییرات بسیار اندک در شرایط اولیه یکسان از خود نشان داده است، ازاین و پیچیده تر از سیستمهای مشابه است.

۶-نتیجهگیری

در این مقاله یک سیستم فوق آشوبی جدید پیچیده معرفی شد. تجزیهوتحلیلهای استاندارد سیستمهای آشوبی ازجمله نمودار دوشاخگی، نقاط تعادل، نقشه پوانکاره، بعد کاپلان-یورک و نماهای لیاپانوف انجام گرفت. از خصوصیات سیستمهای فوق آشوبی میتوان به پیچیدگی بالاتر، مقاومت پارامتری بیشتر و حساسیت شدید به تغییرات بسیار کوچک در شرایط اولیه اشاره کرد. ثابت نمودیم که سیستم فوق آشوبی جدید بسیار پیچیدهتر از سیستمهای فوق آشوبی مشابه است که میتواند برای استفاده در رمزنگاری و پنهانسازی اطلاعات بسیار ارزشمند باشد.



شکل (۱۳): نتایج شبیهسازی برای سرعت واکنش زمانی سیستم فوق آشوبی جدید (f) در مقایسه با سیستمهای فوق آشوبی مشابه Figure (13): Simulation results for the temporal reaction rate of the new hyper-chaotic system (f) in comparison with similar hyperchaotic systems

در مرحله بعدی، یک کنترلکننده مودلغزشی سریع برای همزمانسازی زمان محدود سیستم فوق آشوبی معرفی نموده و پایداری کنترلکننده جدید را با استفاده از تئوری لیاپانوف اثبات نمودیم. نشان دادیم با اعمال اغتشاش و نامعینی به سیستم، کنترلکننده جدید دارای ویژگیهای همگرایی زمان محدود است. سرانجام، مقایسهای بین کنترلکننده جدید طراحیشده با کنترلکننده مشابه ازلحاظ زمان همگرایی انجام دادیم و اثبات کردیم کنترلکننده جدید، همگرایی سریعتری را فراهم میکند.

مراجع

References

- X. Liu, S. Qi, R. Malekain, Z. Li, "Observer-based composite adaptive dynamic terminal sliding-mode controller for nonlinear uncertain SISO systems", International Journal of Control, Automation and Systems, vol. 17, no. 1, pp. 94-106, Jan. 2019 (doi: 10.1007/s12555-018-0117-7).
- [2] S.J. Sheela, K.V. Suresh, D. Tandur, "Security of industrial wireless sensor networks: A review", Proceeding of the IEEE/ITACT, pp. 1-6, Bangalore, India, Dec. 2015 (doi: 10.1109/ITACT.2015.7492658).
- [3] M. Wollschlaeger, T. Sauter, J. Jasperneite, "The future of industrial communication: automation networks in the era of the internet of things and industry 4.0", IEEE Industrial Electronics Magazine, vol. 11, no. 1, pp. 17-27, March 2017 (doi: 10.1109/MIE.2017.2649104).
- [4] M. Wollschlaeger, T. Sauter, J. Jasperneite, "The future of industrial communication: Automation networks in the era of the internet of things and industry", IEEE Industrial Electronics Magazine, vol. 11, no. 1, pp. 17-27, March 2017 (doi: 10.1109/MIE.2017.2649104).

- [5] M.C. Pai, "Chaos control of uncertain time-delay chaotic systems with input dead-zone nonlinearity", Complexity, vol. 21, no. 3, pp. 13-20, Oct. 2016 (doi: org/10.1002/cplx.21611).
- [6] T.M. Hoang, "A Chaos-based image cryptosystem using nonstationary dynamics of logistic map", Proceeding of the IEEE/ICTC, pp. 591-596, Jeju Island, Korea (South), Oct. 2019 (doi: 10.1109/ICTC4669-1.2019.8939826).
- [7] E. Tlelo-Cuautle, C. Ramos-López, M. Sánchez-Sánchez, D. Pano-Azucena, A. Sánchez-Gaspariano, C. Núñez-Pérez, L. Camas-Anzueto, "Application of a chaotic oscillator in an autonomous mobile robot", Journal of Electrical Engineering, vol. 65, no. 3, pp. 157-162, June 2014 (doi: 10.2478/jee-2014-0024).
- [8] L. Minati, H. Ito, A.Perinelli, L. Riccy, L. Faec, N. Yushimura, Y. Koike, L. Minati, "Connectivity influences on nonlinear dynamics in weakly-synchronized networks: Insights from rössler systems, electronic chaotic oscillators, model and biological neurons", IEEE Access, vol. 7, pp. 174793-174821, Dec. 2019 (doi: 10.1109/ACCESS.2019.2957014).
- [9] A. Zhou, S. Wang, F. Wang, "Low-complexity and robust detection for hybrid chaos communication", Proceeding of the IEEE/WCSP, pp. 1-5, Xi'an, China, Dec. 2019 (doi: 10.1109/WCSP.2019.8927976).
- [10] S. Zhang, T. Gao, "A coding and substitution frame based on hyper-chaotic systems for secure communication", Nonlinear Dynamics, vol. 84, no. 2, pp. 833-849, Dec. 2016 (doi: 10.1007/s11071-015-2530-2).
- [11] R. Sedivy, R. M. Mader, "Fractals, chaos, and cancer: do they coincide?", Cancer Investigation, vol. 15, no. 6, pp. 601-607, June 1997 (doi: 10.3109/07357909709047603).
- [12] B. Xu, Y. Wang, L. Liu, "Twice pulse ignition boost strategy for missile guidance Based on improved particle swarm optimization algorithm", Proceeding of the IEEE/CCC, pp. 9907-9912, Wuhan, July 2018 (doi: 10.23919/ChiCC.2018.8484243).
- [13] M. Sciamanna, K. A. Shore, "Physics and applications of laser diode chaos", Nature Photonics, vol. 9, no. 3, pp. 151-162, Feb. 2015 (doi: 10.1038/nphoton.2014.326).
- [14] H. Dimassi, A. Loría, "Adaptive unknown-input observers-based synchronization of chaotic systems for telecommunication", IEEE Trans. on Circuits and Systems I: Regular Papers, vol. 58, no. 4, pp. 800-812, Nov. 2010 (doi: 10.1109/TCSI.2010.2089547).
- [15] O. Rossler, "An equation for hyperchaos", Physics Letters A, vol. 71, no. 2-3, pp. 155-157, April 1979 (doi: 10.1016/0375-9601(79)90150-6).
- [16] E. Dong, Z. Zhang, M. Yuan, Y. Ji, X. Zhou, Z. Wang, "Ultimate boundary estimation and topological horseshoe analysis on a parallel 4D hyperchaotic system with any number of attractors and its multi-scroll", Nonlinear Dynamics, vol. 95, no. 4, pp. 3219-3236, March 2019 (doi: 10.1007/s11071-018-04751-3).
- [17] A. Hajipour, M. Hajipour, D. Baleanu, "On the adaptive sliding mode controller for a hyperchaotic fractional-order financial system", Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, vol. 497, pp. 139-153, May 2018 (doi: 10.1016/j.physa.2018.01.019).
- [18] C. Zhou, C. Yang, D. Xu, C.-Y. Chen, "Dynamic analysis and finite-time synchronization of a new hyperchaotic system with coexisting attractors", IEEE Access, vol. 7, pp. 52896-52902, April 2019 (doi: 10.1109/ACCESS.2019.2911486).
- [19] F. F. Franco, E. L. Rempel, P. R. Muñoz, "Crisis and hyperchaos in a simplified model of magnetoconvection", Physica D: Nonlinear Phenomena, Article Number: 132417, May 2020 (doi: 10.1016/j.physd.2020.132417).
- [20] G. Leutcho, J. Kengne, L. K. Kengne, "Dynamical analysis of a novel autonomous 4-D hyperjerk circuit with hyperbolic sine nonlinearity: Chaos, antimonotonicity and a plethora of coexisting attractors", Chaos, Solitons & Fractals, vol. 107, pp. 67-87, Feb. 2018 (doi: 10.1016/j.chaos.2017.12.008).
- [21] Z. T. Njitacke, J. Kengne, H. Fotsin, "Coexistence of multiple stable states and bursting oscillations in a 4D Hopfield neural network", Circuits, Systems, and Signal Processing, vol. 39, pp. 3424-3444, Jan. 2020 (doi: org/10.1002/cplx.21611).
- [22] W. Tai, Q. Teng, Y. Zhou, J. Zhou, Z. Wang, "Chaos synchronization of stochastic reaction-diffusion timedelay neural networks via non-fragile output-feedback control", Applied Mathematics and Computation, vol. 354, pp. 115-127, Aug. 2019 (doi: 10.1016/j.amc.2019.02.028).
- [23] T. Wang, D. Wang, K. Wu, "Chaotic adaptive synchronization control and application in chaotic secure communication for industrial Internet of Things", IEEE Access, vol. 6, pp. 8584-8590, Jan. 2018 (doi: 10.1109/ACCESS.2018.2797979).
- [24] L. Wang, M. Ding, "Dynamical analysis and passive control of a new 4D chaotic system with multiple attractors", Modern Physics Letters B, vol. 32, no. 22, Article Number: 1850260, Dec. 2018 (doi: 10.1142-/S0217984918502603).
- [25] K. Rajagopal, H. Jahanbakhshi, M. Varan, I. Bayir, V. Pham, S. Jafari, A. Kartikian, "A hyperchaotic memristor oscillator with fuzzy based chaos control and LQR based chaos synchronization", AEU-International Journal of Electronics and Communications, vol. 94, pp. 55-68, Jan. 2018 (doi: 10.1016/j.aeue.2018.06.043).

- [26] M.M. Zirkohi, "Chaos synchronization using higher-order adaptive PID controller", AEU-International Journal of Electronics and Communications, vol. 94, pp. 157-167, Sep. 2018 (doi: 10.1016/j.aeue.2018.07.0-05).
- [27] S. Vaidyanathan, S. T. Kingni, A. Sambas, M. A. Mohamed, M. Mamat, "A new chaotic jerk system with three nonlinearities and synchronization via adaptive backstepping control", International Journal of Engineering and Technology, vol. 7, no. 3, pp. 1936-1943, Dec. 2018 (doi: 10.14419/ijet.v7i3.15378).
- [28] C. Huang, L. Cai, J. Cao, "Linear control for synchronization of a fractional-order time-delayed chaotic financial system", Chaos, Solitons & Fractals, vol. 113, pp. 326-332, Aug. 2018 (doi: 10.1016/j.chaos.20-18.05.022).
- [29] M.-H. Wang, S.-D. Lu, M.-J. Hsieh, "Application of extension neural network algorithm and chaos synchronization detection method to partial discharge diagnosis of power capacitor", Measurement, vol. 129, pp. 227-235, Dec. 2018 (doi: 10.1016/j.measurement.2018.07.022).
- [30] A. Mohammadzadeh, S. Ghaemi, O. Kaynak, "Robust predictive synchronization of uncertain fractionalorder time-delayed chaotic systems", Soft Computing, vol. 23, no. 16, pp. 6883-6898, June 2019 (doi: 10.1002/cplx.21611).
- [31] Y. Yin, F. Liu, P. Shi, "Finite-time continuous gain-scheduled control on stochastic hyperchaotic systems", Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering, vol. 224, no. 6, pp. 679-688, Sept. 2010 (doi: 10.1243/09596518JSCE971).
- [32] E. D. Dongmo, K. S. Ojo, P. Woafo, A. N. Njah, "Difference synchronization of identical and nonidentical chaotic and hyperchaotic systems of different orders using active backstepping design", Journal of Computational and Nonlinear Dynamics, vol. 13, no. 5, April 2018 (doi: 10.1115/1.4039626).
- [33] S. Vaidyanathan, L. G. Dolvis, K. Jacques, C.-H. Lien, A. Sambas, "A new five-dimensional four-wing hyperchaotic system with hidden attractor, its electronic circuit realisation and synchronisation via integral sliding mode control", International Journal of Modelling, Identification and Control, vol. 32, no. 1, pp. 30-45, June 2019 (doi: 10.1504/IJMIC.2019.101959).
- [34] A. Modiri, S. Mobayen, "Adaptive terminal sliding mode control scheme for synchronization of fractionalorder uncertain chaotic systems", ISA Transactions, vol. 105, pp. 33-50, Oct. 2020 (doi: 10.1016/j.isatra.2-020.05.039).
- [35] S. Mobayen, S. Javadi, "Disturbance observer and finite-time tracker design of disturbed third-order nonholonomic systems using terminal sliding mode", Journal of Vibration and Control, vol. 23, no. 2, pp. 181-189, April 2017 (doi: 10.1177/1077546315576611).
- [36] S. Mobayen, "An adaptive chattering-free PID sliding mode control based on dynamic sliding manifolds for a class of uncertain nonlinear systems", Nonlinear Dynamics, vol. 82, no. 1-2, pp. 53-60, May 2015 (doi: 10.1007/s11071-015-2137-7).
- [37] P.A. Hosseinabadi, A.S.S. Abadi, S. Mekhilef, H.R. Pota, "Chattering-free trajectory tracking robust predefined-time sliding mode control for a remotely operated vehicle", Journal of Control, Automation and Electrical Systems, pp. 1-19, May 2020 (doi: 10.1007/s40313-020-00599-4).
- [38] M. Zak, "Terminal attractors for addressable memory in neural networks", Physics Letters A, vol. 133, no. 1, pp. 18-22, Oct. 1988 (doi: 10.1016/0375-9601(88)90728-1).
- [39] X. Tong, Y. Liu, M. Zhang, H. Xu, Z. Wang, "An image encryption scheme based on hyperchaotic Rabinovich and exponential chaos maps", Entropy, vol. 17, no. 1, pp. 181-196, Dec. 2015 (doi: 10.339-0/e17010181).
- [40] P.D.K. Kuate, Q. Lai, H. Fotsin, "Complex behaviors in a new 4D memristive hyperchaotic system without equilibrium and its microcontroller-based implementation", The European Physical Journal Special Topics, vol. 228, no. 10, pp. 2171-2184, Oct. 2019 (doi: 10.1140/epjst/e2019-900032-5).
- [41] F. Nazarimehr, K. Rajagopal, J. Kengne, S. Jafari, V.T. Pham, "A new four-dimensional system containing chaotic or hyper-chaotic attractors with no equilibrium, a line of equilibria and unstable equilibria", Chaos, Solitons & Fractals, vol. 111, pp. 108-118, May 2018 (doi: 10.1016/j.chaos.2018.04.009).
- [42] V. Van Huynh, A.J. M. Khalaf, A. Alsaedi, T. Hayat, H.R. Abdolmohammadi, "A new memristive chaotic flow with a line of equilibria", The European Physical Journal Special Topics, vol. 228, no. 10, pp. 2339-2349, Oct. 2019 (doi: 10.11140/cplx.900055-9)
- [43] K. Sun, X. Liu, C. Zhu, J. Sprott, "Hyperchaos and hyperchaos control of the sinusoidally forced simplified Lorenz system", Nonlinear Dynamics, vol. 69, no. 3, pp. 1383-1391, Feb. 2012 (doi: 10.1002/cplx.012-03540)
- [44] S. T. Tchinda, G. Mpame, A.N. Takougang, V.K. Tamba, "Dynamic analysis of a snap oscillator based on a unique diode nonlinearity effect, offset boosting control and sliding mode control design for global chaos synchronization", Journal of Control, Automation and Electrical Systems, vol. 30, no. 6, pp. 970-984, Sept. 2019 (doi: 10.1007/s40313-019-00518-2).

- [45] J. Kengne, G. D. Leutcho, A. N. K. Telem, "Reversals of period doubling, coexisting multiple attractors, and offset boosting in a novel memristive diode bridge-based hyperjerk circuit", Analog Integrated Circuits and Signal Processing, vol. 101, no. 3, pp. 379-399, Dec. 2019 (doi: 10.1007/s10470-018-1372-5).
- [46] A. Jeevarekha, S. Sabarathinam, K. Thamilmaran, P. Philominathan, "Analysis of 4D autonomous system with volume-expanding phase space", Nonlinear Dynamics, vol. 84, no. 4, pp. 2273-2284, Feb. 2016 (doi: 10.1007/s11071-016-2644-1).
- [47] Z. Njitacke, J. Kengne, T.F. Fozin, B. Leutcha, H. Fotsin, "Dynamical analysis of a novel 4-neurons based Hopfield neural network: Emergences of antimonotonicity and coexistence of multiple stable states", International Journal of Dynamics and Control, vol. 7, no. 3, pp. 823-841, Dec. 2019 (doi: 10.1007/s40435-019-00509-w).
- [48] V.F. Signing, J. Kengne, "Reversal of period-doubling and extreme multistability in a novel 4D chaotic system with hyperbolic cosine nonlinearity", International Journal of Dynamics and Control, vol. 7, no. 2, pp. 439-451, June 2019 (doi: 10.1007/s40435-018-0452-9).
- [49] M. Chen, M. Sun, B. Bao, H. Wu, Q. Xu, J. Wang, "Controlling extreme multistability of memristor emulator-based dynamical circuit in flux-charge domain", Nonlinear Dynamics, vol. 91, no. 2, pp. 1395-1412, Nov. 2018 (doi: 10.1007/s11071-017-3952-9).
- [50] X. Zhang, H. Zhu, H. Yao, "Analysis of a new three-dimensional chaotic system", Nonlinear Dynamics, vol. 67, no. 1, pp. 335-343, March 2012 (doi: 10.1007/s11071-011-9981-x).
- [51] P. Frederickson, J.L. Kaplan, E.D. Yorke, J.A. Yorke, "The Liapunov dimension of strange attractors", Journal of Differential Equations, vol. 49, no. 2, pp. 185-207, Aug. 1983 (doi: 10.1016/0022-0396(83)9001-1-6).
- [52] G. Qi, M.A. Wyk, B.J. Wyk, G. Chen, "On a new hyperchaotic system", Physics Letters A, vol. 372, no. 2, pp. 124-136, Jan. 2008 (doi: 10.1016/j.physleta.2007.10.082).
- [53] F.Y. Dalkiran, J.C. Sprott, "Simple chaotic hyperjerk system", International Journal of Bifurcation and Chaos, vol. 26, no. 11, p. 1650189, Dec. 2016 (doi: 10.1142/S0218127416501893).
- [54] C. Li, J.C. Sprott, W. Thio, H. Zhu, "A new piecewise linear hyperchaotic circuit", IEEE Trans. on Circuits and Systems II: Express Briefs, vol. 61, no. 12, pp. 977-981, Sept. 2014 (doi: 10.1109/TCSII.2014.2356912).
- [55] S. Vaidyanathan, "Analysis, adaptive control and synchronization of a novel 4-D hyperchaotic hyperjerk system via backstepping control method", Archives of Control Sciences, vol. 26, no. 3, pp. 311-338, Jan. 2016 (doi: 10.1515/acsc-2016-0018).
- [56] S. Zhang, Y. C. Zeng, Z. Jun Li, "A novel four-dimensional no-equilibrium hyper-chaotic system with grid multiwing hyper-chaotic hidden attractors", Journal of Computational and Nonlinear Dynamics, vol. 13, no. 9, Sept. 2018 (foi: 10.1115/1.4039980).
- [57] S. Vaidyanathan, "Analysis, control and synchronization of a novel 4-D highly hyperchaotic system with hidden attractors", Advances in Chaos Theory and Intelligent Control: Springer, pp. 529-552, April 2016 (doi: 10.1007/978-3-319-30340-6_22).
- [58] H. Lin, C. Wang, Y. Tan, "Hidden extreme multistability with hyperchaos and transient chaos in a Hopfield neural network affected by electromagnetic radiation", Nonlinear Dynamics, vol. 99, no. 3, pp. 2369-2386, Dec. 2020 (doi: 10.1007/s11071-019-05408-5).
- [59] E.E. Mahmoud, "Dynamics and synchronization of new hyperchaotic complex Lorenz system", Mathematical and Computer Modelling, vol. 55, no. 7-8, pp. 1951-1962, April 2012 (doi: 10.1016/j.mcm.2-011.11.053).
- [60] M. Steinberger, M. Horn, L. Fridman, "Variable-Structure Systems and Sliding-Mode Control", ed: Springer, 2020 (ISBN: 978-3-030-36621-6).
- [61] A. Abdurahman, H. Jiang, Z. Teng, "Finite-time synchronization for memristor-based neural networks with time-varying delays", Neural Networks, vol. 69, pp. 20-28, Sept. 2015 (doi: 10.1016/j.neunet.2015.04.015).
- [62] C. Li, F. Zhang, "A survey on the stability of fractional differential equations", The European Physical Journal Special Topics, vol. 193, no. 1, pp. 27-47, April 2011 (doi: 10.1140/epjst/e2011-01379-1).
- [63] X. Yu, M. Zhihong, "Fast terminal sliding-mode control design for nonlinear dynamical systems", IEEE Trans. on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications, vol. 49, no. 2, pp. 261-264, Aug. 2002 (doi: 10.1109/81.983876).
- [64] X. Liu, S. Qi, R. Malekain, Z. Li, "Observer-based composite adaptive dynamic terminal sliding-mode controller for nonlinear uncertain SISO systems", International Journal of Control, Automation and Systems, vol. 17, no. 1, pp. 94-106, January 2019 (doi: 10.1007/s12555-018-0117-7).
- [65] H. Bouslehi, H. Seddik, "A new rapid hyperchaotic system for more efficient 2D data encryption", Multimedia Tools and Applications, vol. 77, no. 6, pp. 7741-7762, May 2018 (doi: 10.1007/s11042-017-4675-0).

- 1. Positive Lyapunov exponent
- 2. Bifurcation diagram
- 3. Lyapunov spectrum
- 4. Output feedback control
- 5. Adaptive control
- 6. Passive control
- 7. Optimal control
- 8. PID control
- 9. Adaptive back-stepping control
- 10. Linear control
- 11. Neural network
- 12. Predictive control
- 13. Stochastic control
- 14. Back-stepping design
- 15. Sliding mode control
- 16. Terminal sliding mode control
- 17. Chattering
- 18. Hyperbolic function
- 19. Exponential function
- 20. Chaotic attractors
- 21. Frequency spectrum
- 22. Equilibrium points
- 23. Kaplan-Yorke dimension
- 24. Eigenvalues
- 25. Poincare map
- 26. Divergence
- 27. Periodic
- 28. Guasi-periodic
- 29. Sliding surface
- 30. Reference model
- 31. Tracking errors

زيرنويسها