خطوط میکرواستریپ کوپل شده دایروی متقارن

محمد خلج امیرحسینی

چکیده: در این مقاله یک نوع جدید از رابطها یا خطوط کوپل شده با نام "خطوط میکرواستریپ دایروی متقارن" معرفی می‌شود. ابتدا ماتریسهای خازنی و سلفی این خطوط توسط حل معادله لاپلاس به روش سری فوریه بدست می‌آیند. سپس با استفاده از مثالهائی خصوصیات این خطوط بررسی می‌شوند.

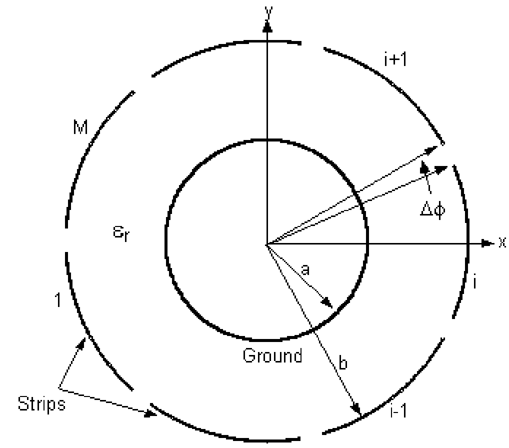
کلید واژه: خطوط کوپل شده، میکرواستریپ، دایروی متقارن و سری فوریه.

۱- مقدمه

یکی از مهمترین عناصر مدارهای مایکروویوی یا مدارهای دیجیتالی، رابطها[1] هستند. رابطها متشکل از چند مسیر ارتباطی موازی بوده و جهت ارتباط چند سیگنال از چند نقطه به چند نقطه دیگر مدار به کار می‌روند. در واقع رابطها خطوط انتقال کوپل شده چندسیمه می‌باشند. رابطها معمولاً بصورت صفحه‌ای[2] می‌باشند ولی در این مقاله یک رابط استوانه‌ای[3] با نام "خطوط کوپل شده میکرواستریپ دایروی متقارن" معرفی می‌شود. به نظر می‌رسد این نوع رابطها با توجه به نوع ساختارشان در آینده کاربردهائی را در مدارهای مایکروویوی، دیجیتالی و VLSI به خود اختصاص دهد. در این نوع رابطها از یک استوانه به عنوان خط مشترک زمین استفاده شده است تعداد M نوار[4] باریک با پهنای برابر روی یک استوانه فرضی هم مرکز و خارج از استوانه زمین، با فاصله‌های برابر $\Delta\phi$ قرار گرفته‌اند که محیط بر یک استوانه دیگر می‌باشد. بین دو استوانه مذکور ماده‌ای با ضریب دی‌الکتریک ε_r قرار دارد. شکل ۱، سطح مقطع ساختار را به همراه شماره‌گذاری مناسب نوارهای آن نشان می‌دهد.

جهت تحلیل خطوط انتقال کوپل شده، نیاز به دانستن ماتریسهای خازنی $\mathbf{C}$ و سلفی $\mathbf{L}$ آنها می‌باشد [۱] تا [۵]. در این مقاله ماتریسهای خازنی و سلفی خطوط انتقال کوپل شده دایروی متقارن را به دست می‌آوریم. روش مورد استفاده ساده و تا حدی ابتکاری می‌باشد. این روش مبتنی بر حل معادله لاپلاس به روش سری فوریه و یافتن ضرایب مجهول آن با استفاده از ترکیب مکمل شرایط مرزی مربوط به ولتاژ و بار سطحی است.

ابتدا توزیع ولتاژ داخل ساختار را با فرض تحریک تنها یک نوار به دست می‌آوریم. سپس ضرایب خازنی را هم به طور دقیق و هم به طور تقریبی برای حالتی خاص پیدا می‌کنیم. در انتها نیز با ارائه چند مثال با مقادیر ماتریسهای خازنی و سلفی این گونه رابطها و بعضی خصوصیات آنها آشنا می‌شویم. لازم به ذکر است که برای یافتن توزیع ولتاژ، فرض Quasi-TEM را به کار می‌بریم که این فرض تا فرکانسهایی که ابعاد



شکل ۱: سطح مقطع ساختار خطوط میکرواستریپ دایروی متقارن.

سطح مقطع ساختار مورد نظر کسر کوچکی از طول موج باشد، مناسب می‌باشد.

۲- یافتن توزیع ولتاژ

جهت یافتن توزیع ولتاژ، معادله لاپلاس را در فضای استوانه‌ای داخل ساختار و با فرض زوج بودن توزیع ولتاژ نسبت به زاویه φ حل می‌کنیم. با توجه به شرائط مرزی $V(a,\varphi)=0$ و پیوستگی ولتاژ روی مرز $r=b$، توزیع پتانسیل در ناحیه $a\le r\le b$ به صورت

$$V_1(r,\varphi)=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{r^{2n}-a^{2n}}{b^{2n}-a^{2n}}\frac{b^n}{r^n}A_n\cos(n\varphi)+A_0\ln(r/a)/\ln(b/a) \qquad (۱)$$

و در ناحیه $r\ge b$ به صورت

$$V_2(r,\varphi)=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{b^n}{r^n}A_n\cos(n\varphi)+A_0 \qquad (۲)$$

می‌باشد. در نتیجه ولتاژ روی مرز $r=b$ بدینصورت خواهد بود.

$$V(b,\varphi)=\sum_{n=1}^{\infty}A_n\cos(n\varphi)+A_0 \qquad (۳)$$

ضرایب مجهول A_0 و A_n با توجه به ترکیب مکمل دو شرط مرزی ولتاژ و بار الکتریکی سطحی مشخص خواهند شد.

۲-۱ شرط مرزی ولتاژ

حال فرض می‌کنیم که ولتاژ iامین نوار V_0 و ولتاژ بقیه نوارها صفر باشد که با این فرض توزیع ولتاژ نسبت به ϕ زوج خواهد بود. با توجه به سری فوریه (۳) و نیز با عنایت به مجهول بودن ولتاژ مرزی بین نوارها یک رابطه برای ضرایب مجهول A_0 و A_n (و نه مقدار ضرایب) بدست می‌آید.

این مقاله در تاریخ ۳ مهر ماه ۱۳۸۱ دریافت و در تاریخ ۱۱ شهریور ماه ۱۳۸۳ بازنگری شد.

محمد خلج امیرحسینی، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه علم و صنعت ایران، نارمک تهران کدپستی ۱۶۸۴۴ (email: khalaja@iust.ac.ir).

1. Interconnects
2. Planar
3. Cylindrical
4. Strip

$$\begin{aligned} A_n &= \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{+\pi} V(b,\varphi)\cos(n\varphi)d\varphi \\ &= \frac{1}{\pi}V_0 \int_{-\frac{\pi}{M}+\frac{\Delta\varphi}{2}}^{\frac{\pi}{M}-\frac{\Delta\varphi}{2}} \cos(n\varphi)d\varphi \\ &+ \frac{1}{\pi}\sum_{k=0}^{M-1}\left(\int_{(2k+1)\frac{\pi}{M}-\frac{\Delta\varphi}{2}}^{(2k+1)\frac{\pi}{M}+\frac{\Delta\varphi}{2}} V(b,\varphi)\cos(n\varphi)d\varphi\right) \end{aligned} \tag{۴}$$

و

$$\begin{aligned} A_0 &= \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{+\pi} V(b,\varphi)d\varphi \\ &= \frac{V_0}{2\pi}\int_{-\frac{\pi}{M}+\frac{\Delta\varphi}{2}}^{+\frac{\pi}{M}-\frac{\Delta\varphi}{2}} d\varphi + \frac{1}{2\pi}\sum_{k=0}^{M-1}\left(\int_{(2k+1)\frac{\pi}{M}-\frac{\Delta\varphi}{2}}^{(2k+1)\frac{\pi}{M}+\frac{\Delta\varphi}{2}} V(b,\varphi)d\varphi\right) \end{aligned} \tag{۵}$$

با جایگذاری (۳) در (۴) و (۵)، چنین داریم

$$\begin{aligned} A_n &= \frac{2}{n\pi}\sin\left(n\left(\frac{\pi}{M}-\frac{\Delta\varphi}{2}\right)\right)V_0 \\ &+ \frac{1}{\pi}\sum_{m=1}^{\infty}\left[A_m\sum_{k=0}^{M-1}\left(\int_{(2k+1)\frac{\pi}{M}-\frac{\Delta\varphi}{2}}^{(2k+1)\frac{\pi}{M}+\frac{\Delta\varphi}{2}} \cos(m\varphi)\cos(n\varphi)d\varphi\right)\right] \\ &+ \frac{1}{\pi}A_0\sum_{k=0}^{M-1}\left(\int_{(2k+1)\frac{\pi}{M}-\frac{\Delta\varphi}{2}}^{(2k+1)\frac{\pi}{M}+\frac{\Delta\varphi}{2}} \cos(n\varphi)d\varphi\right) \end{aligned} \tag{۶}$$

و

$$\begin{aligned} A_0 &= \left(\frac{1}{M}-\frac{\Delta\varphi}{2\pi}\right)V_0 \\ &+ \frac{1}{2\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\left[A_n\sum_{k=0}^{M-1}\left(\int_{(2k+1)\frac{\pi}{M}-\frac{\Delta\varphi}{2}}^{(2k+1)\frac{\pi}{M}+\frac{\Delta\varphi}{2}} \cos(n\varphi)d\varphi\right)\right] \\ &+ \frac{1}{2\pi}A_0\sum_{k=0}^{M-1}\left(\int_{(2k+1)\frac{\pi}{M}-\frac{\Delta\varphi}{2}}^{(2k+1)\frac{\pi}{M}+\frac{\Delta\varphi}{2}} d\varphi\right) \end{aligned} \tag{۷}$$

در پیوست مقاله رابطه زیر اثبات شده است

$$\begin{aligned} &\sum_{k=0}^{M-1}\left(\int_{(2k+1)\frac{\pi}{M}-\frac{\Delta\varphi}{2}}^{(2k+1)\frac{\pi}{M}+\frac{\Delta\varphi}{2}} \cos(l\varphi)d\varphi\right) \\ &= M\Delta\varphi\,\mathrm{sinc}\left(l\frac{\Delta\varphi}{2\pi}\right)(-1)^{l/M}\delta(l-KM) \end{aligned} \tag{۸}$$

که در آن K یک عدد صحیح می‌باشد بطوری که قدرمطلق آرگومان تابع ضربه حداقل شود. با استفاده از (۸) در (۶) و (۷) و نیز تعریف پارامتر $r_h = M\Delta\varphi/2\pi$ برابر با نسبت کل محیط خالی از نوارها به کل محیط استوانه $r=b$، روابط بازگشتی زیر بدست می‌آیند

$$\begin{aligned} A_n &= \frac{2}{M}(1-r_h)\,\mathrm{sinc}\left(\frac{n}{M}(1-r_h)\right)V_0 \\ &+ 2r_h A_0\,\mathrm{sinc}\left(\frac{n}{M}r_h\right)(-1)^{n/M}\delta(n-K_1M) \\ &+ r_h\sum_{m=1}^{\infty}\left[A_m\,\mathrm{sinc}\left(\frac{m-n}{M}r_h\right)(-1)^{(m-n)/M}\delta(m-n-K_2M)\right. \\ &\left.+ A_m\,\mathrm{sinc}\left(\frac{m+n}{M}r_h\right)(-1)^{(m+n)/M}\delta(m+n-K_3M)\right] \end{aligned} \tag{۹}$$

و

$$A_0 = \frac{V_0}{M} + \frac{r_h}{(1-r_h)}\sum_{n=1}^{\infty}\left[A_n\,\mathrm{sinc}\left(\frac{n}{M}r_h\right)(-1)^{n/M}\delta(n-K_4M)\right] \tag{۱۰}$$

که در آنها K_1, K_2, K_3 و K_4 اعداد صحیحی هستند بطوری که قدرمطلق آرگومان توابع ضربه مربوطه حداقل شود.

۲-۲ شرط مرزی بار الکتریکی

توزیع بار الکتریکی سطحی روی مرز $r=b$ برابر است با

$$\begin{aligned} \rho_s(b,\varphi) &= \hat{a}_r.(\vec{D}_2-\vec{D}_1) \\ &= \varepsilon_0\left(\varepsilon_r\frac{\partial V_1}{\partial r}\Big|_{r=b} - \frac{\partial V_2}{\partial r}\Big|_{r=b}\right) \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} G_n A_n\cos(n\varphi) + G_0A_0 \end{aligned} \tag{۱۱}$$

که در آن با استفاده از روابط (۱)، (۲) و (۱۱) چنین داریم

$$\begin{aligned} G_n &= \frac{\varepsilon_0}{b}n\left(\varepsilon_r\frac{b^{2n}+a^{2n}}{b^{2n}-a^{2n}}+1\right) \\ G_0 &= \frac{\varepsilon_0}{b}\varepsilon_r\frac{1}{\ln(b/a)} \end{aligned} \tag{۱۲}$$

شرط مرزی مربوط به بار سطحی روی مرز $r=b$ آن است که با توجه به پیوسته بودن مؤلفه عمودی بردار چگالی فلوی الکتریکی، $D_n = \varepsilon E_n$، بار سطحی بین نوارها صفر می‌باشد. می‌بینیم که برخلاف توزیع ولتاژ مرزی، توزیع بار سطحی روی نوارها مجهول و بین نوارها معلوم (صفر) است. با توجه به این شرط مرزی و نیز سری فوریه (۱۱)، یک رابطه دیگر علاوه بر (۴) و (۵) برای ضرایب مجهول A_0 و A_n (و نه مقدار ضرایب) بدست می‌آید.

$$\begin{aligned} A_n &= \frac{1}{\pi G_n}\int_{-\pi}^{\pi}\rho_s(r,\varphi)\cos(n\varphi)d\varphi \\ &= \frac{1}{\pi G_n}\sum_{k=0}^{M-1}\int_{(2k-1)\frac{\pi}{M}+\frac{\Delta\varphi}{2}}^{(2k+1)\frac{\pi}{M}-\frac{\Delta\varphi}{2}}\rho_s(r,\varphi)\cos(n\varphi)d\varphi \end{aligned} \tag{۱۳}$$

و

$$\begin{aligned} A_0 &= \frac{1}{2\pi G_0}\int_{-\pi}^{\pi}\rho_s(r,\varphi)d\varphi = \\ &\frac{1}{2\pi G_0}\sum_{k=0}^{M-1}\int_{(2k-1)\frac{\pi}{M}+\frac{\Delta\varphi}{2}}^{(2k+1)\frac{\pi}{M}-\frac{\Delta\varphi}{2}}\rho_s(r,\varphi)d\varphi \end{aligned} \tag{۱۴}$$

با جایگذاری (۱۱) در (۱۳) و (۱۴)، چنین داریم

$$A_n = \frac{1}{\pi G_n}\sum_{m=1}^{\infty}\{A_m G_m \sum_{k=0}^{M-1}[\int_{(2k-1)\frac{\pi}{M}+\frac{\Delta\varphi}{2}}^{(2k+1)\frac{\pi}{M}-\frac{\Delta\varphi}{2}} \cos(m\varphi)\cos(n\varphi)\,d\varphi]\} + \frac{A_0 G_0}{\pi G_n}\sum_{k=0}^{M-1}[\int_{(2k-1)\frac{\pi}{M}+\frac{\Delta\varphi}{2}}^{(2k+1)\frac{\pi}{M}-\frac{\Delta\varphi}{2}} \cos(n\varphi)\,d\varphi] \qquad (15)$$

و

$$A_0 = \frac{1}{2\pi G_0}\sum_{m=1}^{\infty}\{A_m G_m \sum_{k=0}^{M-1}[\int_{(2k-1)\frac{\pi}{M}+\frac{\Delta\varphi}{2}}^{(2k+1)\frac{\pi}{M}-\frac{\Delta\varphi}{2}} \cos(m\varphi)\,d\varphi]\} + \frac{A_0}{2\pi}\sum_{k=0}^{M-1}[\int_{(2k-1)\frac{\pi}{M}+\frac{\Delta\varphi}{2}}^{(2k+1)\frac{\pi}{M}-\frac{\Delta\varphi}{2}} d\varphi\ ] \qquad (16)$$

در پیوست مقاله رابطه زیر هم اثبات شده است.

$$\sum_{k=0}^{M-1}(\int_{(2k-1)\frac{\pi}{M}+\frac{\Delta\varphi}{2}}^{(2k+1)\frac{\pi}{M}-\frac{\Delta\varphi}{2}} \cos(l\varphi)\,d\varphi) = \begin{cases} -M\Delta\varphi \operatorname{sinc}(l\frac{\Delta\varphi}{2\pi})(-1)^{l/M}\,\delta(l-KM); & l \neq 0 \\ 2\pi - M\Delta\varphi; & l = 0 \end{cases} \qquad (17)$$

که در آن K یک عدد صحیح است بطوری که قدرمطلق آرگومان تابع ضربه حداقل شود. با استفاده از رابطه (۱۷) در (۱۵) و (۱۶)، روابط بازگشتی زیر به دست می‌آیند.

$$\begin{aligned} & 2r_h A_0 \frac{G_0}{G_n}\operatorname{sinc}(\frac{n}{M}r_h)(-1)^{n/M}\,\delta(n-K_1M) \\ & + \frac{r_h}{G_n}\sum_{m=1}^{\infty}[A_m G_m(\operatorname{sinc}(\frac{m+n}{M}r_h)(-1)^{(m+n)/M}\,\delta(m+n-K_2M) \\ & + \operatorname{sinc}(\frac{m-n}{M}r_h)(-1)^{(m-n)/M}\,\delta(m-n-K_3M)] = 0 \end{aligned} \qquad (18)$$

و

$$A_0 + \frac{1}{G_0}\sum_{m=1}^{\infty}[A_m G_m \operatorname{sinc}(\frac{m}{M}r_h)(-1)^{m/M}\,\delta(m-K_4M)] = 0 \qquad (19)$$

که در آنها K_1, K_2, K_3 و K_4 اعداد صحیحی هستند به طوری که قدرمطلق آرگومان توابع ضربه مربوطه حداقل شود.

با حل همزمان دو زوج معادلات (۹)–(۱۰) و (۱۸)–(۱۹)، ضرایب مجهول A_0 و A_n بدست می‌آیند. البته باید تعداد این ضرایب را محدود نمود. مسلماً هرچه تعداد ضرایب یا هارمونیها، N، را افزایش دهیم، خطای جواب کاهش خواهد یافت. با توجه به آرگومان تابع سینک در رابطه (۹)، N باید چند برابر $M/(1-r_h)$ باشد. در واقع هرچه تعداد نوارها یا زاویه بین آنها افزایش یابند، عرض پالس ولتاژ مرزی کاهش یافته و بنابراین به تعداد بیشتری هارمونی نیاز خواهد بود. با فرض $n \le N$، زوج معادلات (۹)–(۱۰) به یک دستگاه معادله خطی به صورت

$$\mathbf{A}_{(N+1)\times 1} = \mathbf{B}_{(N+1)\times(N+1)}\mathbf{A}_{(N+1)\times 1} + \mathbf{A_0}_{(N+1)\times 1} \qquad (20)$$

و زوج معادلات (۱۸)–(۱۹) به یک دستگاه معادله خطی دیگر به صورت

$$\mathbf{R}_{(N+1)\times(N+1)}\mathbf{A}_{(N+1)\times 1} = 0 \qquad (21)$$

تبدیل می‌شوند. در (۲۰) و (۲۱)، $\mathbf{A} = [A_0, A_1, A_2, \dots A_N]^T$ تعریف شده است. هر کدام از این دو دستگاه معادله بیش از یک جواب دارند زیرا هر کدام مربوط به شرط مرزی قسمتی از مرز $r = b$ می‌باشند. اما ترکیب این دو معادله بصورت زیر

$$\begin{bmatrix}\mathbf{I}-\mathbf{B} \\ \mathbf{R}\end{bmatrix}\mathbf{A} = \begin{bmatrix}\mathbf{A_0} \\ 0\end{bmatrix} \qquad (22)$$

تنها یک جواب خواهد داشت. معادله ماتریسی (۲۳) با استفاده از روش pseudo-inverse قابل حل است. در واقع حل (۲۲)، جوابی برای معادله سری دوگانه[5] (۳) و (۱۱) می‌باشد. مقدار این دو سری در همه نقاط مشخص نبود ولی نقاط معلوم آنها مکمل یکدیگر بودند.

۳- یافتن ماتریسهای C و L

حال با استفاده از ضرایب بدست آمده مربوط به توزیع ولتاژ و بار سطحی می‌توان ضرایب خازنی را بدست آورد. با استفاده از (۱۱) در حالت اعمال ولتاژ V_0 به iامین نوار، ضریب خازنی $C(j,i)$ بدینصورت خواهد بود.

$$\mathrm{C}(j,i) = \frac{1}{V_0}\int_{(j-i-0/5)\frac{2\pi}{M}+\frac{\Delta\varphi}{2}}^{(j-i+0/5)\frac{2\pi}{M}-\frac{\Delta\varphi}{2}} \rho_s(b,\varphi)\,b\,d\varphi = \frac{2\pi b}{V_0 M}(1-r_h) \{G_0A_0 + \sum_{n=1}^{\infty}[G_nA_n\cos(2\pi(j-i)\frac{n}{M})\operatorname{sinc}(\frac{n}{M}(1-r_h))]\} \qquad (23)$$

که در آن $j = 1, 2, \dots, M$ و $i = 1, 2, \dots, M$ می‌باشند. از این رابطه و نیز نوع ساختار دایروی متقارن دیده می‌شود که ماتریس $\mathbf{C}$ دارای سه خاصیت تقارن[6]، توپلیتز[7] و چرخشی[8] می‌باشد.

همچنین می‌دانیم که بین ماتریس اندوکتانس و ماتریس خازنی رابطهای غیرهمگن رابطه زیر وجود دارد [۱].

$$\mathbf{L} = \frac{1}{c^2}\mathbf{C}_0^{-1} \qquad (24)$$

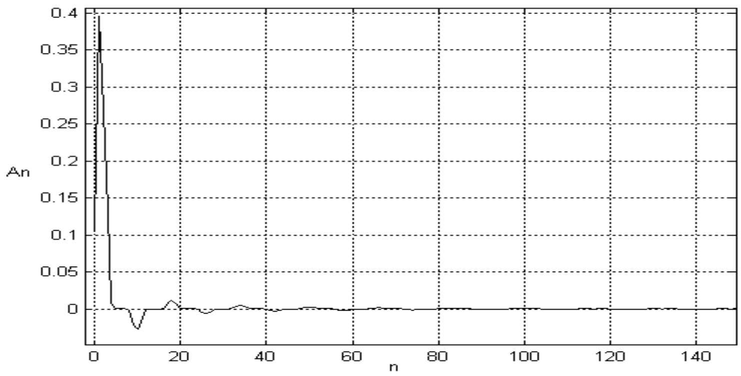
که در آن c سرعت نور بوده و $\mathbf{C}_0$ نیز ماتریس خازنی ساختار با عایق هوا می‌باشد.. در واقع برای محاسبه ماتریس سلفی، باید دو بار ماتریس خازنی محاسبه شود. یک بار برای ساختار اصلی و بار دیگر برای همان ساختار ولی با فرض $\varepsilon_r = 1$.

در صورتی که پهنای نوارها زیاد و فاصله خالی بین آنها کم باشد، می‌توان منحنی توزیع ولتاژ مرزی در فاصله خالی بین هر دو نوار مجاور را بصورت خطی بین ولتاژهای آن دو نوار تقریب زد. در این صورت مقدار تقریبی ضرایب مجهول A_0 و A_n مستقیماً از (۳) تا (۵) بدست می‌آیند.

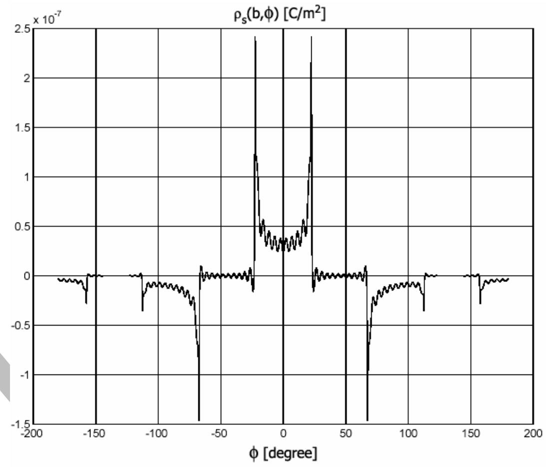
$$A_0 \approx \frac{V_0}{M\ln(b/a)} \qquad (25)$$

$$A_n \approx \frac{2V_0}{M}\Big[(1-r_h)\operatorname{sinc}(\frac{n}{M}(1-r_h)) + r_h\cos(\frac{n}{M}\pi)\operatorname{sinc}(\frac{n}{M}r_h) - \cos(\frac{n\pi}{M}r_h)\operatorname{sinc}(\frac{n}{M}) + \operatorname{sinc}(\frac{n}{M}r_h)\operatorname{sinc}(\frac{n}{M})\Big] \qquad (26)$$

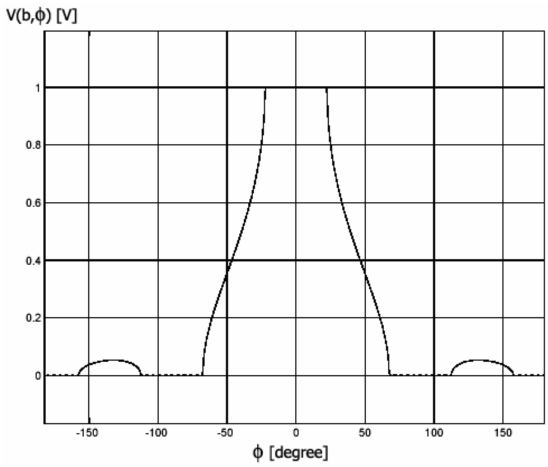
5. Dual Series Equation
6. Symmetric
7. Toeplitz
8. Cyclic



(الف)



(ب)



(ج)

شکل ۲: (الف) ضرایب ولتاژ A_n ، (ب) توزیع ولتاژ مرزی، (ج) بار سطحی مرزی، به ازاء $N=۸۰۰$ هارمونی در مثال ۱.

با جایگذاری (۲۵)، (۲۶) و (۱۲) در (۲۳)، ضرایب خازنی نیز به طور تقریبی بدست می‌آیند.

$$\mathbf{C}(j,i)\approx ۲\varepsilon_{۰}(۱-r_h)\frac{\pi}{M^{۲}}$$
$$\left\{\frac{\varepsilon_r}{\ln(b/a)}+۲\sum_{m=۱}^{\infty}\left(n\cos(۲\pi(j-i)\frac{n}{M})\text{sinc}(\frac{n}{M}(۱-r_h))(\frac{b^{۲n}+a^{۲n}}{b^{۲n}-a^{۲n}}\varepsilon_r+۱)\right.\right. \quad (۲۷)$$
$$\left[(۱-r_h)\text{sinc}(\frac{n}{M}(۱-r_h))+r_h\cos(\frac{n}{M}\pi)\text{sinc}(\frac{n}{M}r_h)\right.$$
$$\left.\left.\left.-\cos(\frac{n\pi}{M}r_h)\text{sinc}(\frac{n}{M})+\text{sinc}(\frac{n}{M}r_h)\text{sinc}(\frac{n}{M})\right]\right)\right\}$$

گرچه روابط (۲۵) تا (۲۷) تقریبی هستند ولی به سرعت محاسبه می‌شوند. همچنین با فرض ناچیز بودن اثرات بین خطوط، امپدانس مشخصه هر خط (iامین خط) را می‌توان به صورت زیر بدست آورد.

$$Z_{۰}(i)=\frac{۱}{c\sqrt{\mathbf{C}(i,i)\mathbf{C}_{۰}(i,i)}} \quad (۲۸)$$

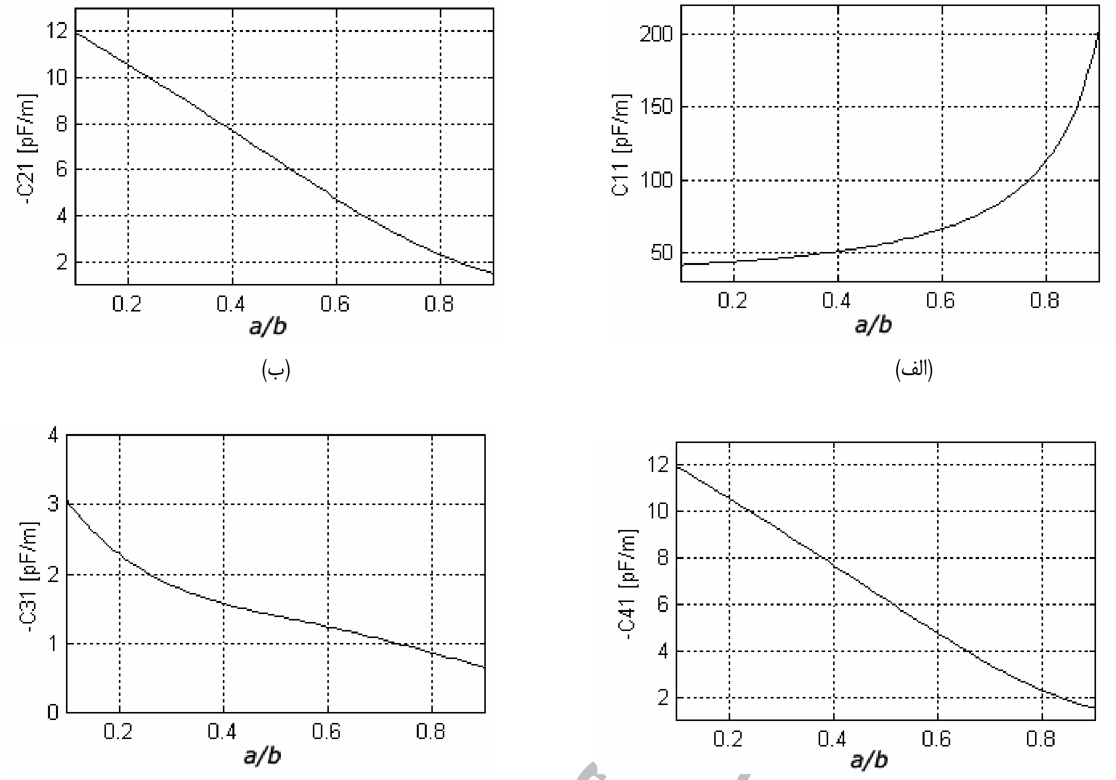
۴- ارائه چند مثال

در این بخش به ارائه یک مثال جامع و بررسی نتایج آن می‌پردازیم. یک رابط دایروی متقارن دارای $M=۴$ نوار را با پارامترهای $a=۰/۱$ mm، $b=۱$ mm، $\varepsilon_r=۲/۵۴$، $r_h=M\Delta\phi/(۲\pi)=۰/۵$ (زوایای نوارها و بین آنها برابر با ۴۵ درجه) و $V_{۰}=۱V$ در نظر می‌گیریم. شکل ۲ ضرایب ولتاژ A_n، توزیع ولتاژ مرزی و بار سطحی مرزی را بازاء $N=۸۰۰$ نشان می‌دهد. در این شکل برقراری شرائط مرزی به خوبی دیده می‌شود. ریپلهای موجود در بار سطحی با افزایش N کاهش می‌یابند. البته وجود آنها اثر کمی بر محاسبه ضرایب خازنی دارد زیرا طبق (۲۳) از آنها متوسط‌گیری می‌شود. ماتریسهای خازنی و سلفی رابط نیز به صورت زیر محاسبه شده‌اند.

$$\mathbf{C}=\begin{bmatrix} ۴۱/۵۷ & -۱۱/۹۹ & -۳/۰۷ & -۱۱/.۹۹ \\ -۱۱/۹۹ & ۴۱/۵۷ & -۱۱/۹۹ & -۳/۰۷ \\ -۳/۰۷ & -۱۱/۹۹ & ۴۱/۵۷ & -۱۱/۹۹ \\ -۱۱/۹۹ & -۳/۰۷ & -۱۱/۹۹ & ۴۱/۵۷ \end{bmatrix}\ [\text{pF/m}]$$

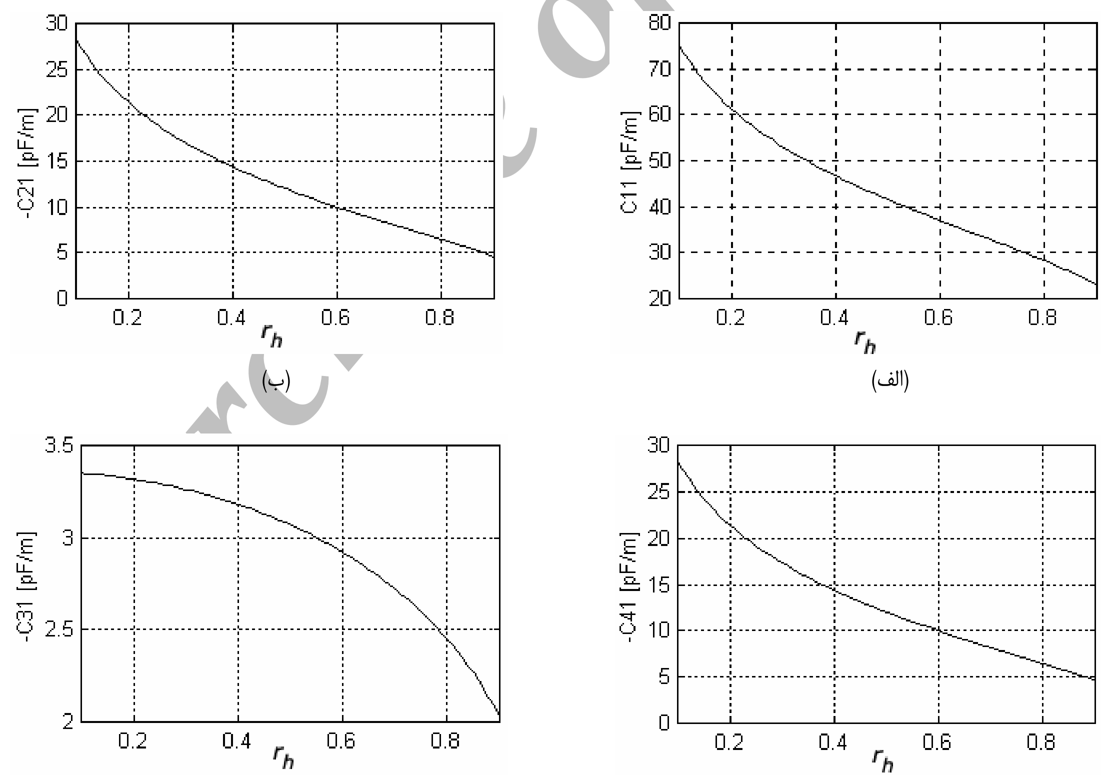
$$\mathbf{L}=\begin{bmatrix} ۷۷۷/۷ & ۳۹۹/۳ & ۳۳۵/۸ & ۳۹۹/۳ \\ ۳۹۹/۳ & ۷۷۷/۷ & ۳۹۹/۳ & ۳۳۵/۸ \\ ۳۳۵/۸ & ۳۹۹/۳ & ۷۷۷/۷ & ۳۹۹/۳ \\ ۳۹۹/۳ & ۳۳۵/۸ & ۳۹۹/۳ & ۷۷۷/۷ \end{bmatrix}\ [\text{nH/m}]$$

حال به بررسی اثر شعاع زمین داخلی و فاصله خالی بین نوارها می‌پردازیم. شکل ۳ ضرایب خازنی رابط در نظر گرفته شده را برحسب a/b (b ثابت) نشان می‌دهد. دیده می‌شود که هر چه a/b بزرگتر می‌شود، ضرایب القاء خازنی کاهش می‌یابند. علت این امر تمرکز بیشتر خطوط میدان بین نوار تحریک شده و زمین و کاهش میدان الکتریکی روی نوارهای دیگر است. شکل ۴ هم ضرایب خازنی رابط در نظر گرفته شده را برحسب پارامتر r_h نشان می‌دهد. می‌بینیم که با افزایش زاویه بین نوارها (کاهش پهنای نوارها) تمامی ضرایب خازنی کاهش می‌یابند



(الف) (ب) (ج) (د)

شکل ۳: ضرایب خازنی ساختار معرفی شده در مثال ۱ برحسب a/b (b ثابت).



(الف) (ب) (ج) (د)

شکل ۴: ضرایب خازنی خطوط ساختار معرفی شده در مثال ۱ برحسب r_h .

که البته این امری بدیهی است. ضمناً با استفاده از تغییر پهنای نوارها می‌توان امپدانس مشخصه خطوط و همچنین همشنوائی[1] بین خطوط را تنظیم نمود.

1. Crosstalks

۵- نتیجه‌گیری

رابط "خطوط میکرواستریپ دایروی متقارن" معرفی شده و معادله لاپلاس در سطح مقطع آنها به روش سری فوریه حل شد. سپس

ماتریسهای خازنی و سلفی مربوطه با دو روش دقیق و تقریبی بدست آمدند. توسط یک مثال جامع دیده شد که با افزایش شعاع استوانه زمین و یا کاهش پهنای نوارها می‌توان همشنوائی بین خطوط را کاهش داد.

۶- قدردانی

بدینوسیله از جناب آقای دکتر احمد چلداوی که ایده اولیه ساختار مورد مطالعه این مقاله را مطرح نمودند، کمال تشکر و قدردانی را دارد.

پیوست

در اینجا به اثبات دو رابطه مهم (۸) و (۱۷) می‌پردازیم. ابتدا از دو رابطه مشخص زیر آغاز می‌کنیم.

$$\begin{aligned}\sum_{k=0}^{M-1}\int_{(2k+1)\frac{\pi}{M}-\frac{\Delta\varphi}{2}}^{(2k+1)\frac{\pi}{M}+\frac{\Delta\varphi}{2}}\exp(jl\varphi)d\varphi &= \frac{2}{l}\sin(l\frac{\Delta\varphi}{2})\sum_{k=0}^{M-1}\exp\{jl(2k+1)\frac{\pi}{M}\}\\ &= \Delta\varphi\sin c(l\frac{\Delta\varphi}{2\pi})\sum_{k=0}^{M-1}\exp\{jl(2k+1)\frac{\pi}{M}\}\end{aligned} \qquad \text{(پ ۱)}$$

$$\begin{aligned}\sum_{k=0}^{M-1}\exp\{jl(2k+1)\frac{\pi}{M}\} &= \begin{cases}+M\ ; & l \text{ is zero or an even multiple of M}\\ -M\ ; & l \text{ is an odd multiple of M}\\ 0\ ; & l \text{ isn't a multiple of M}\end{cases}\\ &= M(-1)^{l/M}\,\delta(l-KM)\end{aligned} \qquad \text{(پ ۲)}$$

در (پ ۲)، K یک عدد صحیح می‌باشد بطوریکه قدرمطلق آرگومان تابع ضربه حداقل شود. با جایگذاری (پ ۲) در (پ ۱)، (۸) بصورت زیر بدست می‌آید.

$$\begin{aligned}\sum_{k=0}^{M-1}\int_{(2k+1)\frac{\pi}{M}-\frac{\Delta\varphi}{2}}^{(2k+1)\frac{\pi}{M}+\frac{\Delta\varphi}{2}}\cos(l\varphi)d\varphi &= \mathrm{Re}[\sum_{k=0}^{M-1}\int_{(2k+1)\frac{\pi}{M}-\frac{\Delta\varphi}{2}}^{(2k+1)\frac{\pi}{M}+\frac{\Delta\varphi}{2}}\exp(jl\varphi)d\varphi]\\ &= M\Delta\varphi\sin c(l\frac{\Delta\varphi}{2\pi})(-1)^{l/M}\,\delta(l-KM)\end{aligned} \qquad \text{(پ ۳)}$$

حال با توجه به (پ ۳) و دو رابطه زیر

$$\int_{-\pi}^{+\pi}\cos(l\varphi)d\varphi = \frac{2}{l}\sin(l\pi) = \begin{cases}0 & ;\ l\neq 0\\ 2\pi & ;\ l=0\end{cases} \qquad \text{(پ ۴)}$$

$$\begin{aligned}&\sum_{k=0}^{M-1}\int_{(2k-1)\frac{\pi}{M}+\frac{\Delta\varphi}{2}}^{(2k+1)\frac{\pi}{M}-\frac{\Delta\varphi}{2}}\cos(l\varphi)d\varphi\\ &= \int_{-\pi}^{+\pi}\cos(l\varphi)d\varphi - \sum_{k=0}^{M-1}\int_{(2k+1)\frac{\pi}{M}-\frac{\Delta\varphi}{2}}^{(2k+1)\frac{\pi}{M}+\frac{\Delta\varphi}{2}}\cos(l\varphi)d\varphi\end{aligned} \qquad \text{(پ ۵)}$$

رابطه (۱۷) هم اثبات می‌شود.

$$\begin{aligned}&\sum_{k=0}^{M-1}\int_{(2k-1)\frac{\pi}{M}+\frac{\Delta\varphi}{2}}^{(2k+1)\frac{\pi}{M}-\frac{\Delta\varphi}{2}}\cos(l\varphi)d\varphi\\ &= \begin{cases}-M\Delta\varphi\sin c(l\frac{\Delta\varphi}{2\pi})(-1)^{l/M}\,\delta(l-KM); & l\neq 0\\ 2\pi - M\Delta\varphi; & l=0\end{cases}\end{aligned} \qquad \text{(پ ۶)}$$

مراجع

[1] C. R. Paul, *Analysis of Multiconductor Transmission Lines*, John Wiley and Sons Inc., 1994.

[2] G. -T. Lei, G. -W. Pan, and B. K. Gilbert, "Examination, clarification and simplification of modal decoupling method for muticonductor tansmission lines," *IEEE Trans. Microwave Theory and Tech.*, vol. 43, no. 9, pp. 2090-2099, Sep. 1995.

[3] K. D. Marx, "Propagation modes, equivalent circuits and characteristic terminations for multiconductor transmission lines with inhomogeneous dielectrics," *IEEE Trans. Microwave Theory and Tech.*, vol. 21, no. 7, pp. 450-457, Jul. 1973.

[4] M. A. Mehalic and R. Mittra, "Investigation of tapered multiple microstrip lines for VLSI circuits," *IEEE Trans. Microwave Theory and Tech.*, vol. 38, no. 11, pp. 1559-1566, Nov. 1990.

[5] O. A. Palusinski and A. Lee, "Analysis of transients in nonuniform and uniform muticonductor transmission lines," *IEEE Trans. Microwave Theory and Tech.*, vol. 37, no. 1, pp. 127-138, Jan. 1989.

محمد خلج امیرحسینی تحصیلات خود را در مقاطع کارشناسی, کارشناسی ارشد و دکترای مهندسی برق–مخابرات به ترتیب در سالهای ۱۳۷۰, ۱۳۷۳ و ۱۳۷۷ از دانشگاه علم و صنعت ایران به پایان رسانده است و هم اکنون عضو هیئت علمی دانشکده مهندسی برق همین دانشگاه می‌باشد. زمینه‌های تحقیقاتی مورد علاقه ایشان عبارتند از: الکترومغناطیس، آنتن، مایکروویو و مدارهای فرکانس بالا.