

پردازش آرایه‌ای بر مبنای مدل GARCH

هادی امیری، حمیدرضا امین داور و محمود کمره‌ای

پردازش سیگنال‌های آرایه‌ای تعیین مدل آماری نویز جمع‌شونده محیطی^۳ می‌باشد [۱] که عموماً بصورت توزیع احتمال گوسی در نظر گرفته شده است [۶]. البته استفاده از این مدل از نظر محاسباتی و پیاده‌سازی، ساده و جذاب به نظر می‌رسد، اما بررسی‌ها و اندازه‌گیری‌های انجام گرفته برای نویز محیطی در کاربردهای مختلف مانند رادار [۷] و [۸]، سونار و اکوستیک زیرآب [۹] و [۱۰] و کانال‌های مخابراتی [۱۱]، نشان از غیرگوسی بودن آن دارد [۱۲] و در شرایط واقعی کارایی روشهایی که مبتنی بر مدل گوسی نویز هستند کاهش می‌یابد [۱۳] تا [۱۵]. با توجه به مراجع فوق می‌توان یکی از مهمترین ویژگی‌های فرآیند نویز محیطی را دنباله دار بودن^۴ توزیع احتمالی آن که ناشی از ضربه‌ای^۵ بودن است، نام برد. از دیگر خصوصیات نویز محیطی تغییر ویژگی‌های آماری آن (مانند واریانس) با زمان می‌باشد که بدلیل وجود عوامل و تداخل‌های طبیعی و مصنوعی در محیط و ناپایداری آنها رخ می‌دهد. تأثیر مستقیم مدل انتخابی نویز بر روی کارایی سیستم علت اصلی تحقیق در این زمینه است. با توجه به اینکه در روشهای پردازش آرایه‌ای از اطلاعات مکانی^۶ امواج دریافتی استفاده می‌شود، لازم است ویژگی‌های نویز از نظر مکانی نیز در نظر گرفته شود. از جمله این موارد ماتریس مکانی نویز است که نیازمند تعریف فرضیاتی می‌باشد. در روشهای مرسوم عموماً از فرض یکنواخت بودن نویز در آرایه استفاده می‌شود که در آن توان برای حسگرهای^۷ مختلف یکسان است [۶]. در عمل بدلیل وجود سخت‌افزارهای غیرایده‌آل در کانال‌های گیرنده و نیز وجود نویز خارجی در برخی از کاربردها، توان در حسگرها با یکدیگر متفاوت است و باید از مدل غیریکنواخت استفاده شود [۱۶]. با توجه به ویژگی‌های نویز جمع‌شونده در سیستم‌های عملی، اگر یک فرآیند تصادفی دارای قابلیت تغییر واریانس با زمان باشد، می‌تواند گزینه مناسبتری برای مدل‌سازی نویز محیطی محسوب شود. از طرف دیگر، اگر قابلیت‌های سریهای زمانی^۸ مدنظر قرار گیرد، سریهای زمانی مبتنی بر Heteroscedasticity به معنای ناپایداری و متغیربودن در زمان گزینه مناسبی خواهد بود [۱۷] که در دو دهه گذشته در کاربردهایی با ویژگی‌های غیرگوسی و ناپایدار همانند پدیده‌های اقتصادی از جایگاه ویژه‌ای برخوردار شده‌اند. در بین این سریها، مدل‌های تعمیم‌یافته‌ای وجود دارند که دارای خصوصیات دنباله‌دار بودن ناپایداری^۹ از طریق روابط بازگشتی بر روی واریانس شرطی می‌باشد. با توجه به این ویژگی‌ها به نظر می‌رسد که این مدل‌ها، پیشنهاد مناسبی برای مدل‌سازی نویز محیطی جمع‌شونده در کاربردهای پردازش آرایه‌ای باشد [۱۸] و [۱۹]. در ادامه مدل‌های ریاضی سیستم‌های پردازش آرایه‌ای معرفی و در بخش سوم مقاله به مدل GARCH و ویژگی‌های آن پرداخته می‌شود. در بخش چهارم بررسی روش حداکثر احتمال در پردازش آرایه‌ای و در بخش

چکیده: در مقاله حاضر، یک مدل جدید برای نویز جمع‌شونده براساس سریهای زمانی GARCH در پردازش سیگنال آرایه‌ای ارائه شده است. در بسیاری از روشها بدلایلی همچون پیچیدگی‌های پیاده‌سازی و محاسباتی توزیع احتمال نویز، گوسی فرض می‌شود. بررسی‌ها و اندازه‌گیری‌های انجام گرفته برای نویز محیطی در کاربردهای مختلف، نشان از غیرگوسی بودن آن دارد و در شرایط واقعی کارایی روش‌هایی که مبتنی بر مدل گوسی نویز هستند، کاهش می‌یابد. از مهمترین ویژگی‌های فرآیند نویز محیطی دنباله‌دار^۱ بودن توزیع احتمال و تغییر ویژگی‌های آماری آن (مانند واریانس) در محیط می‌باشد. از طرف دیگر فرآیند GARCH دارای خصوصیات مهمی همچون دنباله‌دار بودن توزیع احتمال و همچنین مدل‌سازی ناپایداری از طریق روابط بازگشتی بر روی واریانس شرطی است که با توجه به ویژگی‌های این فرآیند به نظر می‌رسد که مدل مناسبی برای نویز محیطی جمع‌شونده در کاربردهای پردازش آرایه‌ای باشد. در مقاله حاضر با استفاده از تخمین حداکثر احتمال^۲، روش جدید بکارگیری GARCH در پردازش آرایه‌ای ارائه و به کمک شبیه‌سازی در کاربرد اکوستیک زیرآب، کارایی این روش در مقایسه با روشهای دیگر به کمک خطای تخمین سمت ورود اهداف در کنار معیار Cramer-Rao Bound اثبات شده است.

کلید واژه: پردازش سیگنال آرایه‌ای، تخمین سمت ورود، تخمین حداکثر احتمال، GARCH، Cramer-Rao Bound.

۱- مقدمه

امروزه پردازش سیگنال‌های آرایه‌ای نقش مهمی در کاربردهای متنوع صنعتی، تجاری و نظامی دارد. اکثر سیستم‌های راداری و سوناری پیشرفته از آرایه‌های شامل آنتن‌ها یا هیدروفون‌ها به عنوان یک بخش اساسی سیستم بهره می‌برند [۱] تا [۳]. سیستم‌های مخابراتی و بی‌سیم فراوانی از آرایه‌های وقتی یا آنتن‌های چند پرتویی برای دستیابی به ظرفیت مطلوب سیستم استفاده می‌کنند [۴]. در لرزه‌نگاری، برای کشف منابع نفت، آشکارسازی آزمایش‌های هسته‌ای زیرزمینی و بعضی از روش‌های تشخیص پزشکی و درمانی از آرایه‌ها استفاده می‌گردد [۱]. در ستاره شناسی رادیویی آرایه‌ای از آنتن‌های بسیار بزرگ جهت تفکیک اهداف بکار می‌رود [۵]. با توجه به روند رو به رشد کاربردهای پردازش سیگنال‌های آرایه‌ای اهمیت این موضوع بیش از گذشته نمایان شده است. شکل ۱ شمای کلی یک سیستم پردازش آرایه‌ای را نشان می‌دهد که شامل منابع سیگنالی، نویز، تداخل و همچنین سنسورها و پردازشگر می‌باشد. یکی از اولین و اساسی‌ترین مباحث مطرح در سیستم‌های

این مقاله در تاریخ ۱۴ دی ماه ۱۳۸۳ دریافت و در تاریخ ۴ مهر ماه ۱۳۸۴ بازنگری شد.

هادی امیری، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران، ایران
(email: hdamiri@aut.ac.ir)

حمیدرضا امین‌داور، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران، ایران
(email: hamidami@aut.ac.ir)

محمود کمره‌ای، گروه مهندسی برق و کامپیوتر، دانشکده فنی، دانشگاه تهران، تهران، ایران
(email: kamarei@ut.ac.ir)

3. Ambient Noise
4. Heavy Tail
5. Impulsive
6. Spatial
7. Sensors
8. Time Series
9. Volatility

1. Heavy Tail
2. Maximum Likelihood

$$\mathbf{A}(\theta) \equiv [a(\theta_1), \dots, a(\theta_M)]^T, \quad (L \times M)$$

$$\mathbf{S}(k) \equiv [s_1(k), \dots, s_L(k)]^T, \quad (M \times 1)$$

$$\mathbf{n}(k) \equiv [n_1(k), \dots, n_L(k)]^T, \quad (L \times 1)$$

با توجه به روابط فوق برای یک آرایه با L حسگر و M منبع ورودی با زوایای ورود $\theta_1, \dots, \theta_M$ مدل داده به صورت ماتریس زیر نوشته می‌شود:

$$\mathbf{X} = \mathbf{A}(\theta)\mathbf{S} + \mathbf{N} \quad (۵)$$

که برای آن، به ترتیب ماتریس داده آرایه، ماتریس شکل موج منابع انتشاری و ماتریس نویز موجود عبارتند از:

$$\mathbf{X} \equiv [\mathbf{x}(1), \dots, \mathbf{x}(K)], \quad (L \times K)$$

$$\mathbf{S} \equiv [\mathbf{s}(1), \dots, \mathbf{s}(K)], \quad (M \times K)$$

$$\mathbf{N} \equiv [\mathbf{n}(1), \dots, \mathbf{n}(K)], \quad (L \times K)$$

نظر به اینکه در مباحث پردازش آرایه‌ای اطلاعات مکانی داده نیز مدنظر قرار می‌گیرد لذا محاسبه ماتریس کواریانس مکانی^۴ بین حسگرها بصورت زیر ضروری است:

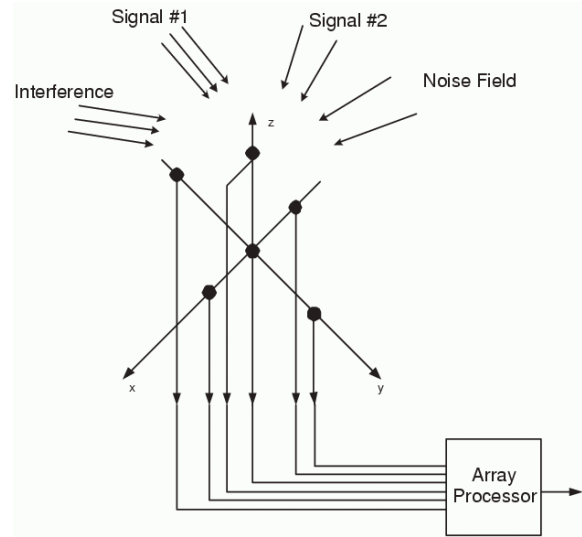
$$\mathbf{R} = E \{ \mathbf{x}(k) \mathbf{x}^H(k) \}$$

$$= \mathbf{A} E \{ \mathbf{s}(k) \mathbf{s}^H(k) \} \mathbf{A}^H + E \{ \mathbf{n}(k) \mathbf{n}^H(k) \}$$

که در آن $E\{\cdot\}$ میانگین احتمالی، $(\cdot)^H$ تبدیل هرمیتی^۵ یا مزدوج ترانپوز را نشان می‌دهد. $E\{ \mathbf{s}(k) \mathbf{s}^H(k) \} = \mathbf{P}$ ماتریس کواریانس منابع و $E\{ \mathbf{n}(k) \mathbf{n}^H(k) \} = \mathbf{Q}$ ماتریس کواریانس نویز می‌باشند.

۳- مدل GARCH

سریهای زمانی^۶ کاربردهای فراوانی در مدلسازی پدیده‌های فیزیکی و پردازش سیگنال دارند. به عنوان نمونه Auto Regressive Moving Average (ARMA) یکی از مرسومترین مدل‌های مورد استفاده در پردازش سیگنال است. یکی از این سریهای زمانی، مدل‌های Heteroscedastic می‌باشد که برای مدلسازی پدیده‌های ناپایدار پیشنهاد شده است [۱۷]. ناپایداری در این گونه مدل‌ها با تغییر واریانس در زمان به وجود می‌آید. از جمله اینگونه سریها می‌توان مدل‌های اساسی ARCH (Autoregressive Conditional Heteroscedasticity) و Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity (GARCH) را نام برد که برای مدلسازی فرآیندهای اقتصادی همانند نرخ بهره و سهام پیشنهاد شده‌اند [۱۷]. در مدل GARCH، Heteroscedasticity به معنی واریانس متغیر با زمان یا ناپایداری، Conditional نشان‌دهنده وابستگی مشروط به مشاهده^۷ گذشته و Autoregressive یک مکانیزم بازگشتی را توضیح می‌دهد که مشاهدات گذشته را در زمان فعلی به کار می‌برد و Generalized نیز به معنی روش تعمیم یافته است. در نتیجه، همانگونه که از عنوان این مدل مشخص می‌شود به طور کلی GARCH مکانیزمی است که در آن، در توضیح واریانس آینده، واریانس‌های گذشته در نظر گرفته می‌شود. به عبارت دیگر GARCH یک تکنیک مدلسازی سری زمانی است که در آن از واریانس‌های گذشته برای واریانس‌های آینده استفاده می‌شود. در دهه گذشته از GARCH برای مدلسازی سریهای زمانی دارای ناپایداری (مانند پدیده‌های اقتصادی) استفاده شده است. مدل GARCH اولین بار



شکل ۱: شمای کلی یک سیستم پردازش آرایه‌ای.

CRB پنجم روش پیشنهادی مقاله ارائه می‌گردد. بخش ششم چگونگی محاسبه در روش ارائه شده و بخش هفتم شبیه‌سازی‌های انجام گرفته و نتایج بدست آمده را شامل می‌شود. جمع بندی و نتیجه‌گیری کلی، پایان بخش مقاله حاضر خواهد بود.

۲- پردازش آرایه‌ای

یک سیستم آرایه‌ای با L حسگر را در نظر گرفته و فرض می‌شود M ($M < L$) منبع انتشاری باند باریک در میدان دور^۱ آرایه موجود و امواجی به صورت صفحه‌ای به سمت آرایه می‌فرستند. در این صورت می‌توان نوشت:

$$a_l(\theta) = g_l(\theta) \exp(-jk(x_l \sin(\theta) + y_l \cos(\theta))) \quad (۱)$$

که در آن l اندیس حسگرها ($l = 1, \dots, L$)، $k = 2\pi/\lambda$ عدد موج، θ زاویه ورود منبع، x_l و y_l مختصات حسگر l و $g_l(\theta)$ پاسخ زاویه‌ای حسگر l را مشخص می‌کنند. با توجه به موارد فوق،

$$\mathbf{a}(\theta_m) = [a_1(\theta_m), a_2(\theta_m), \dots, a_L(\theta_m)]^T \quad (۲)$$

بردار نگاه^۲ آرایه برای منبع m با زاویه ورود θ_m را نشان می‌دهد. عملگر $(\cdot)^T$ نماینده ترانپوز^۳ می‌باشد. در ادامه، نمونه k سیگنال دریافتی در حسگر l با احتساب نویز جمع شونده محیطی و همه منابع انتشاری موجود به صورت زیر نوشته خواهد شد:

$$x_l(k) = \sum_{m=1}^M a_l(\theta_m) s_m(k) + n_l(k) \quad (۳)$$

که در آن k اندیس نمونه‌ها $k = 1, \dots, K$ ، K تعداد کل نمونه‌ها، $x_l(k)$ ، k امین نمونه دریافتی در حسگر l ، $s_m(k)$ ، k امین نمونه سیگنال منبع m و $n_l(k)$ ، k امین نمونه نویز موجود در خروجی حسگر l می‌باشد.

روابط فوق را می‌توان به صورت زیر نوشت:

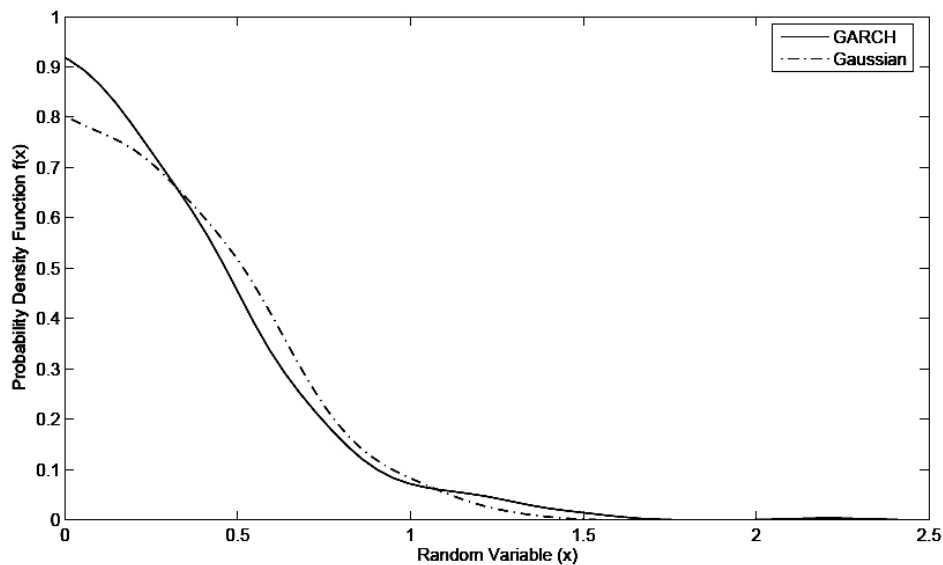
$$\mathbf{X}(k) = \mathbf{A}(\theta)\mathbf{S}(k) + \mathbf{n}(k) \quad (۴)$$

که در این رابطه، بردارها و ماتریس زیر تعریف می‌شوند:

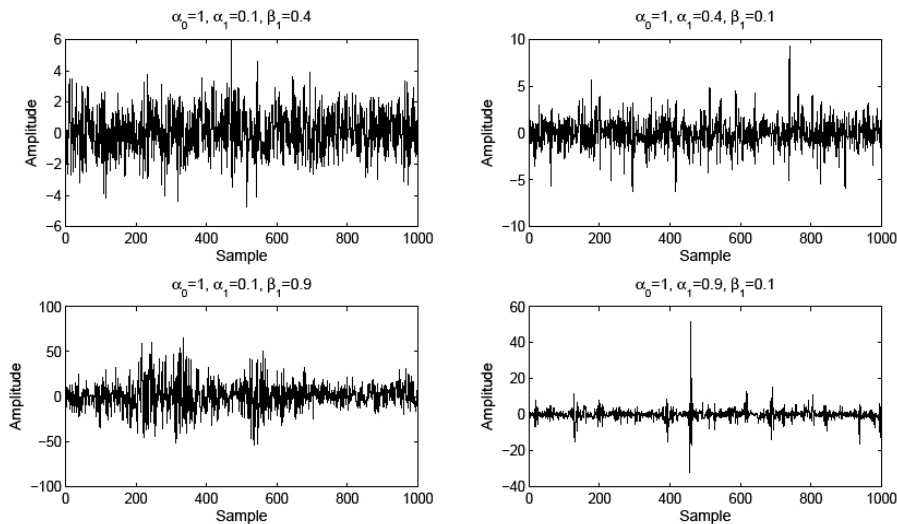
$$\mathbf{X}(k) \equiv [x_1(k), \dots, x_L(k)]^T, \quad (L \times 1)$$

1. Far Field
2. Steering Vector
3. Transpose

4. Spatial Covariance Matrix
5. Hermitian
6. Time Series
7. Observation



شکل ۲: مقایسه دنباله در توابع چگالی گاوسی و GARCH.



شکل ۳: سری زمانی GARCH(1,1) همراه با ضرایب مختلف.

Heteroscedastic و نیز نمونه تعمیم یافته GARCH، در ادامه به روابط ریاضی حاکم بر این مدل پرداخته می‌شود. اگر $n(t)$ یک فرآیند اتفاقی گسسته در زمان را نشان دهد، برای یک فرآیند $GARCH(p, q)$ روابط زیر حاکم می‌باشد [۲۰]:

$$n(t) = \eta(t)\sigma(t), \quad \eta(t) \sim N(0, 1)$$

$$\sigma^2(t) = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i n^2(t-i) + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma^2(t-j) \quad (7)$$

که در آن $\alpha_0 > 0$ ، $\alpha_i \geq 0$ ($i = 1, \dots, q$) و $\beta_j \geq 0$ ($j = 1, \dots, p$) است. ضرایب α_i و β_j به ترتیب، ضرایب ARCH و GARCH نامیده می‌شوند. اگر $p = 0$ باشد مدل بدست آمده ARCH(q) و اگر $p = q = 0$ باشد، $n(t)$ یک نویز سفید خواهد بود. از روابط فوق به سادگی ارتباط واریانس مشروط با واریانس زمانهای قبل مشخص شده است. شکل (۳) چند نمونه از این مدل را نشان می‌دهد. همانگونه که در این شکل آمده است تغییر ضرایب در این مدل قابلیت انعطاف آن را در مدل‌سازی انواع سریها میسر می‌سازد.

توسط بلسلف [۲۰] به صورت تعمیمی بر روش پایه ای مدل ARCH [۲۱] توسعه یافت که در نتیجه آن توانست با تعداد پارامترهای کمتری مدل‌سازی مورد نظر را انجام دهد. قابل ذکر است رابطه ARCH با GARCH همانند رابطه AR (Auto Regressive) با ARMA می‌باشد. کاربرد اولیه موردنظر بنیان‌گذاران این روشها، مدل‌سازی سریهای زمانی مربوط به فرآیندهای اقتصادی همانند نرخ بهره و ارزش سهام بود. دو ویژگی اساسی مدل‌های GARCH عبارتند از دنباله داربودن تابع چگالی احتمال و خوشه بندی ناپایداری^۲. به عنوان نمونه، شکل (۲) توابع توزیع احتمال را برای فرآیندهای گاوسی و مدل GARCH نشان می‌دهد که در آن تابع توزیع دوم (خط پر) دارای دنباله بیشتری است. خاصیت دنباله‌دار بودن را Excess Kurtosis نیز می‌نامند. ویژگی دیگر خوشه‌بندی ناپایداری (نوعی Heteroscedasticity) به آن است که در این فرآیندها تغییرات بزرگ به دنبال تغییرات کوچک می‌باشد. این خاصیت می‌تواند هم ناشی از متغیربودن واریانس و هم متأثر از توزیع غیرگوسی مربوط به فرآیندهای اتفاقی باشد. پس از آشنایی کلی با مدل‌های

1. Heavy Tail
2. Volatility Clustering

دنباله‌دار است. دلیل دوم اینکه این فرآیند ناپایداری را با استفاده از واریانس‌های متغیر با زمان مدل می‌کند و به عبارت دیگر یک مدل ARMA را بر روی آن پیاده‌سازی می‌کند. از طرف دیگر در روش‌های مرسوم واریانس نویز در حسگرهای مختلف یکسان فرض می‌شود که این فرض به دلایلی همچون عدم تنظیم مناسب سخت افزار گیرنده حسگرها مناسب نیست که با توجه به نحوه مدل‌سازی و پارامترهای مدل GARCH، می‌توان یک مدل غیریکنواخت برای آرایه بدست آورد که در نتیجه آن این ویژگی مکانی را برای واریانس‌های نویز در حسگرها لحاظ نمود. در ادامه، به نحوه پیاده‌سازی روش پیشنهادی در یک سیستم آرایه‌ای پرداخته می‌شود.

با توجه به موارد فوق و کارآمد بودن روش تخمین ML در پردازش آرایه‌ای [۲۲] و [۲۳]، در روش پیشنهادی مقاله حاضر برای تخمین پارامترها از این تخمین استفاده می‌شود تا بتوان علاوه بر پارامترهایی همچون سمت ورود منابع، تخمینی از پارامترهای سیگنال منبع و نویز را نیز بدست آورد. نظر به اهمیت تخمین زاویه ورود منابع انتشاری در بیشتر کاربردهای پردازش آرایه‌ای [۶]، در ادامه مقاله نحوه بکارگیری مدل نویز GARCH در تخمین سمت ورود منابع با استفاده از روش تخمین DML بررسی و ارائه می‌شود.

یک سیستم پردازش آرایه‌ای با L حسگر را در نظر گرفته و فرض می‌شود $M < L$ (M منبع انتشاری باند باریک در میدان دور آرایه موجود می‌باشد که امواجی را به صورت صفحه‌ای به سمت آرایه ارسال می‌کنند. اکنون فرض می‌شود که نویز هر حسگر از مدل $GARCH(p, q)$ پیروی کند یعنی با توجه به رابطه (۴):

$$n_l(k) \sim N(0, \sigma_l^2(k)), \quad l = 1, \dots, L \quad (10)$$

که در آن N نماد توزیع گوسی با واریانس $\sigma_l^2(k)$ در نمونه k ام و رابطه زیر برای آن صادق باشد:

$$\sigma_l^2(k) = \alpha_{l,0} + \sum_{i=1}^q \alpha_{l,i} n_l^2(k-i) + \sum_{j=1}^p \beta_{l,j} \sigma_l^2(k-j) \quad (11)$$

قابل ذکر است برای ضرایب مدل GARCH فوق دو اندیس معرفی شده است که اندیس اول شماره حسگر و اندیس دوم مدل GARCH می‌باشد. پس از فرضیات مربوط به مدل نویز حسگرها، حال می‌توان از روش تخمین DML برای بدست آوردن پارامترهای منابع سیگنال موجود بهره برداری نمود. بر طبق روابط بخش قبل می‌توان فرض کرد:

$$\mathbf{x}(k) \sim N(\mathbf{A}(\theta)\mathbf{s}(k), \mathbf{Q}(k)) \quad (12)$$

که در آن

$$\mathbf{Q}(k) = \text{diag}\{\sigma_1^2(k), \sigma_2^2(k), \dots, \sigma_L^2(k)\} \quad (13)$$

کواریانس نویز را نشان می‌دهد. در واقع نویز جمع‌شونده در حسگرها مستقل از یکدیگر و با واریانس متغیر با زمان فرض شده است. پس از تعیین مدل مزبور، تابع چگالی احتمال برای K نمونه دریافت شده به صورت زیر بدست می‌آید:

$$f(\mathbf{X}|\psi) = \prod_{k=1}^K \frac{1}{\det(\pi\mathbf{Q}(k))} \exp\left[-(\mathbf{x}(k) - \mathbf{A}(\theta)\mathbf{s}(k))^H \mathbf{Q}^{-1}(k)(\mathbf{x}(k) - \mathbf{A}(\theta)\mathbf{s}(k))\right] \quad (14)$$

که پس از محاسبه Log-Likelihood و نیز حذف اعداد ثابت نتیجه خواهد شد:

۴- تخمین حداکثر احتمال در پردازش آرایه‌ای

یکی از کارآمدترین و موثرترین روش‌های تخمین پارامترها در پردازش آرایه‌ای که برای موارد شامل سیگنال‌های همبسته نیز بکار گرفته می‌شود، روش تخمین حداکثر احتمال می‌باشد [۲۲] و [۲۳]. این روش نیازمند یک چارچوب آماری برای فرآیند تولید داده است. از جمله این روشها می‌توان، روش حداکثر احتمال معین یا DML^1 [۲۲] و [۲۳] را نام برد که با توجه به ویژگی‌های آن، در این مقاله از آن استفاده خواهد شد. در این روش منبع سیگنال مجهول^۲ و معین^۳ فرض و نویز جمع‌شونده به صورت فرآیند گوسی با میانگین صفر و ماتریس کواریانس $\mathbf{Q} = \sigma^2 \mathbf{I}$ در نظر گرفته می‌شود که σ^2 توان مجهول نویز و \mathbf{I} ماتریس واحد می‌باشد. در این روش علاوه بر جهت ورود امواج، مقادیر نمونه‌های سیگنال منبع و پارامترهای نویز تخمین زده می‌شود. با توجه به فرضیات مربوط به نویز و روابط مدل داده در پردازش آرایه‌ای می‌توان نوشت:

$$\mathbf{x}(k) \sim N(\mathbf{A}(\theta)\mathbf{s}(k), \sigma^2 \mathbf{I}) \quad (8)$$

و تابع چگالی نهایی از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$f(\mathbf{X}) = \prod_{k=1}^K \frac{1}{\pi\sigma^2 L} \exp\left(-\frac{1}{\sigma^2} |\mathbf{x}(k) - \mathbf{A}(\theta)\mathbf{s}(k)|^2\right)$$

با توجه به روابط فوق و حذف جملات ثابت، تابع log-Likelihood $L(\mathbf{X}; \sigma^2, \mathbf{S}, \theta)$ را می‌توان به صورت زیر بیان نمود:

$$L(\mathbf{X}; \sigma^2, \mathbf{S}, \theta) = -KL \log(\sigma^2) - \frac{1}{\sigma^2} \sum_{k=1}^K |\mathbf{x}(k) - \mathbf{A}(\theta)\mathbf{s}(k)|^2 \quad (9)$$

تخمین پارامترهای ML با حداکثر کردن $L(\mathbf{X}; \sigma^2, \mathbf{S}, \theta)$ نسبت به متغیرهای σ^2 ، \mathbf{S} و θ بدست خواهد آمد. یادآور می‌شود که روش فوق بر اساس فرض نویز گوسی می‌باشد. هرچند که طراحی و پیاده‌سازی این روشها نسبت به روشهای دیگر، ساده‌تر است، اما در عمل و در محیطهای واقعی نویز محیطی جمع‌شونده موجود، از ماهیت غیرگوسی برخوردار است و این تفاوت ماهیت نویز واقعی و فرضیات الگوریتمها، باعث عدم دقت در نتایج حاصل از این روشها در اینگونه محیطها می‌شود. مقاله حاضر روش جدیدی بر مبنای سربهای زمانی ارائه می‌نماید که می‌تواند مدل آماری قابل انعطافی برای نویز محیطی بوده و در نتیجه آن تخمین بهتری از پارامترهای موردنیاز بدست آورد.

۵- روش پیشنهادی

در بخشهای قبل این مقاله، پس از معرفی فرآیند GARCH، مروری بر روش تخمین کارآمد پارامترها در پردازش آرایه‌ای نیز ارائه شد. در این بخش ایده اصلی روش پیشنهادی و نحوه پیاده‌سازی آن ذکر می‌شود. همانگونه که گفته شد، فرض گوسی بودن محیط نویز در کاربردهای پردازش آرایه‌ای یک فرض واقعی نمی‌باشد. حال اگر توانایی‌های سربهای زمانی برای مدل‌سازی بررسی شود، می‌توان از فرآیندهای Heteroscedastic برای مدل‌سازی ناپایداری بهره‌برداری نمود. در واقع در محیطهای پردازش آرایه‌ای، عموماً به دلایل طبیعی و یا مصنوعی نویز جمع‌شونده دارای ماهیت ناپایدار و متغیر با زمان و همچنین دارای ماهیت ضربه‌ای است. در این میان فرآیند GARCH به چند دلیل برای مدل‌سازی نویز محیطی مناسب به نظر می‌رسد. اول اینکه تابع چگالی احتمال آن

1. Deterministic Maximum Likelihood
2. Unknown
3. Deterministic

برای هر تخمین غیربایاس ψ می‌باشد. ماتریس \mathbf{J} را ماتریس اطلاعات فیشر^۲ یا FIM می‌نامند. المانهای \mathbf{J} به صورت زیر بدست می‌آیند:

$$\mathbf{J}_{ij} \equiv E \left\{ \frac{\partial L(\psi)}{\partial \psi_i} \frac{\partial L(\psi)}{\partial \psi_j} \right\} \quad (20)$$

در نتیجه روابط فوق، یک کرانه پایین برای واریانس تخمین ψ_i ، به صورت زیر فراهم می‌شود:

$$\text{var}[\hat{\psi}_i - \psi_i] \geq [C(\psi)]_{ii} = [J^{-1}]_{ii} \quad (21)$$

پس از محاسبه این کرانه، می‌توان توانایی روش تخمین را در مقایسه با روشهای دیگر نسبت به پارامترهای SNR و تعداد نمونه داده‌های دریافتی بدست آورد [۲۲].

$$J_{ij} = \text{tr} \left\{ \mathbf{Q}^{-1}(\psi) \frac{\partial \mathbf{Q}(\psi)}{\partial \psi_i} \mathbf{Q}^{-1}(\psi) \frac{\partial \mathbf{Q}(\psi)}{\partial \psi_j} \right\} + 2 \text{Re} \left\{ \frac{\partial \mathbf{m}^H(\psi)}{\partial \psi_i} \mathbf{Q}^{-1}(\psi) \frac{\partial \mathbf{m}(\psi)}{\partial \psi_j} \right\} \quad (22)$$

$$\mathbf{m}(\psi) = \mathbf{A}(\boldsymbol{\theta})\mathbf{s}(k) \quad (23)$$

در روش پیشنهادی مقاله حاضر بر پایه مدل GARCH همراه با تخمین ML ماتریس \mathbf{J} به صورت ماتریس افراز (Partition Matrix) زیر در خواهد آمد:

$$\mathbf{J} = \begin{pmatrix} \mathbf{J}_{\theta\theta} & \mathbf{J}_{\theta S} & \mathbf{J}_{\theta g} \\ \mathbf{J}_{S\theta} & \mathbf{J}_{SS} & \mathbf{J}_{Sg} \\ \mathbf{J}_{g\theta} & \mathbf{J}_{gS} & \mathbf{J}_{gg} \end{pmatrix}$$

و در نهایت، برای تخمین سمت ورود منابع انتشاری برای کاربردهای پردازش آرایه‌ای، CRB به صورت زیر محاسبه خواهد شد:

$$\text{CRB}(\boldsymbol{\theta}) = \left\{ \mathbf{J}_{\theta\theta} - \left[\mathbf{J}_{\theta S} \mathbf{J}_{\theta g} \right] \mathbf{J}_S^{-1} \left[\mathbf{J}_{S\theta} \mathbf{J}_{g\theta} \right]^T \right\}^{-1}$$

که در آن،

$$\mathbf{J}_S = \begin{pmatrix} \mathbf{J}_{SS} & \mathbf{J}_{Sg} \\ \mathbf{J}_{gS} & \mathbf{J}_{gg} \end{pmatrix}$$

است. در ادامه، در شبیه‌سازی‌های انجام شده از CRB برای آنالیز کارکرد آماری روش پیشنهادی مقاله حاضر استفاده شده است.

۷- شبیه‌سازی و نتایج

در این بخش، روش پیشنهادی مقاله حاضر برای تخمین سمت ورود منابع انتشاری و نتایج آن بیان می‌شود. در این شبیه‌سازی‌ها، سیستم دارای یک آرایه خطی شامل ۱۰ حسگر با فاصله بین حسگر برابر نصف طول موج فرکانس کار فرض شده است. آزمایشات شامل ۵۰ اجرای مستقل است. برای بررسی کارکرد روش پیشنهادی، از تغییر نسبت توان سیگنال به نویز (SNR) و همچنین تعداد نمونه‌های مورد استفاده در تخمین سمت ورود منابع در کنار CRB برای ارزیابی آماری روش استفاده شده است. از نظر نویز جمع شونده، آزمایشات در دو حالت نویز GARCH(۱,۱) و نویز محیطی اکوستیکی زیرآب و در دو مرحله انجام شده است. قابل ذکر است نویز محیطی زیرآب مورد استفاده در آزمایشات

$$L(\psi) = \ln(f(\mathbf{x}|\psi))$$

و در نتیجه:

$$L(\psi) = - \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^L \ln(\sigma_l^2(k)) - \sum_{k=1}^K \left[(\mathbf{x}(k) - \mathbf{A}(\boldsymbol{\theta})\mathbf{s}(k))^H \mathbf{Q}^{-1}(k) (\mathbf{x}(k) - \mathbf{A}(\boldsymbol{\theta})\mathbf{s}(k)) \right] \quad (15)$$

بردار پارامترهای مجهول شامل زوایای ورود سیگنال، نمونه‌های سیگنال و پارامترهای مدل نویز، عبارتند از

$$\psi = \{\boldsymbol{\theta}, \mathbf{S}, \mathbf{g}\} \quad (16)$$

$$\boldsymbol{\theta} = [\theta_1, \dots, \theta_M]$$

$$\mathbf{S} = [s^T(1), \dots, s^T(K)]$$

$$\mathbf{g} = [\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_q, \beta_1, \dots, \beta_p] \quad \text{که در آن}$$

$$\alpha_i = [\alpha_{1,i}, \alpha_{2,i}, \dots, \alpha_{L,i}], \quad i = 1, \dots, q$$

$$\beta_j = [\beta_{1,j}, \beta_{2,j}, \dots, \beta_{L,j}], \quad j = 1, \dots, p$$

می‌باشد. در ادامه باید تابع $L(\psi)$ را نسبت به پارامترهای موجود حداکثر کنیم:

$$\hat{\psi} = \arg \max_{\psi} L(\psi) \quad (17)$$

البته عموماً در اینگونه مسائل، از حداقل سازی تابع $L(\psi)$ - استفاده شده و با استفاده از روشهای بهینه‌سازی^۱ و جستجوی چندبعدی، تخمین پارامترهای موردنظر بدست می‌آید [۲۲]. قابل ذکر است اینگونه روشها از حجم محاسبات زیادی برخوردار می‌باشند که سعی می‌شود به کمک روشهای ماتریسی و تخمین جداگانه پارامترها، به نحوی مسائل موجود را کاهش دهند. یادآور می‌شود با توجه به هدف تحقیق حاضر که ارائه یک مدل نویز مناسب برای کاربردهای آرایه‌ای می‌باشد سعی شده است امکان پذیری و تحقق اساسی روش پیشنهادی به اثبات برسد و سپس در گامهای آینده تحقیق، مشکلات مربوط به روشهای بهینه‌سازی و حجم محاسبات روش مدنظر قرار گیرد.

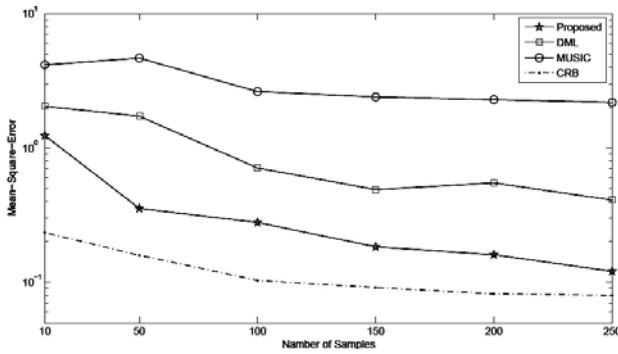
۶- محاسبه Cramer-Rao Bound

در این بخش به معرفی روشهای آزمایش و ارزیابی مدل پیشنهادی مقاله حاضر در پردازش آرایه‌ای پرداخته می‌شود. در واقع باید سناریوهای مختلف با روشهای مشابه تخمین پارامترها در پردازش آرایه‌ای مقایسه شود. عموماً در اینگونه موارد ویژگی‌هایی همچون دقت روش در تخمین پارامترها، کارآمد بودن آماری، قدرت تفکیک و جداسازی منابع و حساسیت به توان نویز مورد بررسی قرار می‌گیرد. در کنار این موارد، حد پایین واریانس تخمین Cramer-Rao Bound (CRB) محاسبه می‌شود تا بتوان کارآمدی آماری روش را بررسی نمود [۲۲]. در واقع پس از تعیین تابع $L(\psi)$ در روش ML، به کمک CRB، یک کرانه بر روی ماتریس کواریانس تخمین ψ فراهم می‌شود. اگر ماتریس کواریانس خطای تخمین $C(\psi)$ نامیده شود، آنگاه

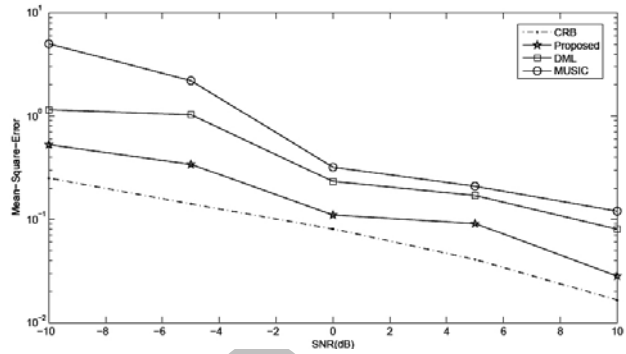
$$C(\psi) = E \left\{ [\hat{\psi} - \psi][\hat{\psi} - \psi]^T \right\} \quad (18)$$

که در ادامه

$$C(\psi) \geq \text{CRB}(\psi) \equiv \mathbf{J}^{-1} \quad (19)$$

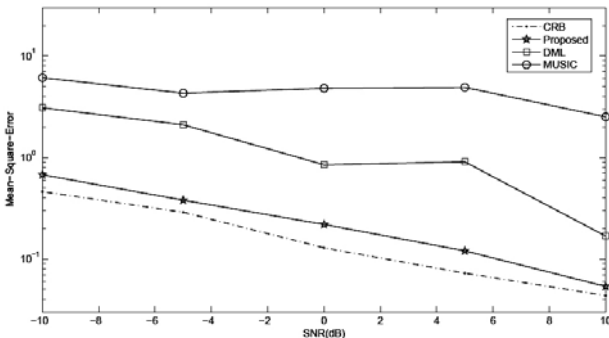


(ب)

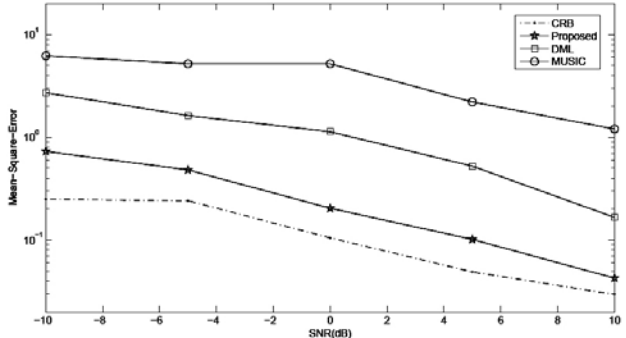


(الف)

شکل ۴: میانگین مربع خطای تخمین زاویه ورود یک منبع، نویز GARCH، (الف) برحسب SNR (برای تعداد ۱۰۰ نمونه) و (ب) برحسب تعداد نمونه (SNR=۰ dB).

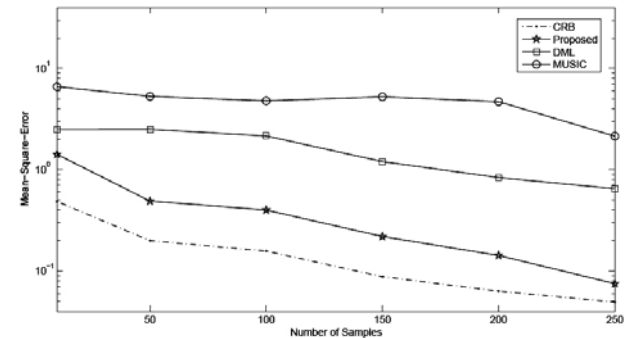


(ب)

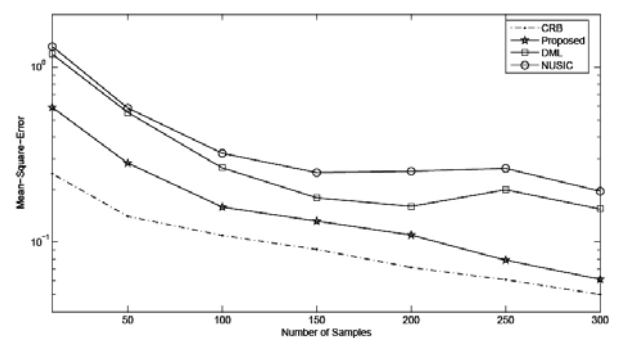


(الف)

شکل ۵: میانگین مربع خطای تخمین زاویه ورود؛ برحسب SNR (تعداد ۱۰۰ نمونه)، (الف) دو منبع، نویز GARCH و (ب) نویز محیطی زیرآب.



(ب)



(الف)

شکل ۶: میانگین مربع خطای تخمین زاویه ورود؛ برحسب تعداد نمونه (SNR=0dB)، (الف) دو منبع، نویز GARCH و (ب) نویز محیطی زیرآب.

با توجه به نتایج بدست آمده، می‌توان گفت روش پیشنهادی مقاله حاضر در تخمین سمت ورود منابع انتشاری، از توانایی بالاتری نسبت به سایر روشهای شبیه سازی شده برخوردار است. از طرف دیگر با توجه به مقادیر CRB، کارایی آماری این روش نیز مشخص می‌گردد. این نتایج توانایی روش پیشنهادی مقاله حاضر را در محیط غیرگوسی عملی اثبات می‌کند.

۸- جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

در این مقاله یک روش جدید برای تخمین پارامترها در پردازش آرایه‌ای باند باریک بر مبنای مدل نویز GARCH پیشنهاد شده است. یکی از مشکلات موجود در روشهای مرسوم عدم استفاده از مدل‌سازی مناسب نویز محیطی در آنها می‌باشد. در نتیجه این امر، خطای این روشها در آزمایشات واقعی افزایش می‌یابد. در مقاله حاضر، بر اساس ویژگی‌های نویزهای اندازه گیری شده، فرایندی تحت عنوان GARCH برای مدل‌سازی نویز محیطی پیشنهاد

به صورت شبیه سازی می‌باشد [۳]. در مرحله اول یک منبع انتشاری باندباریک با زاویه ورود ۱ درجه نسبت به محور عمود بر آرایه وجود دارد. نمودارهای شکل (۴) متوسط مربع خطا را برای تخمین سمت ورود، بر حسب SNR و تعداد نمونه‌ها نشان می‌دهد. در این مرحله برای نویز محیطی از مدل $GARCH(1,1)$ استفاده شده است. برای ارزیابی و مقایسه روش پیشنهادی علاوه بر تخمین CRB، روشهای مرسوم MUSIC و تخمین حداکثر احتمال معین (DML) نیز شبیه سازی شده‌اند. با توجه به دسترس بودن اطلاعات مورد نیاز و در جهت اختصار، جزئیات روش MUSIC در مقاله حاضر نیامده است [۳]، [۵] و [۲۲]. قابل ذکر است در این شبیه سازی‌ها پارامتر SNR از رابطه $p_r = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K |s(k)|^2$ بدست می‌آید که در آن $s(k)$ در آن $p_r = (p_r/L) \sum_{i=1}^L (1/\sigma_i^2)$ می‌باشد. در مرحله دوم، از دو منبع انتشاری باندباریک با زوایای ۱ و -۷ درجه استفاده شده است. نتایج بدست آمده در این مرحله برای نویز GARCH و نویز محیطی اکوستیکی زیرآب در شکل‌های (۵) و (۶) آمده‌اند.

- [16] M. Pesavento and A. B. Gershman, "Maximum likelihood direction-of-arrival estimation in the presence of unknown nonuniform noise," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 49, no. 7, pp. 1310-1324, Jul. 2001.
- [17] D. Pena, G. C. Tiao, and R. T. Tsay, *A Course in Time Series Analysis*, John Wiley & Sons, Inc., New York, 2001.
- [18] H. Amiri, H. Amindavar, and R. L. Kirilin, "Array signal processing using GARCH noise modeling," in *Proc. of ICASSP'2004*, Montreal, Canada, 2004.
- [19] H. Amiri, H. Amindavar, and M. Kamarei, "A New source localization method using heteroscedasticity time series in passive sonar," in *Proc. of OCEANS'04 MTS/IEEE/TECHNO-OCEAN'04*, Kobe, Japan, 2004.
- [20] T. Bollerslev, "Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity," *Journal of Econometrics*, vol. 31, no. 3, pp. 307-327, Apr. 1986.
- [21] T. S. Engle, "Autoregressive conditional heteroskedasticity with estimate of the variance of U.K. inflation", *Econometrica*, vol. 50, no. 4, pp. 987-1008, Jul. 1982.
- [22] H. L. Van Trees, *Optimum Array Processing*, John Wiley & Sons, Inc., New York, 2002.
- [23] P. Stoica, A. Nehorai, "MUSIC, maximum likelihood, and cramer-roa bound", *IEEE Trans. Audio, Speech and Signal Processing*, vol. 37, no. 5, pp. 720-741, May 1989.

هادی امیری مدارک کارشناسی مهندسی برق (الکترونیک) و کارشناسی ارشد مهندسی برق (مخابرات) خود را به ترتیب از دانشگاه‌های صنعتی شریف و امیرکبیر در سال‌های ۱۳۷۴ و ۱۳۷۶ دریافت نموده‌است و هم اکنون دانشجوی دکتری مهندسی برق در دانشگاه صنعتی امیرکبیر می‌باشد. زمینه‌های تحقیقاتی مورد علاقه ایشان عبارتند از: پردازش سیگنال‌های آرایه‌ای، مدلسازی نویز و پردازش سیگنال‌های اکوستیکی.

حمیدرضا امین‌داور تحصیلات خود را در مقاطع کارشناسی و کارشناسی ارشد مهندسی برق در سال‌های ۱۳۶۴ و ۱۳۶۶ و کارشناسی ارشد ریاضیات کاربردی و دکتری مهندسی برق را در سال ۱۳۷۰ از دانشگاه واشنگتن در سیاتل آمریکا به پایان رسانده است و هم اکنون دانشیار دانشکده مهندسی برق دانشگاه صنعتی امیرکبیر می‌باشد. زمینه‌های تحقیقاتی مورد علاقه ایشان عبارتند از: پردازش سیگنال و تصویر، رادار و تئوری آشکارسازی.

محمود کمره‌ای مدارک کارشناسی و کارشناسی ارشد خود را در رشته‌های مهندسی برق و مهندسی مخابرات به ترتیب در سال‌های ۱۳۵۸ و ۱۳۶۰ از دانشگاه‌های تهران و مدرسه ملی عالی مخابرات در پاریس فرانسه دریافت نمودند و کارشناسی ارشد و دکتری مهندسی الکترونیک (مخابرات) را در سال‌های ۱۳۶۱ و ۱۳۶۴ در انستیتو ملی پلی‌تکنیک گرونوبل فرانسه به پایان رسانیده و تا سال ۱۳۷۰ در آنجا مشغول به تدریس و تحقیق بوده‌است. ایشان هم اکنون استاد گروه مهندسی برق و کامپیوتر و معاون پژوهشی دانشکده فنی دانشگاه تهران می‌باشد.

شده است که دارای قابلیت‌های واریانس متغیر با زمان و همچنین تابع چگالی احتمال دنباله‌دار می‌باشد. این مدل بر اساس قابلیت‌های سریه‌های زمانی تعمیم‌یافته مبتنی بر Heteroscedastic، دارای انعطاف فراوانی در مدلسازی فرایندهای ناپایدار بر مبنای روش حداکثر احتمال معین می‌باشد. به منظور ارزیابی روش پیشنهادی از نویزهای GARCH و نویز محیطی اکوستیکی زیرآب استفاده و برای مطالعه کارکرد آماری روش پیشنهادی نیز CRB محاسبه شده است. نتایج بدست آمده نشان می‌دهد، روش پیشنهادی با توجه به مدل مناسب نویز مبتنی بر GARCH، برای تخمین با قدرت تفکیک بالای اهداف در محیط‌های غیرگوسی واقعی مناسب می‌باشد.

مراجع

- [1] S. Haykin, *Array Signal Processing*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1985.
- [2] M. I. Skolnik, *Introduction to Radar Systems*, McGraw-Hill, New York, 1980.
- [3] R. O. Neilson, *Sonar Signal Processing*, Artech House, Boston, London, 1990.
- [4] J. H. Winters, "Smart antennas for wireless systems," *IEEE Personal Commun.*, vol. 5, no. 1, pp. 23-27, Feb. 1998.
- [5] J. D. Kraus, *Radio Astronomy*, McGraw-Hill, New York, 1966.
- [6] H. Krim and M. Viberg, "Two decades of array signal processing research: the parametric approach," *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 13, no. 4, pp. 67-94, Jul. 1996.
- [7] V. H. Hansen, "Detection performance of some nonparametric rank tests and an application to radar," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 16, no. 3, pp. 309-318, May. 1970.
- [8] J. Nolan, "Parameter estimation and data analysis for stable distributions," in *Proc. of Thirty-First Conf. on Signals, Systems, Computers*, pp. 443-447, CA, Nov. 1987.
- [9] D. Middleton, "Channel modeling and threshold signal processing in underwater acoustics: an analytic overview," *IEEE J. Oceanic Eng.*, vol. 12, no. 1, pp. 4-28, Jan. 1987.
- [10] M. Bouvet and S. C. Schwartz, "Underwater noises: statistical modeling, detection, and normalization," *J. Acoustical Society of America*, vol. 83, no. 3, pp. 1023-1033, Mar. 1988.
- [11] D. Middleton and A. Spaulding, "Elements of weak-signal detection in non-gaussian noise", in *Advances in Statistical Signal Processing -vol 2: Signal Detection*, H. Poor and J. Thomas, editors, pp. 137-215, JAI Press, Greenwich, CT, 1993.
- [12] R. J. Webster, "Ambient Noise Statistics," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 41, no. 6, pp. 2249-2253, Jun. 1993.
- [13] E. Wegman, S. Schwartz, and J. Thomas, editors, *Topics in Non-Gaussian Signal Processing*, Springer-Verlag, New York, 1989.
- [14] M. Grigoriu, *Applied Non-Gaussian Signal Processing*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ: 1995.
- [15] P. Tsakalides and C. L. Nikias, "Maximum likelihood localization of sources in noise modeled as a stable process," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 43, no. 11, pp. 2700-2713, Nov. 1995.