

روشی جدید برای طراحی کدهای آزمون توازن کم‌چگالی در طول کوتاه

مهرداد تاکی و محمد باقر نضافتی

عملکرد مناسبی ندارند و در طول‌های کوتاه کدهای منظم بر آنها برتری دارند. در [۵] تحلیل عملکرد کدهای LDPC با طول بلوک کوتاه در کانال باینری پاک‌کن^۳ (BEC) ارائه شده است. تحلیل این کدها در کانال‌های دیگر، یکی از موضوعات روز تحقیقاتی در حوزه کدهای LDPC است.

در این مقاله یک روش نسبتاً ساده و عملی برای طراحی کدهای LDPC نامنظم برای طول بلوک کوتاه ارائه خواهد شد. روش ارائه شده دارای ۳ مرحله زیر است:

در مرحله اول یک ساختار اولیه و تنوع درجه مناسب برای کد انتخاب می‌شود. این ساختار به گونه‌ای انتخاب می‌شود که رفتار کد به آنچه که بهینه‌سازی مجانبی پیش‌بینی می‌کند، نزدیک باشد. در مرحله دوم با استفاده از بهینه‌سازی مجانبی تلاش می‌شود که در هر نرخ، چند توزیع درجه بهینه انتخاب شود.

در مرحله سوم با استفاده از توزیع درجه‌های انتخابی، ماتریس‌های آزمون توازن ساخته می‌شود. نکته مهم در تولید ماتریس آزمون توازن آن است که باید از بروز حلقه‌هایی با طول کوتاه در گراف کد اجتناب شود [۴]. برای کنترل حلقه‌ها در گراف کد در این مقاله از الگوریتم EBF^۴ استفاده می‌شود [۶]. اما از آنجا که الگوریتم فوق قادر به کنترل سطرها نیست، پیشنهادی برای بهبود آن ارائه خواهد شد تا قادر به کنترل وزن سطرها نیز باشد. سپس با استفاده از روش EBF بهبودیافته ماتریس‌های آزمون توازن تولید می‌شود و از طریق شبیه‌سازی بهترین کد انتخاب می‌شود. کدهای طراحی شده با استفاده از شبیه‌سازی با کدهای طراحی شده تاکنون مقایسه می‌شوند.

ساختار ادامه مقاله به صورت زیر است. در بخش ۲ اصول و مفاهیم کلی کدهای LDPC بیان می‌شود. بخش ۳ به تشریح روش پیشنهادی برای طراحی کد در طول کوتاه اختصاص یافته است. در بخش ۴ نتایج شبیه‌سازی‌ها ارائه می‌شود و در بخش پایانی جمع‌بندی و نتیجه‌گیری بیان خواهد شد.

۲- کدهای LDPC

کدهای LDPC نوعی کد بلوکی است که ماتریس بررسی درستی آن تنک است. ماتریس بررسی درستی کدی با نرخ $r = K/N$ و طول بلوک N دارای ابعاد $(N-K) \times N$ است. $M = N - K$ سطر ماتریس، M شرط را مشخص می‌کند که همه کلمات کد باید در آنها صدق کنند. به عبارت دیگر به ازای همه کلمات کد (V) ، (۱) برقرار است [۳]

$$H \times V^T = 0 \quad (1)$$

H در رابطه فوق، ماتریس آزمون توازن است.

چکیده: در این مقاله روشی جدید برای طراحی کدهای آزمون توازن کم‌چگالی^۱ در طول کوتاه پیشنهاد می‌شود. شبیه‌سازی‌ها نشان می‌دهند که کدهای طراحی شده در مقایسه با کدهای LDPC طول کوتاه که تاکنون طراحی شده‌اند، از عملکرد بهتری برخوردارند. در ساخت کدهای LDPC برای طول‌های کوتاه دو مسأله حائز اهمیت است؛ اول آنکه پیش‌بینی تحلیلی از عملکرد کد با استفاده از روش تکامل چگالی^۲، به دلیل مثبتی بودن این روش بر استفاده از بینهایت‌بودن طول کد، امکان‌پذیر نیست. دوم اینکه با توجه به زیادبودن نسبی چگالی کد امکان بروز حلقه‌های کوتاه در گراف متناظر کد بسیار زیاد است و از آنجایی که وجود حلقه در گراف کد باعث افت شدید عملکرد می‌شود، اتخاذ روشی برای جلوگیری از ایجاد حلقه از اهمیت بالایی برخوردار است. در این مقاله برای هر دو مشکل فوق پیشنهاداتی ارائه شده است. اول آنکه ساختار کد بگونه‌ای انتخاب می‌شود که تا حد امکان عملکرد کد به آنچه روش تحلیلی پیش‌بینی می‌کند نزدیک باشد، دوم اینکه با بهبود روش Extended Bit Filling روشی جدید برای کنترل حلقه‌های گراف کد ارائه می‌شود.

کلیدواژه: Semi-Random Parity Check matrix, Extended Bit Filling, finite length Irregular LDPC Codes

۱- مقدمه

در سال ۱۹۶۲ اولین بار توسط گالاگر کدهای آزمون توازن کم‌چگالی (LPDC) معرفی شدند [۱]. گالاگر در آن زمان یک روش بسیار جالب نیز برای کدبرداری کدهای LDPC ارائه داد، ولی این کدها به دلیل اینکه پردازنده‌های آن زمان توانایی پیاده‌سازی آنها را نداشتند، به مدت چندین دهه به دست فراموشی سپرده شدند. در سال ۱۹۹۵ مک‌کی و نیل دوباره این کدها را کشف کردند [۲] و بدین ترتیب توجه جامعه مخابرات دوباره متوجه این کدها شد. در سال ۲۰۰۱ ریچاردسون، شکرالهی و یوربانک روش طراحی مجانبی کدهای LDPC نزدیک به ظرفیت را در کانال‌های متقارن ارائه دادند [۳].

متأسفانه روش بهینه‌سازی مجانبی فقط برای طول بلوک بسیار بزرگ مناسب است و برای طول بلوک کوتاه قابل استفاده نیست. نشان داده شده است که در طول بلوک بسیار بزرگ، کدهای نامنظم عملکرد بهتری نسبت به کدهای منظم دارند [۳] ولی شبیه‌سازی‌های انجام شده در [۴] نشان داده است که کدهای بهینه‌شده مجانبی در طول بلوک کوتاه

این مقاله در تاریخ ۱ تیر ماه ۱۳۸۵ دریافت و در تاریخ ۱۲ اردیبهشت ماه ۱۳۸۶ بازنگری شد.

مهرداد تاکی، دانشکده فنی، دانشگاه تهران، تهران، ایران
(email: mehrdadtaki@gmail.com)

محمد باقر نضافتی، دانشگاه مالک اشتر، تهران، ایران
(email: nezafati@gmail.com)

3. Binary Erasing Channel

4. Extended Bit Filling

1. Low Density Parity Check Codes

2. Density Evolution

ماتریس مربعی ماتریس آزمون توازن است، عناصر قطر اصلی و اولین قطر زیر آن برابر "۱" و بقیه عناصر "۰" است. بدین ترتیب M ستون با وزن ۲ پدید می‌آید. بخش دوم ماتریس ساختار تصادفی دارد

$$H_{m \times n} = \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & 1 & 1 \end{array} \right] A_{m \times k} \quad (6)$$

فرض کنیم که کلمه کد به صورت $V = (p_1, p_2, \dots, p_M, u_1, u_2, \dots, u_K)$ باشد، با استفاده از (۱)، روابط کدگذاری (۷) حاصل می‌شود

$$\begin{cases} p_1 = \sum_{j=1}^k u_j h_{1,m+j} \\ p_i = p_{i-1} + \sum_{j=1}^k u_j h_{i,m+j}, \quad i > 1 \end{cases} \quad (7)$$

رابطه فوق نشان می‌دهد که بخش پیریتی کلمه کد بدون نیاز به محاسبه ماتریس مولد مستقیماً از روی ماتریس آزمون توازن قابل محاسبه است.

۳- روش پیشنهادی برای طراحی کدهای LDPC در طول کوتاه

در این بخش روشی سه‌مرحله‌ای برای طراحی کدهای LDPC نامنظم در طول کوتاه ارائه خواهد شد.

۳-۱ انتخاب ساختار مناسب

هدف این بخش انتخاب ساختار اولیه مناسبی است، به گونه‌ای که رفتار کد مبتنی بر این ساختار در طول کوتاه به آنچه تحلیل مجانبی پیش‌بینی می‌کند، نزدیک باشد. برای رسیدن به این هدف نکات زیر را در نظر می‌گیریم:

۱- باید حداقل تنوع برای درجات گره‌های متغیر و چک در نظر گرفته شود. زیرا در نظر گرفتن تنوع درجه زیاد موجب می‌شود که در چندجمله‌ای $\lambda(x)$ ، برخی از λ_j ها مقادیر بسیار کوچکی داشته باشند و در نتیجه تعداد ستون‌های متناظر با آنها اندک شود. در نتیجه نقشی که بهینه‌سازی مجانبی برای این درجات پیش‌بینی کرده از بین خواهد رفت و عملاً حضور گره‌های با این درجات بی‌تأثیر می‌شود. البته برای گره‌های چک در کدهای بهینه‌شده مجانبی نیز تنوع درجات اندک (۲ یا ۳ درجه متوالی) است. در ساختار پیشنهادی برای گره‌های متغیر حداکثر ۳ درجه متفاوت و برای گره‌های چک حداکثر دو درجه متوالی در نظر گرفته می‌شود.

۲- پیاده‌سازی ستون‌های با وزن زیاد در طول کوتاه، کم‌چگال بودن ماتریس آزمون توازن را به مخاطره می‌اندازد. این مسأله علاوه بر کاهش عملکرد کدبردار بازگشتی، موجب بروز همبستگی بین ستون‌های ماتریس آزمون توازن یا حلقه در گراف کد خواهد شد که به کاهش عملکرد کد می‌انجامد. بنابراین سعی می‌کنیم که چگالی خطی ستون‌ها (وزن آنها نسبت به طولشان) تا حد ممکن کم باشد. نتایج شبیه‌سازی‌ها حاکی از آن است که چگالی خطی سطر و یا ستون‌های ماتریس آزمون توازن نیابستی از ۵٪ تجاوز کند. در غیر این صورت در طول ۱۰۲۴ قادر به تولید کدهایی با گرت بزرگ‌تر از ۴ نخواهیم بود.

کدهای LDPC را با گراف‌های دوبخشی نیز می‌توان نشان داد. گراف دوبخشی از دو نوع گره متغیر و چک تشکیل شده است. هر یک از بیت‌های کد (ستون‌های ماتریس) معادل یکی از گره‌های متغیر و هر یک از معادلات آزمون توازن (سطرهای ماتریس) معادل یکی از گره‌های چک است. شاخه‌های گراف گره‌های متغیر را به گره‌های چک متصل می‌کند. شاخه‌های گراف معادل "۱"های ماتریس آزمون توازن است، به گونه‌ای که اگر عنصر (i, j) ماتریس برابر "۱" باشد، گره متغیر j توسط شاخه‌ای به گره چک i متصل می‌شود. یکی از مشخصات مهم گراف کدهای LDPC طول کوتاه‌ترین حلقه گراف است که گرت نامیده می‌شود. منظور از حلقه، مسیر بسته‌ای است که از یک گره شروع می‌شود و به همان گره ختم می‌شود.

اگر درجه گره‌های متغیر ثابت d_v و درجه گره‌های چک ثابت d_c باشد، کد حاصل منظم خواهد بود. ولی اگر درجه گره‌های متغیر یا درجه گره‌های چک گراف دوبخشی ثابت نباشد، کد LDPC حاصل را نامنظم می‌نامند. با انتخاب توزیع درجه مناسب برای گره‌ها می‌توان عملکرد کدهای LDPC را به طور قابل توجهی بهبود داد.

کدهای LDPC را می‌توان توسط دو چندجمله‌ای $\lambda(x) = \sum_{j=1}^{d_v} \lambda_j x^j$ و $\rho(x) = \sum_{i=1}^{d_c} \rho_i x^{i-1}$ توصیف کرد که λ_j نسبت شاخه‌هایی از گراف دوبخشی کد است که به گره‌های متغیر با درجه j متصل شده‌اند و ρ_i نسبت شاخه‌هایی است که به گره‌های چک با درجه i متصل شده‌اند. ρ_i و λ_j از (۲) به دست می‌آیند [۳].

$$\begin{cases} \rho_i = \frac{im_i}{E} \\ \lambda_j = \frac{jm_j}{E} \end{cases} \quad (2)$$

در روابط فوق n_j تعداد گره‌های متغیر از درجه j و m_i تعداد گره‌های چک از درجه i است و E نیز تعداد کل شاخه‌های گراف است. زوج چندجمله‌ای $\lambda(x)$ و $\rho(x)$ که معرف کدی به نرخ R هستند باید در سه شرط زیر صدق کنند [۳]

$$\sum_j \lambda_j = 1, \quad \forall j : \lambda_j > 0 \quad (3)$$

$$\sum_i \rho_i = 1, \quad \forall i : \rho_i > 0 \quad (4)$$

$$R = 1 - \frac{\int \rho(x) dx}{\int \lambda(x) dx} \quad (5)$$

اهمیت کدهای LDPC در آن است که الگوریتم‌های بازگشتی در مورد آنها به خوبی عمل می‌کند و با استفاده از این الگوریتم‌ها، کدبرداری آنها ساده خواهد بود. همچنین رفتار کد در کدبردار بازگشتی می‌تواند برای ارزیابی عملکرد این کدها استفاده شود. البته تحلیل رفتار کدبردار بازگشتی برای طول بلوک محدود بسیار پیچیده است، اما اگر طول بلوک کد به سمت بی‌نهایت میل کند، آنالیز رفتار کدبردار ساده خواهد شد.

یکی از مشکلات کدهای LDPC پیچیدگی کدگذاری آنها است. زیرا کم‌چگال بودن ماتریس آزمون توازن منجر به تولید ماتریس مولد چگال می‌شود. یکی از روش‌های مطرح برای سادگی کدگذاری این کدها، استفاده از ساختار شبه‌تصادفی است [۷]. ماتریس آزمون توازن شبه‌تصادفی مطابق (۶) از دو بخش تشکیل یافته است. بخش اول که زیر

$$\rho_c = c \left(\frac{c+1}{R} - 1 \right), \quad \rho_{c+1} = 1 - \rho_c \quad (11)$$

$$c = \left[2 + i \times \left(\frac{R}{1-R} \right) \right] \quad (12)$$

با توجه به روابط فوق، i تنها پارامتر آزادی است که در فرم ۱ باید بهینه شود.

در فرم ۲، λ_r از رابطه زیر محاسبه می‌شود

$$\lambda_r = \frac{2M}{E} = \frac{2 \times M}{c \times M} \quad (13)$$

با استفاده از (۳) و (۵) می‌توان دستگاه معادلات زیر را تشکیل داد

$$\begin{cases} R = 1 - \frac{1/c}{1/c + \lambda_i/i + \lambda_r/v} \\ 1 = \lambda_i + \lambda_r + \frac{2}{c} \end{cases} \quad (14)$$

لذا با معلوم بودن i, v, c و حل دستگاه (۱۴) می‌توان λ_i, λ_r و λ_r را حساب کرد. مقادیر بهینه i, v و c با فرض حداکثر کردن آستانه مجانبی به دست می‌آیند.

از آنجا که در فرم ۱ تنها پارامتری که بایستی بهینه شود i است، بهینه‌سازی در این فرم بسیار ساده‌تر خواهد بود.

در ادامه در هر نرخ و برای هر یک از فرم‌های ۱ و ۲، چند زوج $\lambda(x)$ و $\rho(x)$ که دارای بیشترین آستانه مجانبی باشد، انتخاب می‌شود.

۳-۳ انتخاب بهترین کد از طریق شبیه‌سازی

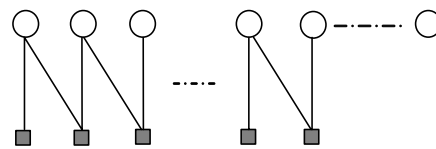
در این مرحله با استفاده از چندجمله‌ای‌های مشخصه بهینه‌شده در مرحله قبل، ماتریس آزمون توازن تولید می‌شود. نکته مهم در تولید ماتریس آزمون توازن آن است که باید از بروز حلقه‌هایی با طول کوتاه در گراف کد اجتناب شود. به طور خاص در گراف کد حلقه‌هایی به طول ۴ نباید اصلاً وجود داشته باشند. در [۶] الگوریتمی تحت عنوان Extended-Bit-Filling برای تولید ماتریس آزمون-توازن ارائه شده است. به کمک این الگوریتم به هنگام ساخت ماتریس آزمون توازن می‌توان گرت آنرا کنترل نمود. اما این روش قادر به کنترل وزن سطریهای ماتریس نیست و فقط حداکثر وزن سطریهای ماتریس را کنترل می‌کند. لذا در اینجا برای بهبود الگوریتم EBF پیشنهادی به صورت ذیل ارائه خواهد شد.

اگر وزن سطرها از کم به زیاد به صورت زیر مرتب شود

$$[b_{r_1}, b_{r_2}, \dots, b_{r_m}], \quad b_{r_1} \leq b_{r_2} \leq \dots \leq b_{r_m} \quad (15)$$

در رابطه فوق b_{r_i} وزن سطر i ام است.

پس از مرتب‌کردن وزن سطرها، ابتدا حداکثر مقدار مجاز برای وزن سطر (b در الگوریتم فوق) b_{r_1} فرض می‌شود. به محض این که وزن سطری به b_{r_i} رسید، آن سطر مسدود می‌شود و حداکثر مقدار مجاز $b_{r_{(i+1)}}$ قرار داده می‌شود. البته این الگوریتم برای طراحی بخش دوم ماتریس آزمون توازن به کار می‌رود و بخش اول به دلیل شبه‌تصادفی بودن ماتریس به صورت معین طراحی می‌شود. خلاصه الگوریتم بهبود یافته EBF برای تولید کدهای شبه‌تصادفی در شکل ۲ آمده است. از آنجا که اختصارات به کار رفته در این شکل کاملاً مشابه مرجع [۶] است، لذا جزئیات بیشتر را می‌توان در این مرجع یافت. در این شکل تغییرات انجام‌گرفته نسبت به روش اصلی با خطوط پررنگ مشخص شده‌اند. در



شکل ۱: ساختار گراف کد شبه‌تصادفی.

۳- مهم‌ترین عاملی که در طول کوتاه موجب کاهش عملکرد کدبردار بازگشتی و ایجاد تفاوت بین عملکرد پیش‌بینی شده مجانبی و عملکرد واقعی می‌شود، بروز حلقه‌های کوتاه در گراف کد است. بنابراین باید تا حد ممکن از بروز حلقه‌های کوتاه اجتناب نمود. در روش پیشنهادی برای کنترل حلقه‌های کوتاه در ساخت ماتریس آزمون توازن، از بهبود یافته الگوریتم EBF استفاده خواهد شد.

۴- بحرانی‌ترین حلقه در گراف کد بین گره‌های با درجه ۲ اتفاق می‌افتد. زیرا وجود حلقه بین L گره با درجه ۲، بدین معنا است که جمع باینری L ستون ماتریس آزمون توازن برابر صفر است. بنابراین کلمه کدی به وزن L وجود خواهد داشت که موجب می‌شود حداقل فاصله همینگ بین کلمات کد به L محدود شود. البته این مسئله برای گره‌های با درجه بزرگ‌تر از ۲ لزوماً صحیح نیست. در مقاله [۸] از کدهای شبه‌تصادفی در طول کوتاه استفاده شده است. در روش پیشنهادی نیز از ساختار شبه‌تصادفی استفاده شده است که علاوه بر سادگی کدگذاری، ویژگی مهم دیگرش آن است که مطابق شکل ۱ در گراف کد شبه‌تصادفی، هیچ حلقه‌ای بین گره‌های با درجه ۲ به وجود نمی‌آید.

با توجه به نکات فوق، دو ساختار اولیه زیر را برای طراحی کدهای نامنظم در طول کوتاه در نظر می‌گیریم

$$(1) \begin{cases} \lambda(x) = \lambda_r x + \lambda_i x^{i-1} \\ \rho(x) = \rho_c x^{c-1} + \rho_{c+1} x^c \end{cases} \quad (8)$$

$$(2) \begin{cases} \lambda(x) = \lambda_r x + \lambda_i x^{i-1} + \lambda_v x^{v-1} \\ \rho(x) = x^{c-1} \end{cases} \quad (9)$$

۲-۳ بهینه‌سازی مجانبی

کدهای LDPC در کانال‌های مختلف خاصیت آستانه‌ای دارد. بدین مفهوم که اگر سطح نویز کانال از مقدار مشخصی (آستانه) کمتر باشد، با افزایش طول بلوک کد به سمت بینهایت، احتمال خطا به سمت صفر میل می‌کند. مقدار آستانه در هر کانال می‌تواند به عنوان معیار ارزیابی کدهای LDPC مورد استفاده قرار گیرد و کد بهینه با حداکثر نمودن مقدار آستانه در نرخ مورد نظر طراحی شود. یعنی $\lambda(x)$ و $\rho(x)$ به گونه‌ای انتخاب شوند که مقدار آستانه حداکثر شود. برای محاسبه مقدار آستانه از روش تکامل چگالی بر مبنای مرجع [۹] استفاده شده است.

در این مقاله کانال گوسی با نویز سفید جمع‌شونده (AWGN) در نظر گرفته شده است. در این کانال اگر توان نویز σ^2 و نرخ کد R باشد، نسبت سیگنال به نویز (SNR) از رابطه $E_b/N_s = 1/(2R\sigma^2)$ محاسبه می‌شود.

در هر یک از فرم‌های ۱ و ۲ در مجموع ۶ پارامتر وجود دارد که باید مقدار بهینه آنها محاسبه شود. اما با توجه به (۳) تا (۵) می‌توان برخی از این پارامترها را بر حسب بقیه پارامترها به دست آورد. در فرم (۱) داریم

$$\lambda_r = \frac{2}{2 + i \times \left(\frac{R}{1-R} \right)}, \quad \lambda_i = 1 - \lambda_r \quad (10)$$

Input $M, N, B = [b_{r1}, b_{r2}, \dots, b_{rM}], \{a_1, a_2, \dots, a_N\}, \bar{g}, \underline{g}$

Filling Deterministic part:

1: for $q = \{1, 2, \dots, M-1\}$, set $H_{q,q} = 1$, set $H_{q+1,q} = 1$

3: set $H_{M,M} = 1$

4: for $q = \{2, 3, \dots, M-1\}$, set $N_q = \{q-1, q+1\}$

6: set $N_1 = \{2\}$, set $N_M = \{M-1\}$

7: for $c = \{2, 3, \dots, M\}$, set $\text{deg}(c) = 2$, set $\text{deg}(1) = 1$

Filling Random part:

8: set $n = M+1$, $A = \{1, 2, \dots, M\}$, and $U_1 = \phi, g' = \bar{g}$, counter = 1, $b = b_{r-counter}$

9: do {

10: $\forall c \in U_1$, set $H_{c,n} = 1$

11: set $I = 0, U = \phi$

12: do {

13: compute $F_0 = A - U$

14: if $(F_0 \neq \phi)$ {

15: choose c^* from F_0

16: $\forall c \in U_1$, update $N_c = N_c \cup c^*$ and $N_{c^*} = N_{c^*} \cup U_1$

17: update $U_1 = U_1 \cup \{c^*\}$, $U = U \cup \{V_{g'/2-1}(c^*)\}$

18: increment $\text{deg}(c^*)$ by 1

19: if $(\text{deg}(c^*) = b)$ {

20: counter = counter + 1, $A = A - \{c^*\}$, $b = b_{rcounter}$

21: $A = A \cap \{d \mid \text{deg}(d) < b\}$

22: }

23: $i = i + 1$

24: } else {

20: $g' = g' - 2$

21: recalculate $U = \bigcup_{1 \leq j \leq g'/2-1} U_j$

22: }

23: } while $(i < a_n \text{ and } g' \geq \underline{g})$

24: $n = n + 1$

24: } while $(n < N \text{ and } g' \geq \underline{g})$

Outputs: H

شکل ۲: الگوریتم بهبودیافته EBF.

جدول ۱: مقایسه آستانه مجانبی کدهای برتر طراحی شده با کدهای منظم.

Code		$R = \frac{1}{8}$	$R = \frac{1}{4}$	$R = \frac{1}{2}$	$R = \frac{3}{4}$	$R = \frac{7}{8}$
Regular	σ^*	۰.۹۶	۱.۲۴	۰.۹۱	۰.۷۱	۰.۶۳
	i	۳	۳	۳	۳	۳
Irregular (۱)	σ^*	۱.۵۵	۱.۲۹	۰.۹۱	۰.۷۲	۰.۶۴
	i	۳	۳	۳	۳	۳
Irregular (۲)	v	۷	۸	۱۱	۱۰	۴
	c	۳	۳	۷	۱۶	۲۶
	σ^*	۱.۵۵	۱.۳۹	۰.۹۸	۰.۷۳	۰.۶۴

ادامه پس از ساخت ماتریس‌های آزمون توازن و شبیه‌سازی آنها در هر نرخ و طول بلوک مختلف، بهترین کد انتخاب می‌شود.

گرچه روش فوق برای طراحی طول بلوک‌های خیلی کوتاه نیز قابل استفاده است، ولی کدهای با عملکرد مناسب به ازای حداقل طول بلوک کد ۱۰۲۴ به دست می‌آید.

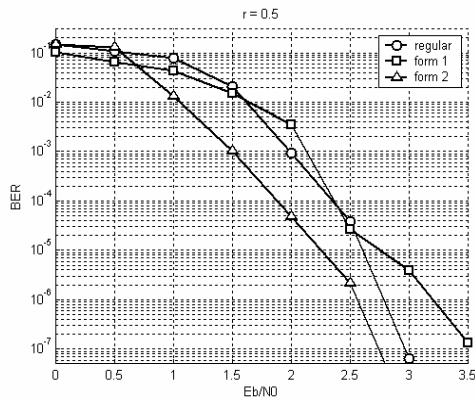
۴- نتایج شبیه‌سازی

در این بخش، روش پیشنهادی در دو بخش با استفاده از شبیه‌سازی مورد ارزیابی قرار گرفته است، در بخش اول از روی یک زوج چندجمله‌ای مشخصه، با استفاده از روش EBF و روش EBF بهبودیافته ارائه شده در

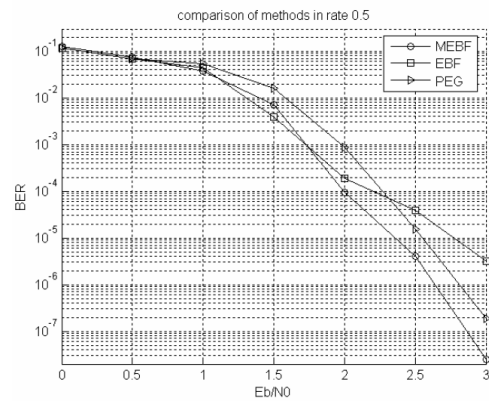
این مقاله و روش PEG^۱ که در [۸] ارائه شده است، سه ماتریس کد مختلف ساخته شده است. مقایسه عملکرد کدها در شکل ۳ نشان می‌دهد که در صورت بالای بودن تنوع درجه گره‌های چک، روش EBF عملکرد مناسبی ندارد، ولی روش بهبودیافته EBF عملکرد قابل قبولی دارد و کدهای ساخته شده با آن عملکردی مشابه و یا حتی بهتر نسبت به کدهای ساخته شده با استفاده از PEG دارند.

در بخش دوم با استفاده از روش پیشنهادی، کدهای نامنظم به طول ۱۰۲۴ در ۵ نرخ مختلف در فرم‌های ۱ و ۲ طراحی شده و در کانال گوسی شبیه‌سازی شده‌اند. توزیع درجات کدهای انتخابی در نرخ‌های ۱/۸، ۱/۴، ۱/۲، ۳/۴ و ۷/۸ در جدول ۱ نشان داده شده است. عملکرد کدهای طراحی شده را با کدهای منظم بهینه هم‌نرخ و هم‌طول خود که بر مبنای مقاله [۱۰] طراحی شده‌اند، مقایسه کرده‌ایم. درجه گره‌های متغییر در کدهای بهینه منظم مورد استفاده، در نرخ ۱/۸ برابر ۷ و در دیگر نرخ‌ها برابر ۳ است.

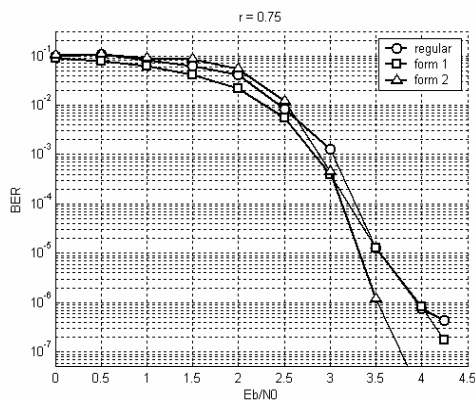
در اشکال ۴ تا ۸، عملکرد کدهای طراحی شده در نرخ‌های مختلف نشان داده شده است. مطابق این اشکال، بهترین کدهای طراحی شده در نرخ‌های ۱/۸، ۱/۴، ۱/۲، ۳/۴ و ۷/۸ در احتمال خطای 10^{-5} نسبت به کدهای منظم بهینه به ترتیب ۵ dB، ۱ dB، ۰.۲۵ dB، ۰.۵ dB و ۰.۷۵ dB برتری دارند. مطابق آنچه در مرجع [۸] بیان شده است، بهترین عملکرد برای کدهای منظم زمانی به دست می‌آید که درجه گره‌های چک



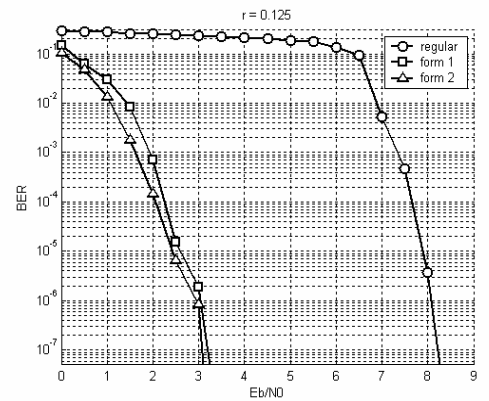
شکل ۶: مقایسه کد منظم بهینه با کدهای نامنظم طراحی شده در فرم‌های ۱ و ۲ با طول بلوک ۱۰۲۴ و نرخ ۱/۲.



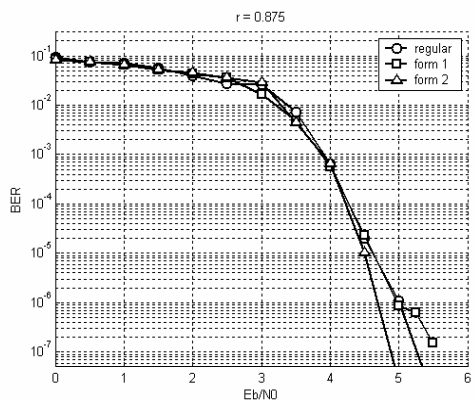
شکل ۳: مقایسه عملکرد کدهای ساخته شده با استفاده از روش‌های MEBF, EBF, و PEG.



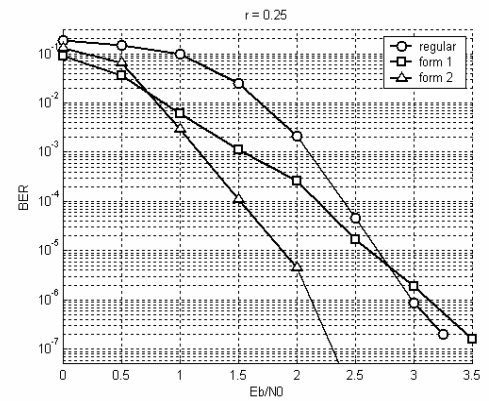
شکل ۷: مقایسه کد منظم بهینه با کدهای نامنظم طراحی شده در فرم‌های ۱ و ۲ با طول بلوک ۱۰۲۴ و نرخ ۳/۴.



شکل ۴: مقایسه کد منظم بهینه با کدهای نامنظم طراحی شده در فرم‌های ۱ و ۲ با طول بلوک ۱۰۲۴ و نرخ ۱/۸.



شکل ۸: مقایسه کد منظم بهینه با کدهای نامنظم طراحی شده در فرم‌های ۱ و ۲ با طول بلوک ۱۰۲۴ و نرخ ۷/۸.



شکل ۵: مقایسه کد منظم بهینه با کدهای نامنظم طراحی شده در فرم‌های ۱ و ۲ با طول بلوک ۱۰۲۴ و نرخ ۱/۴.

۵- نتیجه گیری

در این مقاله روشی برای طراحی کدهای LDPC در طول کوتاه ارائه شد. روش پیشنهادی از سه مرحله انتخاب ساختار اولیه، بهینه‌سازی مجانبی و شبیه‌سازی تشکیل شده است. کدهای طراحی شده دارای مزایایی است که از آن جمله می‌توان به روش بهینه‌سازی نسبتاً ساده، عملکرد خوب به دلیل نامنظم بودن ساختار کد و کدگذاری سریع به دلیل ساختار شبه تصادفی ماتریس بررسی توازن اشاره کرد. این مزایا کدهای پیشنهادی را برای کاربردهای با طول محدود بسیار مناسب می‌سازد. همچنین با استفاده از بهبود یافته روش EBF ارائه شده می‌توان علاوه بر کنترل گرث، وزن سطرها را نیز به طور دقیق کنترل کرد.

بزرگ‌تر از ۲ باشد. با این هدف برای همه نرخ‌های عنوان شده به جز نرخ ۱/۸ می‌توان درجه چک ۳ را برگزید، اما برای نرخ ۱/۸ کمترین درجه چک ۷ است. لذا علت اختلاف شدید بین کدهای نرخ ۱/۸ را می‌توان با استفاده از تفاوت آستانه‌های مجانبی توجیه کرد. در این نرخ با توجه به جدول ۱، تفاوت آستانه مجانبی کدهای منظم و نامنظم نسبت به سایر نرخ‌ها بیشتر است.

همچنین در این اشکال، کدهای فرم ۱ و ۲ نیز با هم مقایسه شده‌اند. با توجه به این اشکال، کدهای فرم ۲ عملکرد بهتری نسبت به فرم ۱ دارند. البته این برتری چندان زیاد نیست و در مقابل طراحی کدهای فرم ۱ نسبت به فرم ۲ ساده‌تر است.

- [10] M. Rashidpour, A. Shokrollahi, and S. H. Jamali, "Optimal regular LDPC codes for the binary erasure channel," *IEEE Communications Letters*, vol. 9, no. 6, pp. 546-548, Jun. 2005.

مهرداد تاکی تحصیلات خود را در مقاطع کارشناسی و کارشناسی ارشد مهندسی برق به ترتیب در سال‌های ۱۳۸۲ و ۱۳۸۴ از دانشگاه‌های تهران و علم و صنعت ایران به پایان رسانده است و هم‌اکنون در دوره دکتری مهندسی مخابرات در دانشگاه تهران مشغول به تحصیل می‌باشد. زمینه‌های تحقیقاتی مورد علاقه ایشان عبارتند از: طراحی کدهای LDPC، کاربرد کدهای LDPC در کانال‌های غیر خطی و متداخل غیر گاوسی، کدینگ منابع توزیع شده و شبکه‌های شناختگر بی‌سیم.

محمد باقر نظافتی در سال ۱۳۷۹ مدرک کارشناسی مهندسی برق خود را از دانشگاه صنعتی مالک اشتر و در سال ۱۳۸۲ مدرک کارشناسی ارشد مهندسی برق خود را از دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی دریافت نمود. نام‌برده از سال ۱۳۸۰ در دانشگاه صنعتی مالک اشتر مشغول به فعالیت می‌باشد. زمینه‌های تحقیقاتی مورد علاقه ایشان عبارتند از: طراحی کدهای LDPC، کاربرد کدهای LDPC در کانال‌های گاوسی و متداخل غیر گاوسی و مخفی‌سازی اطلاعات در تصویر.

مراجع

- [1] R. G. Gallager, *Low Density Parity Check Codes*, No. 21 in Research Monograph series, MIT Press, Cambridge, Mass., ????. 1963.
- [2] D. J. C. MacKay and R. M. Neal, "Near Shannon limit performance low density parity check codes," *Electronics Letters*, vol. 32, no. 18, p. 1645, Aug. 1996.
- [3] T. J. Richardson, M. A. Shokrollahi, and R. L. Urbanke, "Design of capacity - approaching irregular Low Density Parity Check Codes," *IEEE Trans. on Information Theory*, vol. 47, no. 2, pp. 619-637, Feb. 2001.
- [4] Y. Xue and H. Xiang, "Performance analysis of finite-length LDPC codes," in *Proc. 4th IEEE Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications, SPAWC*, pp. 85-89, Jun. 2003.
- [5] C. Di, D. Proietti, I. E. Telatar, T. J. Richardson, and R. L. Urbanke, "Finite-length analysis of lowdensity parity-check codes on the binary erasure channel," *IEEE Trans. on Information Theory*, vol. 48, no. 6, pp. 1570-1579, Jun. 2002.
- [6] J. Campello and D. S. Modha, "Extended bit-filling and LDPC code design," in *IEEE Global Telecommunications Conf.*, vol. 2, pp. 985-989, Nov. 2001.
- [7] L. Ping, W. K. Leung, and N. Phamdo, "Low-density parity-check codes with semi-random parity-check matrix," *Electronic Letters*, vol. 35, no. 1, pp. 38-39, Jan. 1999.
- [8] H. Xiao-Yu, E. Eleftheriou, and D. M. Arnold, "Progressive edge-growth tanner graphs," in *Proc. IEEE Global Telecommunications Conf.*, vol. 2, pp. 995-1001, Nov. 2001.
- [9] C. Sae-Young, T. J. Richardson, and R. L. Urbanke, "Analysis of sum-product decoding of low-density parity-check codes using a Gaussian approximation," *IEEE Trans. on Information Theory*, vol. 47, no. 2, pp. 657-670, Feb. 2001.

Archive of SID