

مدل سازی آزمایشی سیستم‌های دوبعدی با ساختار ARMA

مهديه سادات سعدآبادی، مسعود شفیعی و مهدی کراری

نمی‌شود. تنها دغدغه این رویکرد این است که داده‌های ورودی اندازه‌گیری شده سیستم را به داده‌های خروجی اندازه‌گیری شده نگاشت دهد. این روش، شناسایی سیستم نامیده می‌شود [۱۱].

تاکنون روش‌های بسیاری جهت شناسایی سیستم‌های یک‌بعدی ارائه شده است؛ ولی با این وجود، در زمینه شناسایی سیستم‌های دوبعدی، تحقیقات اندکی صورت گرفته است.

در طول سه دهه اخیر، مدل‌سازی آزمایشی سیستم‌های دوبعدی با ساختار ARMA بسیار مورد توجه قرار گرفته است. این مدل‌ها در شاخه‌های مختلفی از قبیل شناسایی سیستم‌های دوبعدی [۱۲]، تخمین طیف [۱۳] و [۱۴]، مدل‌سازی دوبعدی [۱۵] و [۱۶] و تخمین پارامتر دوبعدی [۱۷] تا [۱۹] مورد استفاده قرار گرفته است. به‌طور کلی، فرآیند مدل‌سازی آزمایشی یک سیستم با ساختار ARMA، شامل مراحل زیر می‌باشد [۲۰]:

۱- تعیین مرتبه مدل

۲- شناسایی و تخمین پارامترها

۳- ارزیابی مدل

در این مقاله، مدل‌سازی آزمایشی سیستم‌های دوبعدی گسسته با ساختار ARMA مورد بررسی قرار گرفته است. در این راستا، مسئله تعیین مرتبه و تخمین پارامترهای مدل در سیستم‌های دوبعدی مطرح می‌شود. در حالت یک‌بعدی، تکنیک‌های متعددی برای تعیین مرتبه مدل ارائه شده است ولی با این وجود، در حالت دوبعدی، تحقیقات اندکی صورت گرفته که در آنها به تعیین مرتبه مدل AR دوبعدی می‌پردازند.

به‌طور کلی، روش‌های تعیین مرتبه مدل (یک‌بعدی و دوبعدی) را می‌توان به دو دسته کلی تقسیم‌بندی نمود: روش‌های مبتنی بر معیار نظری اطلاعات^۲ و روش‌های مبتنی بر جبر خطی^۳ [۲۱] تا [۲۳].

در زمینه روش‌های مبتنی بر شاخص اطلاعات، معیار^۴ AIC^۴، MDL^۵ و MEV^۶ را می‌توان نام برد. در معیار AIC و MDL، هدف حداقل کردن عبارتی است که به واریانس خطا و تعداد پارامترهای آزاد مدل وابسته است و مرتبه‌ای از مدل که کمترین مقدار این عبارت را نتیجه دهد به‌عنوان بهترین تخمین در نظر گرفته می‌شود. یکی از معایب معیار AIC و یا MDL آن است که در این معیارها بایستی پارامترهای متناظر با تمامی ساختارهای امکان‌پذیر برای مدل، تخمین زده شوند. از این رو، پیاده‌سازی این معیارها زمان‌بر می‌باشد [۲۱]. معیار MEV مبتنی بر معیار MDL است. مزیت این معیار آن است که امکان تعیین مرتبه صحیح مدل را با دقت بالا و بدون نیاز به تخمین پارامترهای مدل، فراهم می‌سازد [۲۱].

الگوریتم‌های مبتنی بر تعیین رتبه ماتریس‌های خاص (مثلاً ماتریس

چکیده: در این مقاله، مدل‌سازی آزمایشی سیستم‌های دوبعدی گسسته با ساختار ARMA مورد بررسی قرار گرفته است. در این راستا، مسئله تعیین مرتبه مدل در سیستم‌های دوبعدی و تخمین پارامترهای مدل دوبعدی مطرح می‌شود. در این مقاله نشان داده شده است که اطلاعات مرتبه بخش‌های AR و MA در مدل ARMA دوبعدی، به‌طور ضمنی در ماتریس همبستگی داده‌های خروجی، مخفی است. در الگوریتم تعیین مرتبه مطرح‌شده، مرتبه بخش‌های AR و MA در مدل ARMA دوبعدی به‌طور مستقل و قبل از تخمین پارامترهای مدل تعیین می‌شوند.

مدل دوبعدی مورد استفاده، علی، پایدار، تغییرناپذیر با ثبات و با ناحیه پشتیبانی ربع صفحه (QP) فرض می‌شود. شبیه‌سازی‌های عددی، دقت بالا و عملکرد مطلوب روش مطرح‌شده را در مدل‌سازی سیستم‌های دوبعدی گسسته با ساختار ARMA دوبعدی نشان می‌دهند.

کلید واژه: تخمین پارامتر، تعیین مرتبه مدل، سیستم‌های دوبعدی، مدل ARMA دوبعدی، مدل‌سازی آزمایشی.

۱- مقدمه

گسترده‌گی و رشد روزافزون کاربردهای سیستم‌های دوبعدی در پردازش تصویر [۱] و [۲]، فرآیندهای پردازش صفحه‌ای^۱ [۳] تا [۵]، سیستم‌های کنترل یادگیر تکرارشونده [۶] تا [۹]، سیستم‌های گسترده [۱۰] و ... نیاز به ارائه روش‌های پیشرفته و مناسب مدل‌سازی را جهت استخراج مدل این‌گونه سیستم‌ها نمایان می‌کند. مدل حاصل در طراحی کنترل‌کننده‌ها و پایدارسازهای سیستم قابل استفاده است. واضح است که هرچه مدل دقیق‌تر و جزئی‌تر باشد، کنترل‌کننده طراحی‌شده نیز از دقت بالاتری برخوردار خواهد بود.

در علم مدل‌سازی سیستم‌ها، سه رویکرد جهت مدل‌سازی وجود دارد [۱۱]. مدل‌سازی جعبه سفید (مدل‌سازی تحلیلی)، مدل‌سازی جعبه خاکستری و مدل‌سازی جعبه سیاه (مدل‌سازی آزمایشی). در مدل‌سازی جعبه سفید، ساختار مشخصی با استفاده از قوانین و روابط فیزیکی حاکم بر سیستم برای سیستم در نظر گرفته می‌شود و سپس پارامترهای ساختار تعیین می‌گردند [۱۱].

در مدل‌سازی جعبه خاکستری، ساختار مشخصی برای سیستم در نظر گرفته می‌شود (همانند رویکرد اول). سپس پارامترهای فیزیکی سیستم از طریق اندازه‌گیری‌ها و آزمایش ورودی-خروجی به‌دست می‌آیند [۱۱]. در مدل‌سازی جعبه سیاه، هیچ‌گونه مدل خاصی برای سیستم فرض

این مقاله در تاریخ ۲۰ شهریور ماه ۱۳۸۶ دریافت و در تاریخ ۱۱ تیر ماه ۱۳۸۷ بازنگری شد.

مهديه سادات سعدآبادی، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه صنعتی امیرکبیر (پلی‌تکنیک تهران)، تهران، ایران، (email: m_sadabadi@aut.ac.ir).

مسعود شفیعی، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه صنعتی امیرکبیر (پلی‌تکنیک تهران)، تهران، ایران، (email: mshafiee@aut.ac.ir).

مهدی کراری، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه صنعتی امیرکبیر (پلی‌تکنیک تهران)، تهران، ایران، (email: karrari@aut.ac.ir).

1. Web Forming Process

2. Information Theoretic Criterion Methods

3. Linear Algebraic Methods

4. Akaike Information Criterion

5. Minimum Description Length

6. Minimum Eigenvalue

AR دوبعدی می پردازند [۲۱] تا [۲۳] و [۲۸].

در این مقاله روش جدیدی مبتنی بر رتبه ماتریس همبستگی داده های خروجی برای تعیین مرتبه مدل ARMA دوبعدی مطرح شده است. در روش مطرح شده نشان داده شده است که اطلاعات مرتبه های بخش AR و بخش MA به طور ضمنی در ماتریس همبستگی داده های خروجی مخفی است. در این روش، مرتبه AR و MA به طور مستقل و قبل از تخمین پارامترهای مدل تخمین زده می شوند.

در روش مطرح شده فرض می شود که سیگنال ورودی $u_{i,t}$ ، نویز سفید گوسی با میانگین صفر و واریانس σ_u^2 می باشد، به گونه ای که تمامی مدهای سیستم را تحریک کند.

۳-۱ تعیین مرتبه بخش AR در مدل ARMA دوبعدی

مدل ARMA دوبعدی در (۱) با $N_1 N_2$ داده نمونه برداری شده را در نظر بگیرید. فرض کنید که فرضیات (۱) و (۲) برقرار می باشند. برای مدل ARMA دوبعدی (۱)، معادلات MYW^T در حالت دوبعدی به صورت زیر بیان می شوند [۲۲] و [۲۶]

$$\sum_{i_1=0}^{p_1} \sum_{i_2=0}^{p_2} a_{i_1, i_2} r_{i_1-i_2, t_1-t_2} (l_1-i_1, l_2-i_2) = \sigma_u^2 \sum_{j_1=0}^{q_1} \sum_{j_2=0}^{q_2} b_{j_1, j_2} h(j_1-l_1, j_2-l_2) \quad (2)$$

که در آن h_{j_1, j_2} پاسخ ضربه سیستم است. به دلیل علی بودن سیستم، برای $j_1 < 0$ و یا $j_2 < 0$ ، پاسخ ضربه سیستم برابر صفر است. r_{i_1, i_2} تابع خودهمبستگی خروجی $\{y_{i_1, i_2}\}$ است که به صورت (۳) تعریف می شود

$$r_{i_1, i_2} = E[y_{i_1, i_2} y_{i_1-i_2, t_1-t_2}] \quad (3)$$

که در آن $E[.]$ عملگر امید ریاضی است. رابطه (۲)، اساس تعیین مرتبه مدل ARMA در این روش می باشد. با توجه به (۲)، برای $l_1 > q_1$ و یا $l_2 > q_2$ ، رابطه زیر را می توان نوشت

$$\sum_{i_1=0}^{p_1} \sum_{i_2=0}^{p_2} a_{i_1, i_2} r_{i_1-i_2, t_1-t_2} = 0 \quad (4)$$

معادله بالا را می توان به فرم ماتریسی زیر بیان نمود

$$r_{i_1, i_2} = -\theta^T r(l_1, l_2) \quad (5)$$

که در آن بردار پارامترهای بخش AR در مدل ARMA دوبعدی و بردار خودهمبستگی به صورت زیر است

$$r(l_1, l_2) = [r_{l_1, l_2-1} \dots r_{l_1, l_2-p_2} \dots r_{l_1-p_1, l_2} \dots r_{l_1-p_1, l_2-p_2}]^T$$

ماتریس R ، ماتریسی با ابعاد $(m_1 m_2) \times (n_1 n_2)$ ($m_1 \gg n_1 > p_1 + 1$) و $(m_2 \gg n_2 > p_2 + 1)$ است که به صورت زیر تعریف می شود

$$R = [r_1^1 \dots r_1^{m_1-1} \dots r_1^{m_1} \dots r_{n_1-1}^1 \dots r_{n_1-1}^{m_1} \dots r_{n_1-1}^{m_1}] \quad (6)$$

که در آن برداری با ابعاد $1 \times (m_1 m_2)$ است

$$r_i^j = [r_{q+i, q+j} \dots r_{q+i, q+j+m_2-1} \dots r_{q+i+m_1-1, q+j} \dots r_{q+i+m_1-1, q+j+m_2-1}]^T \quad (7)$$

$i = 0, 1, \dots, n_1 - 1, \quad j = 0, 1, \dots, n_2 - 1$

کوارانسان داده های خروجی سیستم، مثالی از روش های مبتنی بر جبر خطی برای تعیین مرتبه مدل است [۲۲].

در این مقاله، روش جدیدی مبتنی بر رتبه ماتریس همبستگی داده های خروجی برای تعیین مرتبه مدل ARMA دوبعدی، مطرح شده است. در روش مطرح شده، نشان داده شده است که اطلاعات مرتبه بخش های AR و MA در مدل ARMA دوبعدی، به طور ضمنی در ماتریس همبستگی داده های خروجی مخفی است. در این روش، مرتبه بخش های AR و MA در مدل ARMA دوبعدی به طور مستقل و قبل از تخمین پارامترهای مدل تعیین می شوند. شایان ذکر است که در این مقاله، اثر نویز اندازه گیری مورد بررسی قرار نگرفته است.

پس از تعیین مرتبه مدل دوبعدی، تخمین تطبیقی پارامترهای سیستم مورد بررسی قرار می گیرد. در این حالت، هدف ارائه یک الگوریتم تطبیقی دوبعدی جهت تخمین پارامترهای مجهول سیستم دوبعدی است. به طوری که به هر نحوی از مبدأ دور شویم، خطای تخمین به صفر میل کند.

مدل دوبعدی مورد استفاده در مقاله، علی، پایدار، تغییرناپذیر با شیف و با ناحیه پشتیبانی ربع صفحه^۱ (QP) فرض می شود. شبیه سازی های عددی، دقت بالا و عملکرد مطلوب روش مطرح شده را در مدل سازی سیستم های دوبعدی گسسته با ساختار ARMA دوبعدی نشان می دهند. در این مقاله، فرمول بندی مسئله در بخش دوم آورده شده است. الگوریتم های تعیین مرتبه مدل و تخمین پارامترهای مدل به ترتیب، در بخش های سوم و چهارم مطرح شده اند. شبیه سازی های عددی در بخش پنجم ظاهر شده اند و نهایتاً، بخش ششم شامل نتایج مقاله است.

۲- فرمول بندی مسئله

سیستم دوبعدی علی، پایدار، خطی و تغییرناپذیر با شیف با ناحیه پشتیبانی ربع صفحه را در نظر بگیرید که به صورت زیر توصیف می شود

$$\sum_{i_1=0}^{p_1} \sum_{i_2=0}^{p_2} a_{i_1, i_2} y_{i_1-i_2, t_1-t_2} = \sum_{j_1=0}^{q_1} \sum_{j_2=0}^{q_2} b_{j_1, j_2} u_{i_1-j_1, t_1-t_2} \quad (1)$$

که در آن سیگنال خروجی و سیگنال ورودی سیستم است. (p_1^*, p_2^*) و (q_1^*, q_2^*) به ترتیب، مرتبه بخش AR و MA در مدل ARMA دوبعدی می باشند. فرض کنید که شرایط زیر برقرار است:

فرض (۱): $a_{i_1, i_2} = 1$

فرض (۲): $b_{q_1, q_2} \neq 0, \quad b_{p_1, p_2} \neq 0$

داده $N_1 \times N_2$ ($t_1 = 0, 1, 2, \dots, N_1 - 1$ و $t_2 = 0, 1, 2, \dots, N_2 - 1$) از ورودی - خروجی سیستم دوبعدی نمونه برداری شده است. هدف، تعیین مرتبه و تخمین پارامترهای مدل ARMA دوبعدی است.

۳- تعیین مرتبه مدل

تکنیک های متعددی برای حل مسئله مدل سازی سیستم های گسسته با ساختار ARMA توسعه یافته اند که در اکثر آنها فرض می شود که مرتبه مدل از قبل مشخص است. با این وجود در کاربردهای عملی، مرتبه مدل نامعلوم است و بایستی تعیین گردد [۲۴]. واضح است که انتخاب مرتبه مدل، اولین مرحله کلیدی به سمت مدل سازی و تخمین پارامترهای مدل می باشد [۲۴]. در حالت یک بعدی، تکنیک های متعددی برای تعیین مرتبه مدل ارائه شده است [۲۴] تا [۲۷]. ولی با این وجود در حالت دوبعدی، تحقیقات اندکی صورت گرفته که در آنها به تعیین مرتبه مدل

ابعاد $[(p_1+1)(p_r+1)] \times [(p_1+1)(p_r+1)]$ است که به صورت زیر تعریف می‌شود

$$R_e = \begin{bmatrix} R_{q_{e_1}-p_1} & R_{q_{e_1}-p_1+1} & \dots & R_{q_{e_1}} \\ R_{q_{e_1}-p_1+1} & R_{q_{e_1}-p_1+2} & \dots & R_{q_{e_1}+1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ R_{q_{e_1}} & R_{q_{e_1}+1} & \dots & R_{q_{e_1}+p_1} \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$R_{q_{e_1}-p_1+i} = \begin{bmatrix} r_{q_{e_1}-p_1+i, q_{e_1}-p_1} & r_{q_{e_1}-p_1+i, q_{e_1}-p_1+1} & \dots & r_{q_{e_1}-p_1+i, q_{e_1}} \\ r_{q_{e_1}-p_1+i, q_{e_1}-p_1+1} & r_{q_{e_1}-p_1+i, q_{e_1}-p_1+2} & \dots & r_{q_{e_1}-p_1+i, q_{e_1}+1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ r_{q_{e_1}-p_1+i, q_{e_1}} & r_{q_{e_1}-p_1+i, q_{e_1}+1} & \dots & r_{q_{e_1}-p_1+i, q_{e_1}+p_1} \end{bmatrix}$$

$i = 0, 1, \dots, 2p_1$

آنگاه

$$\text{rank}(R_e) = \begin{cases} (p_1+1)(p_r+1) - 1 & \text{when } q_{e_1} > q_1 \\ (p_1+1)(p_r+1) & \text{when } q_{e_1} = q_1, q_{e_1} = q_r \end{cases} \quad (11)$$

اثبات: در ابتدا فرض کنید که $q_{e_1} > q_1$ است. در این حالت، بایستی ثابت کرد که $\text{rank}(R_e) = (p_1+1)(p_r+1) - 1$

با فرض $l_r = q_{e_1}, q_{e_1} + 1, \dots, q_{e_1} + p_1$ و $l_1 = q_{e_1}, q_{e_1} + 1, \dots, q_{e_1} + p_1$ معادلات MYW را می‌توان به صورت ماتریسی زیر بیان نمود

$$R_e \underline{a} = \underline{0} \quad (12)$$

که در آن \underline{a} بردار ضرایب AR است که به صورت زیر تعریف می‌شود

$$\underline{a} = [a_{p_1, p_1}, \dots, a_{p_1, 1}, a_{p_1-1, p_1}, \dots, a_{p_1-1, 1}, \dots, a_{1, 1}]^T \quad (13)$$

و : بردار صفر با ابعاد $(p_1+1)(p_r+1) \times 1$ می‌باشد. تحت فرضیات صورت گرفته، نمایش معادله MYW یکتا است [۲۶]. این ایجاب می‌کند که فضای پوچی ماتریس R_e دارای بعد یک باشد. از طرف دیگر، با توجه به قضایای موجود در جبر خطی، اگر A ماتریسی با ابعاد $m \times n$ باشد رتبه ماتریس A ، برابر $r = n - \dim(N(A))$ است (بعد فضای پوچی ماتریس $A = \dim(N(A))$). از این رو، داریم

$$\text{rank}(R_e) = (p_1+1)(p_r+1) - 1$$

اکنون، حالت دوم را در نظر بگیرید که $q_{e_1} = q_1$ و $q_{e_1} = q_r$ است. در این حالت، باید ثابت نمود که $\text{rank}(R_e) = (p_1+1)(p_r+1)$

در نظر بگیرید. با توجه به این که $q_{e_1} = q_1$ و $q_{e_1} = q_r$ است، معادلات MYM در (۲) به فرم ماتریسی زیر قابل بیان است

$$R_e \underline{a} = \underline{v} \quad (14)$$

که در آن

$$\underline{v} = [(\sigma_e^2 b_{q_1, q_1}, b_{q_1, q_1}, \dots, \dots)]^T \quad (15)$$

با فرض $b_{q_1, q_1} \neq 0$ ، \underline{v} بردار غیر صفر است. یکتا بودن بردار \underline{a} ایجاب می‌کند که ماتریس R_e رتبه کامل داشته باشد. از این رو،

$$\text{rank}(R_e) = (p_1+1)(p_r+1)$$

اطلاعات رتبه MA به طور ضمنی در یک ماتریس همبستگی مخفی است. در تئوری، رتبه (q_1, q_r) ممکن است به صورت زیر تعیین شود

که در آن $q_1 > q_r$ و یا $q_1 > q_r$ انتخاب می‌شود. ماتریس هنگل R را می‌توان به صورت زیر نیز بیان نمود

$$R = \begin{bmatrix} \hat{R}_1 & \hat{R}_1 & \dots & \hat{R}_{n_1-1} \\ \hat{R}_1 & \hat{R}_1 & \dots & \hat{R}_{n_1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \hat{R}_{m_1-1} & \hat{R}_{m_1} & \dots & \hat{R}_{m_1+n_1-2} \end{bmatrix} \quad (8)$$

که در آن

$$\hat{R}_k = \begin{bmatrix} r_{q+k, q} & \dots & r_{q+k, q+n_r-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ r_{q+k, q+m_r-1} & \dots & r_{q+k, q+m_r+n_r-2} \end{bmatrix}$$

$k = 0, 1, \dots, m_1 + n_1 - 2$

ماتریس R_1 از ماتریس R و با حذف n_r ستون آخر آن (یعنی $n_1 = n_1 - 1$) ایجاد می‌شود. ماتریس R_1 نیز با حذف بردارهای ستونی زیر از ماتریس R ایجاد می‌شود

$$\{r_1^{n_1-1}, r_1^{n_1-2}, \dots, r_1^{n_1-1}\} \text{ i.e. } (n_r = n_r - 1)$$

آنگاه، با توجه به قضیه مطرح شده در [۲۲] روابط زیر نتیجه می‌شود

$$p_1 = \text{rank}(R) - \text{rank}(R_e) \quad (9)$$

$$p_r = \text{rank}(R) - \text{rank}(R_e)$$

بدین ترتیب، مرتبه بخش AR در مدل ARMA دوبعدی را می‌توان به طور مستقل و قبل از تخمین پارامترها، تعیین نمود.

برای تعیین رتبه مؤثر ماتریس‌های R_1 و R_e می‌توان از تجزیه مقادیر تکین این ماتریس‌ها استفاده کرد. برای این منظور، نسبت نرمالیزه شده (NR_m) به صورت زیر تعریف می‌شود [۲۲]

$$NR_m(k) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k \sigma_m^2(i)}{\sum_{i=1}^{n_1, n_r} \sigma_m^2(i)}}, \quad m = 0, 1, 2$$

برای $k = 1, \dots, n_1, n_r$ ، تا زمانی که شرط $NR_m(k) \geq \xi$ برآورده شود. که در آن ξ مقدار آستانه نزدیک به یک است (مثلاً $\xi = 0.995, 0.999$). کوچک‌ترین مقدار k به عنوان رتبه مؤثر ماتریس R_m در نظر گرفته می‌شود به طوری که σ_m و n_1, n_r به ترتیب، مقدار تکین و تعداد ستون‌های ماتریس R_m ($m = 0, 1, 2$) است [۲۲].

۲-۳ تعیین مرتبه بخش MA در مدل ARMA دوبعدی

در یک فرآیند ARMA، تعیین مرتبه MA مشکل‌تر است [۲۶]. در این بخش نشان داده شده است که پس از تعیین مرتبه AR در مدل ARMA دوبعدی، مرتبه MA را می‌توان به کمک تجزیه مقادیر تکین یک ماتریس همبستگی تعیین نمود. در این روش، نیازی به تخمین پارامترهای مدل نمی‌باشد.

در ابتدا بر روی قضیه اصلی جهت تعیین مرتبه MA متمرکز می‌شویم. فرض کنید که مرتبه AR (p_1, p_r) موجود است.

قضیه: فرض کنید که p_1 و p_r موجود است و $q_{e_1} \geq q_1$ و $q_{e_1} \geq q_r$ می‌باشد. همچنین فرض کنید که R_e یک ماتریس با

$$\begin{bmatrix} \hat{\theta}_{t_1, t_2}^h \\ \hat{\theta}_{t_1, t_2}^v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\theta}_{t_1, t_2}^h & \hat{\theta}_{t_1, t_2}^v \end{bmatrix} + \Delta_{t_1, t_2} \quad (25)$$

$$\Delta_{t_1, t_2} = \begin{bmatrix} \Delta_{t_1, t_2}^h & \Delta_{t_1, t_2}^v \end{bmatrix}$$

در [۳۵]، برای تنظیم کمیت اصلاح گر Δ از تابع شاخص درجه دو و روش گرادیان استفاده شده است. بر همین مبنا، خطای بین خروجی سیستم و مدل شناسایی شده به صورت زیر تعریف می شود

$$e_{t_1, t_2} = \hat{y}_{t_1, t_2} - y_{t_1, t_2} \quad (26)$$

و بر حسب آن، تابع شاخص درجه دوم زیر در نظر گرفته می شود

$$J_{t_1, t_2} = \frac{1}{\gamma} e_{t_1, t_2}^T P e_{t_1, t_2} \quad (27)$$

که در آن P اسکالر مثبت و دلخواه است.

کمیت اصلاح گر Δ_{t_1, t_2} بایستی چنان تعیین شود که مقدار J_{t_1, t_2} رو به کاهش باشد. از آنجا که حرکت در جهت خلاف گرادیان شاخص اجرایی نسبت به پارامترهای مجهول سیستم، سبب حداکثر کاهش می شود (قانون بیشترین شیب)، برای تعیین Δ_{t_1, t_2} ، روش گرادیان مورد استفاده قرار می گیرد. از این رو

$$\Delta_{t_1, t_2} = \mu_{t_1, t_2} \begin{bmatrix} -\frac{\nabla J_{t_1, t_2}}{\nabla \hat{\theta}_{t_1, t_2}^h} \\ -\frac{\nabla J_{t_1, t_2}}{\nabla \hat{\theta}_{t_1, t_2}^v} \end{bmatrix} \quad (28)$$

که در آن μ_{t_1, t_2} یک اسکالر مثبت بوده و طول گام الگوریتم نامیده می شود. در [۳۵] نشان داده شده است که جهت پایداری الگوریتم تنظیم دوبعدی، طول گام الگوریتم بایستی در فاصله زیر انتخاب گردد

$$0 < \mu_{t_1, t_2} < \frac{2}{z_{t_1, t_2}^T P z_{t_1, t_2}} \quad (29)$$

نهایتاً، قانون تنظیم دوبعدی بردار $\hat{\theta}_{t_1, t_2}$ به صورت زیر به دست می آید

$$\begin{bmatrix} \hat{\theta}_{t_1+1, t_2}^h \\ \hat{\theta}_{t_1+1, t_2}^v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\theta}_{t_1, t_2}^h \\ \hat{\theta}_{t_1, t_2}^v \end{bmatrix} - \mu_{t_1, t_2} P e_{t_1, t_2} \begin{bmatrix} (z_{t_1, t_2}^h)^T \\ (z_{t_1, t_2}^v)^T \end{bmatrix} \quad (30)$$

نحوه تنظیم تطبیقی $\{\hat{\theta}_{t_1, t_2}^h\}$ ، $\{\hat{\theta}_{t_1, t_2}^v\}$ به صورت زیر می باشد

$$\hat{\theta}_{t_1+1, t_2}^h = \hat{\theta}_{t_1, t_2}^h - \mu_{t_1, t_2}^h P^h e_{t_1, t_2} z_{t_1, t_2}^T \quad (31-الف)$$

$$\hat{\theta}_{t_1+1, t_2}^v = \hat{\theta}_{t_1, t_2}^v - \mu_{t_1, t_2}^v P^v e_{t_1, t_2} z_{t_1, t_2}^T \quad (31-ب)$$

که در آن P^h و P^v اسکالر مثبت دلخواه بوده و اسکالرهایی مثبت μ_{t_1, t_2}^h و μ_{t_1, t_2}^v طول گام هستند که بایستی جهت همگرایی الگوریتم در محدوده زیر انتخاب گردند

$$0 < \mu_{t_1, t_2}^h < \frac{2}{z_{t_1, t_2}^T P^h z_{t_1, t_2}} \quad (32-الف)$$

$$0 < \mu_{t_1, t_2}^v < \frac{2}{z_{t_1, t_2}^T P^v z_{t_1, t_2}} \quad (32-ب)$$

۵- شبیه سازی های عددی

در این بخش، شبیه سازی عددی آورده شده تا عملکرد الگوریتم های مطرح شده در تعیین مرتبه و تخمین پارامترها در سیستم های دوبعدی گسسته با ساختار ARMA مشخص شوند. در مثال داده شده، ورودی u_{t_1, t_2} نویز سفید گوسی با میانگین صفر و واریانس یک است. تعداد داده های نمونه برداری شده از سیستم برابر $N_1 = 100$ و $N_2 = 100$ می باشد.

که در این رابطه θ بردار پارامترهای مجهول مدل ARMA دوبعدی، بردار اطلاعات موجود در لحظه (t_1, t_2) و y_{t_1, t_2} سیگنال خروجی سیستم است که به صورت زیر تعریف می شوند

$$\theta = [a_{p_1, 1} \dots a_{p_1, p_1} \dots a_{p_2, 1} \dots a_{p_2, p_2} \dots b_{q_1, 1} \dots b_{q_1, q_1} \dots b_{q_2, 1} \dots b_{q_2, q_2}] \quad (18)$$

$$z_{t_1, t_2} = [-y_{t_1, t_2-1} \dots -y_{t_1, t_2-p_1} \dots -y_{t_1, t_2-p_2} \dots u_{t_1, t_2} \dots u_{t_1, t_2-1} \dots u_{t_1, t_2-q_1} \dots u_{t_1, t_2-q_2}]^T \quad (19)$$

تخمین بردار مجهول θ با دسترس بودن سیگنال های y_{t_1, t_2} و z_{t_1, t_2} به ازای $t_1 = 0, 1, 2, \dots, N_1 - 1$ و $t_2 = 0, 1, 2, \dots, N_2 - 1$ هدف از شناسایی دوبعدی است. مدل شناسایی شده دوبعدی به صورت زیر در نظر گرفته شده است

$$\hat{y}_{t_1, t_2} = \hat{\theta}_{t_1, t_2}^T z_{t_1, t_2} \quad (20)$$

که در آن $\hat{\theta}_{t_1, t_2}$ یک بردار قابل تنظیم بوده و به عنوان تخمین بردار θ در لحظه (t_1, t_2) محسوب می شود.

جهت تنظیم بردار مجهول $\hat{\theta}_{t_1, t_2}$ ، الگوریتم تخمین تطبیقی دوبعدی که در [۳۵] بررسی شده است، مورد استفاده قرار می گیرد. در این الگوریتم جهت ایجاد یک قانون تنظیم دوبعدی، عناصر بردار $\hat{\theta}_{t_1, t_2}$ به دو گروه افقی $(\hat{\theta}_{t_1, t_2}^h)$ و عمودی $(\hat{\theta}_{t_1, t_2}^v)$ تقسیم بندی شده و در جهت افقی و $\hat{\theta}_{t_1, t_2}^v$ در جهت عمودی تنظیم می شوند. نهایتاً قانون تنظیم دوبعدی به صورت رابطه زیر می باشد

$$\begin{aligned} \hat{\theta}_{t_1+1, t_2}^h &= \hat{\theta}_{t_1, t_2}^h + \Delta_{t_1, t_2}^h \\ \hat{\theta}_{t_1, t_2+1}^v &= \hat{\theta}_{t_1, t_2}^v + \Delta_{t_1, t_2}^v \end{aligned} \quad (21)$$

کمیت های $\{\hat{\theta}_{t_1, t_2}^h\}$ ، $\{\hat{\theta}_{t_1, t_2}^v\}$ شرایط مرزی الگوریتم دوبعدی فوق می باشند که بایستی به نحوی مناسب تعیین شوند. تنظیم این شرایط مرزی یک موضوع یک بعدی است. به عبارت دیگر، الگوریتم تنظیم دوبعدی نیازمند دو الگوریتم فرعی یک بعدی به صورت زیر برای تنظیم شرایط مرزی اش می باشد [۳۵]

$$\begin{aligned} \hat{\theta}_{t_1, t_2+1}^h &= \hat{\theta}_{t_1, t_2}^h + \Delta_{t_1, t_2}^h \\ \hat{\theta}_{t_1+1, t_2}^v &= \hat{\theta}_{t_1, t_2}^v + \Delta_{t_1, t_2}^v \end{aligned} \quad (22)$$

۴-۱- تقسیم بندی ستونی بردار پارامترها

در این بخش، ستون های بردار پارامترهای مجهول سیستم دوبعدی مورد نظر در (۱۷) یعنی بردار θ ، به دو گروه افقی (h) و قائم (v) تقسیم می شوند. از این رو، (۱۷) که توصیف کننده سیستم دوبعدی مورد نظر است، به صورت زیر باز نویسی می شود

$$y_{t_1, t_2} = \begin{bmatrix} \theta^h & \theta^v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_{t_1, t_2}^h \\ z_{t_1, t_2}^v \end{bmatrix} \quad (23)$$

این تقسیم بندی را در مورد مدل شناسایی شده (۲۰) انجام داده و نهایتاً خواهیم داشت

$$\hat{y}_{t_1, t_2} = \begin{bmatrix} \hat{\theta}_{t_1, t_2}^h & \hat{\theta}_{t_1, t_2}^v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_{t_1, t_2}^h \\ z_{t_1, t_2}^v \end{bmatrix} \quad (24)$$

که در آن $\hat{\theta}_{t_1, t_2}^h$ و $\hat{\theta}_{t_1, t_2}^v$ به ترتیب تخمین بردارهای θ^h و θ^v در (t_1, t_2) می باشند. به دنبال این تقسیم بندی ستونی، قانون تنظیم دوبعدی (۲۱) به صورت زیر بیان می گردد

جدول ۱: نتایج ۱۰۰ بار اجرای الگوریتم مبتنی بر رتبه ماتریس همبستگی داده های خروجی در تخمین مرتبه بخش AR در مدل ARMA دوبعدی (۱،۱:۱،۰).

p_1/p_r	p_r				
	۰	*۱	۲	۳	۴
۰	۳	۱	۰	۰	۰
*۱	۱	۷۵	۲	۰	۰
p_1	۲	۰	۱۸	۰	۰
	۳	۰	۰	۰	۰
	۴	۰	۰	۰	۰

جدول ۲: مقادیر α_1 .

α_1	Q_1		
	*۱		
Q_1	۱	-۵٫۶	۲۷٫۵۴
	*۰	*۲۳۲٫۴۵	۱۳۶٫۷

جدول ۳: مقادیر α_r .

α_r	Q_1		
	*۱		
Q_1	۱	۱۳٫۹	۱۹٫۳۶
	*۰	*۲۸۶٫۲۲	۶۱۶٫۷۹

جدول ۴: نتایج ۱۰۰ بار اجرای الگوریتم مبتنی بر رتبه ماتریس همبستگی داده های خروجی در تخمین مرتبه بخش MA در مدل ARMA دوبعدی (۱،۱:۱،۰).

q_1/q_r	q_r		
	*۰	۱	۲
۰	۰	۰	۰
q_1	*۱	۹۸	۲
	۲	۰	۰

با توجه به مقادیر p_e, p_r, p_s ، ماتریس R_p دارای ۱۰ مقدار منفرد است. مقادیر منفرد ماتریس R_p به ازای تمامی مقادیر Q_1, Q_r در جدول ۵ آورده شده است.

توجه کنید که علامت * در جداول، بیانگر مرتبه صحیح مدل دوبعدی می باشد.

ب) تخمین تطبیقی پارامترهای مدل

در این بخش به تخمین تطبیقی پارامترهای مثال مورد بررسی می پردازیم. پارامترهای واقعی سیستم عبارتند از

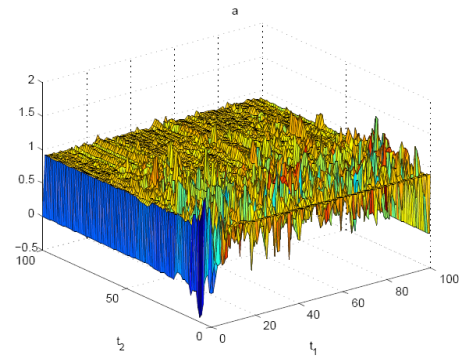
$$a = 0.9, b = 0.9, c = -0.81, d = 1, e = -0.2$$

نتایج برخی از پارامترهای تخمین زده شده به ازای $P = 0.9$ و شرایط اولیه صفر، در شکل های ۱ و ۲ نشان داده شده است. نتایج پارامترهای تخمین زده شده به قرار زیر است

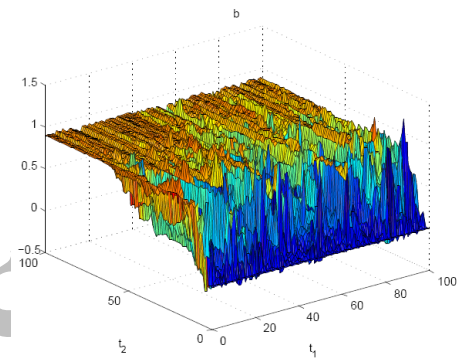
$$\hat{a} = 0.9015, \hat{b} = 0.8949, \hat{c} = -0.8076, \\ \hat{d} = 0.9930, \hat{e} = -0.1958$$

ج) ارزیابی مدل

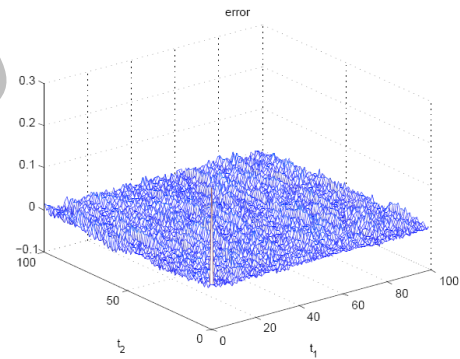
خطای شناسایی که اختلاف مابین خروجی واقعی سیستم و خروجی مدل شناسایی شده می باشد، در شکل ۳ نشان داده شده است.



شکل ۱: تخمین تطبیقی پارامتر a.



شکل ۲: تخمین تطبیقی پارامتر b.



شکل ۳: خطای فرآیند شناسایی.

مثال: یک مدل ARMA دوبعدی به صورت زیر داده شده است

$$y_{t_1, t_2} = 0.9y_{t_1-1, t_2} + 0.9y_{t_1, t_2-1} - 0.81y_{t_1-1, t_2-1} + u_{t_1, t_2} - 0.2u_{t_1-1, t_2}$$

مدل فوق، یک مدل دوبعدی پایدار با مرتبه AR و مرتبه MA برابر با (۱ و ۰) و (۱ و ۰) است. هدف، تعیین مرتبه و تخمین پارامترهای مدل با استفاده از داده های ورودی - خروجی نمونه برداری از سیستم می باشد.

الف) تعیین مرتبه مدل

در ابتدا، مرتبه بخش AR در مدل ARMA دوبعدی با استفاده از رتبه ماتریس همبستگی داده های خروجی تعیین می شود. برای این منظور، $m_1 = m_r = 10, n_1 = n_r = 3, q = 4$ انتخاب شده است. شبیه سازی به ازای ۱۰۰ بار اجرای این الگوریتم در جدول ۱ نشان داده شده است.

پس از تعیین مرتبه بخش AR، مرتبه بخش MA در مدل ARMA دوبعدی تخمین زده می شود. در این مثال $p_e = 4, p_r = 1, t_1 = 6, t_2 = 6, Q_1 = p_1 + 1 = 2, Q_r = p_r + 1 = 2$ در نظر گرفته شده اند. مقادیر α_1 و α_r به ازای تمامی مقادیر Q_1 و Q_r به ترتیب در جداول ۲ و ۳ آورده شده است.

نتایج شبیه سازی به ازای ۱۰۰ بار اجرای این الگوریتم در جدول ۴ خلاصه شده است.

جدول ۵: مقادیر منفرد ماتریس R_p به‌ازای مقادیر Q_1, Q_2, Q_3 .

$Q_1 = 2$			$Q_1 = 1$			$Q_1 = 0$		
$Q_2 = 2$	$Q_2 = 1$	$Q_2 = 0$	$Q_2 = 2$	$Q_2 = 1$	$Q_2 = 0$	$Q_2 = 2$	$Q_2 = 1$	$Q_2 = 0$
۵٫۷	۶٫۲	۶٫۶۱	۱۵٫۴۵۸	۱۷٫۳۹	۱۸٫۹۸	۱۷٫۲۳	۱۹٫۴۸	۲۱٫۳۲
۱٫۶	۱٫۷	۱٫۷۶	۴٫۲۸۶	۴٫۶۲۲	۴٫۸۷۶	۱۳٫۲۵	۱۴٫۷۸	۱۶٫۰۶
۱٫۱۸	۱٫۱۸	۱٫۷۸	۱٫۳۶۵	۱٫۳۸۲	۱٫۳۸	۳٫۳۸	۳٫۶۳	۳٫۸۱
۰٫۹۳	۰٫۸۷	۰٫۸۰۸	۰٫۹۲۷	۰٫۸۵۳	۱٫۰۳۳	۱٫۲۳۶	۱٫۲۳۶	۱٫۲۲۸
۰٫۶۱	۰٫۵۸	۰٫۵۵۶	۰٫۸۶۶	۰٫۸۱۱	۰٫۷۵۲	۰٫۸۲۲	۰٫۷۴۵	۱٫۱۷۵
۰٫۱۵	۰٫۱۴۸	۰٫۴۲	۰٫۱۴۹	۰٫۱۵	۰٫۷۴۱	۰٫۱۳۲	۰٫۱۳۳	۰٫۷۷
۰٫۰۶۶	۰٫۰۷۵	۰٫۰۸۲	۰٫۰۶۲	۰٫۰۷	۰٫۲۷۳	۰٫۰۷۵	۰٫۰۹	۰٫۶۴
۰٫۰۵۵۶	۰٫۰۵۱	-۰٫۰۶۷۸	۰٫۰۵۸	۰٫۰۵۸	۰٫۰۶	۰٫۰۵۸	۰٫۰۶۶	۰٫۱۹۲
۰٫۰۴۵	۰٫۰۴۷	۰٫۰۴۵	۰٫۰۴۳	۰٫۰۳۸	۰٫۰۴۴	۰٫۰۵۱	۰٫۰۴۵	۰٫۰۵۷
۰٫۰۳۸	۰٫۰۳۷	۰٫۰۳۶۸	۰٫۰۳۶	۰٫۰۳۷	۰٫۰۳۸	۰٫۰۴	۰٫۰۴۱	۰٫۰۴۱

[8] T. Al-Towaim, A. D. Barton, P. L. Lewin, E. Rogers, and D. H. Owens, "Iterative learning control: 2D control systems from theory to application," *Int. J. of Control (Special Issue: Multidimensional Control Systems: Theory with a View to Applications)*, vol. 77, no. 9, pp. 877-893, Jun. 2004.

[9] X. D. Li, T. W. S. Chow, and J. K. L. Ho, "2-D system theory based iterative learning control for linear continuous systems with time delays," *IEEE Trans. Circuits and Systems-I: Regular Papers*, vol. 52, no. 7, pp. 1421-1430, Jul. 2005.

[10] D. Ucinski and J. Korbicz, "Parameter identification of two-dimensional distributed systems," *Int. J. of System Science*, vol. 21, no. 12, pp. 2441-2456, Dec. 1990.

[11] L. Ljung, *System Identification: Theory for the User*, Prentice - Hall, Inc., Englewood Cliffs, NJ, 2nd Edition, 1999.

[12] H. Li, W. Sun, P. Stoica, and J. Li, "Two-dimensional system identification using amplitude estimation," *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 9, no. 2, pp. 61-63, Feb. 2002.

[13] J. A. Cadzow and K. Ogino, "Two-dimensional spectral estimation," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. 29, no. 3, pp. 396-401, Jun. 1981.

[14] X. D. Zhang and J. Cheng, "High resolution two-dimensional ARMA spectral estimation," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 39, no. 3, pp. 765-770, Mar. 1991.

[15] W. B. Mikhael and Y. Haoping, "A linear approach for two-dimensional frequency domain, least square, signal, and system modeling," *IEEE Trans. Circuits and Systems II: Analog and Digital Signal Processing*, vol. 2, no. 12, pp. 786-795, Dec. 1994.

[16] Q. Zhang, J. R. Roman, D. W. Davis, and W. B. Mikhael, "A generalized two-dimensional frequency domain least square algorithm for ARMA system modeling," in *Proc. of the 40th Midwest Symp. on Circuits and Systems*, vol. 2, pp. 965-968, Aug. 1997.

[17] A. Kizilkaya and A. H. Kayran, "Estimation of 2-D ARMA model parameters by using equivalent AR approach," *J. of the Franklin Institute*, vol. 342, no. 1, pp. 39-67, Jan. 2005.

[18] A. Kizilkaya, C. M. Yetis, A. H. Kayran, and S. Seker, "Estimation of the 2-D ARMA model parameters based on the equivalent MA approach," in *Proc. of the LASTED In. Conf. on Circuits, Signals, and Systems, CSS'06*, vol. 16, pp. 263-268, San Francisco, California, US, Nov. 2006.

[19] M. S. Sadabadi, M. Shafiee, and M. Karrari, "System identification of two-dimensional continuous-time systems using wavelets as modulating functions," *ISA Trans. - Elsevier*, vol. 47, no. 3, pp. 256-266, Jul. 2008.

[20] Q. Zhang, W. B. Mikhael, J. R. Roman, and D. W. Davis, "Two new model order selection approaches for ARMA system modeling using the two-dimensional frequency domain least square algorithm," in *Proc. IEEE ISCAS*, vol. 5, pp. 297-300, Jun. 1998.

[21] B. Aksasse and L. Radouane, "Two-dimensional autoregressive (2-D AR) model order estimation," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 47, no. 7, pp. 2072-2077, Jul. 1999.

[22] B. Aksasse, L. Badidi, and L. Radouane, "A rank test based approach to order estimation - part I: 2-D AR models application," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 47, no. 7, pp. 2069-2072, Jul. 1999.

[23] S. Rital, A. Meziane, M. Rziza, and D. Aboutajdine, "Two-dimensional non-gaussian autoregressive model order

۶- نتیجه‌گیری

در این مقاله، مدل‌سازی آزمایشی سیستم‌های دوبعدی گسسته با ساختار ARMA مورد بررسی قرار گرفته است. در این راستا، مسئله تعیین مرتبه مدل در سیستم‌های دوبعدی و تخمین تطبیقی پارامترهای مدل دوبعدی مطرح می‌شود. در این مقاله نشان داده شده است که اطلاعات مرتبه بخش‌های AR و MA در مدل ARMA دوبعدی، به‌طور ضمنی در دو ماتریس همبستگی مختلف، مخفی است. در الگوریتم تعیین مرتبه مطرح‌شده، مرتبه بخش‌های AR و MA در مدل ARMA دوبعدی به‌طور مستقل و قبل از تخمین پارامترهای مدل تعیین می‌شوند. شایان ذکر است که در این مقاله، اثر نویز اندازه‌گیری مورد بررسی قرار نگرفته است.

مدل دوبعدی مورد استفاده در این مقاله، علی، پایدار، تغییرناپذیر با شیف و با ناحیه پشتیبانی ربع صفحه فرض می‌شود. شبیه‌سازی‌های عددی، دقت بالا و عملکرد مطلوب روش مطرح‌شده را در تعیین مرتبه مدل و تخمین تطبیقی پارامترهای مدل ARMA دوبعدی نشان می‌دهند. حل مسئله تعیین مرتبه مدل ARMA دوبعدی در حالت وجود نویز اندازه‌گیری به‌عنوان تحقیقات بعدی در دسترس بررسی است.

مراجع

[1] H. Kaufman, J. W. Woods, S. Dravida, and M. Tekalp, "Estimation and identification of two-dimensional images," *IEEE Trans. Automatic Control*, vol. 8, no. 7, pp. 745-756, Jul. 1983.

[2] A. C. Tan, "Image enhancement with 2-D block LMS adaptive IIR filters," in *Proc. IEEE 39th Midwest Symposium on Circuits and Systems*, vol. 3, pp. 1389-1392, USA, Ames, Aug. 1997.

[3] M. B. Zarrop and P. E. Wellstead, "Two-dimensional and EM technique for cross directional estimation and control," in *IEE Proc. Control Theory Application*, vol. 149, no. 5, pp. 457-462, Sep. 2002.

[4] D. M. Gacon, *Control and Estimation for Web-Forming Processes*, Ph.D Dissertation, University of Manchester Institute of Science and Technology (UMIST), Electrical Engineering and Electronics Department, Sep. 1997.

[5] P. E. Wellstead and M. H. Waller, "Control and signal processing for two dimensional systems in web forming industries," in *Proc. UKACC Int. Conf. on Control 96*, no. 427, pp. 1272-1277, Sep. 1996.

[6] Z. Geng, R. Carroll, and J. Xie, "Two-dimensional model and algorithm for a class of iterative learning control systems," *Int. J. of Control*, vol. 52, no. 4, pp. 833-862, Oct. 1990.

[7] D. H. Owens, N. Amann, E. Rogers, and M. French, "Analysis of linear iterative learning control schemes: a 2-D repetitive systems approach," *Multidimensional Systems and Signal Processing*, vol. 11, no. 1-2, pp. 125-177, Apr. 2000.

مهديه سادات سعدآبادی تحصیلات خود را در مقطع کارشناسی در رشته مهندسی برق گرایش الکترونیک و کارشناسی ارشد در رشته مهندسی برق گرایش کنترل به ترتیب در سال های ۱۳۸۳ و ۱۳۸۶ از دانشگاه صنعتی امیرکبیر (پلی تکنیک تهران) به پایان رسانده است. از سال ۱۳۸۶ تاکنون نامبرده به عنوان دانشجوی دکتری در رشته مهندسی برق گرایش کنترل در دانشگاه علم و صنعت ایران مشغول به تحصیل است. زمینه های تحقیقاتی مورد علاقه ایشان عبارتند از: شناسایی سیستم، کنترل فرآیند و سیستم های چند بعدی.

مسعود شفیعی در سال ۱۳۵۷ مدرک کارشناسی ریاضی و کامپیوتر خود را دریافت نمود. ایشان تحصیلات خود را در مقطع کارشناسی ارشد در رشته ریاضی و رشته مهندسی سیستم به ترتیب در سال های ۱۳۵۹ و ۱۳۶۱ از دانشگاه ایالتی برادران رایت اوهایو آمریکا به پایان رسانده است. پس از آن، در سال های ۱۳۶۳ و ۱۳۶۶ مدرک کارشناسی ارشد مهندسی برق و دکترای مهندسی برق گرایش کنترل خود را از دانشگاه ایالتی لوئیزیانا در آمریکا دریافت نمود. ایشان هم اکنون استاد تمام دانشکده مهندسی برق در دانشگاه صنعتی امیرکبیر (پلی تکنیک تهران) می باشد. زمینه های علمی مورد علاقه نامبرده عبارتند از: سیستم های چند بعدی، سیستم های سینگولار، رباتیک و اتوماسیون، پایداری شبکه های مخابراتی و ویولت و کاربردهای آن در مخابرات.

مهدی کراری در سال ۱۳۶۴ مدرک کارشناسی مهندسی برق گرایش سیستم های قدرت خود را از دانشگاه صنعتی امیرکبیر (پلی تکنیک تهران) دریافت نمود. ایشان تحصیلات خود را در مقطع کارشناسی ارشد رشته مهندسی برق گرایش کنترل در دانشگاه امپریال کالج لندن ادامه داد و در سال ۱۳۷۰ موفق به اخذ مدرک دکتری مهندسی برق گرایش کنترل از دانشگاه شفیلد شد. ایشان هم اکنون استاد تمام دانشکده مهندسی برق در دانشگاه صنعتی امیرکبیر (پلی تکنیک تهران) می باشد. زمینه های علمی مورد علاقه نامبرده عبارتند از: دینامیک سیستم های قدرت، مدل سازی سیستم های قدرت، شناسایی سیستم و کاربرد الگوریتم های کنترل در سیستم های قدرت.

determination," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 9, no. 12, pp. 426-428, Dec. 2002.

- [24] G. Liang, M. Wilkes, and J. A. Cadzow, "ARMA model order estimation based on the eigenvalues of the covariance matrix," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 41, no. 10, pp. 3003-3009, Oct. 1993.
- [25] A. Al-Smadi and A. Al-Zaben, "ARMA model order determination using edge detection: a new perspective," *Circuits Systems Signal Processing*, vol. 24, no. 6, pp. 723-732, Dec. 2005.
- [26] X. D. Zhang and Y. S. Zhang, "Determination of the MA order of an ARMA process using sample correlations," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 41, no. 6, pp. 2277-2280, Jun. 1993.
- [27] C. B. Xiao, X. D. Zhang, and Y. D. Li, "A new method for AR order determination of an ARMA process," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 44, no. 11, pp. 2900-2903, Nov. 1996.
- [28] M. S. Sadabadi, M. Shafiee, and M. Karrari, "AR order determination of a 2-D ARMA model," in *Proc. of the European Control Conf., ECC'07*, pp. 3877-3882, Greece, Jul. 2007.
- [29] P. Kiernan, "Two-dimensional AR spectral estimation using a two dimensional minimum free energy method," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 43, no. 12, pp. 3075-3081, December 1995.
- [30] A. Rosenfeld, *Image Modeling*, New York: Academic, 1981.
- [31] D. Gimeno, L. Torres, and J. R. Casas, "A new approach to texture coding using stochastic vector quantization," in *Proc. IEEE ICIP, Austin, TX*, vol. 2, pp. 119-123, Nov. 1994.
- [32] E. J. Delp, R. L. Kashyap, and O. R. Mitchell, "Image data compression using autoregressive time series models," *Pattern Recognit.*, vol. 11, no. 5-6, pp. 313-323, 1979.
- [33] W. R. Wu and A. Kundu, "Image estimation using fast modified reduced update kalman filter," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 40, no. 4, pp. 915-926, Apr. 1992.
- [34] S. Ranganath and A. K. Jain, "Two-dimensional linear prediction models - part I: spectral factorization and realization," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. 33, no. 1, pp. 280-299, Feb. 1985.

[۳۵] ع. مددی، سنتز رویه های تطبیقی پایدار برای سیستم های دوبعدی دیجیتال، پایان نامه دکتری، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، دانشکده مهندسی برق، شهریور ۱۳۸۰.

Archive of SID