آشکارسازی همدوس اهداف راداری با تموج میانی در کلاتر گوسی

محمدرضا تابان

چکیده: در این مقاله به حل آزمون فرضیه مرکب برای آشکارسازی همدوس اهداف راداری با تموج میانی در کلاتر اقدام شده است. در معدود تحقیقات انجام‌شده قبلی، در شرایط مشابه، بردار هدف به‌صورت یک بردار تصادفی گوسی و مستقل از بردار کلاتر مدل شده است. در این مقاله بر مبنای همدوس‌بودن آشکارسازی و تعمیم مدل‌های سورلینگ به حالت بینابینی، به مدلی می‌رسیم که نشان می‌دهد استفاده از فرض گوسی‌بودن بردار هدف در چنین حالتی صحیح نمی‌باشد. بر این مبنا، بر اساس روابط آشکارسازی بهینه، آزمون مهم GLR برای آشکارسازی اهداف با تموج میانی در کلاتر گوسی محقق و عملکرد آن با آشکارسازهای تخمین‌زن- همبستگی‌یاب (ECD) و آشکارساز خطی بیشینه‌کننده سیگنال به کلاتر (OF) مقایسه شده است. ضمناً در آشکارسازی، شیفت داپلر معلوم فرض می‌شود.

نتایج حاصل از شبیه‌سازی کامپیوتری نشان می‌دهند که آشکارساز تخمین‌زن -همبستگی‌یاب (که در کارهای قبل به‌عنوان آشکارساز بهینه مطرح بود) همچنان در مقایسه با سایر آشکارسازهای مطرح (از جمله GLR تحقق‌یافته) دارای عملکرد بهتری می‌باشد. با این حال آشکارساز OF به‌علت دارابودن ساختار ساده‌تر و عملکرد نزدیک به آن آشکارساز، به‌عنوان یک آشکارساز خوب قابل طرح است. آشکارساز GLR اگرچه عملکرد مناسبی دارد ولی در مجموع حالت‌های گوناگون دارای عملکردی پایین‌تر از دو آشکارساز دیگر است که با توجه به روابط پیچیده‌تر آن، قابل رقابت نخواهد بود.

کلید واژه: **آزمون GLR، آشکارسازی رادار، هدف تموج میانی، همدوس.**

۱- مقدمه

در این مقاله به آشکارسازی همدوس[1] اهداف با تموج میانی[2] در کلاتر، در یک رادار دیدبان پالسی اقدام می‌شود. در این راستا سعی می‌شود با مدل‌سازی سیگنال و کلاتر در داخل سلول راداری و بر اساس روش‌های متکی بر تئوری پیشرفته مخابرات (آزمون فرضیه) به آشکارسازی بهینه نزدیک گردیم (آشکارسازی شبه‌بهینه[3]) [۱]. در آشکارسازی رادار معیار بهینگی، معیار نیمن پیرسون (NP)[4] است. بر مبنای این معیار، آشکارساز بهینه به‌ازای هر مقدار ثابت مورد نظر از احتمال هشدار غلط (P_{fa})[5] مقدار احتمال آشکارسازی (P_d)[6] را بیشینه می‌سازد [۲].

برای اولین بار سورلینگ[7] اقدام به مدل‌سازی سطح مقطع راداریِ[8] یک هدف راداری نمود [۳]. او اهداف راداری را به دو دسته کلی اهداف با تموج آهسته[9] و با تموج سریع[10] تقسیم کرد و به هر دسته دو نوع تابع چگالی احتمال نسبت داد. در اهداف با تموج آهسته، دامنه نمونه‌های متوالی مشاهده‌شده از آن هدف دارای مقدار یکسان می‌باشد در حالی که در اهداف با تموج سریع این دامنه‌ها همگی دوبه‌دو مستقل هستند. مدل‌های سورلینگ سال‌هاست که به‌عنوان اصلی‌ترین مدل‌های سیگنال هدف در آشکارسازی رادار استفاده می‌شوند. مدل‌های سورلینگ که در حالت غیر همدوس مطرح شده‌اند حتی به حالت همدوس تعمیم پیدا کرده‌اند [۴].

اگر توجه خود را به دو دسته مدل سورلینگ معطوف کنیم ملاحظه می‌شود که یک ناپیوستگی قابل توجه در تعریف آن وجود دارد. به‌عبارت دیگر از فرض یکسان‌بودن دامنه نمونه‌های هدف در یک مدل به فرض استقلال دوبه‌دوی آنها در مدل دیگر پرش می‌کنیم. لذا در نظر گرفتن یک حالت بینابین این دو از لحاظ تئوری و عملی کاملاً منطقی بوده که به آن مدل تموج میانی می‌گویند [۵]. در این مدل دامنه نمونه‌های سیگنال هدف یکسان نبوده و مستقل نیز نیستند بلکه با یکدیگر دارای همبستگی می‌باشند.

به آشکارسازی اهداف با تموج میانی در کلاتر بسیار کم توجه شده است. با این حال در همان چند مقاله معدودی که به این مسأله پرداخته‌اند یک ایراد مهم در مدل‌سازی سیگنال وجود دارد [۵] تا [۹]. در این مقالات برای مدل‌سازی بردار سیگنال هدف با تموج میانی، آن را یک بردار تصادفی گوسی با ماتریس کوواریانس معلوم فرض کرده‌اند. در حالی که همان‌طور که مدرس هاشمی در [۱۰] نشان داده است، در آشکارسازی همدوس رادار فقط در حالت مدل سورلینگ I و با داپلر معلوم (که دامنه نمونه‌ها یکسان و دارای توزیع رایلی هستند) می‌توان توزیع بردار سیگنال را گوسی فرض کرد البته در همین حالت خاص نیز، بردار سیگنال مربوطه با بردار سیگنال مطرح‌شده در مقالات فوق تفاوت اساسی دارد.

آشکارسازی اهداف با تموج میانی اولین بار توسط شولتز[11] در [۵] انجام شده که عملکرد یک گیرنده غیر همدوس روی یک زوج پالس که دامنه‌هایشان همبستگی داشته است بررسی شده است. اقدام مشابه توسط سورلینگ در [۳] برای قطار پالس‌های با تموج میانی انجام شد. سورلینگ در [۱۱] کار خود در مقاله قبلی را با محاسبه عملکرد گیرنده هنگامی که پارامترهای گیرنده به‌طور دقیق بر پارامترهای سیگنال واقعی منطبق نیستند به اهداف متموج راداری تعمیم داد. کارهای انجام‌شده در مقالات فوق بر مبنای گیرنده‌ای که دارای یک ساختار از پیش تعیین شده قبلی بود، عمل می‌کرد و در واقع عملکرد چنین ساختاری مورد ارزیابی قرار می‌گرفت. دی فرانکو[12] در [۱] از نتایج این تحقیقات برای آشکارسازی اهداف بدون تموج، تموج آهسته و تموج سریع استفاده کرده است.

این مقاله در تاریخ ۸ بهمن ماه ۱۳۸۷ دریافت و در تاریخ ۸ مرداد ماه ۱۳۸۸ بازنگری شد. این تحقیق در دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر دانشگاه یزد و بر اساس طرح پژوهشی شماره ۱/۶۰۰/پ/۵۰ انجام شده است.

محمدرضا تابان، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه یزد، صفاییه، یزد، (email: mrtaban@yazduni.ac.ir).

1. Coherent
2. Moderately Fluctuation
3. Suboptimum
4. Neyman Pearson
5. False Alarm Probability
6. Detection Probability
7. Swerling
8. Radar Cross Section
9. Slowly Fluctuation
10. Rapid Fluctuation
11. Scholtz
12. Di Franco

شولتز در [۵] برای آشکارسازی اهداف متموج دو ساختار برای گیرنده معرفی می‌کند و عملکرد آنها را بر روی پالس‌هایی که دارای همبستگی هستند ارزیابی می‌کند. فارینا[1] و روسو[2] در [۱۲] به بررسی این مسأله با استفاده از روش‌های برگشتی پرداختند. آلویسیو[3] و همکاران در [۷] برای آشکارسازی همدوس اهداف راداری متموج در نویز گوسی با در نظر گرفتن ساختار آشکارساز به‌صورت یک فیلتر خطی به‌علاوه یک آشکارساز توان، اقدام به یافتن رابطه فیلتر بهینه بر اساس ماکزیمم‌کردن سیگنال به نویز در خروجی آشکارساز کرده و روابط P_{fa} و P_d را برای آن به‌فرم بسته به‌دست آوردند (آشکارساز OF[4]). اگرچه در آن مقاله از فرض گوسی‌بودن سیگنال و کلاتر استفاده شده ولی نتایج آن به حالت غیر گوسی می‌تواند تعمیم داده شود.

شاید مقاله آلویسیو و همکاران در [۶] کامل‌ترین مقاله‌ای باشد که در زمینه آشکارسازی همدوس اهداف راداری با تموج میانی انجام شده است. در این مقاله با فرض استقلال بردار تداخل (نویز به‌علاوه کلاتر) با بردار سیگنال، توزیع هر دو بردار، گوسی با میانگین صفر و ماتریس کوواریانس معلوم فرض شده است. در آن مقاله با پرداختن به مسأله آشکارسازی یک سیگنال گوسی در یک نویز گوسی به آشکارساز معروف تخمین‌زن- همبستگی‌یاب (ECD)[5] با ساختار مربعی، به‌عنوان آشکارساز بهینه می‌رسد. سپس روابط P_{fa} و P_d را به‌فرم بسته و بر حسب مقادیر ویژه یک ماتریس به‌دست می‌آورد. سپس با در نظر گرفتن فضایی که پایه‌های آن را بردارهای ویژه یک ماتریس تشکیل می‌دهند، به‌نوعی آشکارساز به‌دست آمده را پیاده‌سازی می‌کند. نهایتاً عملکرد آشکارساز به‌دست آمده را در برابر آشکارساز [۷] مورد ارزیابی قرار می‌دهد.

در [۸] دی ویتو[6] و همکارش به بررسی مقاوم‌بودن[7] آشکارساز پیشنهادی در [۶] می‌پردازند و میزان عدم قطعیت در ضریب همبستگی، شکل تابع کوواریانس و متوسط فرکانس هدف را بر عملکرد آشکارساز بررسی کرده و به نتایج مقبولی دست می‌یابند. دو مقاله اخیر اگرچه تکامل‌یافته‌ترین مقالات در زمینه آشکارسازی همدوس اهداف راداری با تموج میانی در کلاتر هستند ولی مانند مقالات قبلی دارای یک ضعف اساسی در مدل‌سازی هستند و آن گوسی فرض‌کردن سیگنال هدف با تموج میانی در حالت همدوس است؛ در حالی که در این مقاله نشان می‌دهیم که این فرض دقیق نیست.

در زمینه آشکارسازی یک سیگنال تصادفی با ماتریس کوواریانس معلوم در یک بردار تصادفی سفید، در [۹] چهار آشکارساز با ساختار معلوم صرفاً مورد بررسی و مقایسه قرار گرفته‌اند: آشکارساز انرژی، آشکارساز زیرفضای منطبق[8]، آشکارساز ماکزیمم انکسار[9] مربعی و آشکارساز انطباق‌کننده طیفی[10] که همگی آشکارسازهای شناخته‌شده‌ای بوده و حالت خاصی از آشکارساز ECD در حالت حدی می‌باشند.

در این مقاله به آشکارسازی همدوس هدف با تموج میانی در کلاتر می‌پردازیم. توزیع کلاتر به‌صورت گوسی در نظر گرفته می‌شود. از چند نمونه دریافتی برای آشکارسازی استفاده شده و لذا داده‌ها به‌صورت برداری در نظر گرفته می‌شوند. پس از اشاره‌ای به تئوری آشکارسازی بهینه در بخش ۲، در بخش ۳ مدل‌های سیگنال و کلاتر مطرح می‌شوند. مدل مطرح‌شده برای سیگنال، کامل‌ترین مدل برای یک بردار سیگنال راداری بوده که در حالت‌های خاص، مدل‌های هدف با تموج آهسته و تموج سریع را نیز در بر می‌گیرد. ضمناً شیفت داپلر هدف معلوم فرض می‌شود.

در بخش ۴ برای مدل پیشنهادی سیگنال، آشکارساز مهم GLR[11] به‌دست می‌آید و با مطرح‌ترین آشکارسازهای قبلی یعنی ECD و OF مورد مقایسه و ارزیابی قرار می‌گیرد. در بخش ۵ نیز با استفاده از شبیه‌سازی کامپیوتری، عملکرد آشکارسازها بررسی و مقایسه می‌شود.

۲- مسأله آشکارسازی

اگر H_0 فرضیه عدم وجود هدف و H_1 فرضیه وجود هدف و $\underline{y}$ بردار نمونه‌های دریافتی از یک سلول رادار باشند، مسأله آشکارسازی هدف در آن سلول راداری، معادل با تست دوفرضیه‌ای زیر است

$$\begin{cases} H_0 : \underline{y} = \underline{n} \\ H_1 : \underline{y} = \underline{s} + \underline{n} \end{cases} \quad (1)$$

که $\underline{n}$ و $\underline{s}$ به‌ترتیب بردارهای کلاتر و سیگنال هستند. تعداد نمونه‌ها (طول بردارها) را N فرض می‌کنیم. در حالت همدوس در باند پایه نمونه‌های نویز و سیگنال به‌صورت مختلط هستند و لذا در مدل دوفرضیه‌ای (۱) بردارهای موجود، همگی مختلط و به طول N فرض می‌شوند.

تحت شرایط فوق، آشکارساز بهینه بر اساس معیار NP به مقایسه تابع درست‌نمایی[12] $\Lambda(\underline{y})$ با یک سطح آستانه ثابت T منجر می‌شود که T به مقدار P_{fa} مورد نظر بستگی دارد [۱۳]

$$\Lambda(\underline{y}) = \frac{f_{\underline{y}}(\underline{y} \mid H_1)}{f_{\underline{y}}(\underline{y} \mid H_0)} \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} T \quad (2)$$

که در آن $f_{\underline{y}}(\underline{y} \mid .)$ تابع چگالی احتمال شرطی $\underline{y}$ است. اگر تابع چگالی احتمال بردار کلاتر $f_{\underline{n}}(\underline{n})$ معلوم باشد، با فرض این که بردار سیگنال $\underline{s}$ دارای یک توصیف تحلیلی باشد، رابطه آزمون (۲) به‌صورت زیر قابل بیان است

$$\Lambda(\underline{y}) = \int_{\Gamma_s} \frac{f_{\underline{n}}(\underline{y} - \underline{s})}{f_{\underline{n}}(\underline{y})} f_{\underline{s}}(\underline{s}) \mathrm{d}\underline{s} \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} T \quad (3)$$

که در آن $f_{\underline{s}}(\underline{s})$ تابع چگالی احتمال پارامترهای تصادفی $\underline{s}$ روی فضای نمونه‌ای Γ_s است. متأسفانه برای مدل‌های دقیق، آزمون بهینه (۳) به حل بسته منجر نمی‌شود ولی می‌توان به روش‌های شبه‌بهینه رسید.

۳- مدل‌سازی سیگنال و کلاتر

تابع چگالی احتمال گوسی یا نرمال یکی از متداول‌ترین توزیع‌ها برای توصیف آماری کلاتر می‌باشد. اگر بردار کلاتر $\underline{n}$، مختلط با طول N و دارای توزیع گوسی با میانگین صفر و ماتریس کوواریانس C_n باشد، تابع چگالی احتمال $\underline{n}$ از رابطه زیر به‌دست می‌آید [۴]

1. Farina
2. Russo
3. Aloisio
4. Optimal Filter
5. Estimator Correlator Detector
6. Di Vito
7. Robustness
8. Matched Subspace
9. Maximum Deflection
10. Spectrum Matching
11. Generalized Likelihood Ratio
12. Likelihood Ratio Function

$$f_{\underline{n}}(\underline{n}) = \frac{۱}{\pi^N \det(C_n)} \exp\{-\underline{n}^H C_n^{-۱} \underline{n}\} \qquad (۴)$$

که در آن اپراتور H اشاره به هرمیشین ماتریس دارد.

برای تابع کوواریانس کلاتر مدل‌های مختلفی مطرح شده است که متداول‌ترین این مدل‌ها فرم گوسی [۶] و فرم نمایی [۱۴] با رابطه زیر هستند

$$C_{n,ij} = P_n \rho^{|i-j|^۲} \qquad \text{(فرم گوسی)} \qquad (۵)$$

$$C_{n,ij} = P_n \rho^{|i-j|} \qquad \text{(فرم نمایی)} \qquad (۶)$$

که در این رابطه $C_{n,ij}$ عنصر سطر iام و ستون jام ماتریس کوواریانس کلاتر، P_n توان هر نمونه کلاتر و ρ ضریب همبستگی نرمالیزه دو نمونه مجاور کلاتر می‌باشند. در این مقاله توزیع احتمال کلاتر گوسی و تابع کوواریانس بردار کلاتر در هر دو فرم گوسی و نمایی مورد توجه قرار می‌گیرد.

در آشکارسازی همدوس سیگنال رادار، فاز غیر داپلر چند نمونه متوالی از هدف مقدار یکسانی خواهد شد [۱]. از طرفی به‌خاطر شیفت داپلر ناشی از حرکت شعاعی هدف، فاز دیگری نیز به نمونه‌ها اعمال می‌شود که متغیر با زمان بوده و در PRF ثابت، نرخ تغییر آن مقدار ثابتی می‌باشد. اگر s_k نمونه kام بردار سیگنال $\underline{s}$ باشد، رابطه آن به‌صورت زیر خواهد شد

$$s_k = r_k e^{j\phi} e^{j(k-۱)\Omega} \quad , \quad k = ۱,۲,\ldots,N \qquad (۷)$$

که در آن r_k دامنه نمونه kام و ϕ فاز آن است که در حالت همدوس برای تمامی نمونه‌های $\underline{s}$ مقدار یکسانی شده است. $(k-۱)\Omega$ فاز ناشی از شیفت داپلر هدف است که Ω اختلاف فاز بین دو نمونه متوالی سیگنال، با شیفت داپلر هدف f_d دارای رابطه زیر است

$$\Omega = ۲\pi \frac{f_d}{PRF} \qquad (۸)$$

در این مقاله، دامنه و فاز غیر داپلر نمونه‌ها را نامعلوم (تصادفی) فرض می‌کنیم. بر اساس مدل‌های معتبر، در این حالت فاز ϕ را می‌توان به‌صورت یک متغیر تصادفی یکنواخت در فاصله $[۰,۲\pi]$ و مستقل از دامنه و شیفت داپلر هدف در نظر گرفت.

مدل‌های سورلینگ هنوز به‌عنوان معتبرترین و پرکاربردترین مدل‌ها برای توصیف آماری دامنه سیگنال هدف متموج به‌کار می‌روند. وی اهداف راداری را به دو دسته با تموج آهسته و با تموج سریع تقسیم نمود و برای هر دسته، دو تابع توزیع احتمال رایلی و کای[۱] را برای دامنه نمونه‌های هدف پیشنهاد کرد [۱۵] و [۱۶]. از آنجا که توزیع کای برای اهداف بزرگ با تعداد زیادی انعکاس‌دهنده مناسب‌تر می‌باشد، لذا در تحقیقات توجه کمتری به آن شده است و استفاده از تابع توزیع احتمال رایلی، متداول‌ترین انتخاب برای دامنه هدف می‌باشد. لذا در این مقاله از توزیع رایلی برای توصیف آماری دامنه نمونه‌های هدف در شبیه‌سازی‌ها استفاده شده است. با توجه به این که در به‌دست آوردن روابط آشکارسازهای مورد استفاده و آشکارساز پیشنهادی، از تابع توزیع دامنه هدف استفاده نشده است، این انتخاب تأثیری بر روابط مربوط به آشکارسازی نخواهد گذشت و تنها تأثیر آن در شبیه‌سازی سیگنال و بررسی و مقایسه عملکرد آشکارسازها می‌باشد. اگر دامنه r_k دارای توزیع رایلی با توان P_r باشد در این صورت تابع چگالی احتمال آن به‌صورت زیر خواهد بود

$$f_r(r) = \frac{۲r}{P_r} \exp\{-\frac{r^۲}{P_r}\} \quad , \quad r > ۰ \qquad (۹)$$

مدل‌های سورلینگ در حالت ناهمدوس و بدون در نظر گرفتن فاز مطرح می‌شدند. در [۴] با تعمیم مدل‌های سورلینگ به مدل سیگنال مختلط در آشکارسازی همدوس، مدل‌های مشابهی تحت عنوان مدل‌های شبه‌سورلینگ مطرح شدند.

بر مبنای توضیحات بیان‌شده به‌راحتی بر اساس رابطه مدل تحلیلی نمونه‌های سیگنال در حالت همدوس، یعنی (۷)، مشخص می‌شود که در حالت تموج آهسته، دامنه‌های r_k مقدار یکسانی مانند r خواهند شد و در حالت تموج سریع، دامنه‌های r_k متغیرهای تصادفی مستقل و با توزیع یکسان هستند. برای حالتی که متغیرهای تصادفی r_k متفاوت و دارای همبستگی هستند، این مدل به‌راحتی توصیف‌کننده تحلیلی سیگنال هدف با تموج میانی است. در این حالت بردار سیگنال به‌صورت زیر قابل نوشتن است

$$\underline{s} = D\underline{r}e^{j\phi} \qquad (۱۰)$$

که $\underline{r}$ بردار شامل دامنه نامنفی نمونه‌ها به‌صورت $[r_۱, r_۲, \ldots, r_N]^T$ و D یک ماتریس قطری به‌صورت زیر است

$$D = diag(۱, e^{j\Omega}, e^{j۲\Omega}, \ldots, e^{j(N-۱)\Omega}) \qquad (۱۱)$$

منطقاً فرض می‌کنیم که دامنه نمونه‌های r_k دارای توزیع یکسان باشند که آن را بر مبنای بحث انجام‌گرفته در زیربخش قبلی، رایلی با توان P_r مطابق (۹) فرض می‌کنیم. ضمناً همبستگی بین نمونه‌های r_k را با ماتریس همبستگی R_r و یا ماتریس کوواریانس C_r به‌صورت زیر توصیف می‌کنیم

$$R_r = E\,\underline{r}\,\underline{r}^T \qquad (۱۲)$$

$$C_r = E\,\underline{\tilde{r}}\,\underline{\tilde{r}}^T = E\,(\underline{r}-\underline{m}_r)(\underline{r}-\underline{m}_r)^T \qquad (۱۳)$$

که در آن $\underline{m}_r$ میانگین بردار دامنه $\underline{r}$ می‌باشد. اگر مقدار توان دامنه نمونه‌های سیگنال رایلی مقدار P_r باشد، مقدار میانگین هر یک برابر $\sqrt{\pi/۴ P_r}$ خواهد شد و لذا $\underline{m}_r$ به‌صورت زیر است

$$\underline{m}_r = \sqrt{\frac{\pi}{۴}P_r}\,[۱ \;\; ۱ \;\; \ldots \;\; ۱ \;\; ۱]^T \qquad (۱۴)$$

ماتریس کوواریانس C_r ماتریسی معلوم فرض می‌شود که در دو حالت نمایی و گوسی به‌صورت زیر است [۶] و [۷]

$$C_{r,ij} = P_r(۱-\frac{\pi}{۴})\rho^{|i-j|^۲} \qquad \text{(فرم گوسی)} \qquad (۱۵)$$

$$C_{r,ij} = P_r(۱-\frac{\pi}{۴})\rho^{|i-j|} \qquad \text{(فرم نمایی)} \qquad (۱۶)$$

در مدل سیگنال ارائه‌شده در (۱۰)، ϕ یک متغیر تصادفی یکنواخت در فاصله $[۰,۲\pi]$ و مستقل از $\underline{r}$ می‌باشد. ضمناً اگر از فرض شیفت داپلر معلوم هدف استفاده شود Ω یک عدد معلوم در فاصله $[۰,۲\pi]$ خواهد بود.

اگر به مدل تحلیلی بردار سیگنال در (۱۰) توجه گردد، ملاحظه می‌شود که بردار $\underline{s}$ گوسی نخواهد بود. کافی است جمع دو مؤلفه اول و دوم آن را به‌صورت زیر در نظر بگیریم

$$s_۱ + s_۲ = (r_۱ + r_۲ e^{j\Omega})e^{j\phi} \qquad (۱۷)$$

1. Chi Distribution

در این ترکیب حتی اگر $\Omega=0$ و r_1 و r_2 مستقل فرض شوند توزیع r_1+r_2، رایلی نخواهد شد و لذا s_1+s_2 یک متغیر تصادفی گوسی نیست. در نتیجه بردار $\underline{s}$ گوسی نخواهد شد. بنابراین در حالت همدوس، چه در حالت داپلر معلوم و چه در حالت داپلر نامعلوم و چه برای اهداف با تموج سریع و چه برای اهداف با تموج میانی، بردار $\underline{s}$ گوسی نخواهد بود و استفاده از این فرض در مقالات قبلی، فرض چندان مطمئنی نمی‌باشد.

در حالت شیفت داپلر معلوم، Ω و لذا ماتریس قطری D، کاملاً معلوم هستند. در چنین حالتی میانگین و ماتریس کوواریانس بردار $\underline{s}$ (C_s) به‌صورت زیر محاسبه می‌شوند

$$E\underline{s}=0 \tag{۱۸}$$

$$C_s=R_s=DR_rD^* \tag{۱۹}$$

که در آن اپراتور * اشاره به مزدوج ماتریس دارد. لذا C_s نیز معلوم است.

۴- آشکارسازی شبه‌بهینه

آزمون آشکارساز بهینه بر اساس معیار NP از (۳) به‌دست می‌آید. اگر هیچ اطلاع قبلی از توابع احتمال بردار سیگنال نداشته باشیم و یا در صورت وجود این توابع احتمال، حل انتگرال رابطه فوق امکان‌پذیر نباشد، باید سراغ روش‌های تقریبی برای حل رابطه فوق برویم که اصطلاحاً به آزمون‌های حاصل، شبه‌بهینه گوییم.

۴-۱ آزمون GLR

آزمون GLR یکی از مهم‌ترین و متداول‌ترین آزمون‌ها برای تحقق شبه‌بهینه آشکارسازی است [۱۳]. اگر در (۳)، بردار $\underline{s}$ کاملاً معلوم باشد آنگاه آزمون به‌صورت زیر در می‌آید

$$\Lambda(\underline{y})=\frac{f_{\underline{n}}(\underline{y}-\underline{s})}{f_{\underline{n}}(\underline{y})}\ \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}}\ T \tag{۲۰}$$

بر این اساس در آزمون GLR، ابتدا از روی بردار دریافتی $\underline{y}$، $\underline{s}$ را تخمین حداکثر درست‌نمایی یا ML[1] می‌زنند و سپس با فرض معلوم‌بودن $\underline{s}$، از رابطه زیر آشکارساز را محقق می‌سازند

$$\Lambda(\underline{y})=\frac{f_{\underline{n}}(\underline{y}-\underline{\hat{s}}_{ML})}{f_{\underline{n}}(\underline{y})}\ \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}}\ T \tag{۲۱}$$

که $\underline{\hat{s}}_{ML}$ تخمین ML از $\underline{s}$ توسط $\underline{y}$ می‌باشد و دارای رابطه زیر است

$$\underline{\hat{s}}_{ML}=\arg\max_{\underline{s}}\{f_{\underline{n}}(\underline{y}-\underline{s})\} \tag{۲۲}$$

اگر بردار کلاتر $\underline{n}$ گوسی با میانگین صفر و ماتریس کوواریانس معلوم C_n باشد، با استفاده از رابطه $f_{\underline{n}}(\underline{n})$ در (۲۱)، آزمون GLR به‌صورت

$$\underline{y}^H C_n^{-1}\underline{y}-(\underline{y}-\underline{\hat{s}}_{ML})^H C_n^{-1}(\underline{y}-\underline{\hat{s}}_{ML})\ \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}}\ T \tag{۲۳}$$

و تخمین $\underline{\hat{s}}_{ML}$ از رابطه زیر به‌دست می‌آیند

$$\underline{\hat{s}}_{ML}=\arg\min_{\underline{s}}\{(\underline{y}-\underline{s})^H C_n^{-1}(\underline{y}-\underline{s})\} \tag{۲۴}$$

برای سادگی اسم تابع داخل آکولاد را $h(\underline{y}-\underline{s})$ می‌گذاریم

$$h(\underline{y}-\underline{s})=(\underline{y}-\underline{s})^H C_n^{-1}(\underline{y}-\underline{s}) \tag{۲۵}$$

اگر $\underline{s}$ دارای N_s پارامتر ناهمبسته t_i باشد، برای انجام بهینه‌سازی (۲۵) می‌توانیم از مشتق به‌صورت زیر استفاده کنیم

$$\frac{\partial h(\underline{y}-\underline{s})}{\partial t_i}=0\ ,\quad i=1,2,\ldots,N_s \tag{۲۶}$$

و از حل N_s معادله N_s مجهول به‌دست آمده، تخمین t_iها و یا همان تخمین $\underline{\hat{s}}_{ML}$ را به‌دست آوریم.

با توجه به مدل ارائه‌شده برای هدف با تموج میانی در (۱۰)، بردار $\underline{s}$ دارای $N+1$ متغیر مجهول ϕ، r_1، r_2، ... و r_N می‌باشد. لذا در گام اول اقدام به تخمین ML از $N+1$ متغیر فاز و دامنه می‌کنیم.

در مدل (۱۰) توجه شود که متغیرهای ϕ و $\underline{r}$ حقیقی بوده و D یک ماتریس قطری است؛ لذا

$$\underline{r}^H=\underline{r}^T\ ,\quad D^H=D^* \tag{۲۷}$$

ضمناً در عملیات دستیابی به روابط آزمون، دائماً از ویژگی تقارن هرمیتی ماتریس‌های کوواریانس (یا معکوس آنها) استفاده خواهیم کرد.

لذا تخمین پارامترهای مجهول و ناهمبسته ϕ، r_1، r_2، ... و r_N از مینیمم‌سازی تابع زیر به‌دست می‌آید

$$h(\underline{y}-\underline{s})=(\underline{y}-D\underline{r}e^{j\phi})^H C_n^{-1}(\underline{y}-D\underline{r}e^{j\phi}) \tag{۲۸}$$

و یا

$$\begin{aligned}h(\underline{y}-\underline{s})&=\underline{y}^H C_n^{-1}\underline{y}+\underline{r}^T D^* C_n^{-1}D\underline{r}\\&-\underline{y}^H C_n^{-1}D\underline{r}e^{j\phi}-\underline{r}^T D^* C_n^{-1}\underline{y}e^{-j\phi}\end{aligned} \tag{۲۹}$$

برای انجام بهینه‌سازی از مشتق‌گیری استفاده می‌کنیم. ابتدا از تابع $h(\underline{y}-\underline{s})$ بر حسب بردار $\underline{r}$ گرادیان گرفته و حاصل را صفر قرار می‌دهیم

$$\begin{aligned}\nabla_{\underline{r}}h(\underline{y}-\underline{s})&=(D^* C_n^{-1}D+DC_n^{-T}D^*)\underline{r}\\&-DC_n^{-T}\underline{y}^* e^{j\phi}-D^* C_n^{-1}\underline{y}e^{-j\phi}=0\end{aligned} \tag{۳۰}$$

و با تعریف ماتریس G به‌صورت زیر

$$G=D^* C_n^{-1}D+DC_n^{-T}D^* \tag{۳۱}$$

بردار $\underline{r}$ بر حسب ϕ به‌صورت زیر به‌دست می‌آید

$$\underline{r}=G^{-1}(DC_n^{-T}\underline{y}^* e^{j\phi}-D^* C_n^{-1}\underline{y}e^{-j\phi}) \tag{۳۲}$$

با توجه تقارن هرمیتی ماتریس‌های C_n^{-T} و C_n^{-1}، ماتریس G نیز دارای تقارن هرمیتی خواهد بود. از طرفی اگر از طرفین (۳۱) ترانهاده[2] گرفته شود مجدداً همان G حاصل می‌شود. به‌عبارت دیگر

$$G=G^T=G^H=G^* \tag{۳۳}$$

لذا ماتریس G یک ماتریس حقیقی و دارای تقارن معمولی و هرمیتی بوده و این ویژگی‌ها برای معکوس آن نیز برقرار است

$$G^{-1}=G^{-T}=G^{-H}=(G^{-1})^* \tag{۳۴}$$

در (۳۲) در تخمین $\underline{r}$ هنوز متغیر مجهول ϕ وجود دارد که باید تخمین زده شود. برای سادگی ابتدا متغیر واسطه زیر را در نظر می‌گیریم

$$\underline{z}=D^* C_n^{-1}\underline{y} \tag{۳۵}$$

و لذا (۳۲) به‌صورت زیر درآمده

1. Maximum Likelihood

2. Transpose

$$\underline{r} = G^{-1}(\underline{z}^* e^{j\phi} + \underline{z}\, e^{-j\phi}) \qquad (۳۶)$$

و با جایگذاری آن در (۲۹) داریم

$$\begin{aligned} h(\underline{y}-\breve{\underline{s}}) &= \underline{y}^H C_n^{-1} \underline{y} + \\ &(\underline{z}^T e^{-j\phi} + \underline{z}^H e^{j\phi}) G^{-1} D^* C_n^{-1} D G^{-1} (\underline{z} e^{-j\phi} + \underline{z}^* e^{j\phi}) \\ &- \underline{z}^H G^{-1} (\underline{z} e^{-j\phi} + \underline{z}^* e^{j\phi}) e^{j\phi} \\ &- (\underline{z}^T e^{-j\phi} + \underline{z}^H e^{j\phi}) G^{-1} \underline{z} e^{-j\phi} \end{aligned} \qquad (۳۷)$$

که منظور از $\breve{\underline{s}}$ همان $\underline{s}$ است که بخشی از آن توسط (۳۲) بهینه‌سازی شده است. با ساده‌کردن این رابطه داریم

$$\begin{aligned} h(\underline{y}-\breve{\underline{s}}) &= \underline{y}^H C_n^{-1} \underline{y} + \underline{z}^T G^{-1} D^* C_n^{-1} D G^{-1} \underline{z}^* \\ &+ \underline{z}^H G^{-1} D^* C_n^{-1} D G^{-1} \underline{z} - 2\underline{z}^H G^{-1} \underline{z} \\ &+ \underline{z}^H G^{-1} (D^* C_n^{-1} D - G) G^{-1} \underline{z}^* e^{j2\phi} \\ &+ \underline{z}^T G^{-1} (D^* C_n^{-1} D - G) G^{-1} \underline{z} e^{-j2\phi} \end{aligned} \qquad (۳۸)$$

با توجه به اسکالربودن تک‌تک جملات عبارت فوق داریم

$$\begin{aligned} \underline{z}^T G^{-1} D^* C_n^{-1} D G^{-1} \underline{z}^* &= (\underline{z}^T G^{-1} D^* C_n^{-1} D G^{-1} \underline{z}^*)^T \\ &= \underline{z}^H G^{-1} D C_n^{-T} D^* G^{-1} \underline{z} \end{aligned} \qquad (۳۹)$$

و در نتیجه

$$\begin{aligned} &\underline{z}^T G^{-1} D^* C_n^{-1} D G^{-1} \underline{z}^* + \underline{z}^H G^{-1} D^* C_n^{-1} D G^{-1} \underline{z} \\ &= \underline{z}^H G^{-1} \underline{z} \end{aligned} \qquad (۴۰)$$

و لذا (۳۸) به‌صورت زیر درمی‌آید

$$\begin{aligned} h(\underline{y}-\breve{\underline{s}}) &= \underline{y}^H C_n^{-1} \underline{y} - \underline{z}^H G^{-1} \underline{z} \\ &- \underline{z}^H G^{-1} D C_n^{-T} D^* G^{-1} \underline{z}^* e^{j2\phi} \\ &- \underline{z}^T G^{-1} D C_n^{-T} D^* G^{-1} \underline{z} e^{-j2\phi} \end{aligned} \qquad (۴۱)$$

به‌علت اسکالربودن تک‌تک جملات عبارت فوق داریم

$$\begin{aligned} &(\underline{z}^H G^{-1} D C_n^{-T} D^* G^{-1} \underline{z}^* e^{j2\phi})^* \\ &= (\underline{z}^H G^{-1} D C_n^{-T} D^* G^{-1} \underline{z}^* e^{j2\phi})^H \\ &= \underline{z}^T G^{-1} D C_n^{-T} D^* G^{-1} \underline{z} e^{-j2\phi} \end{aligned} \qquad (۴۲)$$

یعنی دو جمله آخر مزدوج هم بوده و می‌توان نوشت

$$\begin{aligned} h(\underline{y}-\breve{\underline{s}}) &= \underline{y}^H C_n^{-1} \underline{y} - \underline{z}^H G^{-1} \underline{z} \\ &- 2\left|\underline{z}^T G^{-1} D C_n^{-T} D^* G^{-1} \underline{z}\right| \\ &\times \cos(\angle(\underline{z}^T G^{-1} D C_n^{-T} D^* G^{-1} \underline{z}) - 2\phi) \end{aligned} \qquad (۴۳)$$

با توجه به ضریب منفی تابع کسینوس در عبارت فوق، آن مقداری از ϕ، $h(\underline{y}-\breve{\underline{s}})$ را مینیمم می‌کند که تابع کسینوس را ماکزیمم کند و با توجه به این که تابع کسینوس در زاویه صفر، ماکزیمم می‌شود لذا تخمین ML از ϕ به‌صورت زیر به‌دست می‌آید

$$\hat{\phi}_{ML} = \frac{1}{2} \angle(\underline{z}^T G^{-1} D C_n^{-T} D^* G^{-1} \underline{z}) \qquad (۴۴)$$

و با جایگذاری $\hat{\phi}_{ML}$ در (۳۶) تخمین ML از $\underline{r}$ به‌دست می‌آید

$$\hat{\underline{r}}_{ML} = G^{-1}(\underline{z}^* e^{j\hat{\phi}_{ML}} + \underline{z} e^{-j\hat{\phi}_{ML}}) \qquad (۴۵)$$

و با جایگذاری مقادیر تخمین زده شده در $h(\underline{y}-\breve{\underline{s}})$ مقدار مینیمم آن به‌صورت زیر حاصل می‌شود

$$\begin{aligned} h_{\min} &= \underline{y}^H C_n^{-1} \underline{y} - \underline{z}^H G^{-1} \underline{z} \\ &- 2\left|\underline{z}^T G^{-1} D C_n^{-T} D^* G^{-1} \underline{z}\right| \end{aligned} \qquad (۴۶)$$

و لذا آزمون GLR به‌صورت زیر به‌دست می‌آید

$$\underline{z}^H G^{-1} \underline{z} + 2\left|\underline{z}^T G^{-1} D C_n^{-T} D^* G^{-1} \underline{z}\right| \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} T \qquad (۴۷)$$

با تعریف بردار کمکی به‌صورت زیر

$$\underline{u} = G^{-1} \underline{z} = G^{-1} D^* C_n^{-1} \underline{y} \qquad (۴۸)$$

آزمون GLR نهایتاً به‌صورت زیر خواهد شد

$$\underline{u}^H G \underline{u} + 2\left|\underline{u}^T D^* C_n^{-T} D \underline{u}\right| \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} T \qquad (۴۹)$$

در حالت حدی که همبستگی بین نمونه‌های دامنه سیگنال بسیار کم می‌شود، آزمون GLR به‌دست آمده با آشکارساز GLR اهداف راداری با تموج سریع در [۱۷] یکی می‌گردد. ضمناً شبیه‌سازی‌های کامپیوتری نشان می‌دهند که در حالتی که همبستگی بین نمونه‌ها بسیار زیاد می‌شود عملکرد این آشکارساز بر عملکرد آشکارساز GLR اهداف راداری با تموج آهسته منطبق می‌گردد (بخش ۵).

۴-۲ سایر آشکارسازها

اگر بردار سیگنال را گوسی و مستقل از تداخل (ترکیب کلاتر و نویز) فرض کرده و در ضمن بردار تداخل را نیز به‌صورت یک بردار گوسی در نظر گیریم، آشکارسازی بهینه به آشکارسازی یک سیگنال گوسی در نویز گوسی تبدیل می‌شود که تحقق‌پذیر بوده و به آشکارساز تخمین‌زن – همبستگی‌یاب یا ECD منجر می‌شود [۱۸]. در بخش قبلی نشان دادیم که فرض گوسی‌بودن بردار سیگنال هدف با تموج میانی دقیق نبوده و لذا چنین آشکارسازی دیگر بهینه نخواهد بود.

روش‌های دیگری نیز مطرح می‌شوند که عملاً به توزیع احتمال کلاتر و سیگنال بستگی ندارند. از این روش‌ها می‌توان به آشکارسازهای با ساختار معلومی مانند آشکارساز خطی اشاره کرد که بردار ضرایب آن به‌نحوی تعیین می‌شود که نسبت سیگنال به نویز در خروجی فیلتر خطی ماکزیمم گردد.

۴-۲-۱ آشکارساز ECD

در مدل تست دوفرضیه‌ای (۱)، اگر بردارهای کلاتر $\underline{n}$ و سیگنال $\underline{s}$ را مستقل و گوسی با میانگین‌های صفر و ماتریس کوواریانس به‌ترتیب C_n و C_s فرض کنیم، به‌راحتی ثابت می‌شود که آزمون بهینه آشکارسازی به رابطه زیر منجر می‌گردد [۱۸]

$$Z = \underline{y}^H C \underline{y} \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} T \qquad (۵۰)$$

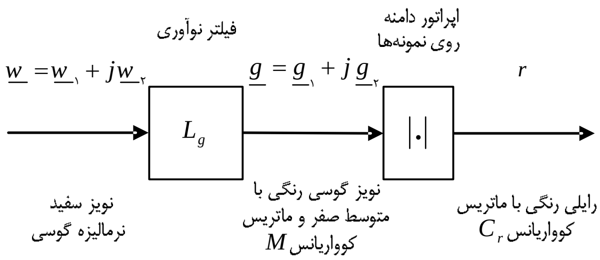
که ماتریس C از رابطه زیر به‌دست می‌آید

$$C = C_n^{-1} - (C_n + C_s)^{-1} \qquad (۵۱)$$

و آشکارساز به‌دست آمده همان ECD می‌باشد.

در رابطه با مدل دقیق‌تری که در این مقاله مطرح شده است، این آشکارساز الزاماً بهینه نیست و در آن C_s به‌صورت زیر محاسبه می‌شود

$$C_s = D R_r D^* \qquad (۵۲)$$



شکل ۱: بلوک دیاگرام تولید بردار تصادفی رایلی با ماتریس کوواریانس C_r.

۴-۲-۲ آشکارساز OF

این آشکارساز در [۷] برای آشکارسازی اهداف با تموج میانی گوسی در تداخل گوسی مطرح و در [۶] نیز برای ارزیابی نسبی عملکرد ECD مورد استفاده قرار گرفته است. ما بر اساس مدل سیگنالی که در این مقاله مطرح کرده‌ایم، این روش را مورد بازنگری قرار داده و عملکرد آن را با دو آشکارساز قبلی مورد مقایسه قرار می‌دهیم. برای سادگی آن را فیلتر بهینه یا OF می‌نامیم. رابطه آشکارساز OF به‌صورت زیر است

$$Z=\left|\underline{W}^H\underline{y}\right|^2 \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} T \qquad (۵۳)$$

و بردار ضرایب آشکارسازی $\underline{W}$، به‌نوعی انتخاب می‌شود تا سیگنال به نویز در خروجی فیلتر بیشینه شود. با توجه به تعریف سیگنال به نویز در خروجی فیلتر خطی یعنی $(SNR)_O$ به‌صورت زیر

$$(SNR)_O=\frac{E\left|\underline{W}^H\underline{s}\right|^2}{E\left|\underline{W}^H\underline{n}\right|^2}=\frac{E(\underline{W}^H\underline{s}\underline{s}^H\underline{W})}{E(\underline{W}^H\underline{n}\underline{n}^H\underline{W})} \qquad (۵۴)$$

که اپراتور $E(.)$ به امید ریاضی اشاره دارد و با توجه به صفربودن میانگین سیگنال در مدل مورد نظر داریم

$$(SNR)_O=\frac{\underline{W}^H C_s\underline{W}}{\underline{W}^H C_n\underline{W}} \qquad (۵۵)$$

و لذا بردار ضرایب فیلتر OF از رابطه زیر حاصل می‌گردد [۱۹]

$$\underline{W}_{OLD}=E_{\min}(C_s^{-1}C_n) \qquad (۵۶)$$

که در آن اپراتور $E_{\min}(A)$ اشاره به بردار ویژه نظیر با کوچک‌ترین مقدار ویژه ماتریس A دارد.

با توجه به رابطه C_s در (۵۲) داریم

$$C_s^{-1}=(D^*)^{-1}R_r^{-1}D^{-1} \qquad (۵۷)$$

و از آنجایی که $D^{-1}=D^*$ می‌باشد لذا

$$C_s^{-1}=DR_r^{-1}D^* \qquad (۵۸)$$

و در نتیجه

$$\underline{W}_{OF}=E_{\min}(DR_r^{-1}D^*C_n) \qquad (۵۹)$$

۵- شبیه‌سازی کامپیوتری و نتایج

۵-۱ تولید بردار کلاتر و سیگنال

یک بردار تصادفی مختلط گوسی سفید به‌راحتی توسط یک نرم‌افزار مانند matlab قابل تولید است. برای تولید یک بردار تصادفی مختلط گوسی رنگی با میانگین صفر و ماتریس کوواریانس C_n (مانند بردار کلاتر)، کافی است یک بردار تصادفی مختلط گوسی سفید را از یک فیلتر نوآوری با ماتریس نوآوری L عبور داد که L از تجزیه ماتریس C_n به‌صورت زیر به‌دست می‌آید

$$C_n=LL^H \qquad (۶۰)$$

در تولید بردار سیگنال، Ω مقدار معلوم و ϕ متغیر تصادفی با توزیع یکنواخت در فاصله $[0,2\pi]$ بوده و $\underline{r}$ یک بردار تصادفی حقیقی و نامنفی می‌باشد که عناصر آن دارای توزیع رایلی فرض می‌شوند و دارای ماتریس همبستگی و کوواریانس معلوم به‌ترتیب R_r و C_r می‌باشد. اگر $\underline{r}$ دارای میانگین $\underline{m}_r$ بوده و توان نمونه‌های آن P_r باشد به‌راحتی ثابت می‌شود

$$\underline{m}_r=\sqrt{\frac{\pi}{4}P_r}\,[1\ \ 1\ \ \dots\ \ 1]^T \qquad (۶۱)$$

و لذا رابطه بین مؤلفه‌های R_r و C_r به‌صورت زیر است

$$R_{rij}=C_{rij}+\frac{\pi}{4}P_r \qquad (۶۲)$$

بررسی‌های دقیق بر مبنای شبیه‌سازی کامپیوتری با حجم بالای داده، نشان می‌دهد که برای تولید یک بردار تصادفی با نمونه‌های رایلی که دارای همبستگی با ماتریس همبستگی R_r (یا ماتریس کوواریانس C_r) باشد (مانند $\underline{r}$) می‌توانیم از بردار دامنه یک بردار تصادفی مختلط گوسی با میانگین صفر و ماتریس کوواریانس M و توان نمونه‌های واحد استفاده کنیم (آن را $\underline{g}$ می‌نامیم) که دامنه نمونه‌های آن، بردار تصادفی رایلی مورد نظر را به ما می‌دهد [۲۰]. برای سادگی $P_r=1$ در نظر گرفته می‌شود. شکل ۱ بلوک دیاگرام تولید چنین بردار تصادفی را نشان می‌دهد.

این بررسی‌ها نشان می‌دهند اگر ρ_{ij} ضریب همبستگی نمونه‌های r_i و r_j از بردار تصادفی رایلی $\underline{r}$ باشد، رابطه ρ_{ij} با C_{rij} و M_{ij} به‌صورت زیر است [۲۰]

$$\rho_{ij}=\frac{C_{rij}}{1-\frac{\pi}{4}}=M_{ij}^2 \qquad (۶۳)$$

که در آن M_{ij} مؤلفه سطر iام و ستون jام از ماتریس همبستگی بردار تصادفی گوسی رنگی $\underline{g}$ می‌باشد. لذا از (۶۲) و (۶۳) مؤلفه‌های M، از روی مؤلفه‌های R_r به‌صورت زیر به‌دست می‌آیند

$$M_{ij}=\sqrt{\frac{R_{rij}-\frac{\pi}{4}P_r}{1-\frac{\pi}{4}}} \qquad (۶۴)$$

با مشخص‌شدن M، ماتریس نوآوری L_g از تجزیه زیر حاصل می‌شود

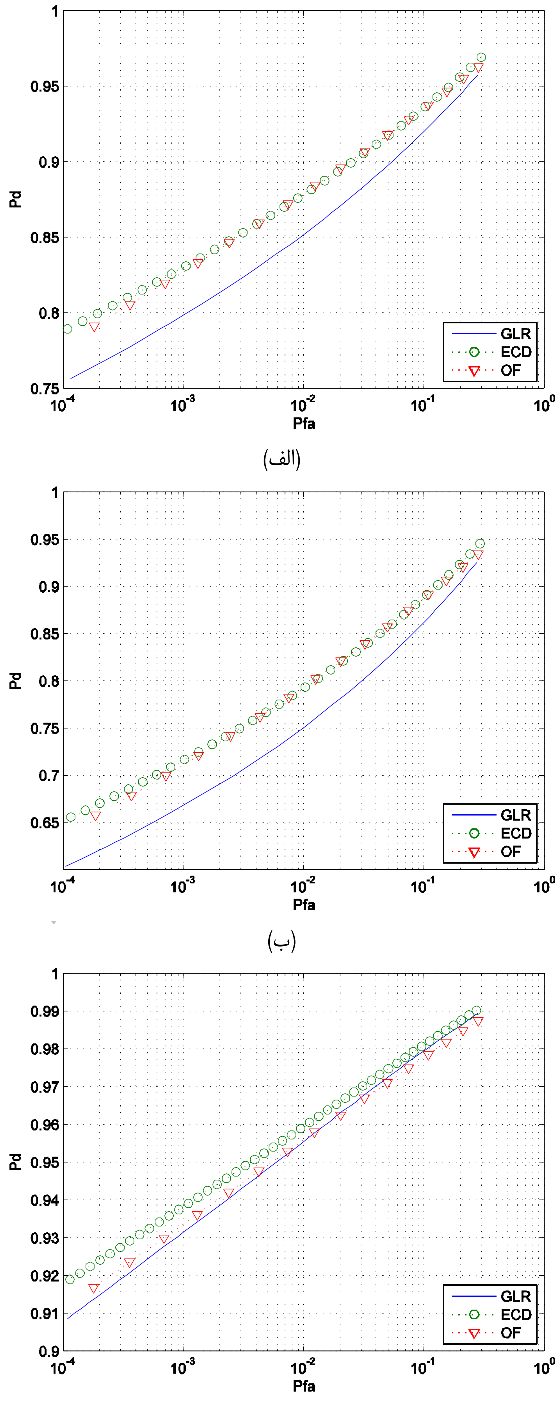
$$M=L_gL_g^H \qquad (۶۵)$$

در شبیه‌سازی‌ها، همبستگی نمونه‌های هدف را به دو صورت نمایی و گوسی با ضریب همبستگی ρ در نظر گرفته‌ایم که با استفاده از (۱۵)، (۱۶) و (۶۳) خواهیم داشت

$$M_{ij}=\sqrt{P_r}\,\rho^{\frac{1}{2}|i-j|} \qquad \text{(فرم نمایی)} \qquad (۶۶)$$

$$M_{ij}=\sqrt{P_r}\,\rho^{\frac{1}{2}|i-j|^2} \qquad \text{(فرم گوسی)} \qquad (۶۷)$$

مدل‌سازی و شبیه‌سازی به‌نحوی است که در حالتی که $\rho\to 1$ مدل مذکور به‌سمت مدل هدف با تموج آهسته (سورلینگ I) و در حالتی که



(الف)

(ب)

(ج)

شکل ۲: منحنی تغییرات P_d بر حسب P_{fa} آشکارسازها، در حالت کلاتر گوسی با $scbw = ۰/۱$ و هدف با داپلر معلوم $f_d = ۰/۱$ و همبستگی نمایی برای میزان همبستگی مختلف، (الف) $\rho = ۰/۰۱$، (ب) $\rho = ۰/۵$ و (ج) $\rho = ۰/۹۹۵$.

$\rho \to ۰$ مدل مذکور به‌سمت مدل هدف با تموج سریع (سورلینگ II) میل می‌کند.

۵-۲ بررسی عملکرد آشکارسازها

برای مقایسه عملکرد آشکارسازها از منحنی تغییرات احتمال آشکارسازی بر حسب احتمال هشدار غلط در یک سیگنال به نویز ثابت استفاده می‌کنیم که به ROC[1] موسوم است. ضمناً از منحنی تغییرات احتمال آشکارسازی بر حسب تغییرات سیگنال به نویز در یک احتمال

1. Receiver Operating Characteristic Curve

هشدار غلط ثابت نیز استفاده می‌کنیم. در رسم منحنی ROC، مقدار SNR را به‌نحوی در نظر می‌گیریم که منحنی در رنج مقادیر قابل قبولی از P_d ظاهر گردد (P_d از حوالی ۰/۵ تا یک)، در رسم منحنی P_d بر حسب SNR، مقدار احتمال هشدار غلط را ۰/۰۰۱ در نظر می‌گیریم.

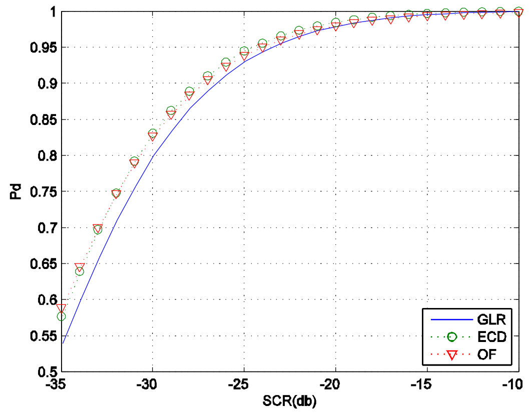
در شبیه‌سازی‌های قسمت‌های زیر، تعداد نمونه‌های پالس در هر بردار ۴ $(N = ۴)$ و پهنای باند نرمالیزه تابع چگالی طیف توان کلاتر نرمالیزه به PRF رادار ۰/۱ $(scbw = ۰/۱)$ در نظر گرفته می‌شوند. برای به‌دست آوردن هر منحنی، اجرای هر آشکارسازی یک میلیون بار روی مقادیر تصادفی جدید سیگنال و کلاتر در یک سلول برد انجام می‌گیرد.

در عمل مقدار شیفت داپلر هدف معلوم نیست ولی با توجه به این که استفاده از بانک فیلتر در آشکارسازی عملی رادار معمول می‌باشد، می‌توان شیفت داپلر را تقریباً در هر زیرباند بانک، معلوم فرض کرد. شبیه‌سازی‌های مختلف انجام‌شده در این تحقیق نشان می‌دهد عملکرد نسبی آشکارسازها نسبت به یکدیگر در فرکانس‌های مختلف داپلر مشابه می‌باشد و لذا بدون از دست دادن کلیت بحث، در این قسمت مقدار شیفت داپلر هدف (نرمالیزه به PRF رادار) را مقدار معلوم ۰/۱ $(f_d = ۰/۱)$ در نظر گرفته‌ایم.

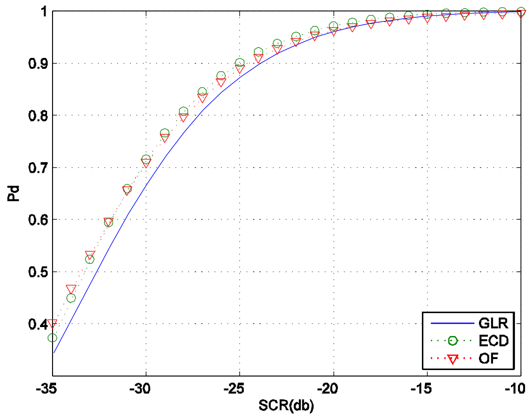
در حالتی که همبستگی بین دامنه‌های سیگنال هدف نمایی باشد، شکل ۲ منحنی تغییرات P_d بر حسب P_{fa} آشکارسازهای GLR، ECD و OF را در مقادیر مختلف همبستگی نمونه‌های هدف نشان می‌دهد. مقدار ضریب همبستگی بین نمونه‌های هدف یا ρ از مقدار خیلی کوچک ۰/۰۱ شروع شده و پس از گرفتن مقدار ۰/۵ به مقدار خیلی نزدیک به یک یعنی ۰/۹۹۵ ختم می‌شود. یعنی در این شکل‌ها حالت‌های با تموج میانی گوناگون به‌نحوی انتخاب شده‌اند که از نزدیک به حالت تموج سریع $(\rho = ۰/۰۱)$ شروع شده و به نزدیک حالت تموج آهسته $(\rho = ۰/۹۹۵)$ ختم می‌شود.

نتایج مهمی که با ملاحظه این حالت‌ها قابل جمع‌بندی است این است که اولاً آشکارساز ECD همیشه بهترین عملکرد را دارد. ثانیاً آشکارساز GLR که در ادبیات آشکارسازی بهینه به‌عنوان یک آشکارساز شبه‌بهینه خوش‌نام و معروف شناخته می‌شود در حالت با تموج میانی عملکرد آن از ECD و حتی آشکارسازهای OF پایین‌تر است. البته توجه شود که هرچه همبستگی بین نمونه‌های هدف بیشتر شود (رفتن به سمت مدل تموج آهسته)، عملکرد آشکارساز GLR به OF و ECD نزدیک‌تر می‌شود و این قابل انتظار است زیرا برای حالت هدف با تموج آهسته آزمون‌های GLR، ECD و OF بر هم منطبق می‌شوند [۲۱] و [۲۲]. بر عکس، هرچه همبستگی بین نمونه‌های هدف کمتر شود، افت عملکرد آشکارساز GLR نسبت به دیگر آشکارسازها بیشتر شده و در حالت تموج سریع به بیشترین انحراف می‌رسد. ثالثاً آشکارساز OF در تمامی این حالت‌ها عملکرد بسیار نزدیک به ECD داشته و جزو بهترین‌ها می‌باشد. شکل ۳ برای همان شرایط شکل ۲، منحنی تغییرات P_d بر حسب SNR آشکارسازهای GLR، ECD و OF را در مقادیر مختلف همبستگی هدف و به‌ازای $P_{fa} = ۰/۰۰۱$ نشان می‌دهد. نتایج حاصل از مشاهدات روی این منحنی‌ها نیز نتایج شکل ۲ را تأیید می‌نماید.

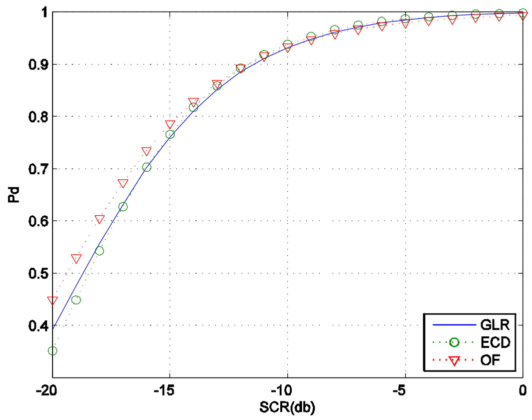
در حالتی که همبستگی دامنه هدف به‌صورت گوسی باشد و در شرایط مشابه حالت قبلی، شکل ۴ منحنی تغییرات P_d بر حسب P_{fa} و شکل ۵ منحنی تغییرات P_d بر حسب SNR آشکارسازهای مورد نظر را فقط به‌ازای $(\rho = ۰/۵)$ نشان می‌دهند. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد که عملکرد نسبی آشکارسازها در دو حالت همبستگی نمونه‌ها به‌صورت نمایی و گوسی مشابه است. لذا در ادامه فقط همبستگی هدف به‌صورت نمایی در نظر گرفته می‌شود.



(الف)



(ب)

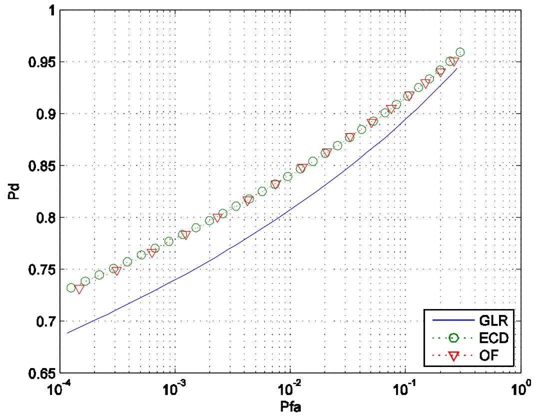


(ج)

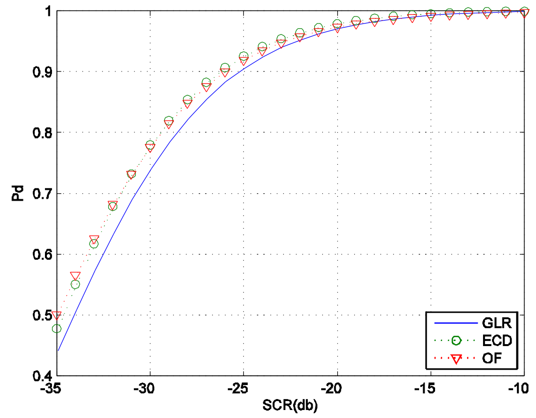
شکل ۳: منحنی تغییرات P_d بر حسب SNR آشکارسازها به‌ازای $P_{fa}=۰/۰۰۱$، در حالت کلاتر گوسی با $scbw=۰/۱$ و هدف با داپلر معلوم $f_d=۰/۱$ و همبستگی نمایی برای مقادیر همبستگی مختلف، (الف) $\rho=۰/۰۱$، (ب) $\rho=۰/۵$ و (ج) $\rho=۰/۹۹۵$.

در الگوریتم‌های آشکارسازی بیان‌شده، ماتریس کوواریانس کلاتر معلوم فرض می‌گردید. اگر فرض همبستگی نمایی یا گوسی بین نمونه‌های کلاتر را در نظر گیریم، در عمل نیاز به تخمین دو پارامتر توان نمونه‌های کلاتر و ضریب همبستگی بین نمونه‌های کلاتر وجود دارد. برای بررسی و مقایسه حساسیت روش‌های آشکارسازی بیان‌شده نسبت به عدم قطعیت در تخمین این دو پارامتر، از شبیه‌سازی کامپیوتری در حالت‌های مختلف استفاده کرده‌ایم.

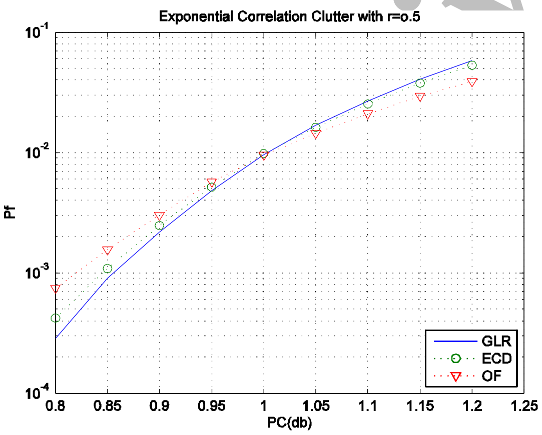
برای بررسی میزان مقاوم‌بودن آشکارسازها نسبت به عدم قطعیت توان کلاتر (CFAR ماندن)، منحنی تغییرات احتمال هشدار غلط واقعی آشکارسازها بر حسب تغییرات نسبی توان کلاتر (توان واقعی کلاتر نرمالیزه‌شده به توان تخمین زده شده فرضی کلاتر) در شکل ۶ نشان داده شده است. در این مثال سطح آستانه آشکارسازی برای ایجاد تثبیت



شکل ۴: منحنی تغییرات P_d بر حسب P_{fa} آشکارسازها، در حالت کلاتر گوسی با $scbw=۰/۱$ و هدف با داپلر معلوم $f_d=۰/۱$ و همبستگی گوسی برای همبستگی $\rho=۰/۵$.

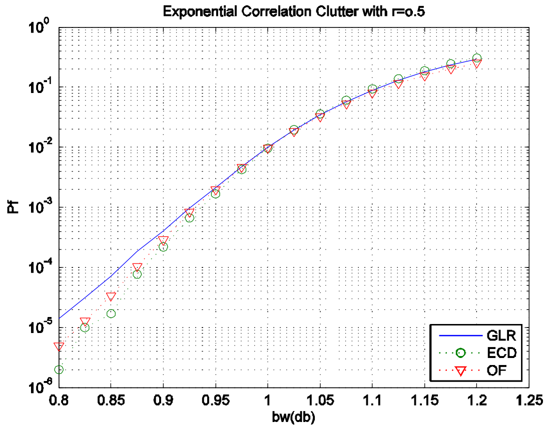


شکل ۵: منحنی تغییرات P_d بر حسب SNR آشکارسازها به‌ازای $P_{fa}=۰/۰۰۱$، در حالت کلاتر گوسی با $scbw=۰/۱$ و هدف با شیفت داپلر معلوم $f_d=۰/۱$ و همبستگی گوسی برای همبستگی $\rho=۰/۵$.



شکل ۶: منحنی P_{fa} بر حسب تغییرات نسبی توان کلاتر به‌ازای $P_{fa}=۰/۰۱$ طراحی شده، در حالت کلاتر گوسی و $scbw=۰/۱$ و هدف با داپلر معلوم $f_d=۰/۱$ و همبستگی نمایی با ضریب همبستگی $\rho=۰/۵$.

احتمال هشدار غلط بر روی $P_{fa}=۰/۰۱$ تنظیم شده و ضریب همبستگی دامنه نمونه‌های هدف $\rho=۰/۵$ است. ضمناً مشابه با بحث انجام‌شده در زیربخش قبلی، شیفت داپلر نرمالیزه $f_d=۰/۱$ و کلاتر با همبستگی نمایی و پهنای باند نرمالیزه $scbw=۰/۱$ در نظر گرفته می‌شود. ملاحظه می‌شود همگی این آشکارسازها نسبت به عدم قطعیت در تخمین توان کلاتر دارای تثبیت در احتمال هشدار غلط کمی هستند و رفتار آشکارسازها تقریباً مشابه است؛ اگرچه رفتار آشکارسازهای خطی OF اندکی بهتر از GLR و ECD است.



شکل ۷: منحنی P_{fa} بر حسب تغییرات همبستگی کلاتر به‌ازای $P_{fa}=۰/۰۱$ طراحی شده، در حالت کلاتر گوسی و داپلر معلوم $f_d=۰/۱$ و همبستگی نمایی با ضریب همبستگی $\rho=۰/۵$.

برای بررسی میزان مقاوم‌بودن آشکارسازها نسبت به عدم قطعیت ضریب همبستگی بین نمونه‌های کلاتر، منحنی تغییرات احتمال هشدار غلط واقعی آشکارسازها بر حسب تغییرات نسبی پهنای باند طیف کلاتر (پهنای باند واقعی طیف توان کلاتر نرمالیزه‌شده به پهنای باند تخمین زده شده فرضی آن) در شکل ۷ نشان داده شده است. در این مثال نیز سطح آستانه در آشکارسازی برای تثبیت احتمال هشدار غلط روی $P_{fa}=۰/۰۱$ تنظیم شده و ضریب همبستگی دامنه نمونه‌های هدف $\rho=۰/۵$ است. همچنین $f_d=۰/۱$ و کلاتر با همبستگی نمایی در نظر گرفته می‌شود.

با دقت به منحنی‌های شکل ۷ ملاحظه می‌شود که آشکارسازها از تثبیت خوبی برخوردار نبوده و رفتار مشابهی دارند.

۶- نتیجه‌گیری

در این مقاله به آشکارسازی همدوس اهداف راداری با تموج میانی در کلاتر پرداخته شد. در این راستا بر مبنای یک توصیف تحلیلی از اهداف راداری، اقدام به مدل‌سازی دقیق‌تری از اهداف راداری با تموج میانی در حالت همدوس نمودیم. بر این اساس نشان دادیم که استفاده از فرض مدل گوسی برای هدف با تموج میانی در حالت همدوس (که در اکثر تحقیقات قبلی استفاده شده است) فرض غیر دقیق می‌باشد که در این صورت بهینگی آشکارساز ECD نیز زیر سؤال برده می‌شود.

بر اساس مدل به‌دست آمده، روابط آشکارسازی همدوس بهینه اهداف با تموج میانی در کلاتر با توزیع گوسی را بررسی کرده و از آنجایی که دارای فرم بسته‌ای نبود، اولاً برای اولین بار نسبت به به‌دست آوردن روابط آشکارساز شبه‌بهینه GLR اقدام و آن را محقق کردیم. ثانیاً روابط آشکارسازهای ECD و OF را تحت روابط حاصل از مدل دقیق‌تر به‌دست آوردیم. این دو آشکارساز از آن لحاظ قابل توجه هستند که بر مبنای مدل‌های قبلی، آشکارساز ECD بهینه بوده و آشکارساز OF علی‌رغم ساختار ساده، عملکرد نزدیک به ECD دارد.

بررسی عملکرد آشکارسازهای مذکور در حالت‌های مختلف، در مجموع نشان‌دهنده عملکرد بهتر آزمون ECD نسبت به سایر آشکارسازها داشت که اگرچه تحت مدل دقیق‌تر هدف، بهینه نیست اما در میان آشکارسازهای مطرح بهترین عملکرد را دارد.

نکته مهم دیگر این است که در اکثر حالت‌ها و شرایط آشکارساز OF عملکرد بسیار نزدیکی با ECD دارد که با توجه به ساختار ساده‌تر این آشکارساز، به‌نوعی برتری را به خود اختصاص می‌دهد.

آشکارساز GLR بر خلاف بسیاری از موارد آشکارسازی بهینه که از عملکرد نزدیک به بهینه برخوردار است، برای چنین حالتی دارای عملکردی پایین‌تر از آشکارسازهای ECD و OF می‌باشد.

مراجع

[1] J. V. Di Franco and W. L. Rubin, *Radar Detection*, Artech House, 1980.
[2] M. Barkat, *Signal Detection and Estimation*, Artech House, 1991.
[3] P. Swerling, "Detection of fluctuating pulsed signals in the presence of noise," *IRE Trans. on IT*, vol. 3, no. 3, pp. 175-178, Apr. 1957.
[4] M. M. Nayebi, M. R. Aref, and M. H. Bastani, "Detection of coherent radar signals with unknown Doppler shift," in *IEE Proc. Radar, Sonar and Navigation*, vol. 143, no. 2, pp. 79-86, Apr. 1996.
[5] R. A. Scholtz, J. J. Kappl, and N. E. Nahi, "The detection of moderately fluctuating Rayleigh target," *IEEE Trans. on AES*, vol. 12, no. 2, pp. 117-126, Mar. 1976.
[6] V. Aloisio, A. DiVito, and G. Galati, "Optimum detection of moderately fluctuating radar targets," in *IEE Proc. Radar, Sonar Naving*, vol. 141, no. 3, pp. 164-170, Jun. 1994.
[7] V. Aloisio, A. DiVito, and G. Galati, "Optimization of Doppler filters for fluctuating radar targets," *IEICE Trans. on Commun.*, vol. 75-B, no. 10, pp. 1090-1099, Oct. 1992.
[8] A. DiVito and M. Naldi, "Robustness of the likelihood ratio detector for moderately fluctuating radar targets," in *IEE Proc. Radar, Sonar Naving*, vol. 146, no. 2, pp. 107-112, Apr. 1999.
[9] H. C. So, W. K. Ma, A. Farina, F. Gini, and W. Y. Tsui, "On four suboptimal quadratic detectors for random signals," *IEICE Trans. on Commun.*, vol. 88-B, no. 12, pp. 4527-4533, Dec. 2005.
[10] M. Modarres Hashemi, M. M. Nayebi, and H. Alavi, "ALR detector for coherent radar detection of rapid fluctuating signals," *IEICE Trans. on Commun.*, vol. 83-B, no. 11, pp. 2519-2526, Nov. 2000.
[11] P. Swerling, "Detection of radar echoes in noise revisited," *IEEE Trans. on IT*, vol. 12, no. 3, pp. 348-361, Jul. 1966.
[12] A. Farina and A. Russo, "Radar detection of correlated targets in clutter," *IEEE Trans. on AES*, vol. 22, no. 5, pp. 513-532, Sep. 1986.
[13] H. V. Poor, *An Introduction to Signal Detection and Estimation*, 2nd ed., Springer-Verlag, New York, 1994.
[14] F. E. Nathanson, *Radar Design Principles*, McGraw Hill, New York, 1969.
[15] P. Swerling, "Probability of detection for fluctuating target," *IRE Trans. on IT*, vol. 6, no. 2, pp. 273-308, Apr. 1960.
[16] P. Swerling, "Radar probability of detection for some additional fluctuating targets cases," *IEEE Trans. on AES*, vol. 33, no. 2, pp. 698-709, Apr. 1997.
[17] M. R. Taban, M. R. Aref, H. Alavi, and M. M. Nayebi, "Coherent radar detection of rapid fluctuating targets in pseudo-Gaussian clutter," in *Proc. of the Int. Conf. on Telecomm. ICT - 98*, vol. 4, pp. 460-464, Porto Carras, Greece, Jun. 1998.
[18] T. Kailath, "A general likelihood ratio for random signals in Gaussian noise," *IEEE Trans. on IT*, vol. 15, no. 3, pp. 350-361, May 1969.
[19] M. Schwartz, Information Transmission, Modulation and Noise, Mc Graw-Hill, 1989.
[۲۰] م. ر. تابان، *آشکارسازی اهداف با تموج میانی در کلاتر شبه‌گوسی*، گزارش طرح پژوهشی، دانشگاه یزد، بهمن ۱۳۸۶.
[21] M. M. Nayebi and M. R. Aref, "Optimal linear detection of Gaussian signals in Gaussian noise," in *Proc. of the Int. Conf. on Telecomm. ICT-94*, pp. 318-321, Dubai, UAE, Jan. 1994.
[22] M. R. Taban, M. R. Aref, H. Alavi, and M. M. Nayebi, "Coherent optimal linear detector for radar detection in pseudo-Gaussian noise," in *Proc. of the Int. Conf. on Telecomm. ICT - 98*, vol. 4, pp. 393-397, Porto Carras, Greece, Jun. 1998.

محمدرضا تابان تحصیلات خود را در مقاطع کارشناسی مهندسی برق-الکترونیک و کارشناسی ارشد و دکترای مهندسی برق-مخابرات در سالهای ۱۳۶۹، ۱۳۷۲ و ۱۳۷۷ به‌ترتیب از دانشگاه‌های صنعتی اصفهان، تربیت مدرس و صنعتی اصفهان به پایان رسانیده است. هم‌اکنون دانشیار دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر دانشگاه یزد می‌باشد. زمینه تحقیقاتی مورد علاقه ایشان عبارتند از: پردازش سیگنال دیجیتال، آشکارسازی و تخمین، سیستم‌های رادار.