

تحلیل و افزایش کارایی سیستم‌های مخابراتی TiR - UWB در شرایط تخمین گر غیر ایده‌آل کانال

حسین خالقی بیزکی، سجاد علیزاده و مجید اخوت

پیش‌فیلتر شده و سپس روی کانال ارسال می‌گردد. این امر باعث می‌شود که سیگنال دریافتی در گیرنده مورد نظر در فضا و زمان متمرکز شود [۲]. از طرف دیگر پاسخ ضربه پیش‌فیلتر در تکنیک TiR، حاصل معکوس زمانی و مزدوج مختلط شده پاسخ ضربه کانال است [۳]. بدیهی است که عدم وجود اطلاعات کامل از شرایط کانال (CSI غیر کامل) در فرستنده، روی عملکرد روش TiR اثر نامطلوبی دارد. تغییرپذیر بودن کانال با زمان و یا وجود خطا در تخمین گر کانال و همچنین عدم هم‌زمانی دقیق بین فرستنده و گیرنده می‌تواند از عوامل ایجاد CSI غیر کامل در فرستنده باشند. در این مقاله فرض می‌شود که فرستنده و گیرنده کاملاً هم‌زمان هستند. همچنین تغییرات زمانی ضرایب کانال در مقایسه با خطای تخمین کانال در طول یک برست و اثر تغییرات کانال در زمان ارسال ضرایب آن به فرستنده ناچیز فرض می‌شوند. بنابراین CSI غیر کامل ناشی از تخمین غیر ایده‌آل کانال خواهد بود.

تحقیقات انجام شده روی عملکرد سیستم‌های ارتباطی TiR - UWB را می‌توان به دو دسته کلی تقسیم‌بندی کرد: دسته اول، مراجعی هستند که با فرض CSI کامل در فرستنده به بررسی عملکرد سیستم پرداخته‌اند [۴] تا [۱۳]. در این مراجع، احتمال خطای سیستم TiR - UWB به فرم بسته محاسبه شده و با نتایج حاصل از اندازه‌گیری مقایسه شده است. اما دسته دوم، تحقیقاتی هستند که عمدتاً در سال‌های اخیر انجام شده و اثر خطا را روی عملکرد یک سیستم TiR - UWB بررسی کرده‌اند [۱۴] تا [۱۶]. در [۱۴] میزان مقاومت تکنیک TiR در مقابل اثرات CSI غیر کامل ناشی از تغییرپذیر بودن کانال با زمان مورد مطالعه قرار گرفته است. نتایج آزمایشگاهی به دست آمده در این مقاله بیانگر آن است که اگر کانال با زمان قبل از خود مقداری همبستگی داشته باشد، روش TiR می‌تواند در مقابل تغییرات کانال مقاومت خوبی از خود نشان دهد. ضمن این که تحلیل تئوری روی اثرات خطا بر عملکرد روش TiR ارائه نشده و نتایج صرفاً بر اساس پیاده‌سازی‌های آزمایشگاهی هستند.

در فصل ششم از [۱۵]، اثرات خطای تخمین کانال بر عملکرد یک سیستم TiR - UWB بررسی شده اما فرم بسته‌ای برای روابط احتمال خطا به دست نیامده، ضمن این که راهکاری جهت جبران اثرات خطای تخمین ارائه نشده است. همچنین با توجه به این که خطا می‌تواند در تخمین تأخیر مسیره‌های کانال نیز رخ دهد، در این مرجع صرفاً اثر خطای تخمین دامنه مسیره‌ها در نرخ ارسال بالا و پایین مورد توجه بوده است. ضمن این که اثر طول انتخابی پیش‌فیلتر بر عملکرد سیستم نیز مطالعه شده، به طوری که هر چه طول انتخابی پیش‌فیلتر به طول کانال نزدیک‌تر باشد، عملکرد سیستم به حالت ایده‌آل نزدیک‌تر خواهد شد. در [۱۶] راهکاری برای ایجاد مقاومت در برابر خطای تخمین در سیستم‌های TiR - UWB ارائه شده است که قادر است عملکرد سیستم را بهبود دهد، اما در مقاله حاضر سعی داریم که این کار را با روش‌های ساده‌تر که پیچیدگی کمتری را به ما تحمیل کند، انجام دهیم. بنابراین در ابتدا تلاش

چکیده: روش ارسال معکوس زمانی (TiR) به دلیل توانایی منحصر به فرد آن در کاهش پیچیدگی ساختار گیرنده در سیستم‌های UWB در سال‌های اخیر مورد توجه بسیاری واقع شده است. با این حال، داشتن اطلاعات ناقص از شرایط کانال (CSI غیر کامل)، عملکرد این روش را کاهش می‌دهد. در این مقاله ابتدا فرم بسته‌ای برای روابط احتمال خطای یک سیستم UWB مبتنی بر TiR با گیرنده شامل فیلتر منطبق ساده و در شرایط CSI غیر کامل محاسبه می‌گردد. سپس به منظور بهبود عملکرد سیستم TiR - UWB در چنین شرایطی، یک الگوریتم بهینه‌سازی دومرحله‌ای مبتنی بر تکرار پیشنهاد می‌شود. در مرحله اول به کمک کواریانس خطای تخمین کانال، ضرایب پیش‌فیلتر بر اساس سیستم شامل تخمین گر MMSE بهینه محاسبه شده و در مرحله دوم به کمک این ضرایب، الگوریتم تکرارشونده‌ای برای سیستم شامل فیلتر منطبق ساده طراحی می‌شود که قادر است عملکرد سیستم TiR - UWB را در ۳ گام پیاپی بهبود دهد. همچنین با کمک شبیه‌سازی، صحت روابط احتمال خطای محاسبه شده در حالت تئوری با نتایج حاصل از شبیه‌سازی مورد تأیید قرار گرفته است.

کلیدواژه: تخمین گر MMSE بهینه، تکنیک TiR، سیستم‌های TiR - UWB، فیلتر منطبق ساده.

۱ - مقدمه

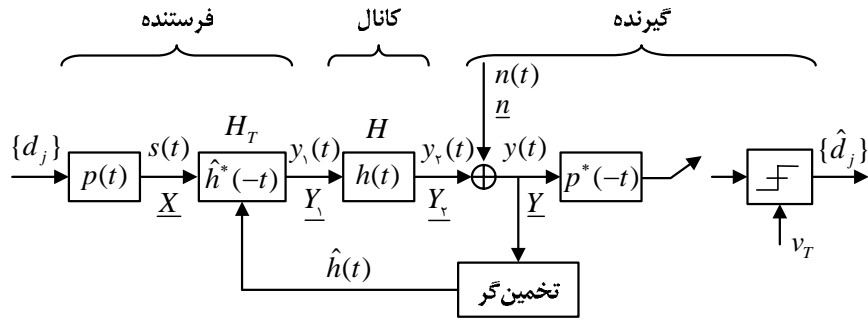
سیستم‌های رادیویی UWB به دلیل ارائه پهنای باند فوق‌العاده وسیع، گزینه مناسبی برای ارسال اطلاعات با نرخ بالا و در فواصل کوتاه به شمار می‌روند. در این سیستم‌ها از پالس‌های بسیار باریک در حوزه زمان برای ارسال اطلاعات استفاده می‌شود. این امر باعث ایجاد تعداد مسیره‌های قابل تفکیک بالایی در کانال‌های UWB خواهد بود. تعداد فوق‌العاده زیاد مسیره‌های ارسال، پیاده‌سازی گیرنده Rake متداول برای جمع‌آوری انرژی چندمسیری سیگنال دریافتی را با چالش جدی روبه‌رو می‌کند. مطالعات نشان می‌دهند که به منظور جمع‌آوری ۸۵٪ انرژی دریافتی در نسبت سیگنال به نویز بالا حدود ۲۷ dB، گیرنده Rake با ۱۲۰ شاخه مورد نیاز است [۱]. حال آن که به طور معمول گیرنده‌ای با بیشتر از ۳ تا ۵ شاخه به افزایش نمایی در پیچیدگی، که به دلیل افزایش پردازش‌های ناشی از تخمین کانال و هم‌زمان سازی است، منجر خواهد شد. در چنین شرایطی از روش‌های زیربهینه مانند تکنیک ارسال معکوس زمانی استفاده می‌شود. در تکنیک ارسال معکوس زمانی (TiR)، سیگنال در فرستنده، ابتدا

این مقاله در تاریخ ۲ دی ماه ۱۳۸۹ دریافت و در تاریخ ۱۲ دی ماه ۱۳۹۰ بازنگری شد.

حسین خالقی بیزکی، گروه مخابرات، مجتمع دانشگاهی برق و الکترونیک، تهران، (email: bizaki@ee.iust.ac.ir).

سجاد علیزاده، گروه مخابرات، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه امام حسین (ع)، تهران، (email: sajj_alizadeh@yahoo.com).

مجید اخوت، گروه مخابرات، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه امام حسین (ع)، تهران، (email: mokhovvat@ihu.ac.ir).



شکل ۱: مدل سیستم TIR-UWB به همراه فیلتر منطبق ساده در گیرنده.

که در آن $d_j = \{\pm 1\}$ سمبل ارسالی z ام، T بیانگر طول سمبل و $p(t)$ پالس ارسالی با پهنا T_p می‌باشد. برای سادگی تحلیل فرض می‌کنیم $T_p = T$ باشد. علاوه بر این، زمان سمبل T طوری انتخاب می‌شود که تداخل بین سمبلی وجود نداشته باشد، یعنی همه تحلیل‌ها در نرخ ارسال پایین انجام خواهند شد. برای سادگی تحلیل‌ها و به دست آوردن روابط و فرمول‌های به فرم بسته، مدل کانال را یک مدل چندمسیره TDL با L مسیر به صورت زیر انتخاب می‌کنیم

$$h(t) = \sum_{l=1}^{L-1} \alpha_l \delta(t - \tau_l) \quad (2)$$

که در آن α_l و τ_l به ترتیب دامنه و تأخیر l امین مسیر هستند. فرض می‌کنیم که کانال در طول یک برست داده ارسالی، ایستا باشد یعنی پارامترهای کانال به صورت یقینی اما مجهول باشند. اگر پارامترهای کانال تصادفی فرض شوند می‌توان از روی تحققات مختلف کانال، احتمال خطای متوسط را به دست آورد. کانال معادل TIR ناشی از تابع خود همبستگی $h(t)$ را می‌توان به صورت زیر بیان نمود [۶]

$$\begin{aligned} h_{TIR}(t) &= h(t) \otimes h(-t) = \sum_{i=1}^{L-1} \sum_{k=1}^{L-1} \alpha_i \alpha_k \delta(t - (\tau_i - \tau_k)) \\ &= \sum_{i=1}^{L-1} \alpha_i^2 \delta(t) + \underbrace{\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^{L-1} \sum_{k=1}^{L-1} \alpha_i \alpha_k \delta(t - (\tau_i - \tau_k))}_{i \neq k} \end{aligned} \quad (3)$$

بنابراین سیگنال دریافتی را می‌توان به صورت (۴) نوشت

$$\begin{aligned} r(t) &= s(t) \otimes h_{TIR}(t) + n(t) \\ &= \sum_j \sum_{i=1}^{L-1} \sum_{k=1}^{L-1} d_j \alpha_i \alpha_k p(t - jT - (\tau_i - \tau_k)) + n(t) \end{aligned} \quad (4)$$

به طوری که \otimes بیانگر عملگر کانوالوشن است. سیگنال مرجع برای گیرنده فیلتر منطبق ساده که منطبق بر پالس ارسالی است، به صورت $y_{ref}(t) = p(t)$ خواهد بود [۱۷]. بنابراین متغیر تصمیم‌گیری برای z امین سمبل عبارتست از

$$\begin{aligned} z_j &= \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} r(t + jT) p(t) dt \\ z_j &= \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} d_j \sum_{i=1}^{L-1} \sum_{k=1}^{L-1} \alpha_i \alpha_k p(t - (\tau_i - \tau_k)) p(t) dt + \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} n(t) p(t) dt \end{aligned} \quad (5)$$

همان‌طور که قبلاً بیان شد، فرض بر این است که در طول هر برست ارسالی، کانال ایستا باشد یعنی دامنه و تأخیر مسیرهای آن نسبت به خطای تخمین دارای تغییرات کندی بوده و بنابراین در این مقاله به صورت یقینی اما مجهول در نظر گرفته می‌شوند. تحلیل عملکرد نیز در طول یک برست انجام می‌شود. با توجه به این که نویز یک متغیر تصادفی گاوسی با میانگین صفر و واریانس $N_s/2$ فرض می‌شود، $r(t)$ دارای یک توزیع

می‌شود تا احتمال خطای یک سیستم TIR-UWB در شرایط مختلف خطای تخمین شامل خطا در تخمین دامنه، تأخیر و توأم دامنه - تأخیر مسیرهای کانال با فرض گیرنده شامل فیلتر منطبق ساده، برای اولین بار به فرم بسته محاسبه گردد. سپس برای جبران‌سازی خطای تخمین، یک الگوریتم تکرارشونده پیشنهاد می‌شود که قادر است کارایی سیستم را طی دو مرحله به‌طور قابل ملاحظه‌ای بهبود ببخشد. برای نیل به این مقصود، ادامه مقاله بدین صورت سازماندهی می‌شود: در بخش ۲ به معرفی مدل سیستم TIR-UWB خواهیم پرداخت. تحلیل عملکرد شامل محاسبه روابط احتمال خطا در دو حالت تخمین کامل و غیر کامل کانال در بخش ۳ انجام خواهد شد و جزئیات الگوریتم بهینه‌سازی پیشنهادی در بخش ۴ بیان می‌شوند. همچنین در بخش ۵ به بیان پارامترهای شبیه‌سازی و نتایج مورد نظر می‌پردازیم و در نهایت بخش ۶ شامل نتیجه‌گیری می‌باشد.

۲- معرفی مدل سیستم TIR-UWB

شکل ۱ بلوک دیاگرام یک سیستم TIR-UWB را نشان می‌دهد. در این شکل از فیلتر منطبق ساده به‌عنوان گیرنده و از پالس $p(t)$ به‌عنوان فیلتر شکل‌دهی استفاده شده و تلاش می‌شود تا رابطه احتمال خطای این سیستم برای دو حالت تخمین ایده‌آل و غیر ایده‌آل کانال در نرخ ارسال پایین (بدون تداخل بین سمبلی) محاسبه گردد.

همان‌طور که از شکل ۱ مشاهده می‌شود، سمبل‌های $d_j = \{\pm 1\}$ که حاصل مدولاسیون BPAM هستند، پس از عبور از پیش‌فیلتر TIR واقع در فرستنده، روی کانال چندمسیره $h(t)$ (با مدل TDL) ارسال می‌شوند. سیگنال ارسالی تحت تأثیر نویز گاوسی $n(t)$ قرار گرفته و به گیرنده وارد می‌شود، به طوری که در گیرنده با کمک یک الگوریتم تخمین خطی کانال، پاسخ ضربه کانال $h(t)$ تخمین زده می‌شود تا از نسخه معکوس زمانی و مزدوج مختلط‌شده آن به‌عنوان پیش‌فیلتر در فرستنده استفاده گردد. سیگنال دریافتی در گیرنده از یک فیلتر منطبق بر پالس ارسالی $p(-t)$ عبور کرده و پس از نمونه‌برداری در نقاط ماکزیمم، یعنی لحظات $t = jT$ و مقایسه با سطح آستانه v_T ، سمبل‌های ارسالی آشکار می‌شوند. باید توجه داشت که اگر تخمین‌گر بدون خطا عمل کند آنگاه $\hat{h}(t) = h(t)$ و در غیر این صورت $\hat{h}(t) \neq h(t)$ خواهد بود که در ادامه به بررسی این خطا با محاسبه احتمال خطای سیستم می‌پردازیم.

۳- تحلیل عملکرد سیستم TIR-UWB

۳-۱ تحلیل با فرض CSI کامل

با فرض استفاده از مدولاسیون BPAM، سیگنال مدوله‌شده ارسالی $s(t)$ به صورت زیر خواهد بود

$$s(t) = \sum_j d_j p(t - jT) \quad (1)$$

همان‌گونه که از (۹) مشاهده می‌شود، احتمال خطای سیستم به نسبت سیگنال به نویز، تابع خودهمبستگی پالس ارسالی، مشخصات یقینی کانال چندمسیره شامل دامنه و تأخیر مسیرهای تخمینی و همچنین واریانس خطای تخمین دامنه مسیرهای کانال بستگی دارد.

حالت ۲: خطای تخمین تأخیر مسیرهای کانال

با فرض خطای تخمین تأخیر مسیرها و چشم‌پوشی از خطای تخمین دامنه مسیرها داریم: $\tau_l = \hat{\tau}_l + \Delta\tau_l$ و $\alpha_l \approx \hat{\alpha}_l$. همچنین فرض کنید چندمسیره شامل l مسیر $l = 0, \dots, L-1$ باشد به طوری که در آن خطای تخمین تأخیر مسیر l نرمالیزه شده به پهنای پالس یا سمبل است. از طرفی فرض می‌کنیم که این خطا مطابق با [۱۸] گاوسی باشد یعنی $\varepsilon_l \sim N(0, \sigma_{\varepsilon_l}^2)$. در این صورت تابع چگالی احتمال آن به صورت زیر خواهد بود

$$\Pr(\varepsilon_l) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{\varepsilon_l}^2}} \exp\left(-\frac{\varepsilon_l^2}{2\sigma_{\varepsilon_l}^2}\right) \quad (10)$$

به طوری که $\sigma_{\varepsilon_l}^2$ واریانس خطای تخمین تأخیر l امین مسیر است. همچنین فرض می‌کنیم که خطاهای دو مسیر متفاوت، از هم مستقل باشند، یعنی $\varepsilon_k \perp \varepsilon_l$. در [۱۸] اثر خطای تخمین تأخیر مسیرها روی عملکرد یک گیرنده Rake بدون اعمال TiR تحلیل شده است که اگر این تحلیل را برای یک سیستم مبتنی بر TiR انجام دهیم بسیار پیچیده و وقت‌گیر خواهد بود لذا ما تحلیل ساده‌تری در این بخش ارائه می‌کنیم. از آنجایی که در این تحلیل، متغیر تصادفی ε_l داخل آرگومان تابع خودهمبستگی پالس $p(t)$ قرار دارد (یعنی $R(\hat{\tau}_l - \hat{\tau}_k + \varepsilon_l T)$) به راحتی نمی‌توان از تقریب گاوسی استفاده کرد. لذا بایستی ابتدا تابع خودهمبستگی را محاسبه نمود تا متغیر تصادفی خطا از آرگومان بیرون بیاید. از طرف دیگر، چون پالس‌های گاوسی $p(t)$ دارای تابع خودهمبستگی بر حسب تابعی غیر خطی از ε_l هستند، محاسبه امید و واریانس به سادگی انجام نخواهد شد. اما برای راحتی تحلیل‌ها و به دست آوردن رابطه‌ای ملموس و به فرم بسته، در حالت خاص، پالس $p(t)$ را به صورت مستطیلی با (۱۱) در نظر می‌گیریم [۱۸]

$$p(t) = \begin{cases} \sqrt{\frac{E_p}{T}}, & 0 \leq t \leq T \\ 0, & \text{else} \end{cases} \quad (11)$$

به طوری که فرض کرده‌ایم $T = T_p$ باشد و تابع خودهمبستگی آن به صورت مثلثی در (۱۲) بیان می‌شود [۱۸]

$$R(\hat{\tau}_l - \hat{\tau}_k + \varepsilon_l T) = \begin{cases} 1 + \frac{\hat{\tau}_l - \hat{\tau}_k}{T} + \varepsilon_l, & \hat{\tau}_k - \hat{\tau}_l - T \leq \varepsilon_l T < \hat{\tau}_k - \hat{\tau}_l \\ 1 + \frac{\hat{\tau}_k - \hat{\tau}_l}{T} - \varepsilon_l, & \hat{\tau}_k - \hat{\tau}_l \leq \varepsilon_l T \leq \hat{\tau}_k - \hat{\tau}_l + T \\ 0, & \text{else} \end{cases} \quad (12)$$

مطابق با تحلیل انجام شده در حالت ۲ از بخش پیوست، احتمال خطای متوسط به صورت (۱۳) به دست می‌آید. همان‌طور که از (۱۳) مشاهده می‌شود، احتمال خطا در این حالت علاوه بر خصوصیات کانال انتشار و پالس ارسالی، به واریانس خطای تخمین تأخیر مسیرهای کانال یعنی $\sigma_{\varepsilon_l}^2$ نیز وابسته می‌باشد.

گاوسی بوده و در نتیجه z_j نیز یک متغیر تصادفی گاوسی خواهد بود. بنابراین برای به دست آوردن توزیع گاوسی و محاسبه احتمال خطا، کافی است تا میانگین و واریانس z_j به شرط ارسال یک سمبل را به دست آوریم. تابع خودهمبستگی نرمالیزه شده پالس $p(t)$ و انرژی پالس را به صورت (۶) تعریف می‌کنیم

$$R(\tau) = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} p(t)p(t-\tau)dt}{E_p} \quad (6)$$

$$E_p = \int_{-\infty}^{+\infty} p^2(t)dt$$

میانگین و واریانس z_j به شرط $d_j = +1$ به ترتیب عبارتند از

$$u_1 = E\{z_j | d_j = +1\} = E_p \left(\sum_{i=0}^{L-1} \sum_{k=0}^{L-1} \alpha_i \alpha_k R(\tau_i - \tau_k) \right) \quad (7)$$

$$\sigma_1^2 = \text{var}\{z_j | d_j = +1\} = \frac{N}{\gamma} E_p$$

با استفاده از تقارن تابع گاوسی داریم: $u_{-1} = -u_1$ و $\sigma_{-1}^2 = \sigma_1^2$. بنابراین احتمال خطا به صورت (۸) قابل محاسبه خواهد بود

$$P_e = \frac{1}{\gamma} Q\left(\sqrt{\frac{u_1^2}{\sigma_1^2}}\right) + \frac{1}{\gamma} Q\left(\sqrt{\frac{u_{-1}^2}{\sigma_{-1}^2}}\right) = Q\left(\sqrt{\frac{u_1^2}{\sigma_1^2}}\right) \quad (8)$$

$$= Q\left(\sqrt{\frac{\gamma E_p}{N} \left[\sum_{i=0}^{L-1} \sum_{k=0}^{L-1} \alpha_i \alpha_k R(\tau_i - \tau_k) \right]^2}\right)$$

به طوری که $Q(x) = \int_x^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-t^2/2) dt$ است.

با توجه به رابطه فوق، عملکرد BER این گیرنده ساده با عامل $\left[\sum_{i=0}^{L-1} \alpha_i^2 + \sum_{i=0}^{L-1} \sum_{k=0}^{L-1} \alpha_i \alpha_k R(\tau_i - \tau_k) \right]^2$ محدود می‌شود که به خصوصیات خودهمبستگی پالس $p(t)$ و مشخصات کانال بستگی دارد. در بخش ۳-۲ رابطه احتمال خطا را با فرض شکل پالس مستطیلی ساده‌تر خواهیم نوشت.

۳-۲ تحلیل با فرض CSI غیر کامل

با توجه به این که خطا در دامنه، تأخیر، توأم دامنه و تأخیر مسیرهای کانال تخمین زده شده می‌تواند رخ دهد، سه حالت مجزا را در محاسبه احتمال خطا در نظر می‌گیریم.

حالت ۱: خطای تخمین دامنه مسیرهای کانال

در این حالت، خطای تخمین دامنه مسیرهای کانال برابر در این حالت، خطای تخمین تأخیر مسیرهای کانال چشم‌پوشی می‌شود ($\tau_l \approx \hat{\tau}_l$). همچنین فرض می‌کنیم که عامل خطای $\Delta\alpha_l$ متغیر گاوسی به صورت $\Delta\alpha_l \sim N(0, \sigma_{\Delta\alpha_l}^2)$ باشد [۱۸]. از طرفی تغییرات کانال در مقابل خطای تخمین ناچیز فرض می‌شود، بنابراین ضرایب تخمینی کانال یقینی فرض شده و فقط خطای تخمین و نویز به صورت متغیرهای تصادفی گاوسی در نظر گرفته می‌شوند. با فرض گیرنده فیلتر منطبق ساده و همچنین مستقل بودن خطای تخمین دو مسیر مختلف یعنی $\Delta\alpha_l \perp \Delta\alpha_k$ ، احتمال خطا مطابق با تحلیل انجام شده در حالت ۱ از بخش پیوست به صورت (۹) محاسبه می‌شود

$$P_e = Q\left(\sqrt{\frac{\gamma E_p \left(\sum_{l=0}^{L-1} \sum_{k=0}^{L-1} \hat{\alpha}_l \hat{\alpha}_k R(\tau_l - \tau_k) \right)^2}{N \left(1 + \frac{\gamma E_p}{N} \sum_{l=0}^{L-1} \sigma_{\Delta\alpha_l}^2 \sum_{k=0}^{L-1} \hat{\alpha}_k^2 R^2(\tau_l - \tau_k) \right)}}\right) \quad (9)$$

حقیقی، تخمینی یقینی و خطای تخمین کانال هستند. ضرایب $\Delta h(t)$ متغیرهای تصادفی گاوسی با متوسط صفر فرض می‌شوند. همچنین پیش‌فیلتر جبران‌شده را به صورت $h_l(t) = \hat{h}^*(-t) + f_c(t)$ در نظر می‌گیریم که در آن $h_l(t)$ ، $\hat{h}^*(-t)$ و $f_c(t)$ به ترتیب مقادیر پیش‌فیلتر جبران‌شده، پیش‌فیلتر متداول به دست آمده از تخمین گر و پیش‌فیلتر جبران‌کننده خطای $\Delta h(t)$ هستند. در این بخش راهکاری پیشنهاد می‌شود که در دو مرحله قادر است مقدار مناسبی برای $f_c(t)$ جهت جبران خطای $\Delta h(t)$ ناشی از تخمین گر خطی مفروض پیدا نماید.

۴-۱ مرحله اول

در [۱۰] عملکرد تکنیک TiR با همسان‌ساز MMSE با فرض کامل بودن تخمین کانال مورد ارزیابی قرار گرفته است. در این بخش سعی کرده‌ایم که این کار را با فرض وجود تخمین گر غیر ایده‌آل کانال و استفاده از تخمین گر MMSE بهینه به عنوان گیرنده به جای همسان‌ساز انجام دهیم. در تکنیک TiR ابتدا پاسخ کانال تخمین زده شده و سپس از معکوس زمانی و مزدوج مختلط‌شده آن به عنوان پاسخ ضربه پیش‌فیلتر در فرستنده استفاده می‌شود. اگر $h(t)$ پاسخ ضربه کانال مذکور باشد، گیرنده، پاسخ $\hat{h}(t)$ را تخمین زده و فرستنده از معکوس زمانی شده آن استفاده می‌کند. فرض می‌کنیم که سیستم از یک تخمین گر خطی برای تخمین ضرایب کانال استفاده می‌کند. بنابراین پاسخ ضربه معادل یک سیستم TiR به صورت $h_{TiR}(t) = \hat{h}^*(-t) \otimes h(t)$ است که $\hat{h}^*(-t)$ پاسخ ضربه پیش‌فیلتر تخمینی مورد استفاده در فرستنده و $h(t)$ ، پاسخ ضربه کانال و \otimes نشان‌دهنده کانولوشن نسبت به متغیر تأخیر t خواهد بود. یک کانال چندمسیره با مدل TDL با L_1 مسیر را در نظر می‌گیریم که فاصله مسیرها از هم یکنواخت بوده و به اندازه یک سمبل ارسالی است. تعداد سمبل‌های ارسالی را N در نظر می‌گیریم. \underline{X} بردار سمبل ارسالی با مؤلفه‌های $\{\pm 1\}$ (مدولاسیون BPAM) و H_{TiR} شکل ماتریسی پاسخ معادل TiR که شکل زمانی آن $h_{TiR}(t)$ است، هستند. $h(t)$ و $\hat{h}^*(-t)$ هر کدام دارای L_1 مسیر و $h_{TiR}(t)$ دارای $L = 2L_1 - 1$ مسیر هستند. همچنین $x(t)$ سیگنال مدوله‌شده BPAM و $\hat{x}(t)$ سیگنال خروجی تخمین گر MMSE یا سیگنال آشکارشده هستند. در تحلیل‌های این بخش از نمایش ماتریسی استفاده شده که در ادامه معرفی می‌گردند.

$$P_e = Q\left(\sqrt{\frac{\sum_{l=1}^{L-1} \sum_{k=1}^{L-1} \alpha_l \alpha_k (1 + \frac{\hat{\tau}_l - \hat{\tau}_k}{T})^2}{N}}\right) \cdot \left(Q\left(\frac{\hat{\tau}_k - \hat{\tau}_l - T}{T\sqrt{\sigma_{\varepsilon_l}^2}}\right) - Q\left(\frac{\hat{\tau}_k - \hat{\tau}_l}{T\sqrt{\sigma_{\varepsilon_l}^2}}\right)\right) + Q\left(\sqrt{\frac{\sum_{l=1}^{L-1} \sum_{k=1}^{L-1} \alpha_l \alpha_k (1 - \frac{\hat{\tau}_l - \hat{\tau}_k}{T})^2}{N}}\right) \cdot \left(Q\left(\frac{\hat{\tau}_k - \hat{\tau}_l - T}{T\sqrt{\sigma_{\varepsilon_l}^2}}\right) - Q\left(\frac{\hat{\tau}_k - \hat{\tau}_l}{T\sqrt{\sigma_{\varepsilon_l}^2}}\right)\right) + Q\left(\frac{\hat{\tau}_k - \hat{\tau}_l}{T\sqrt{\sigma_{\varepsilon_l}^2}}\right) - Q\left(\frac{\hat{\tau}_k - \hat{\tau}_l + T}{T\sqrt{\sigma_{\varepsilon_l}^2}}\right) + \frac{1}{2} \left(Q\left(\frac{\hat{\tau}_l - \hat{\tau}_k + T}{T\sqrt{\sigma_{\varepsilon_l}^2}}\right) + Q\left(\frac{\hat{\tau}_k - \hat{\tau}_l + T}{T\sqrt{\sigma_{\varepsilon_l}^2}}\right)\right) \quad (13)$$

$$P_e = Q\left(\sqrt{\frac{\sum_{l=1}^{L-1} \sum_{k=1}^{L-1} \hat{\alpha}_l \hat{\alpha}_k (1 + \frac{\hat{\tau}_l - \hat{\tau}_k}{T})^2}{N}}\right) \cdot \left(Q\left(\frac{\hat{\tau}_k - \hat{\tau}_l - T}{T\sqrt{\sigma_{\varepsilon_l}^2}}\right) - Q\left(\frac{\hat{\tau}_k - \hat{\tau}_l}{T\sqrt{\sigma_{\varepsilon_l}^2}}\right)\right) + Q\left(\sqrt{\frac{\sum_{l=1}^{L-1} \sum_{k=1}^{L-1} \hat{\alpha}_l \hat{\alpha}_k (1 - \frac{\hat{\tau}_l - \hat{\tau}_k}{T})^2}{N}}\right) \cdot \left(Q\left(\frac{\hat{\tau}_k - \hat{\tau}_l - T}{T\sqrt{\sigma_{\varepsilon_l}^2}}\right) - Q\left(\frac{\hat{\tau}_k - \hat{\tau}_l}{T\sqrt{\sigma_{\varepsilon_l}^2}}\right)\right) + Q\left(\frac{\hat{\tau}_k - \hat{\tau}_l}{T\sqrt{\sigma_{\varepsilon_l}^2}}\right) - Q\left(\frac{\hat{\tau}_k - \hat{\tau}_l + T}{T\sqrt{\sigma_{\varepsilon_l}^2}}\right) + \frac{1}{2} \left(Q\left(\frac{\hat{\tau}_l - \hat{\tau}_k + T}{T\sqrt{\sigma_{\varepsilon_l}^2}}\right) + Q\left(\frac{\hat{\tau}_k - \hat{\tau}_l + T}{T\sqrt{\sigma_{\varepsilon_l}^2}}\right)\right) \quad (14)$$

حالت ۳: خطای توأم تخمین دامنه و تأخیر مسیرهای کانال

در این حالت فرض می‌کنیم که خطا به طور مستقل هم در تخمین دامنه و هم در تخمین تأخیر مسیرهای کانال اتفاق می‌افتد. بنابراین خطای در تخمین دامنه l امین مسیر را به صورت $\alpha_l = \hat{\alpha}_l + \Delta\alpha_l$ و خطای در تخمین تأخیر را به صورت $\tau_l = \hat{\tau}_l + \Delta\tau_l$ در نظر می‌گیریم به طوری که $\Delta\tau_l = \varepsilon_l T$ ، $\varepsilon_l \sim N(0, \sigma_{\varepsilon_l}^2)$ و $\Delta\alpha_l \sim N(0, \sigma_{\Delta\alpha_l}^2)$ فرض می‌شوند. همچنین به دلیل ایستا فرض کردن مشخصات کانال در طول یک برست و تغییرات کند آن در برابر خطای ناشی از تخمین، ضرایب تخمینی کانال یعنی $\hat{\alpha}_l$ و $\hat{\tau}_l$ یقینی فرض می‌شوند. مثل حالت ۲، در اینجا نیز از پالس مستطیلی استفاده می‌کنیم. مطابق با تحلیل انجام‌شده در حالت ۳ از بخش پیوست، احتمال خطای متوسط به صورت (۱۴) محاسبه می‌شود.

همان‌طور که از (۱۴) مشاهده می‌گردد، احتمال خطای متوسط در این حالت علاوه بر خصوصیات کانال انتشار و پالس ارسالی، به واریانس خطای تخمین تأخیر مسیرهای کانال یعنی $\sigma_{\varepsilon_l}^2$ و واریانس خطای تخمین دامنه مسیرهای کانال یعنی $\sigma_{\Delta\alpha_l}^2$ و همچنین حاصل‌ضرب این دو نیز وابسته است. چون در سیستم‌های UWB از پالس‌های بسیار باریک در حوزه زمان (پهنای باند وسیع در حوزه فرکانس) برای ارسال داده استفاده می‌شود، مقدار بسیار کوچک از خطای تخمین تأخیر مسیرهای کانال نیز قادر است عملکرد را تضعیف نماید. این مسئله در (۱۴) نیز می‌تواند مشاهده شود. در این رابطه چون $\sum_{l=1}^{L-1} \sum_{k=1}^{L-1} \hat{\alpha}_l \hat{\alpha}_k \sigma_{\varepsilon_l}^2 > \sum_{l=1}^{L-1} \sum_{k=1}^{L-1} \hat{\alpha}_k^2 (1 + \frac{\hat{\tau}_l - \hat{\tau}_k}{T})^2 \sigma_{\Delta\alpha_l}^2$ است، تأثیر خطای ناشی از تخمین تأخیر مسیرهای کانال روی تضعیف عملکرد بیشتر از خطای ناشی از تخمین دامنه خواهد بود. جبران‌سازی خطای ناشی از تخمین تأخیر می‌تواند با الگوریتم‌های هم‌زمان سازی که مبتنی بر جستجو هستند انجام شود که معمولاً روش‌های پیچیده‌ای به شمار می‌روند. اما در این مقاله فرض می‌کنیم که هم‌زمان سازی به طور کامل صورت گرفته و با الگوریتم ساده‌ای در صدد جبران خطای ناشی از تخمین دامنه مسیرهای کانال هستیم.

۴-۲ ساختار الگوریتم دومرحله‌ای پیشنهادی

طبق شکل ۱ اثر خطای تخمین کانال را به فرم $h(t) = \hat{h}(t) + \Delta h(t)$ در نظر می‌گیریم که در آن $h(t)$ ، $\hat{h}(t)$ و $\Delta h(t)$ به ترتیب مقادیر

آنگاه خواهیم داشت

$$\begin{cases} y_l[m] = \sum_{k=0}^{N-1} x[k] h_l[m-k] \\ m = \dots, N+L-2 \end{cases} \quad (18)$$

همچنین اگر داشته باشیم

$$\begin{aligned} h &= [h[0], \dots, h[L-1]]^T \\ \underline{Y}_r &= [y_r[0], \dots, y_r[N+L-2]]^T \\ \underline{Y}_l &= [y_l[0], \dots, y_l[N+L-2]]^T \end{aligned} \quad (19)$$

آنگاه رابطه زیر را خواهیم داشت

$$\begin{cases} y_r[n] = \sum_{m=0}^{N+L-2} y_l[m] h[n-m] \\ n = \dots, N+L-2 \end{cases} \quad (20)$$

اگر (16)، (18) و (20) را به صورت برداری و نمایش ماتریسی بنویسیم خواهیم داشت

$$\begin{aligned} \underline{Y}_l &= H_T \underline{X} \quad , \quad \underline{Y}_r = H_T \underline{Y}_l \\ \underline{Y} &= \underline{Y}_r + \underline{n} = H_T \underline{X} + \underline{n} = H_{TIR} \underline{X} + \underline{n} \end{aligned} \quad (21)$$

بردار خطا را به صورت تفاضل سمبل‌های ارسالی و سمبل‌های آشکار شده (مشاهده شده) $\underline{e} = \hat{\underline{X}} - \underline{X}$ می‌توان بیان کرد. برای محاسبه ماتریس جبران ساز F_c بر اساس معیار MMSE، بایستی متوسط مربع بردار خطا را به صورت $F_c = \arg \min_{F_c} E\{\|\underline{e}\|^2\}$ مینیمم نمود. اما ساده‌تر است که از

اصل تعامد استفاده کنیم [19]. بر اساس اصل تعامد داریم: $E\{\underline{e} \hat{\underline{X}}^H\} = 0$ که در نتیجه به تساوی $E\{\hat{\underline{X}} \hat{\underline{X}}^H\} = E\{\underline{X} \underline{X}^H\}$ منجر می‌شود. سیگنال دریافتی در گیرنده به صورت $\underline{Y} = H_{TIR} \underline{X} + \underline{n}$ قابل بیان است که در آن مؤلفه‌های نویز مستقل بوده، دارای متوسط صفر $E\{\underline{n}\} = 0$ و واریانس $E\{\underline{n} \underline{n}^H\} = \sigma_n^2 I = N.I$ هستند. همچنین بردار سمبل‌های \underline{X} ، متغیرهای تصادفی مستقل با توزیع یکنواخت (iid) با متوسط صفر $E\{\underline{X}\} = 0$ و واریانس $E\{\underline{X} \underline{X}^H\} = \sigma_x^2 I$ فرض می‌شود. I دارای مؤلفه‌های واحد است. مطابق با [3] و [20]، خروجی یک تخمین گر MMSE بهینه به صورت $\hat{\underline{X}} = (H_{TIR}^H H_{TIR})^{-1} H_{TIR}^H \underline{Y} + N.I$ به دست می‌آید. با جایگذاری بردار دریافتی $\underline{Y} = H_{TIR} \underline{X} + \underline{n}$ در آن داریم

$$\hat{\underline{X}} = \underline{X} + (H_{TIR}^H H_{TIR})^{-1} H_{TIR}^H \underline{n} + N.I \quad (22)$$

با فرض استقلال آماری \underline{X} ، \underline{n} و H_{TIR} ، خودهمبستگی داده‌های خروجی تخمین گر MMSE بهینه (داده‌های مشاهده شده) و همبستگی متقابل بردار سمبل‌های ارسالی و بردار سمبل‌های مشاهده شده به ترتیب به صورت زیر به دست می‌آیند

$$E\{\hat{\underline{X}} \hat{\underline{X}}^H\} = \sigma_x^2 I + N.E\{(H_{TIR}^H H_{TIR})^{-1}\} + N.I \quad (23)$$

$$E\{\underline{X} \hat{\underline{X}}^H\} = \sigma_x^2 I$$

بر اساس اصل تعامد یعنی $E\{\hat{\underline{X}} \hat{\underline{X}}^H\} = E\{\underline{X} \underline{X}^H\}$ رابطه زیر به دست می‌آید

$$E\{H_{TIR}^H H_{TIR}\} = -\frac{1}{N} I \quad (24)$$

با جایگذاری (15) در (24) و اندکی ساده‌سازی در روابط خواهیم داشت

$$H_T^H (C_{\Delta H} + \hat{H}^H \hat{H}) H_T = -\frac{1}{N} I \quad (25)$$

اثر خطای تخمین را با نمایش ماتریسی به صورت $H = \hat{H} + \Delta H$ در نظر می‌گیریم که در آن H ، \hat{H} و ΔH به ترتیب بیانگر مقادیر حقیقی، تخمینی یقینی و خطای تخمین کانال هستند. خطای ΔH با ماتریس کواریانس $E\{\Delta H \Delta H^H\} = C_{\Delta H}$ ، دارای مؤلفه‌های تصادفی گاوسی با متوسط صفر بوده به طوری که ΔH^H بیانگر ترانهاده مختلط است. همچنین، نمایش ماتریسی پیش‌فیلتر در فرستنده را به صورت $H_T = \hat{H}_T + F_c$ در نظر می‌گیریم که در آن \hat{H}_T و F_c به ترتیب بیانگر ماتریس پیش‌فیلتر تخمینی و پیش‌فیلتر جبران‌کننده هستند. هدف محاسبه F_c به صورت تابعی از \hat{H} یا \hat{H}_T و $C_{\Delta H}$ است، با فرض این که $C_{\Delta H}$ یعنی ماتریس کواریانس خطای تخمین کانال در دسترس باشد. H_{TIR} نمایش ماتریسی پاسخ $h_{TIR}(t)$ است که به صورت (15) به دست می‌آید

$$H_{TIR} = \hat{H} \hat{H}_T + \hat{H} F_c + \Delta H \hat{H}_T + \Delta H F_c \quad (15)$$

همچنین $x(t)$ و $\hat{x}(t)$ به ترتیب دارای نمایش برداری با N مؤلفه به صورت \underline{X} و $\hat{\underline{X}}$ هستند. به اختصار مجموعه ماتریس‌های H ، \hat{H} و (ΔH) ، (H_T) ، (\hat{H}_T) و (F_c) و نیز ماتریس H_{TIR} به ترتیب دارای ابعاد $(N+L-1) \times (N+L-1)$ ، $(N+L-1) \times (N+L-1)$ ، $(N+L-1) \times (N+L-1)$ و $(N+L-1) \times N$ هستند. همچنین مجموعه بردارهای $(\underline{X}, \hat{\underline{X}})$ ، $(\underline{Y}, \hat{\underline{Y}})$ و به ترتیب دارای ابعاد $(N \times 1)$ ، $(N+L-1) \times 1$ و $(N+L-1) \times 1$ خواهند بود. توجه شود که همه ماتریس‌های به کار رفته در این بخش به صورت تا پلایتر هستند که برای نمونه، ماتریس ضرایب تخمینی کانال \hat{H} و ماتریس ضرایب پیش‌فیلتر تخمینی \hat{H}_T به دست آمده از آن به ترتیب به صورت زیر نمایش داده می‌شوند

$$\hat{H} = \begin{bmatrix} \hat{h}[0] & \dots & \dots & \dots \\ \vdots & & & \\ \hat{h}[L-1] & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \hat{h}[0] \\ \vdots & & & \vdots \\ \dots & \dots & \dots & \hat{h}[L-1] \end{bmatrix}$$

$$\hat{H}_T = \begin{bmatrix} \hat{h}^*[L-1] & \dots & \dots & \dots \\ \vdots & & & \\ \hat{h}^*[0] & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \hat{h}^*[L-1] \\ \vdots & & & \vdots \\ \dots & \dots & \dots & \hat{h}^*[0] \end{bmatrix}$$

فرض کنید که سیگنال ورودی به تخمین گر MMSE بهینه به صورت زیر باشد

$$\begin{cases} y[l] = \sum_{k=0}^{N-1} x[k] h_{TIR}[l-k] + n[l] \\ l = \dots, N+L-2 \end{cases} \quad (16)$$

اگر طبق تعریف

$$\begin{aligned} h_l &= [h_l[0], \dots, h_l[L-1]]^T \\ \underline{Y}_l &= [y_l[0], \dots, y_l[N+L-2]]^T \end{aligned} \quad (17)$$

$$\underline{X} = [x[0], \dots, x[N-1]]^T \rightarrow \begin{cases} x[k] = \{\pm 1\} \\ k = \dots, N-1 \end{cases}$$

به طوری که فقط خطای تخمین دامنه در نظر گرفته شده است. علاوه بر این مدل کانال به صورت TDL با تپ‌های یکنواخت فرض شده‌اند. نمایش برداری سیگنال ارسالی به صورت $\underline{X} = (x[0], \dots, x[N_1 - 1])^T$ خواهد بود. بنابراین سیگنال ورودی به کانال با رابطه کانولوشن به صورت زیر بیان می‌شود

$$y_1[m] = y_1(mt_s) = h_t(t) \otimes s(t) = \sum_{k=0}^{N_1-1} x[k]h_t[m-k] \quad (34)$$

به طوری که در آن $m = 0, \dots, N_1 + L - 2$ خواهد بود. با تعریف $\underline{Y}_1 \triangleq H_T \underline{X}$ داریم: $\underline{Y}_1 = (y_1[0], \dots, y_1[N_1 + L - 2])^T$ و از این بردار، $L-1$ نمونه را حذف می‌کنیم. با این تقریب، تحلیل‌ها ساده‌تر و محاسبات در حوزه نمایش ماتریسی راحت‌تر انجام می‌گیرد. این تقریب برای طول برست‌های ارسالی بزرگ یعنی $N_1 \gg L$ معتبر خواهد بود، به طوری که معمولاً چنین فرضی در حالت عادی رخ می‌دهد. بنابراین داریم

$$\bar{\underline{Y}}_1 = (y_1[0], \dots, y_1[N_1 - 1])^T \Rightarrow \bar{\underline{Y}}_1 \triangleq \bar{H}_T \underline{X} \quad (35)$$

همچنین برای سیگنال خروجی کانال داریم

$$y_r[n] = y_r(nt_s) = h(t) \otimes y_1(t) = \sum_{m=0}^{N_1+L-2} y_1[m]h[n-m] \quad (36)$$

به طوری که در این رابطه $n = 0, \dots, N_1 + 2L - 3$ خواهد بود. با تعریف $\underline{Y}_r \triangleq H \underline{Y}_1 = H H_T \underline{X}$ داریم

$$\underline{Y}_r = (y_r[0], \dots, y_r[N_1 + 2L - 3])^T \quad (37)$$

اما با تقریب ذکر شده خواهیم داشت

$$\bar{\underline{Y}}_r = (y_r[0], \dots, y_r[N_1 - 1])^T \quad (38)$$

بنابراین نمایش برداری حالت ایده‌آل و تقریب سیگنال دریافتی به صورت (۳۹) خواهد بود

$$\begin{aligned} \underline{Y} &= \underline{Y}_r + \underline{n} = H H_T \underline{X} + \underline{n} = H_{TIR} \underline{X} + \underline{n} \\ \bar{\underline{Y}} &= \bar{\underline{Y}}_r + \underline{n} = \bar{H} \bar{H}_T \underline{X} + \underline{n} = \bar{H}_{TIR} \underline{X} + \underline{n} \end{aligned} \quad (39)$$

به طوری که در آن \underline{Y} بیانگر حالت ایده آل سیگنال دریافتی و $\bar{\underline{Y}}$ بیانگر حالت تقریب آن است.

در بخش ۴-۱ مشاهده گردید که همه ماتریس‌ها تا پلیرت هستند، اما در این بخش با تقریب ذکر شده همه ماتریس‌ها پایین‌مثلثی می‌شوند که کار کردن با آنها راحت‌تر است. به عنوان مثال برای ماتریس کانال داریم

$$H = \begin{bmatrix} h[0] & \cdot & \cdots & \cdot \\ \vdots & & & \vdots \\ h[L_1 - 1] & & \ddots & \cdot \\ \cdot & \ddots & & h[0] \\ \vdots & & & \vdots \\ \cdot & \cdots & \cdot & h[L_1 - 1] \end{bmatrix}_{(N_1+2L-2) \times (N_1+L-1)}$$

↓

$$\bar{H} = \begin{bmatrix} h[0] & \cdot & \cdots & \cdot \\ \vdots & \ddots & & \vdots \\ h[L_1 - 1] & & \ddots & \cdot \\ \cdot & \ddots & & \cdot \\ \vdots & & & \cdot \\ \cdot & \cdots & \cdot & h[L_1 - 1] \end{bmatrix}_{N_1 \times N_1}$$

با تعریف ماتریس B به صورت زیر

$$\begin{aligned} B &\triangleq -N_1(C_{\Delta H} + \hat{H}^H \hat{H}) \\ B^{-1} &\triangleq [r_{ij}]_{(N+L_1-1) \times (N+L_1-1)} \end{aligned} \quad (26)$$

و این که $B^H = B$ است، آنگاه خواهیم داشت

$$H_T H_T^H = B^{-1} \quad (27)$$

برای محاسبه درایه‌های ماتریس جبران‌ساز F_c کافی است که عناصر روی قطر اصلی دو طرف (۲۷) را نظیر به نظیر برابر قرار دهیم. در این صورت مؤلفه‌های ماتریس پیش‌فیلتر به صورت زیر به دست می‌آیند

$$\begin{cases} h_t[0] = \pm \sqrt{r_{11}} \\ h_t[1] = \pm \sqrt{r_{22} - h_t^*[0]} \\ \vdots \\ h_t[L_1 - 1] = \pm \sqrt{r_{L_1 L_1} - (h_t^*[0] + \dots + h_t^*[L_1 - 2])} \end{cases} \quad (28)$$

انتخاب علامت مثبت یا منفی، بستگی به مثبت یا منفی بودن تپ مورد نظر کانال دارد که از چک کردن علامت تپ‌های تخمین زده شده (\hat{H}) معلوم می‌شود. یعنی مثلاً اگر تپ $L_1 - 1$ ام کانال دارای علامت مثبت بود، آنگاه $h_t[0] = \sqrt{r_{11}}$ و گرنه $h_t[0] = -\sqrt{r_{11}}$ و ... از طرفی داریم

$$\begin{cases} h_t[0] = h^*[L_1 - 1] = \hat{h}^*[L_1 - 1] + f_c[0] \\ h_t[1] = h^*[L_1 - 2] = \hat{h}^*[L_1 - 2] + f_c[1] \\ \vdots \\ h_t[L_1 - 1] = h^*[0] = \hat{h}^*[0] + f_c[L_1 - 1] \end{cases} \quad (29)$$

در نتیجه درایه‌های ماتریس جبران‌ساز F_c به صورت زیر به دست می‌آیند

$$\begin{cases} f_c[0] = \pm \sqrt{r_{11}} - \hat{h}^*[L_1 - 1] \\ f_c[1] = \pm \sqrt{r_{22} - h_t^*[0]} - \hat{h}^*[L_1 - 2] \\ \vdots \\ f_c[L_1 - 1] = \pm \sqrt{r_{L_1 L_1} - (h_t^*[0] + \dots + h_t^*[L_1 - 2])} - \hat{h}^*[0] \end{cases} \quad (30)$$

۴-۲ مرحله دوم

در این بخش از تحلیلی مشابه با بخش قبل استفاده می‌کنیم منتها در آن به جای استفاده از تخمین‌گر MMSE بهینه، از یک فیلتر منطق ساده به عنوان گیرنده مطابق با شکل ۱ استفاده می‌کنیم. فرض می‌شود که هر برست ارسالی شامل N سمبل به صورت زیر باشد

$$s(t) = \sum_{j=0}^{N-1} d_j p(t - jT) \quad , \quad d_j = \pm 1 \quad (31)$$

علاوه بر این فرض می‌کنیم که $T = T_p$ باشد یعنی به ازای هر سمبل از یک پالس برای شکل‌دهی استفاده می‌کنیم. زمان نمونه‌برداری برابر t_s است، بنابراین هر سمبل شامل T/t_s نمونه بوده و یک برست N سمبلی (سیگنال $s(t)$) دارای $N_1 = NT/t_s$ نمونه است که به صورت بردار \underline{X} به شکل زیر نشان می‌دهیم

$$x[n] = s(nt_s) \Rightarrow \underline{X} = \{x[n]\} \quad , \quad n = 0, \dots, N_1 - 1 \quad (32)$$

پاسخ ضربه کانال به صورت زیر قابل بیان است

$$\begin{aligned} h(t) &= \sum_{l=0}^{L-1} (\hat{\alpha}_l + \Delta \alpha_l) \delta(t - \tau_l) \\ &= \sum_{l=0}^{L-1} \hat{\alpha}_l \delta(t - l t_s) + \sum_{l=0}^{L-1} \Delta \alpha_l \delta(t - l t_s) = \hat{h}(t) + \Delta h(t) \end{aligned} \quad (33)$$

۴-۳ الگوریتم تکرار شونده

به منظور محاسبه فیلتر جبران‌ساز با استفاده از (۴۷) می‌توان از رابطه تکراری به صورت زیر سود جست

$$F_{C_k} = (\hat{H}_T^H B + \mu F_{C_{k-1}}^H B + \gamma \rho \hat{H})^{-1} - \hat{H}_T \quad (48)$$

به طوری که F_{C_k} ماتریس پیش‌فیلتر محاسبه شده در گام k ام و $\mu < 1$ یک عدد ثابت مبتنی بر تجربه و آزمایش هستند. مشابه تمام سیستم‌های وفقی از یک مقدار اولیه شروع کرده تا پس از همگرایی، مقدار نهایی به دست آید. سؤال این است که مقدار اولیه را چگونه در نظر بگیریم که در حداقل زمان، همگرایی الگوریتم تضمین شود؟ برای جواب دادن به پرسش فوق می‌توان از ترکیب نتایج بخش‌های ۱-۴ و ۲-۴ بهره گرفت. انتظار می‌رود که اگر پیش‌فیلتر محاسبه شده در سیستم شامل تخمین‌گر MMSE بهینه (رابطه (۳۰))، به عنوان مقدار اولیه (۴۸) مورد استفاده قرار گیرد، سبب بهبود عملکرد سیستم شامل فیلتر منطبق ساده (شکل ۱) خواهد شد (درستی این ادعا در بخش شبیه‌سازی نشان داده می‌شود). بنابراین می‌توان از یک الگوریتم بهینه‌سازی دومرحله‌ای به صورت زیر استفاده نمود:

مرحله اول شامل محاسبه ماتریس پیش‌فیلتر به کمک سیستم شامل تخمین‌گر MMSE بهینه بوده که (۳۰) به دست می‌آید. فرض می‌کنیم ماتریس پیش‌فیلتر منتج از (۳۰)، F_{C_1} باشد. اگر مرحله اول الگوریتم را یک گام در نظر بگیریم، مرحله دوم از چند گام تکرار شونده تشکیل می‌شود که ورودی آن، ماتریس پیش‌فیلتر F_{C_1} محاسبه شده در گام اول خواهد بود. بنابراین الگوریتم پیشنهادی را به صورت گام‌های مجزای زیر بیان می‌کنیم:

گام اول ($k=1$): محاسبه F_{C_1} از روی (۳۰).

گام دوم ($k=2$): جایگذاری F_{C_1} در طرف دوم (۴۸) برای محاسبه ماتریس F_{C_2} .

گام سوم ($k=3$): جایگذاری μF_{C_2} ($\mu < 1$) یک عدد ثابت مبتنی بر تجربه و آزمون می‌باشد) در طرف دوم (۴۸) برای محاسبه ماتریس F_{C_3} و ...

گام k ام: جایگذاری $\mu F_{C_{k-1}}$ در طرف دوم (۴۸) برای محاسبه ماتریس F_{C_k} .

تعداد تکرارها تا جایی ادامه می‌یابد که خطای $\varepsilon = \|F_{C_k} - F_{C_{k-1}}\|$ به حداقل مقدار ممکن رسیده، الگوریتم همگرا شده و عملکرد سیستم به طور قابل ملاحظه‌ای بهبود یابد.

۵- شبیه‌سازی

در این بخش به ارزیابی مبتنی بر شبیه‌سازی روابط و نتایج به دست آمده در این مقاله می‌پردازیم. برای به دست آوردن نتایج استاندارد و قابل استناد مشابه با [۱۳]، از مدل کانال استاندارد IEEE 802.15.3a موسوم به CM1 که مبتنی بر یک مدل TDL است، استفاده می‌شود. مطابق با [۲۱] و [۲۲]، ماکزیمم گسترش تأخیر کانال CM1 حدود ۲۵۰ نانوثانیه و گسترش تأخیر مؤثر آن، یعنی τ_{rms} برابر ۵ نانوثانیه است. بنابراین طبق [۲۳]، حداکثر نرخ ارسال بدون تداخل بین سمبلی و اعوجاج حدود ۴۰ Mbps $(\approx 1/(\delta\tau_{rms}))$ است. به ازای هر سمبل، یک پالس مستطیلی مطابق (۱۱) با پهنای پالس ۲۵ نانوثانیه و با مدولاسیون BPAM ارسال می‌شود. پالس‌ها قبل از ارسال روی کانال مطابق شکل ۱ از یک پیش‌فیلتر TiR با طول زمانی برابر طول کانال (حالت ایده‌آل) عبور داده

حال بردار خطا را به صورت $\underline{e} = \bar{Y} - \underline{X}$ در نظر می‌گیریم. خطای تخمین دامنه کانال را نیز به صورت $\Delta H = \bar{H} - \hat{H}$ بیان کرده و فرض می‌کنیم که $E\{\Delta H\} = 0$ باشد. همچنین ماتریس کواریانس این خطا را به صورت $C_{\Delta H} = E\{\Delta H^H \Delta H\}$ تعریف می‌کنیم. با استفاده از اصل تعامد بین بردار خطا و بردار داده‌های دریافتی داریم

$$E\{\underline{e}^H \bar{Y}\} = 0 \quad (40)$$

\bar{n} نویز گاوسی با متوسط صفر و واریانس $N/2$ است. $E\{\bar{n}^H \bar{n}\} = N/2$ است. همچنین بردار دریافتی به صورت زیر بیان می‌شود

$$\bar{Y} = \hat{H} \hat{H}_T^H \underline{X} + \hat{H} \bar{F}_c \underline{X} + \Delta H \hat{H}_T^H \underline{X} + \Delta H \bar{F}_c \underline{X} + \bar{n} \quad (41)$$

به طوری که در آن به جز ΔH و \bar{n} که تصادفی هستند، بقیه بردارها و ماتریس‌ها یقینی فرض می‌شوند. \bar{F}_c هم یقینی و مجهول است. خودهمبستگی بردار دریافتی و همبستگی متقابل آن با بردار ارسالی به صورت زیر قابل بیان خواهند بود

$$E\{\bar{Y}^H \bar{Y}\} = \underline{X}'^H \{(\hat{H} \hat{H}_T)^H \hat{H} \hat{H}_T + (\hat{H} \hat{H}_T)^H \hat{H} \bar{F}_c + \bar{F}_c^H \hat{H}^H \hat{H} \hat{H}_T + \bar{F}_c^H \hat{H}^H \hat{H} \bar{F}_c + \hat{H}_T^H C_{\Delta H} \hat{H}_T + \hat{H}_T^H C_{\Delta H} \bar{F}_c + \bar{F}_c^H C_{\Delta H} \hat{H}_T + \bar{F}_c^H C_{\Delta H} \bar{F}_c\} \underline{X}' + \frac{N}{2} \quad (42)$$

$$E\{\underline{X}^H \bar{Y}\} = \underline{X}'^H \{\hat{H} \hat{H}_T + \hat{H} \bar{F}_c\} \underline{X}' \quad (43)$$

به طوری که در آن $\underline{X}' \triangleq E\{\underline{X}\}$ است. اگر نسبت سیگنال به نویز را به صورت $\rho = E_p/N$ در نظر بگیریم، به طوری که $\underline{X} \underline{X}^H = E_p I$ است و همچنین اگر روابط زیر را تعریف کنیم

$$A \triangleq (\hat{H} \hat{H}_T)^H \hat{H} \hat{H}_T + (\hat{H} \hat{H}_T)^H \hat{H} \bar{F}_c + \bar{F}_c^H \hat{H}^H \hat{H} \hat{H}_T + \bar{F}_c^H \hat{H}^H \hat{H} \bar{F}_c + \hat{H}_T^H C_{\Delta H} \hat{H}_T + \hat{H}_T^H C_{\Delta H} \bar{F}_c + \bar{F}_c^H C_{\Delta H} \hat{H}_T + \bar{F}_c^H C_{\Delta H} \bar{F}_c \quad (44)$$

$$D \triangleq \hat{H} \hat{H}_T + \hat{H} \bar{F}_c$$

آنگاه بر اساس اصل تعامد یعنی $E\{\bar{Y}^H \bar{Y}\} = E\{\underline{X}^H \bar{Y}\}$ خواهیم داشت $A - D = -(1/\gamma\rho)I$. حال با اندکی دست‌کاری در روابط و ساده‌سازی به (۴۵) خواهیم رسید

$$(\bar{F}_c + \hat{H}_T)^H (C_{\Delta H} + \hat{H}^H \hat{H}) (\bar{F}_c + \hat{H}_T) - \hat{H} (\bar{F}_c + \hat{H}_T) = -\frac{1}{\gamma\rho} I \quad (45)$$

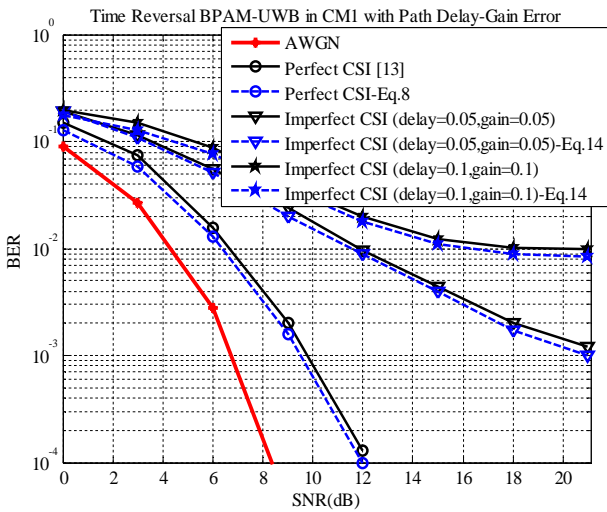
اگر تعریف کنیم $B \triangleq -\gamma\rho(C_{\Delta H} + \hat{H}^H \hat{H})$ به طوری که $B^H = B$ است، آنگاه داریم

$$(\hat{H}_T^H B + \bar{F}_c^H B + \gamma\rho \hat{H}) (\bar{F}_c + \hat{H}_T) = I \quad (46)$$

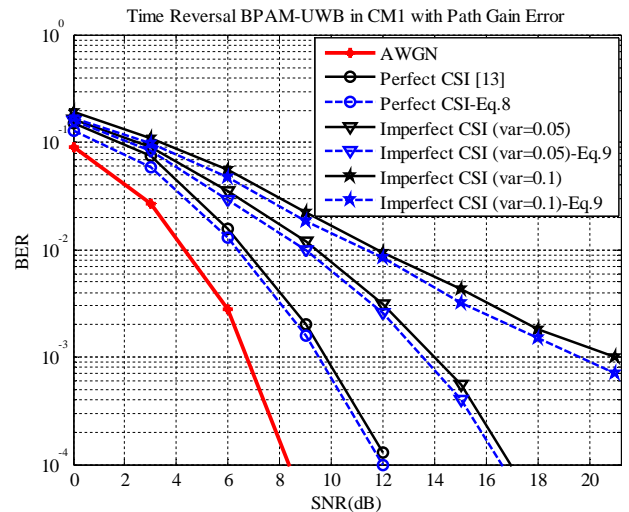
بنابراین رابطه زیر قابل استخراج خواهد بود

$$\bar{F}_c = (\hat{H}_T^H B + \bar{F}_c^H B + \gamma\rho \hat{H})^{-1} - \hat{H}_T \quad (47)$$

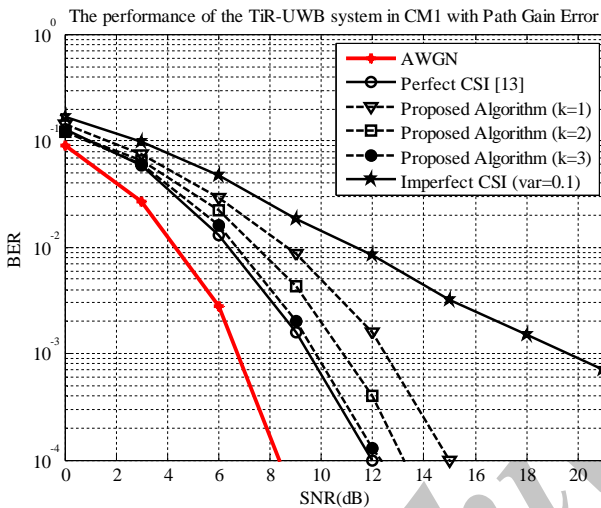
از رابطه فوق مشاهده می‌شود که برای محاسبه پیش‌فیلتر \bar{F}_c نیاز به یک روش بازگشتی است. بنابراین به الگوریتمی برای انتخاب مقدار اولیه \bar{F}_c و نیز بهینه‌سازی آن با یک روال برگشتی نیاز خواهد بود که در ادامه به آن می‌پردازیم.



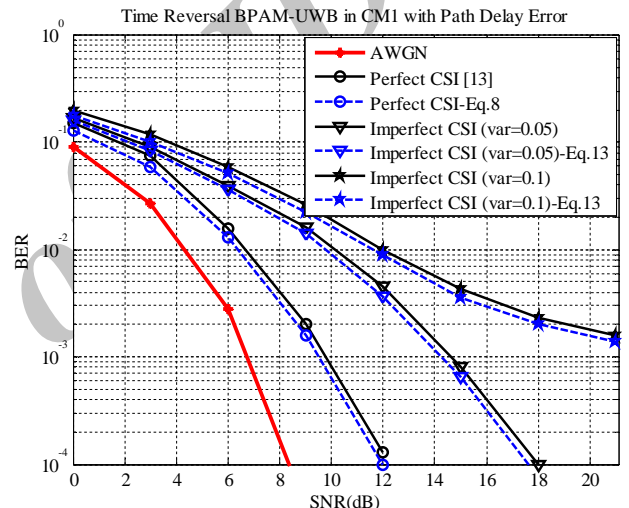
شکل ۴: کارایی سیستم TiR - UWB با فرض خطای تخمین توأم دامنه-تأخیر مسیره‌های کانال CM1 در نرخ ارسال ۴۰ مگابیت بر ثانیه.



شکل ۵: کارایی سیستم TiR - UWB با فرض خطای تخمین دامنه مسیره‌های کانال CM1 در نرخ ارسال ۴۰ مگابیت بر ثانیه.



شکل ۶: کارایی الگوریتم بهینه‌سازی پیشنهادی با تکرارهای مختلف در سیستم TiR - UWB با فرض خطای تخمین دامنه مسیره‌های کانال CM1 در نرخ ارسال ۴۰ مگابیت بر ثانیه.



شکل ۷: کارایی سیستم TiR - UWB با فرض خطای تخمین تأخیر مسیره‌های کانال CM1 در نرخ ارسال ۴۰ مگابیت بر ثانیه.

برای نشان دادن عملکرد الگوریتم دومرحله‌ای پیشنهادی در این مقاله، سیستم ترسیم‌شده در شکل ۱ با خطای تخمین دامنه مسیره‌های کانال در نظر گرفته می‌شود. همچنین فرض می‌شود که هم‌زمانی کامل بین فرستنده و گیرنده وجود دارد. مقدار واریانس خطا نیز مطابق شکل ۲، ۰/۱ (۱۰ درصد) انتخاب می‌شود. مقادیر μ و ρ در (۴۸) به ترتیب برابر ۱۰ dB و ۰/۰۰۱ هستند. همان‌طور که در شکل ۵ مشاهده می‌شود، قسمت عمده عملکرد سیستم در گام اول بهبود می‌یابد و برای بهینه‌سازی نهایی، در این حالت خاص به گام ۲ دیگر از اجرای الگوریتم نیاز است که در نهایت در گام ۳ پیایی به جبران‌سازی کامل خطای تخمین خواهیم رسید.

۶- نتیجه گیری

در این مقاله اثر خطای تخمین کانال به‌عنوان CSI غیر کامل روی عملکرد یک سیستم TiR - UWB بدون تداخل بین سمبلی مورد مطالعه قرار گرفت. برای نیل به این مقصود، فرم بسته‌ای برای روابط احتمال خطا در حالت‌های خطای تخمین دامنه، تأخیر و توأم دامنه-تأخیر مسیره‌های کانال با فرض گاوسی بودن خطاها و ایستابودن مشخصات کانال در

می‌شوند. همچنین زمان نمونه‌برداری برابر ۰/۱۶۷ نانوثانیه است. خطای تخمین دامنه و تأخیر مسیره‌های کانال نیز گاوسی با متوسط صفر در نظر گرفته می‌شوند. در شبیه‌سازی‌های این بخش، واریانس خطای تخمین دامنه و تأخیر مسیره‌های کانال را ۰/۰۵ (۵ درصد) و ۰/۱ (۱۰ درصد) در نظر می‌گیریم. فرض می‌شوند که این خطاها از هم مستقل باشند. همچنین مشخصات کانال در طول هر برست که در اینجا شامل ۱۰ سمبل است، ایستا در نظر گرفته می‌شود. شکل‌های ۲ تا ۴ احتمال خطای سیستم TiR - UWB را به ترتیب برای خطای تخمین دامنه، تأخیر و توأم دامنه - تأخیر مسیره‌های کانال نشان می‌دهند. همان‌گونه که مشاهده می‌شود، روابط به‌دست آمده در (۸)، (۹)، (۱۳) و (۱۴) به نتایج حاصل از شبیه‌سازی بسیار نزدیک هستند. ضمن این که همان‌طور که انتظار می‌رفت، اثر خطای تخمین تأخیر مسیره‌های کانال بیشتر از اثر خطای تخمین دامنه مسیره‌های کانال است. به‌عنوان مثال در احتمال خطای ۰/۰۰۱، تأثیر مخرب خطای تخمین تأخیر مسیره‌های کانال روی عملکرد سیستم حدود ۱ dB بیشتر از خطای تخمین دامنه مسیره‌های کانال است. همچنین مطابق با شکل ۴ به دلیل وابستگی احتمال خطا به حاصل ضرب واریانس‌های خطای دامنه و تأخیر، این تأثیر مخرب نسبت به خطای تخمین دامنه حدود ۶ dB است.

به صورت زیر محاسبه می‌گردد:

اگر $\hat{\tau}_k - \hat{\tau}_l - T \leq \Delta\tau_l < \hat{\tau}_k - \hat{\tau}_l$ باشد، آنگاه متغیر تصمیم‌گیری z_j زمین سمبل عبارتست از

$$\begin{aligned} z_j &= d_j E_p \sum_{l=0}^{L-1} \sum_{k=0}^{L-1} \alpha_l \alpha_k R(\hat{\tau}_l - \hat{\tau}_k + \Delta\tau_l) + \eta \\ &= d_j E_p \sum_{l=0}^{L-1} \sum_{k=0}^{L-1} \alpha_l \alpha_k \left(1 + \frac{\hat{\tau}_l - \hat{\tau}_k}{T}\right) \\ &+ d_j E_p \sum_{l=0}^{L-1} \sum_{k=0}^{L-1} \alpha_l \alpha_k \varepsilon_l + \eta \end{aligned} \quad (54)$$

به طوری که ε_l و η متغیرهای گاوسی با توزیع‌های به ترتیب $\sigma_{\varepsilon_l}^2$ و σ_{η}^2 هستند. اگر $u_{\pm 1}$ و $\sigma_{\varepsilon_l}^2$ به ترتیب بیانگر میانگین و واریانس z_j به شرط $d_j = \pm 1$ باشند و به صورت زیر محاسبه شوند

$$\begin{aligned} u_{\pm 1} &= -u_{\mp 1} = E_p \sum_{l=0}^{L-1} \sum_{k=0}^{L-1} \alpha_l \alpha_k \left(1 + \frac{\hat{\tau}_l - \hat{\tau}_k}{T}\right) \\ \sigma_{\varepsilon_l}^2 &= \sigma_{\eta}^2 = E_p \sum_{l=0}^{L-1} \sum_{k=0}^{L-1} \alpha_l \alpha_k \sigma_{\varepsilon_l}^2 + \frac{N}{\gamma} E_p \end{aligned} \quad (55)$$

آنگاه مطابق با تعریف (۸)، احتمال خطا در این بازه به صورت زیر محاسبه می‌شود

$$\begin{aligned} P_e^{(1)} &= Q\left(\sqrt{\frac{u_{\pm 1}}{\sigma_{\varepsilon_l}^2}}\right) \\ &= Q\left(\sqrt{\frac{\gamma E_p \left(\sum_{l=0}^{L-1} \sum_{k=0}^{L-1} \alpha_l \alpha_k \left(1 + \frac{\hat{\tau}_l - \hat{\tau}_k}{T}\right)\right)^2}{N \left(1 + \frac{\gamma E_p}{N} \sum_{l=0}^{L-1} \sum_{k=0}^{L-1} \alpha_l \alpha_k \sigma_{\varepsilon_l}^2\right)}}\right) \end{aligned} \quad (56)$$

به طور مشابه اگر $\hat{\tau}_k - \hat{\tau}_l \leq \Delta\tau_l \leq \hat{\tau}_k - \hat{\tau}_l + T$ باشد، آنگاه متغیر تصمیم‌گیری z_j زمین سمبل عبارتست از

$$\begin{aligned} z_j &= d_j E_p \sum_{l=0}^{L-1} \sum_{k=0}^{L-1} \alpha_l \alpha_k \left(1 - \frac{\hat{\tau}_l - \hat{\tau}_k}{T}\right) \\ &- d_j E_p \sum_{l=0}^{L-1} \sum_{k=0}^{L-1} \alpha_l \alpha_k \varepsilon_l + \eta \end{aligned} \quad (57)$$

میانگین و واریانس متغیر تصمیم‌گیری z_j زمین سمبل در این حالت عبارتند از

$$\begin{aligned} u_{\pm 1} &= -u_{\mp 1} = E_p \sum_{l=0}^{L-1} \sum_{k=0}^{L-1} \alpha_l \alpha_k \left(1 - \frac{\hat{\tau}_l - \hat{\tau}_k}{T}\right) \\ \sigma_{\varepsilon_l}^2 &= \sigma_{\eta}^2 = E_p \sum_{l=0}^{L-1} \sum_{k=0}^{L-1} \alpha_l \alpha_k \sigma_{\varepsilon_l}^2 + \frac{N}{\gamma} E_p \end{aligned} \quad (58)$$

بنابراین احتمال خطا در این حالت به صورت زیر قابل محاسبه خواهد بود

$$P_e^{(2)} = Q\left(\sqrt{\frac{\gamma E_p \left(\sum_{l=0}^{L-1} \sum_{k=0}^{L-1} \alpha_l \alpha_k \left(1 - \frac{\hat{\tau}_l - \hat{\tau}_k}{T}\right)\right)^2}{N \left(1 + \frac{\gamma E_p}{N} \sum_{l=0}^{L-1} \sum_{k=0}^{L-1} \alpha_l \alpha_k \sigma_{\varepsilon_l}^2\right)}}\right) \quad (59)$$

و در بازه‌های $-\infty < \Delta\tau_l < \hat{\tau}_k - \hat{\tau}_l - T$ و $\hat{\tau}_k - \hat{\tau}_l + T < \Delta\tau_l < +\infty$ چون طبق (۱۲) $R(\hat{\tau}_l - \hat{\tau}_k + \Delta\tau_l) = 0$ ، بنابراین $P_e^{(2)} = Q(0) = 1/2$ به دست می‌آید. احتمال خطای متوسط نهایی با توجه به توزیع احتمال $\Delta\tau_l$ می‌تواند به صورت زیر محاسبه شود

طول یک برست محاسبه گردید. با کمک شبیه‌سازی مشاهده شد که روابط تئوری به نتایج حاصل از شبیه‌سازی بسیار نزدیک هستند. همچنین تأثیر خطای تخمین تأخیر مسیرهای کانال بیشتر از تأثیر خطای تخمین دامنه است.

سیس برای ارزیابی عملکرد الگوریتم پیشنهادی در این مقاله، سناریوی خطای تخمین دامنه مسیرهای کانال با فرض هم‌زمانی کامل بین فرستنده و گیرنده در نظر گرفته شد. همان‌گونه که با شبیه‌سازی نشان داده شد، قسمت عمده بهبود عملکرد در گام اول از اجرای الگوریتم پیشنهادی محقق می‌شود، ضمن این که برای بهینه‌سازی کامل، بایستی چند گام دیگر از الگوریتم تکرار شود.

پیوست

محاسبه احتمال خطا با فرض CSI غیر کامل

حالت ۱: با فرض خطای تخمین دامنه مسیرها، پاسخ ضربه کانال را به صورت زیر بیان می‌کنیم

$$h(t) = \sum_{l=0}^{L-1} (\hat{\alpha}_l + \Delta\alpha_l) \delta(t - \tau_l) = \sum_{l=0}^{L-1} \hat{\alpha}_l \delta(t - \tau_l) + \sum_{l=0}^{L-1} \Delta\alpha_l \delta(t - \tau_l) \quad (49)$$

پاسخ ضربه کانال معادل TiR را می‌توان به صورت زیر به دست آورد

$$\begin{aligned} h_{TiR}(t) &= \sum_{l=0}^{L-1} \sum_{k=0}^{L-1} \hat{\alpha}_l \hat{\alpha}_k \delta(t - (\tau_l - \tau_k)) \\ &+ \sum_{l=0}^{L-1} \sum_{k=0}^{L-1} \Delta\alpha_l \hat{\alpha}_k \delta(t - (\tau_l - \tau_k)) \end{aligned} \quad (50)$$

بنابراین برای سیگنال دریافتی داریم

$$\begin{aligned} r(t) &= s(t) \otimes h_{TiR}(t) + n(t) \\ &= \sum_j d_j \sum_{l=0}^{L-1} \sum_{k=0}^{L-1} \hat{\alpha}_l \hat{\alpha}_k p(t - jT - (\tau_l - \tau_k)) \\ &+ \sum_j d_j \sum_{l=0}^{L-1} \sum_{k=0}^{L-1} \Delta\alpha_l \hat{\alpha}_k p(t - jT - (\tau_l - \tau_k)) + n(t) \end{aligned} \quad (51)$$

با فرض گیرنده فیلتر منطبق ساده، متغیر تصمیم‌گیری z_j زمین سمبل عبارتست از

$$\begin{aligned} z_j &= E_p \left(d_j \sum_{l=0}^{L-1} \sum_{k=0}^{L-1} \hat{\alpha}_l \hat{\alpha}_k R(\tau_l - \tau_k) \right. \\ &\left. + d_j \sum_{l=0}^{L-1} \sum_{k=0}^{L-1} \Delta\alpha_l \hat{\alpha}_k R(\tau_l - \tau_k) \right) + \int p(t) n(t) dt \end{aligned} \quad (52)$$

با فرض مستقل بودن خطای تخمین دو مسیر مختلف، میانگین و واریانس متغیر تصمیم‌گیری z_j با شرط $d_j = +1$ به صورت زیر محاسبه می‌شوند

$$\begin{aligned} u_{\pm 1} &= E_p \left(\sum_{l=0}^{L-1} \sum_{k=0}^{L-1} \hat{\alpha}_l \hat{\alpha}_k R(\tau_l - \tau_k) \right) \\ \sigma_{\varepsilon_l}^2 &= E\{z_j^2 | d_j = +1\} - E^2\{z_j | d_j = +1\} \\ &= E_p \sum_{l=0}^{L-1} \sum_{k=0}^{L-1} \sigma_{\Delta\alpha_l}^2 \hat{\alpha}_k^2 R^2(\tau_l - \tau_k) + \frac{N}{\gamma} E_p \end{aligned} \quad (53)$$

بنابراین طبق تعریف (۸)، احتمال خطا به صورت (۹) به دست می‌آید.

حالت ۲: خطای تخمین تأخیر مسیرهای کانال در نظر گرفته می‌شود. مطابق با مقادیر $\Delta\tau_l = \varepsilon_l T$ در (۱۲)، سه عبارت برای احتمال خطا

$$h(t) = \sum_{l=0}^{L-1} (\hat{\alpha}_l + \Delta\alpha_l) \delta(t - (\hat{\tau}_l + \Delta\tau_l)) \quad (65)$$

$$= \sum_{l=0}^{L-1} \hat{\alpha}_l \delta(t - \hat{\tau}_l - \Delta\tau_l) + \sum_{l=0}^{L-1} \Delta\alpha_l \delta(t - \hat{\tau}_l - \Delta\tau_l)$$

با تعریف $\hat{h}(t) = \sum_{l=0}^{L-1} \hat{\alpha}_l \delta(t - \hat{\tau}_l)$ پاسخ ضربه معادل TiR به صورت زیر به دست می آید

$$h_{TiR}(t) = h(t) \otimes \hat{h}(-t)$$

$$= \sum_{l=0}^{L-1} \sum_{k=0}^{L-1} \hat{\alpha}_l \hat{\alpha}_k \delta(t - (\hat{\tau}_l - \hat{\tau}_k + \Delta\tau_l)) \quad (66)$$

$$+ \sum_{l=0}^{L-1} \sum_{k=0}^{L-1} \Delta\alpha_l \hat{\alpha}_k \delta(t - (\hat{\tau}_l - \hat{\tau}_k + \Delta\tau_l))$$

در این صورت سیگنال دریافتی به صورت زیر قابل بیان خواهد بود

$$r(t) = \sum_j d_j \sum_{l=0}^{L-1} \sum_{k=0}^{L-1} \hat{\alpha}_l \hat{\alpha}_k p(t - jT - (\hat{\tau}_l - \hat{\tau}_k + \Delta\tau_l))$$

$$+ \sum_j d_j \sum_{l=0}^{L-1} \sum_{k=0}^{L-1} \Delta\alpha_l \hat{\alpha}_k p(t - jT - (\hat{\tau}_l - \hat{\tau}_k + \Delta\tau_l)) \quad (67)$$

$$+ n(t)$$

با استفاده از تعاریف قبلی، متغیر تصمیم گیری z_j امین سمبل عبارتست از

$$z_j = E_p d_j \sum_{l=0}^{L-1} \sum_{k=0}^{L-1} \hat{\alpha}_l \hat{\alpha}_k R(\hat{\tau}_l - \hat{\tau}_k + \Delta\tau_l) \quad (68)$$

$$+ E_p d_j \sum_{l=0}^{L-1} \sum_{k=0}^{L-1} \Delta\alpha_l \hat{\alpha}_k R(\hat{\tau}_l - \hat{\tau}_k + \Delta\tau_l) + \eta$$

و بقیه مراحل مشابه با حالت ۱ و ۲ محاسبه می شود که نهایتاً (۱۴) به دست می آید.

مراجع

- [1] D. Abbasi - Moghadam and V. T. Vakili, "Channel characterization of time reversal UWB communication systems," *Annals of Telecommunications (Springer)*, vol. 65, no. 9-10, pp. 601-614, Jul. 2010.
- [2] R. C. Qiu, "A theory of time - reversed impulse multiple - input multiple - output (MIMO) for ultra - wideband (UWB) communications," in *IEEE International Conf. on UWB*, vol. 1, pp. 587-592, Waltham, MA, US, Sep. 2006.
- [3] A. E. Akogun, *Theory and Application Time Reversal Technique to Ultra - Wideband Wireless Communication*, M.Sc. Thesis, Tennessee Technological University (TTU), Tennessee, US, Aug. 2005.
- [4] R. C. Qiu, C. Zhou, N. Guo, and J. Q. Zhang, "Time reversal with MISO for ultra-wideband communications: experimental results," in *Proc. IEEE Radio and Wireless Symposium*, pp. 499-502, 17-19 Jan. 2006.
- [5] N. Guo, B. M. Sadler, and R. C. Qiu, "Reduced - complexity UWB time - reversal techniques and experimental results," *IEEE Trans. on Wireless Commun.*, vol. 6, no. 12, pp. 4221-4226, Dec. 2007.
- [6] N. Guo, J. Q. Zhang, R. C. Qiu, and S. S. Mo, "UWB MISO time reversal with energy detector receiver over ISI channels," in *IEEE Consumer Commun. and Networking Conf.*, vol. 1, pp. 629-633, Las Vegas, Nevada, US, Jan. 2007.
- [7] C. Zhou, N. Guo, B. Sadler, and R. C. Qiu, "Performance study on time reversed impulse MIMO for UWB communications based on measured spatial UWB channels," in *Proc. IEEE Milcom'07*, 6 pp., Oct. 2007.
- [8] N. Guo, R. C. Qiu, and B. M. Sadler, "An ultra - wideband autocorrelation demodulation scheme with low - complexity time reversal enhancement," in *IEEE Milcom'05, Atlantic City, NJ*, vol. 5, pp. 3066-3072, Oct. 2005.
- [9] K. Popovski, B. J. Wysocki, and T. A. Wysocki, "Modelling and comparative performance analysis of a time - reversed UWB

$$P_e = \int_{\hat{\tau}_k - \hat{\tau}_l - T}^{\hat{\tau}_k - \hat{\tau}_l} P_e^{(l)} \Pr(\Delta\tau_l) d\Delta\tau_l$$

$$+ \int_{\hat{\tau}_k - \hat{\tau}_l + T}^{\hat{\tau}_k - \hat{\tau}_l} P_e^{(r)} \Pr(\Delta\tau_l) d\Delta\tau_l \quad (60)$$

$$+ \int_{-\infty}^{\hat{\tau}_k - \hat{\tau}_l - T} P_e^{(r)} \Pr(\Delta\tau_l) d\Delta\tau_l$$

$$+ \int_{\hat{\tau}_k - \hat{\tau}_l + T}^{+\infty} P_e^{(r)} \Pr(\Delta\tau_l) d\Delta\tau_l$$

به طوری که $\Pr(\Delta\tau_l)$ بیانگر تابع توزیع احتمال $\Delta\tau_l$ بوده و مطابق با (۱۰) به صورت زیر بیان می شود

$$\Pr(\Delta\tau_l) = \frac{1}{T\sqrt{2\pi\sigma_{\varepsilon_l}^2}} \exp\left(\frac{-\varepsilon_l^2}{2\sigma_{\varepsilon_l}^2}\right) \quad (61)$$

با جایگذاری (۶۱) در (۶۰)، به صورت زیر بازنویسی می شود

$$P_e = P_e^{(l)} \int_{\frac{\hat{\tau}_k - \hat{\tau}_l - T}{T}}^{\frac{\hat{\tau}_k - \hat{\tau}_l}{T}} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{\varepsilon_l}^2}} \exp\left(\frac{-\varepsilon_l^2}{2\sigma_{\varepsilon_l}^2}\right) d\varepsilon_l$$

$$+ P_e^{(r)} \int_{\frac{\hat{\tau}_k - \hat{\tau}_l + T}{T}}^{\frac{\hat{\tau}_k - \hat{\tau}_l}{T}} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{\varepsilon_l}^2}} \exp\left(\frac{-\varepsilon_l^2}{2\sigma_{\varepsilon_l}^2}\right) d\varepsilon_l \quad (62)$$

$$+ P_e^{(r)} \int_{-\infty}^{\frac{\hat{\tau}_k - \hat{\tau}_l - T}{T}} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{\varepsilon_l}^2}} \exp\left(\frac{-\varepsilon_l^2}{2\sigma_{\varepsilon_l}^2}\right) d\varepsilon_l$$

$$+ P_e^{(r)} \int_{\frac{\hat{\tau}_k - \hat{\tau}_l + T}{T}}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{\varepsilon_l}^2}} \exp\left(\frac{-\varepsilon_l^2}{2\sigma_{\varepsilon_l}^2}\right) d\varepsilon_l$$

با توجه به تعریف $Q(x)$ و خواص آن برای $x_l < x_r$ به صورت زیر

$$Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{+\infty} \exp\left(\frac{-t^2}{2}\right) dt$$

$$Q(-x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \exp\left(\frac{-t^2}{2}\right) dt \quad (63)$$

$$Q(x_l) - Q(x_r) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{x_l}^{x_r} \exp\left(\frac{-t^2}{2}\right) dt$$

آنگاه (۶۲) به صورت زیر محاسبه می شود

$$P_e = P_e^{(l)} \left(Q\left(\frac{\hat{\tau}_k - \hat{\tau}_l - T}{T\sqrt{\sigma_{\varepsilon_l}^2}}\right) - Q\left(\frac{\hat{\tau}_k - \hat{\tau}_l}{T\sqrt{\sigma_{\varepsilon_l}^2}}\right) \right)$$

$$+ P_e^{(r)} \left(Q\left(\frac{\hat{\tau}_k - \hat{\tau}_l}{T\sqrt{\sigma_{\varepsilon_l}^2}}\right) - Q\left(\frac{\hat{\tau}_k - \hat{\tau}_l + T}{T\sqrt{\sigma_{\varepsilon_l}^2}}\right) \right) \quad (64)$$

$$+ P_e^{(r)} Q\left(\frac{\hat{\tau}_l - \hat{\tau}_k + T}{T\sqrt{\sigma_{\varepsilon_l}^2}}\right) + P_e^{(r)} Q\left(\frac{\hat{\tau}_k - \hat{\tau}_l + T}{T\sqrt{\sigma_{\varepsilon_l}^2}}\right)$$

با جایگذاری مقادیر $P_e^{(l)}$ ، $P_e^{(r)}$ و $P_e^{(r)}$ در (۶۴)، احتمال خطای متوسط به صورت (۱۳) به دست می آید.

حالت ۳: با فرض خطای توأم تخمین تأخیر و دامنه مسیره‌ها، که در این صورت پاسخ ضربه کانال را می توان به صورت زیر نوشت

- [22] A. F. Molisch, "Ultra - wideband propagation channels - theory, measurement, and modeling," *IEEE Trans Veh. Technol.*, vol. 54, no. 5, pp. 1525-1545, Sep. 2005.
- [23] T. Rappaport, *Wireless Communications: Principles and Practice*, 2nd Edition, Pearson, New York, 2002.
- حسین خالقی بیزیکی** مدرک دکتری خود را در زمینه مخابرات سیستم از دانشگاه علم و صنعت ایران در سال ۱۳۸۶ اخذ نموده است. زمینه‌های تحقیقاتی مورد علاقه ایشان عبارتند از: نظریه کدگذاری، نظریه اطلاعات، مخابرات بیسیم، سیستم های MIMO، پردازش فضا-زمان و زمینه های مرتبط با مخابرات دیجیتال.
- سجاد عزیزاده** تحصیلات خود را در مقاطع کاردانی و کارشناسی مهندسی برق گرایش الکترونیک به ترتیب در سال‌های ۱۳۸۳ و ۱۳۸۶ از دانشگاه صنعتی شیراز و دانشگاه شهید رجایی به پایان رسانده است. وی همچنین مدرک کارشناسی ارشد مهندسی مخابرات را در سال ۱۳۸۹ از دانشگاه امام حسین (ع) اخذ نمود. زمینه‌های علمی و تحقیقاتی مورد علاقه ایشان عبارتند از: سیستم های مخابراتی UWB، پردازش آماری سیگنال های دیجیتال، مخابرات آماری (تخمین و آشکارسازی) و کاربرد آن در سیستم‌های مخابراتی بی‌سیم، کاربرد سیگنالینگ معکوس زمانی در کانال‌های چند مسیره فرکانس انتخابی، مدل‌سازی کانال‌های چند مسیره بی‌سیم (درون و برون ساختمانی)، سیستم‌های مخابراتی چند ورودی- چند خروجی (MIMO) و شبکه‌های رادیویی شناختمند.
- مجید اخوت** در سال ۱۳۶۴ مدرک کارشناسی مهندسی برق خود را از دانشگاه صنعتی امیرکبیر (پلی تکنیک تهران) و در سال ۱۳۷۰ مدرک کارشناسی ارشد مهندسی برق گرایش مخابرات سیستم خود را از دانشگاه صنعتی خواجه نصیر الدین طوسی دریافت نمود. نام‌برده در سال ۱۳۸۰ موفق به اخذ درجه دکترا در مهندسی برق گرایش مخابرات میدان از دانشگاه تربیت مدرس گردید. وی هم‌اکنون استادیار دانشکده مهندسی برق دانشگاه امام حسین (ع) است. زمینه‌های علمی و تحقیقاتی مورد علاقه ایشان شامل پردازش سیگنال‌های راداری و اندازه گیری آنتن می باشند.
- system," *EURASIP J. on Wireless Communications and Networking*, vol. 7, no. 1, pp. 1-11, Apr. 2007.
- [10] T. Strohmer, M. Emami, J. Hansen, G. Papanicolaou, and A. J. Paulraj, "Application of time reversal with MMSE equalizer to UWB communications," in *Proc. IEEE Global Telecommunications Conf., Dallas, Texas*, vol. 5, pp. 3123-3127, Nov./Dec. 2004.
- [11] C. Zhou, N. Guo, and R. C. Qiu, "Time - reversed ultra wideband (UWB) multiple input - multiple output (MIMO) based on measured spatial channels," *IEEE Trans. on Vehicular Technology*, vol. 58, no. 6, pp. 2884-2898, Jul. 2009.
- [12] H. Nguyen, F. Zheng, and T. Kaiser, "Antenna selection for time reversal MIMO UWB systems," in *Proc. IEEE 69th Vehicular Technology Conf., Barcelona, Spain*, 5 pp., Apr. 2009.
- [13] D. Abbasi-Moghadam and V. T. Vakil, "A single input-multiple output time reversal UWB communication system," *Wireless Personal Communications*, 17 pp., Jun. 2011, DOI: 10.1007/s11277-011-0346-z.
- [14] I. H. Naqvi, P. Besnier, and G. El Zein, "Robustness of a time - reversal ultra - wideband system in non - stationary channel environment," *IET Microwaves, Antennas and Propagation*, vol. 5, no. 4, pp. 468-475, Mar. 2011.
- [15] T. Kaiser and F. Zheng, *Ultra Wideband Systems with MIMO*, John Wiley & Sons Ltd., UK, 2010.
- [16] X. Liu, B. Z. Wang, S. Xiao, and S. Lai, "Post-time-reversal MIMO ultrawideband transmission scheme," *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, vol. 58, no. 5, pp. 1731-1738, May 2010.
- [17] J. H. Reed, *An Introduction to Ultra Wideband Communication Systems*, Prentice Hall PTR, Apr. 2005.
- [18] H. Sheng, R. You, and A. M. Haimovich, "Performance analysis of ultra - wideband rake receivers with channel delay estimation errors," in *Proc. Conf. Information Sciences and Systems, CISS'04*, vol. 1, pp. 921-926, Mar. 2004.
- [19] H. K. Bizaki and A. Falahati, "Tomlinson - harashima precoding with imperfect channel state information," *IET. Communication J.*, vol. 2, no. 1, pp. 151-158, Jan. 2008.
- [20] T. O. Lewis and P. L. Odell, *Estimation in Linear Models*, Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 1971.
- [21] J. R. Foerster, Channel Modeling Sub-Committee Report Final, Tech. Rep., Wireless Personal Area Network (WPAN), P802.15-02/490r1-SG3a, 2003.

Archive