مجله پژوهشي دانشگاه اصفهان (علوم پايه)
جلد بيست و يكم- شماره ۱- سال ۱۳۸٤
صص ۵۲ - ٤۳

تغییرات زاویه سمت‌گیری مولکول‌های بلور مایع نماتیک (θ) برحسب فاصله عمودی در یک تیغه نازک

محمدعلی شاهزمانیان و مجید غفاری

گروه فیزیک دانشگاه اصفهان

چکیده

در اين مقاله يك تيغه نازك بلور مايع نماتيك محبوس بين دو ديواره موازي به ضخامت d با شرط چنگ‌زدگي قوي مولكولي و ميدان مغناطيسي عمود بر سطح تيغه بررسي شده است. آنگاه با استفاده از محاسبات عددي، اثر ضخامت تيغه بر ميدان بحراني، B_c، اثر ميدان مغناطيسي بر بيشينه‌ي واپيچش، θ_m، و تغييرات θ (زاويه صف‌بندي مولكول‌ها با محور آسان از مركز نمونه) برحسب فاصله از مركز تيغه مورد مطالعه قرار گرفته و به نتايج زير دست يافته‌ايم:

ميدان بحراني B_c با ضخامت تيغه تقريبا نسبت عكس دارد، با افزايش ميدان مغناطيسي، بيشينه‌ي واپيچش در مركز نمونه، θ_m، افزايش مي‌يابد و تغييرات θ برحسب فاصله از مركز تيغه براي زاويه‌هاي كوچك دقيقاً كسينوسي و ديگر زوايا با دقت بالايي تقريباً كسينوسي است.

واژه‌های کلیدی: بلورهای مایع، گذار فردریکز، نماتوهیدرودینامیک، چسبندگی.

Changes of the Angle Alignment of Nematic Molecules (θ) with Respect to Vertical Distance in a Narrow Slab

M. A. Shahzamanian and M. Ghafari

Department of Physics, University of Isfahan

Abstract

In this paper the planar alignment is considered by using numerical calculations, the effect of the thickness of the slab on the threshold field (B_C) and effect of exerted magnetic field on the maximum distortion (θ_m) in the center of the sample have been shown. Finally, changes of angle alignment of nematic molecules (θ) for a narrow slab in a magnetic field are investigated.

Keywords: Nematic liquid crystal, Phase transition, Surfaces and boundary condition, Material and magnetic properties

مقدمه

براي بلورهاي مايع نماتيك، معمولاً دو لايه مرزي معروف به لايه مرزي هوموتروپيك[1] و سطحي[2] مورد مطالعه قرار مي‌گيرد. در مورد لايه مرزي هوموتروپيك جهت آسان عمود بر صفحه سطح بلور مايع و در مورد لايه مرزي سطحي جهت آسان منطبق بر صفحه سطح بلور مايع مي‌باشد. يك جهت مرجع كه محور طولي مولكول ها در هر ناحيه كوچكي از بلور مايع در امتداد آن صف‌بندي

١. Homotropic

٢. Planar

مي‌كنند را بردار يكه جهت نماي $\vec{n}$ ناميده و آن جهت‌هايي از $\vec{n}$ كه انرژي سطحي را كمينه مي‌كند، جهت‌هاي آسان گويند كه اين جهت‌ها بستگي به طبيعت محيط خارجي بلور مايع دارند (١و٢).

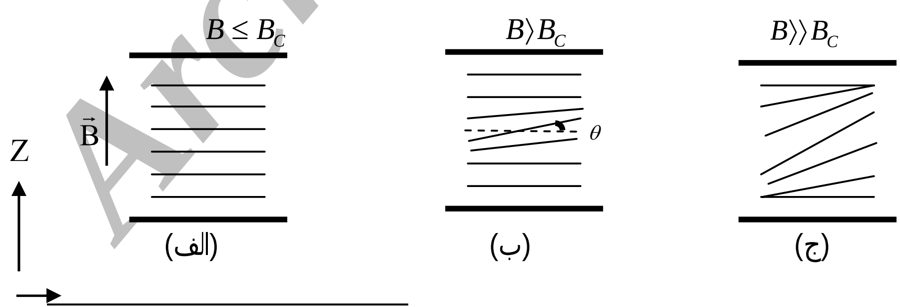
يك تيغه نازك بلور مايع نماتيك محبوس بين دو صفحه موازي را با شرط چنگ‌زدگي قوي مولكولي در سطح صفحات در نظر مي‌گيريم. در حضور ميدان‌هاي مغناطيسي كوچك، مولكول‌ها هيچگونه پاسخي به ميدان اعمالي نداده، لذا در اين مورد ميتوان گفت: ساختار مختل نشده[٣] حتي در حضور ميدان مغناطيسي B نيز شرايط تعادل موضعي را ارضاء مي‌كند.

براي ميدان‌هاي مغناطيسي بزرگ، حالت بهينه متناظر با يك ساختار ديگري (پيكربندي واپيچيده[٤]) مي‌باشد. در اين حالت مولكول‌ها تقريباً، در امتداد ميدان اعمالي B به جز در دو ناحيه گذاري نازك نزديك هر يك از ديواره‌ها در داخل تيغه صف‌بندي مي‌كنند.

در يك مقدار بحراني معين B_C از ميدان اعمالي، يك گذار فازي بين دو پيكربندي مختل نشده و پيكربندي واپيچيده اتفاق مي‌افتد. گذار فوق اولين بار توسط فردريكز[٥] در سال ١٩٢٧ به وسيله آشكارسازهاي نوري مشاهده و مورد مطالعه قرار گرفت (٣) و نشان داد كه ميدان بحراني B_C متناسب با عكس ضخامت نمونه مي‌باشد، يعني: ثابت = $B_C d$

به عنوان مثال يك تيغه نازك بلور مايع نماتيك محبوس به ضخامت d را در نظر مي‌گيريم، شكل (يک). شرط مرزي اين است كه در $z = \pm d/2$، بلور مايع نماتيك به‌طور قوي چنگ‌زده مي‌شود.

براي $B \le B_C$ حالت تعادلي در شكل (١- الف) نشان داده شده است (بردار جهت‌نما در هر جا در امتداد Y است). در اين حالت افت و خيزهاي كوچك بردار جهت نما كاهش مي‌يابد زيرا گشتاور كشساني بايد از گشتاور مغناطيسي ناپايدار، بزرگ‌تر باشد.



٣. Unperturbed configuration

٤. Distorted configuration

٥. Frederiks

Y

شكل١

براي $B > B_C$ يك حالت تعادل ناپايدار وجود دارد بنحوي كه در كم‌ترين افت و خيزها سيستم به حالت تعادل (ب) در شكل يك مي‌رود.

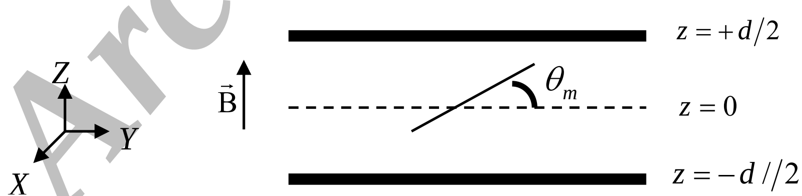
اگر B از مقدار B_C بدون هيچگونه محدوديتي افزايش پيدا كند در اين صورت زاويه بين بردار جهت نما و صفحه XOY در وسط تيغه ميتواند از صفر تا ۹۰ درجه تغيير كند، شكل (۱- ج).

در كارهاي نظري و تجربي، بخصوص در بررسي خواص ديناميكي، الكترومغناطيسي و اپتيكي بلورهاي مايع نماتيك بافت‌دار به تغييرات θ (زاويه صف‌بندي مولكول‌ها با محور آسان از مركز نمونه) برحسب فاصله از مركز تيغه نياز است. بنابراين هدف اصلي اين مقاله به دست آوردن اين تغييرات است.

روش ما در اين مقاله بدين صورت است كه: در بخش دوم لايه مرزي سطحي مورد مطالعه قرار گرفته و از آن جا كه هدف ما بررسي تغييرات θ برحسب فاصله از مركز تيغه مي‌باشد، لذا با استفاده از محاسبات عددي ابتدا اثر ضخامت تيغه بر ميدان بحراني، B_C، بررسي شده و با استفاده از نتايج به دست آمده اثر ميدان مغناطيسي بر بيشينه‌ی واپيچش، θ_m، مورد مطالعه و سپس تغييرات θ برحسب فاصله از مركز تيغه مورد بررسي قرار گرفته است. سرانجام در بخش سوم بحث و نتيجه‌گيري صورت گرفته است.

لايه مرزي سطحي و ميدان مغناطيسي عمود بر سطح مرزي

يك تيغه نازك بلور مايع نماتيك به ضخامت d كه ميدان مغناطيسي B عمود بر تيغه‌هاي آن قرار دارد را در نظر مي‌گيريم، شكل دو.



شكل ٢

اگر ميدان مغناطيسي را در راستاي محور Z و زاويه بين سمت‌گيري موضعي بردار جهت‌نما و صفحه XOY را برابر(z) θ بگيريم، داريم:

$$\vec{n} = (0, \cos\theta(z), \sin\theta(z))$$ ١

چگالي انرژي آزاد تيغه را ميتوان به صورت زير نوشت (١):

$$f = f_0 + \frac{1}{2}[K_1(div\vec{n})^2 + K_2(\vec{n}.curl\vec{n})^2 + K_3(\vec{n}\times curl\vec{n})^2] - \frac{1}{2}\frac{\chi_\alpha}{\mu_0}(\vec{n}.\vec{B})^2$$ ٢

كه در آن f_0 ، چگالي انرژي آزاد راستاي يكنواخت (بدون بافت) است، جملات داخل كروشه، چگالي انرژي آزاد بافت و جمله آخر مربوط به اثر ميدان مغناطيسي مي‌باشد و در نهايت K_1 ، K_2 و K_3 ثابت‌هاي كشساني بلور مايع هستند. با جاي‌گذاري رابطه ١ در معادله ٢، چگالي انرژي آزاد به صورت زير خواهد شد (١):

$$f = f_\circ + \frac{1}{2}\left[(K_1\cos^2\theta + K_3\sin^2\theta)(\frac{d\theta}{dz})^2 - \frac{\chi_\alpha}{\mu_0}B^2\sin^2\theta\right]$$ ٣

با استفاده از معادله اويلر-لاگرانژ براي كمينه كردن چگالي انرژي آزاد و با توجه به شرط مرزي كه در $z = 0$ ، θ مقدار بيشينه θ_m مطابق با بيشترين واپيچش را دارد، خواهيم داشت:

$$(\frac{dz}{d\theta})^2 = \frac{\mu_0}{B^2\chi_a}\frac{K_1 + (K_3 - K_1)\sin^2\theta}{\sin^2\theta_m - \sin^2\theta}$$ ٤

در تقريب زواياي كوچك $(\sin\theta \cong \theta, \sin\theta_m \cong \theta_m)$ و با اعمال تقريب يك ثابتي $K_1 = K_2 = K_3 = K$ داريم:

$$\frac{dz}{d\theta} = \frac{1}{B}\left[\frac{\mu_0}{\chi_a}\frac{K}{\theta_m^2 - \theta^2}\right]^{1/2}$$ ٥

جواب معادله ديفرانسيل ٥ برابر است با:

$$\theta = \theta_m \cos(\frac{\pi}{d}z)$$ ٦

كه به وضوح معلوم است كه θ_m بيشينة θ در $z = 0$ مي باشد.

رابطه ٤ مبناي محاسبات اين مقاله است كه در موارد مختلف اثر ضخامت تيغه بر ميدان بحراني، B_C ، اثر ميدان مغناطيسي بر بيشينه‌ي واپيچش، θ_m و بالاخره تغييرات θ برحسب فاصله از مركز تيغه را مورد بررسي قرار مي‌دهيم.

الف- اثر ضخامت تيغه بر ميدان بحراني (B_C)

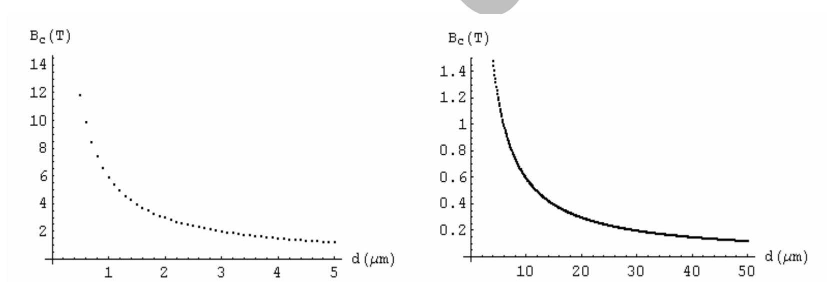
هنگامي كه ميدان مغناطيسي B به اندازه بسيار كمي از مقدار بحراني B_C بيشتر باشد، گذار فردريكز در بلور مايع اتفاق مي‌افتد. آزمايش‌هاي NMR (٤) نشان مي‌دهد كه مقدار θ_m تقريباً يك صدم درجه مي‌باشد، بنابراين با توجه به رابطه ٤ ميتوان نوشت:

$$B_C = \frac{2}{d}\left(\frac{\mu_0}{\chi_\alpha}\right)^{1/2} \int_0^{\theta_m = \frac{0.01\pi}{180}} \left[\frac{K_1 + (K_3 - K_1)\sin^2\theta}{\sin^2\left(\frac{0.01\pi}{180}\right) - \sin^2\theta}\right]^{1/2} d\theta \qquad ٧$$

همانطور كه مشاهده مي‌شود ميدان بحراني B_C متناسب با عكس فاصله بين دو تيغه، d، است. در شكل سه نمودار تغييرات B_C برحسب d براي ماده $MBBA$ در مقياس‌هاي متفاوت با توجه به داده‌هاي جدول يک رسم شده است.

جدول ١: داده‌هاي مورد نياز براي بلور مايع نماتيك $MBBA$ (١) .

K_1	K_3	μ_0	χ_α
5.3×10^{-12}	4.45×10^{-12}	$4\pi\times10^{-7}$	9.56×10^{-7}



شكل ٣: اثر ضخامت تيغه بر ميدان بحراني (B_C)

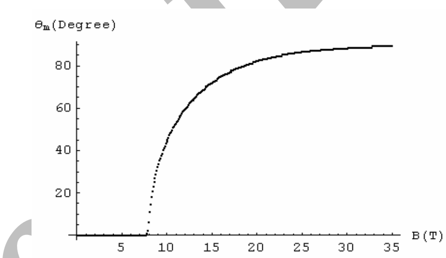
فردريكز نشان داد كه، B_C متناسب با عكس ضخامت نمونه مي‌باشد، در حاليكه ما وابستگي بين B_C و d را همانطور كه نشان داديم با دقت بالاتري به دست آورده‌ايم.

ب- اثر ميدان مغناطيسي بر بيشينه‌ي واپيچش (θ_m)

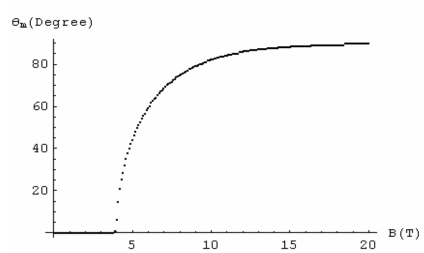
با توجه به رابطه ٤ ميتوان نوشت:

$$B=\frac{2}{d}\left(\frac{\mu_0}{\chi_\alpha}\right)^{1/2}\int_{\theta=0}^{\theta=\theta_m}\left[\frac{K_1+(K_3-K_1)\sin^2\theta}{\sin^2\theta_m-\sin^2\theta}\right]^{1/2}d\theta \qquad ۸$$

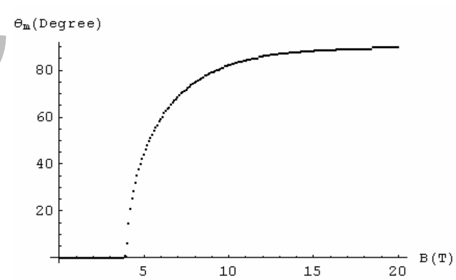
براي رسم نمودار تغييرات θ_m برحسب B براي ماده $MBBA$ در مقياس‌هاي متفاوت (d) بدين صورت عمل مي‌كنيم، براي هر نمودار، ابتدا با استفاده از نمودارهاي شكل سه، يك d، متناظر با يك B_C اختيار نموده و با توجه به اين كه به ازاي هر $B \le B_C$، θ_m برابر صفر مي‌باشد، براي هر $B \rangle B_C$، با توجه به داده‌هاي جدول يك و مقدار معلوم d، با محاسبات عددي θ_m را بگونه‌اي اختيار مي‌كنيم تا رابطه ۸ برقرار شود.



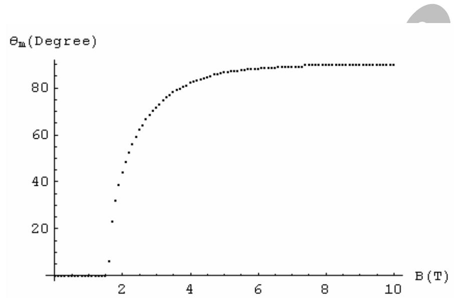
الف: d= ۱µm



ب: d= ۲µm



ج: d= ۳,۹µm



د: d= ۵µm

شكل٤: اثر ميدان مغناطيسي بر θ_m

همانطور كه از نمودارهاي شكل چهار مشاهده مي‌شود، با افزايش ميدان مغناطيسي، θ_m صفر مي‌ماند و از يك B مشخص (B_C)، هم زمان با افزايش B، θ_m شروع به افزايش كرده و سپس ثابت مي‌ماند، به عنوان مثال در نمودار (٤-ب) θ_m به ازاي $B = ۳/۹\,T$ از صفر شروع به افزايش كرده و از $B = ۱۶/٤\,T$ به بعد با اختيار كردن مقدار ۸۹ درجه ثابت مانده است.

خاطرنشان مي‌كنيم كه حل تحليلي رابطه انتگرالي ۸ به صورت زير مي‌باشد (۲):

$$B = \frac{2B_C}{\pi}(1+\kappa\sin^2\theta_m)^{-\frac{1}{2}}\prod(\alpha^2,k) \qquad ۹$$

که در آن

$$B_C = \frac{\pi}{d}(\frac{\mu_0 K_1}{\chi_\alpha})^{\frac{1}{2}},$$
$$\kappa = (K_3 - K_1)/K_1,$$
$$\alpha^2 = \kappa\sin^2\theta_m/(1+\kappa\sin^2\theta_m),$$
$$k^2 = \sin^2\theta_m(1+\kappa)/(1+\kappa\sin^2\theta_m),$$

و $\prod(\alpha^2,k)$ انتگرال بيضوي كامل نوع سوم مي‌باشد.

ما در اين جا رابطه انتگرالي ۸ را با روش محاسبات عددي حل نموده‌ايم.

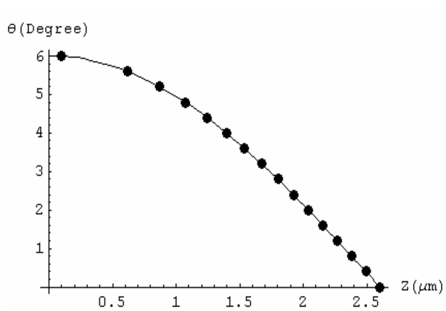
ج- تغييرات θ بر حسب فاصله از مركز تيغه

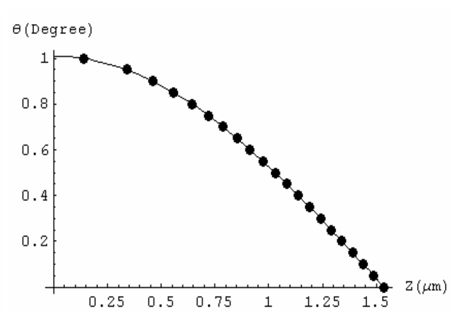
با توجه به رابطه ٤ ميتوان نوشت:

$$z = \frac{1}{B}(\frac{\mu_0}{\chi_\alpha})^{1/2}\int[\frac{K_1+(K_3-K_1)\sin^2\theta}{\sin^2\theta_m-\sin^2\theta}]^{1/2}d\theta \qquad ۱۰$$

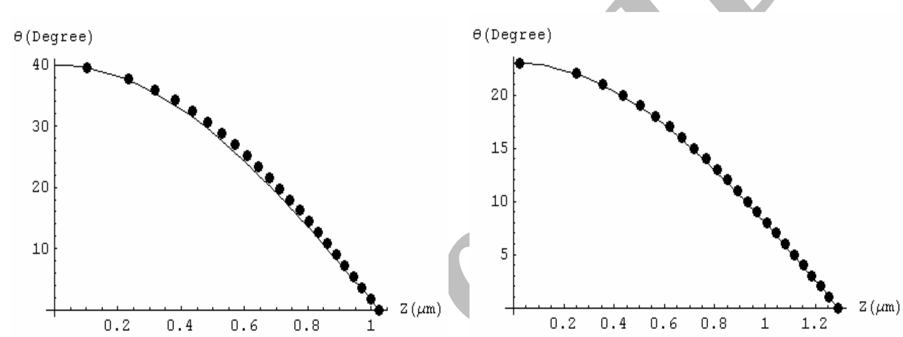
براي رسم نمودار تغييرات θ برحسب فاصله از مركز تيغه براي ماده MBBA در مقياس‌هاي متفاوت (B و θ_m) بدين صورت عمل مي‌كنيم. براي هر نمودار، ابتدا با استفاده از نمودارهاي شكل چهار، يك B، متناظر با يك θ_m اختيار نموده آنگاه به ازاي هر $z \geq 0$، با توجه به داده‌هاي جدول یک و محاسبات عددي θ را به گونه‌اي اختيار مي‌كنيم تا رابطه ۱۰ برقرار شود و محاسبات را تا رسيدن به اين شرط كه در بيشترين مقدار z، $z_{\max} = d/2$، مي‌بايست θ برابر صفر باشد ادامه مي‌دهيم و در نهايت مجموعه نقاط به دست آمده را روي صفحه مختصات نمايش مي‌دهيم.

هم چنين نمودار تغييرات θ برحسب فاصله از مركز تيغه را با استفاده از رابطه ٦ كه مختص زواياي كوچك مي‌باشد و داشتن مقدار معلوم d، $z_{\max} = d/2$، براي زواياي مختلف با خطوط پيوسته به منظور مقايسه با نمودارهاي نقطه چين، رسم نموده‌ايم.





ب: $\theta_m = 6.01^\circ, B = 1.6T$ الف: $\theta_m = 1.01^\circ, B = 2.7T$



د: $\theta_m = 40.01^\circ, B = 4.8T$ ج: $\theta_m = 23.01^\circ, B = 3.4T$

شکل۵: تغییرات θ برحسب فاصله از مرکز تیغه

همانطور که از نمودارهاي شکل پنج مشاهده مي‌شود تغییرات θ برحسب فاصله از مرکز تیغه براي زوایاي کوچك دقیقاً کسینوسي و براي دیگر زوایا با دقت بالایي تقریباً کسینوسي است.

بحث و نتیجه‌گیري

در این مقاله یك تیغه نازك بلور مایع نماتیك محبوس بین دو دیواره موازي به ضخامت d با شرط چنگ‌زدگي قوي مولکولي و میدان مغناطیسي عمود بر سطح تیغه را بررسي کرده، آنگاه با استفاده از محاسبات عددي، اثر ضخامت تیغه بر میدان بحراني، B_C، اثر میدان مغناطیسي بر بیشینه‌ی واپیچش، θ_m و تغییرات θ برحسب فاصله از مرکز تیغه را مورد مطالعه قرار داده و به نتایج زیر دست یافتیم:

۱- ميدان بحراني B_C با ضخامت تيغه تقريبا نسبت عكس دارد.

۲- با افزايش ميدان مغناطيسي، بيشينه‌ی واپيچش در مركز نمونه، θ_m، افزايش مي‌يابد و اين بدليل آن است كه با زيادشدن ميدان مغناطيسي، اثر برهم كنش مولكول‌ها با ديواره‌هاي محبوس كننده يا به عبارتي نظم تحميل شده از سطوح مرزي بر روي مولكول‌ها، در مركز نمونه ضعيف‌تر مي‌شود و مولكول‌ها تمايل بيشتري به صف‌بندي در جهت ميدان پيدا مي‌كنند.

۳- تغييرات θ برحسب فاصله از مركز تيغه براي زاويه‌هاي كوچك دقيقاً كسينوسي و ديگر زوايا با دقت بالايي تقريباً كسينوسي بوده، بدين معنا كه در $z=0$ ، $\theta=\theta_m$ و در $z=d/2$ ، $\theta=0$ مي‌باشد.

البته منحني تغييرات θ برحسب فاصله كه در اكثر محاسبات خواص الكترومغناطيسي و ديناميكي اين تيغه‌هاي نماتيك مورد استفاده است در اين مقاله به دست آمد. يكي از موارد استفاده آن در محاسبه گشتاور وارد بر تيغه نماتيك در يك نوسانگر پيچشي است، كه محاسبات تحليلي در موارد ميدان‌هاي مغناطيسي $B \cong B_C$ و $B \rangle\rangle B_C$ توسط اينجانبان انجام شده است (٦ و٥). نتايج اين مقاله براي محاسبات عددي گشتاور وارد بر تيغه نوسانگر در ميدان‌هاي متوسط مورد استفاده خواهد بود، اين مساله تحت بررسي است.

منابع

۱- شاهزمانيان، م. ع، غفاري، م. مجله پژوهش فيزيك ايران، ٤ (۱۳۸۳) ۱۱۷.

۲. P. G. De Gennes and J. Prost (The Physics of Liquid Crystals, 2^{nd} ed, Oxford University Press, 1993).

۳. W. H. de Jeu, Physical Properties of Liquid Crystalline Materials (Gordon and Breach 1980).

٤. V. Frederiks and V. Zolina, Cited in refrence [1] Trans. Faraday Soc. 29, 919 (1933).

٥. M. A. Shahzamanian and Babaei, MSM–99–B, Editors: A. Akhavan, J. Jensen and K. Kitazawa, World Scientific (1999).

٦. M. A. Shahzamanian and M. Ghafari, J. Mol. Cryst. Liq. Cryst., Vol. 414, pp. 11 – 25, 2004.