فصلنامه علمی پژوهشی رفاه اجتماعی، سال پنجم، شماره ۲۰

کاربرد رگرسیون چندک در تحلیل سلامت روانی

محمدتقی انصاری*، محمد بامنی‌مقدم**، علیرضا خوشگویانفرد***، عزت‌اله سام‌آرام****

طرح مسئله: *رگرسیون معمولی اساساً برای میانگین شرطی ساخته می‌شود؛ به این معنا که رابطهٔ بین میانگین و برخی متغیرهای تشریحی (تبیینی) را از طریق یک الگوی آماری نمایش می‌دهد. در این باره، ضروری است برخی از پذیره‌ها مانند نرمال بودن داده‌ها با یک درجهٔ اطمینان قابل قبولی در داده‌ها صادق باشند تا استنباطهای صحیحی از الگو به دست آید. بنابراین، اگر به معیاری بجز میانگین علاقه‌مند باشیم یا آنکه این پذیره‌ها به دلیل داده‌های پرت صادق نباشد این الگو مناسب نخواهد بود. این در حالی است که رگرسیون چندک نسبت به داده‌های پرت، استوار بوده و توانایی ساختن الگویی را برای هر نوع چندک دارد.*

روش: *در این مقاله به کاربرد رگرسیون چندک در تحلیل داده‌های سلامت روان پرداخته شده است. در این پژوهش رگرسیون چندک رابطه سن را با سلامت روان مردان و زنان به گونه‌ای نشان می‌دهد که با رگرسیون میانگین نمایش‌پذیر نیست.*

یافته‌ها و نتایج: *این تحلیل نشان می‌دهد که نقش سن در سلامت روانی به‌طور فاحش برای مردان و زنان توسط چندک متفاوت است.*

کلیدواژه‌ها: چولگی، رگرسیون معمولی، روش حداقل مربعات، سلامت روان، کمترین انحرافات مطلق

تاریخ دریافت: *۸۴/۱۱/۵* ***تاریخ پذیرش:*** *۸۵/۲/۲۰*

* کارشناس ارشد مهندسی صنایع، عضو هیئت علمی سازمان پژوهشهای علمی و صنعتی ایران <mtxansari@yahoo.com>

** دکتر آمار، عضو هیئت علمی دانشگاه علامه طباطبایی

*** کارشناس ارشد آمار، پژوهشگر ارشد سازمان صدا و سیمای جمهوری اسلامی ایران

**** دکتر مددکاری، عضو هیئت علمی دانشگاه علامه طباطبایی

Archive of SID

www.SID.ir

مقدمه

همان‌گونه که در ادبیات آماری مشخص است روشهای آماری برای بررسی خصوصیات خاصی از توزیع یک متغیر تصادفی به کار می‌روند. الگوی رگرسیون معمولی به بررسی رابطهٔ میانگین توزیع متغیر تصادفی Y با تعدادی متغیر تشریحی کمک می‌کند. برای روشن شدن مطلب، یک الگوی رگرسیون خطی را با تنها یک متغیر تشریحی به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$Y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i \qquad (۱)$$

که در آن ε_iها متغیرهای تصادفی، α و β پارامترهای نامعلوم که باید برآورد شوند و سرانجام X_i مقادیر معلوم از متغیر تشریحی هستند. در صورتی که $E(\varepsilon_i) = ۰$ باشد، آنگاه می‌توان الگوی (۱) را به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$E(Y_i) = \alpha + \beta x_i \qquad (۲)$$

کمیت $E(Y_i)$ را میانگین شرطی[1] متغیر تصادفی Y می‌نامند و به همین دلیل آن را با $E(Y/x_i)$ نیز نشان می‌دهند. بنابراین، الگوی (۲) بیان می‌کند که میانگینهای Y در سطوح مختلف متغیر تشریحی در امتداد یک خط راست قرار دارند. به عبارت دیگر، متغیر تصادفی Y در هر سطح از متغیر تشریحی دارای توزیعی است که میانگینهای این توزیعها روی یک خط راست جای گرفته‌اند. یکی از حالاتی که چنین رابطه‌ای قطعاً برقرار می‌شود، زمانی است که دو متغیر X و Y توزیع نرمال دو متغیره را تشکیل دهند. در این باره، پذیره‌های استقلال، صفر بودن مقادیر مورد انتظار، واریانس مشترک و نرمال بودن ε_iها از مواردی هستند که باید برقراری آنها در داده‌ها محرز باشد $[\varepsilon_i \overset{iid}{\sim} N(۰,\sigma^۲)]$. در غیر این صورت، یعنی وقتی که پذیره‌ها صادق نباشند، باعث ایجاد برآوردگرهای اریبی برای پارامترها و واریانسهای متناظر خواهد شد و به تبع آن، هر گونه استنباطی براساس یک چنین الگویی از درجهٔ اعتبار ساقط خواهد بود.

1. Conditional Mean

Archive of SID

www.SID.ir

از آنجا که میانگین یکی از معیارهای تمرکز است، آگاهی از آن بـه تنهـایی نمـی‌توانـد اطلاعات کاملی از شکل توزیع به همراه داشته باشد. با توجه بـه ایـن واقعیـت، رگرسـیون معمولی نیز ممکن است نتواند اطلاعات کافی دربارهٔ شکل توزیـع متغیـر تصـادفی تحـت مطالعه را در سطوح مختلف متغیر تشریحی به دست دهـد. در ایـن جهـت، چنـدکها[1] کـه معیارهای دیگری برای تمرکز هستند «در کنار هم» می‌توانند شکل توزیـع را جـامع‌تـر بـه تصویر بکشند. برای مثال، اگر فاصله دهکها از یکدیگر تقریبـاً برابـر باشـد، انتظـار داریـم توزیع «نسبتاً هموار» یا یکنواختی داشته باشیم. همچنین اگر دهکهای بـالایی دارای فاصـلهٔ زیاد و دهکهای پایینی فاصلهٔ کمی از یکدیگر داشته باشند، توزیع به سـمت راسـت چولـه خواهد بود. اکنون اگر مانند رگرسیون معمولی که برای میانگین به کار می‌رود، یـک شـیوهٔ رگرسیونی برای چندکها وجود داشته باشد، قادر خواهیم بـود شـکل توزیـع را در سـطوح مختلف متغیر تشریحی به دست آوریم.

هدف از این مقاله کسب آشنایی بیشتر نسبت به کاربردهای رگرسـیون چنـدک و ارائـه یک نمونه در زمینه یکی از مسائل روان‌شناسی اجتماعی است.

۱) چارچوب نظری

همان‌طور که در بخش قبل اشاره شد، الگوی رگرسـیون معمـولی ماننـد الگـوی (۲) بـرای میانگین شرطی برازش داده می‌شـود. الگـوی رگرسـیون چنـدک بـا ایـده‌ای مشـابه بـرای چندکهای شرطی[2] به کار می‌رود. مانند رگرسـیون معمـولی (میـانگین)، کاربردهـایی نظیـر بررسی رابطهٔ متغیرهای تشریحی با چندکها و همچنین پـیش‌بینـی آنهـا بـرای ایـن نـوع از رگرسیون نیز میسر است. با وجود این، شاید مهم‌ترین کاربرد رگرسیون چنـدک، شناسـایی شکل توزیع متغیر وابستهٔ الگو در سطوح گوناگون متغیر تشریحی باشد؛ این کار با بـرازش الگوی رگرسیونی متعدد بر یک مجموعه داده به ازای چندکهای مختلف صورت می‌گیرد.

برای ارائهٔ تعریف دقیقی از الگوی رگرسیون چندک $\theta \in (0,1)$ام، ابتـدا الگـوی (۱) را

1. Quantiles
2. Conditional Quantile

Archive of SID

www.SID.ir

به صورت $Y_i = \alpha_\theta + \beta_\theta x_i + \varepsilon_{\theta i}$ بازنویسی می‌کنیم. الگوی رگرسیون سادهٔ خطی چندک $\theta \in (۰,۱)$ام (کونکر و باست ۱۹۷۸) عبارت است از:

$$Q_{\theta i} = \alpha_\theta + \beta_\theta x_i \qquad i = ۱,..,n \qquad (۳)$$

که در آن $Q_{\theta i}$ چندک $\theta \in (۰,۱)$ام متغیر تصادفی Y را در سطح iام متغیر تشریحی نشان می‌دهد. توجه کنید که این الگو معادل الگوی (۱) است هنگامی که چندک $\theta \in (۰,۱)$ام متغیر تصادفی ε به ازای تمام سطوح متغیر تشریحی برابر با صفر است.

شیوهٔ برآورد پارامترهای الگوی رگرسیون معمولی بر حداقل کردن مربع باقیمانده‌های (انحرافات) الگو مبتنی است که روش حداقل مربعات[1] نامیده می‌شود. در این روش، منحنی رگرسیونی به گونه‌ای برازش داده می‌شود که در مجموع فاصلهٔ نقاط از آن به حداقل برسد. در رگرسیون چندک برخلاف رگرسیون معمولی از حداقل نمودن مجموع قدر مطلق باقیمانده‌های (انحرافات) موزون برای برآورد پارامترهای الگو استفاده می‌شود که به آن روش حداقل قدر مطلق انحرافات[2] یا LAD گفته می‌شود. این معیار برای الگوی (۳) به قرار زیر است:

$$\phi_{LAD} = \theta \sum_{i/\,y_i \le \alpha_\theta + \beta_\theta x_i} (y_i - \alpha_\theta - \beta_\theta x_i) + (۱-\theta) \sum_{i/\,y_i > \alpha_\theta + \beta_\theta x_i} (y_i - \alpha_\theta - \beta_\theta x_i) \qquad (۴)$$

به این ترتیب، خط برازشی به گونه‌ای است که $۱۰۰\times\theta$ درصد نقاط تقریباً زیر آن و باقی آنها بالای خط قرار می‌گیرند. گفتنی است که بنا بر محاسبات (کونکر و باست ۱۹۷۸):

۱. برخلاف روش حداقل مربعات، روش حداقل قدر مطلق انحرافات نسبت به داده‌های دورافتاده[3] استوار[4] است. این ویژگی ناشی از آن است که برخلاف اهمیت اندازهٔ باقیمانده‌ها در روش حداقل مربعات، در این روش فقط علامت باقیمانده‌ها مورد توجه

1. Least Squares
2. Least Absolute Deviations (LDA)
3. Outliers
4. Robust

Archive of SID

www.SID.ir

قرار می‌گیرد. بنابراین، تعداد باقیمانده‌هایی (انحرافاتی) که بیشتر (مثبت) یا کمتر (منفی) از چندک موردنظرند و نه مقدار بزرگی آنها در برآوردها اثرگذار است. پس، داده‌های دورافتاده که تأثیر خود را از طریق بزرگی باقیمانده‌ها نشان می‌دهند، نمی‌توانند برآوردهای LAD را متأثر سازند.

۲. شکل بسته‌ای برای برآورد پارامترهای این الگو وجود ندارد و از روشهای عددی برای برآورد آنها استفاده می‌شود. همچنین، جوابهای نهایی الگوی رگرسیون چندک می‌تواند یکتا نباشد. البته یافتن جواب یکتا با انتخاب یک معیار مناسب میسر است. برای مثال، مسئلهٔ یافتن میانهٔ ۱۰ عدد را به یاد بیاورید که برای این منظور، میانگین عدد پنجم و ششم به‌عنوان میانه در نظر گرفته می‌شود. این در حالی است که کلیهٔ اعداد بین عدد پنجم و ششم می‌توانند به‌عنوان میانه انتخاب شوند. در واقع، با یک قرارداد (معیار)، میانهٔ این اعداد به صورت منحصر به فردی تعیین می‌شود.

این بخش را با بررسی نحوهٔ شناسایی شکل توزیع با استفاده از رگرسیون چندک پایان می‌دهیم. برای این منظور ابتدا الگوهای متعددی به ازای چندکهای مختلف بر داده‌ها برازش داده می‌شود. سپس، برای سطحی از متغیر تشریحی که مورد نظر است، چندکها براساس الگوهای برازشی پیش‌بینی می‌شوند و از مقایسهٔ چندکهای پیش‌بینی شده به شکل توزیع در آن سطح از متغیر تشریحی پی می‌بریم. برای مثال، فرض کنید نه دهک از توزیع متغیر وابسته در سطحی از متغیر تشریحی به صورت حالت اول، دوم یا سوم جدول زیر پیش‌بینی شده است:

دهک	۰/۱	۰/۲	۰/۳	۰/۴	۰/۵	۰/۶	۰/۷	۰/۸	۰/۹
حالت اول	۳	۴	۶	۷	۸	۱۳	۱۹	۲۹	۳۷
حالت دوم	۳	۸	۱۱	۱۵	۱۹	۲۳	۲۷	۳۱	۳۷
حالت سوم	۳	۱۵	۲۲	۲۷	۲۹	۳۱	۳۲	۳۴	۳۷

Archive of SID

www.SID.ir

۱. حالت اول به توزیع چوله به راستی اشاره دارد. به فاصلهٔ بیشتر میان دهکهای بالایی در مقایسه با دهکهای پایینی توجه کنید. این نشان می‌دهد که ۴۰ درصد از مقادیر بزرگتر متغیر در فاصلهٔ وسیعی جای گرفته‌اند در حالی که ۶۰ درصد باقیمانده از مقادیر کوچکتر در فاصلهٔ کوتاه‌تری قرار دارند.
۲. حالت دوم نمایانگر یک توزیع نسبتاً هموار است زیرا فاصلهٔ دهکها تقریباً برابر است.
۳. حالت سوم وضعیتی عکس حالت اول دارد؛ یعنی توزیع چوله به چپی را نشان می‌دهد.

آنچه از طریق پیش‌بینی چندکها از طریق الگو به دست آمد به کمک رسم خطوط الگوهای برازشی نیز دست‌یافتنی است. در واقع، بررسی فاصلهٔ خطوط رگرسیونی چندکهای مختلف نیز می‌تواند فاصلهٔ چندکها را از یکدیگر در سطوح مختلف متغیر تشریحی نشان دهد. این ویژگی در بخش بعد هنگام بررسی یک مثال واقعی شرح داده می‌شود. خواننده می‌تواند بحثهای نظری مرتبط را در بوچنسکی (۱۹۹۸) و پاول (۱۹۸۹) دنبال کند.

۲) روش

۱ـ۲) روش پژوهش

روش تحقیق در پژوهش اصلی (سلامت روان شهروندان تهران)، روش پیمایشی بوده که با استفاده از پرسشنامه استاندارد سلامت عمومی GHQ_۲۸ انجام پذیرفته است.

۲ـ۲) جامعه آماری

در پژوهش اصلی، جامعه آماری کلیه سرپرستان خانوارهای شهر تهران هستند با حجم یک میلیون و چهارصد خانوار.

۳ـ۲) روش نمونه‌گیری

در پژوهش اصلی از روش نمونه‌گیری خوشه‌ای در مناطق ۲۲ گانه شهر تهران و در بین بلوکهای دو منطقه استفاده شده و مراجعه به خانوارها در هر بلوک به صورت تصادفی سیستماتیک انجام شده است.

Archive of SID

www.SID.ir

۴ـ۲) حجم نمونه

در پـژوهش اصـلی حجـم نمونـه بـا اسـتفاده از فرمـول کـوکران و رعایـت ضـریب نمونه‌گیری خوشه‌ای تعداد ۸۷۹ نفر برآورد شد که به همین تعداد پرسشنامه GHQ_۲۸ تکمیل گردید.

۵ـ۲) ابزار پژوهش

پرسشنامه سلامت عمومی (GHQ) برای ارزیـابی وضـعیت سـلامت روانـی طراحـی شـده است. GHQ_۲۸ نسخه‌ای از این پرسشنامه است که مشتمل بر ۲۸ گویه بوده و چهار خرده مقیاس را تحت پوشش قـرار مـی‌دهـد: اضـطراب، بـی‌خـوابی، کـج کـارکردی اجتمـاعی، افسردگی شدید و علائم جسمانی. یادآور می‌شود که عدم توافق احتمـالی دربـارهٔ تناسـب این ابزار اندازه‌گیری در اینجا خیلی مورد توجه نیست چرا که قصد ایـن مقالـه نشـان دادن این نکته است که رگرسیون چندک مناسب‌ترین روش آماری برای تحلیل این قبیل داده‌هـا است. چنانکه در بالا ذکر شد پرسشنامهٔ GHQ_۲۸ پیوست شامل ۲۸ گویه با مقیاس ترتیبی برای اندازه‌گیری سلامت روان است. نمره‌های یک تا چهار به مقوله‌های پاسـخ هـر گویـه داده می‌شوند و با جمع نمره‌های ۲۸ گویه برای هر شخص، می‌تـوان شاخصـی بـه وجـود آورد که وضع سلامت روان وی را نشان دهد. بیشترین و کمترین مقدار ممکـن بـرای ایـن شاخص برابر با ۱۱۸ و ۲۸ است به طوری که مقادیر پایین‌تر نشاندهندهٔ سلامت روان بهتـر می‌باشند. برای مثال فردی که به ترتیب جدول زیر بـه گویـه‌هـا پاسـخ داده اسـت از ایـن پرسشنامه نمره ۶۴ را دریافت می‌کند. همـان‌طـور کـه دیـده مـی‌شـود ایـن نمـره از جمـع پاسخهای او به یکایک گویه‌ها به دست می‌آید.

۳) تعریف سلامت

سلامت عمومی عبارت است از توازن بین تمامی ابعاد زندگی مثل ابعاد اجتماعی، جسمی، روحی و روانی. سلامت روان، که صرفاً محدود به فقدان بیماری روانی نیست بلکه مـرتبط با ابعاد متعددی از زندگی ما است، بخشی از این مفهوم گسترده (سلامت عمـومی) اسـت. این مفهوم زمانی پیچیده می‌شود که بخواهیم آن را تعریف کنیم و اندازه بگیریم.

Archive of SID

www.SID.ir

جدول ۱: برخی آمارهای خلاصه

آماره‌ها	مردان		زنان	
	سن	شاخص	سن	شاخص
میانگین	۳۳/۷۳	۲۸/۸۵	۳۳/۷۰	۳۳/۵۵
انحراف استاندارد	۱۷/۷۰	۱۳/۴۹	۱۳/۹۶	۱۳/۷۶
حداقل	۱۵	۰	۱۵	۱
حداکثر	۸۶	۷۶	۷۳	۷۱
تعداد پاسخگویان	۴۳۸		۴۴۱	

۴) یافته‌ها

قصد اصلی ما توصیف توزیع کل این شاخص با استفاده از نه چندک شرطی مختلف است. به عبارت دیگر اثر متغیر تبیینی سن را بر شک توزیع شاخص بررسی می‌کنیم. استفاده از ۹ چندک به جای تنها یک مورد به تبیین ما نوعی ثبات درباره شکل این توزیع

جدول ۲: برآوردهای پارامتر الگوهای تنظیم‌شده

چندک	مردان		زنان	
	مانع	سن	مانع	سن
۰/۱	۱۶	-۰/۱	۱۴	۰/۰۵
۰/۲	۱۹	-۰/۰۴۷	۱۹	۰/۰۷
۰/۳	۲۲	-۰/۰۵	۲۰	۰/۱۵*
۰/۴	۲۵	-۰/۰۴۵	۲۵	۰/۱۱*
۰/۵	۲۸	-۰/۰۳۸	۲۷	۰/۱۵*
۰/۶	۳۰	-۰/۰۲۲	۳۱	۰/۱۴*
۰/۷	۳۳	۰/۰۷۳	۳۴	۰/۲۱
۰/۸	۳۸	۰/۰۴	۳۹	۰/۲۱
۰/۹	۴۸	۰/۰۳۱	۴۷	۰/۱۶*
OLS	۳۰	۰/۰۳۶	۳۰	۰/۱۱۱*

Archive of SID

www.SID.ir

جدول ۲ برآوردهـای پـارامتر را دربـاره الگوهـای بـرازش داده شـده در هـر دو حالـت رگرسیونهای چندک و رگرسیونهای میانگین (OLS) فراهم می‌سازد. ستاره‌ها در ایـن جـدول نشاندهندهٔ پارامترهایی هستند که آزمونهای آماری آنها در سطح ۰/۰۵ معنادار است.

تحلیل داده‌ها با رگرسیون چندک بسیار ساده است و خیلـی شـبیه بـه رگرسـیون معمـولی می‌باشد. اکنون به شیوه تحلیل می‌پردازیم.

۱. یافته‌های رگرسیون چندک رابطهٔ سن را با وضع سلامت ذهنی (روانـی) بـرای زمـان در تمامی موارد اظهار می‌دارد اما برای مردان چنین رابطـه‌ای وجـود نـدارد مگـر در مـورد $\theta = ۰/۱$. جهت این رابطه برای زنان مثبت و بـرای مـردان منفـی اسـت. مـثلاً الگـوی رگرسیون چندک برای $\theta = ۰/۶$ که برای زنان به صورت زیر بیان شده است:

$$Q_{i.۰/۶} = ۳L + ۰/۱۴AGE$$

این الگو نشان می‌دهد که چندک ۰/۶ام از ایـن شـاخص تـا ۱۴ درصـد افـزایش پیـدا می‌کند و این با افزایش یک سال در میزان سن صورت می‌گیرد (یادآور می‌شود که منظـور ما این نیست که تغییرات در سن «باعث» تغییرات در چندک می‌شود). اینک، فـرض کنیـد که پیش‌بینی چندک ۰/۶ام از شاخص برای زنان با ۴۰ سال سن مطلوب ما باشد. بنابراین،

$$Q_{.۰/۶} = ۳۱ + ۰/۱۴ \times ۴۰ = ۳۶/۶$$

این امر آشکار می‌سازد کـه ۶۰ درصـد از زنـان ۴۰ سـاله دارای شـاخص سـلامت ذهنـی (روانی) زیر ۳۶/۶ و ۴۰ درصد بالای آن می‌باشند.

۲. با ادامه همین محاسبه‌ها، می‌توانیم این نکته را به دست آوریم که چندک ۰/۹ام شـاخص برای زنان با ۴۰ سال سن عبارت از ۵۳/۴ می‌باشد. بنابراین، می‌توان گفـت ۳۰٪ از ایـن زنان دارای شاخصی از ۳۶/۶ تا ۵۳/۴ هستند.

۳. شکل ۱ خطوط تنظیمی را نمایش می‌دهد که واجد آزمونهای معنادار بـرای زنـان اسـت (چندکهای شاخص در مقابل سن).

Archive of SID

www.SID.ir

شکل ۱: خطوط رگرسیون چندک تنظیمی برای زنان

چنانکه ملاحظه می‌شود، خطوط پایین‌تر نسبت به خطوط بالاتر به یکدیگر نزدیک‌ترند. این بدان معنا است که شکل توزیع متمایل به راست است. این تمایل همچنین اندکی بیشتر می‌شود وقتی که سن افزایش می‌یابد. برای مردان، وضع سلامت روانی (ذهنی) غالباً ثابت است (خطوط موازی افقی) بجز برای $\theta = ۰/۱$.

۵) نتایج

تحلیل ما نشان می‌دهد که نقش سن در سلامت ذهنی (روانی) آشکارا به طور فاحش برای مردان و زنان توسط چندک متفاوت است. برای مردان، هدف رگرسیون معمولی (رایج) که متغیر تبیین فقط جایگاه (مکان) توزیع پاسخ را متأثر می‌سازد و نه توزیع آن را، به وضوح بی‌فایده است. این رگرسیون نمی‌تواند رابطهٔ سن را با شاخص تشخیص دهد حال آنکه رگرسیون چندک می‌تواند این کار را با وارسی سطوح مختلف توزیع شاخص انجام بدهد.

خطوط چندک در شکل ۱ نشان می‌دهد که متغیر سن دنبالهٔ بالاتر را و نیز میانه توزیع شاخص سلامت ذهنی (روانی) را متأثر می‌سازد، نه دنبالهٔ پایین‌تر را. برعکس، دنبالهٔ پایین‌تر از سوی سن برای مردان تحت تأثیر قرار می‌گیرد و سایر بخشهای توزیع تقریباً برای سنین مختلف مشابهند. (خطوط موازی افقی)

یافته‌هایی مثل قسمت دوم از بخش سوم به هیچ رو ممکن نیست که از طریق رگرسیون میانگین به دست آیند. به همین دلیل است که رگرسیون میانگین فقط به پارامتر مکان یعنی میانگین مرتبط است در صورتی که رگرسیون چندک ما را قادر به آشنایی با شکل توزیع می‌نماید. به علاوه، چندکها برای کمیاتی مثل شاخص سلامت ذهنی به شیوه‌ای که میانگین، امکان دادن همه اطلاعات را در تحلیل وضع سلامت ذهنی (روانی) جمعیت تحت بررسی نداشته باشد، بسیار حائز اهمیت است.

Archive of SID

www.SID.ir

References

منابع

- Bassett, G. Koenker, R. (1982), **An Empirical Quantile Function for Linear Models with Iid Errors**, *Journal of American Statistical Association*, Vol. 77, No. 378, 407-415.
- Bloomfield, P. Steiger, W. (1980), **Least Absolute Deviation Curve Fitting**, SIAM *Jorna on Sceintific and Statistical Computing*, Vol. 1, 290-301.
- Buchinsky, M. (1998), **Recent Advances in Quantile Regression Models: A Practical Guideline for Empirical Research**, *Journal of Human Resources*, 33 (1), 88-126.
- Buchinsky, M. Hahn, J. (1998), **An Alternative Estimator for the Censored Quantile Regression Model**, *Econometrica*, 66, 653-671.
- Koenker, R. Bassett, G. (1978), **Reggression Quantiles,** *Econometrica*, 46, 33-50.
- Koenker, R. Bassett, G. (1982), **Test of Linear Hypothesis and L 1-Estimation**, *Econometrica*, 50, 1577-1583.
- Madsen, K. Nielsen, H. B. (1993), **A Finite Smoothing Algorithm for Linear L 1 Estimation**, SIAM *Journal Optimization*, Vol. 3, 223-235.
- Powell, J. (1983), **The Asymptotic of Normality of Two Stage Least Absolute Deviations Estimators**, *Econometrica*, 51, 1569-1572.
- Powell, J. (1984), **Least Absolute Deviation Estimation of the Censored Regression Model**, *Journal of Econometrics*, 25, 303-325.

Archive of SID

www.SID.ir