Archive of SID

تصحیح اریبی برآورد پارامترهای تغییرنگار به روش بوت‌استرپ بلوک مجزا برای پیشگویی فضایی

محسن محمدزاده، نصراله ایران‌پناه و سمانه افشار

گروه آمار ـ دانشگاه تربیت مدرس

پست الکترونیکی: mohsen_m@modares.ac.ir

چکیده

در تحلیل داده‌های فضایی تابع تغییرنگار که تعیین کنندهٔ ساختار همبستگی بین داده‌ها است، عموماً نامعلوم بوده و لازم است براساس مشاهدات برآورد شود. هر چند روش‌های مختلفی برای برآورد پارامترهای تغییرنگار وجود دارند، اما محدود بودن تعداد مشاهدات منجر به تردید قابل توجهی در برآورد آن‌ها و در نهایت عدم دقت پیشگویی‌های فضایی حاصل از آن می‌گردد. در این مقاله اندازه‌های دقت برآورد کمترین توان‌های دوم وزنی پارامترهای تغییرنگار به روش بوت‌استرپ بلوک مجزا تعیین می‌شود. سپس برآوردها با استفاده از این اندازه‌های دقت تصحیح شده و بر اساس معیار اعتبارسنجی متقابل نشان داده می‌شود که استفاده از تغییرنگار با برآوردهای تصحیح شده منجر به افزایش دقت پیشگویی فضایی می‌گردد.

واژه‌های کلیدی : *داده‌های فضایی، تغییرنگار، اندازه‌های دقت، بوت‌استرپ بلوک مجزا*

مقدمه

در مطالعات محیطی گاهی با مشاهداتی سرو کار داریم که مستقل از یکدیگر نیستند و نوعاً وابستگی آن‌ها ناشی از موقعیت داده‌ها در فضای مورد مطالعه است. برای مدل‌سازی این‌گونه مشاهدات که داده‌های فضایی نامیده می‌شوند از میدان تصادفی[1] $\{Z(s); s \in D\}$ استفاده می‌شود، که در آن D زیر مجموعه‌ای از فضای اقلیدسی R^d، $d \geq 1$ است. واریانس اختلاف بین مقادیر میدان تصادفی، یعنی

$$2\gamma(h) = Var\big(Z(s+h) - Z(s)\big),\ h, s \in D$$

تغییرنگار[2] نامیده می‌شود و ساختار همبستگی داده‌ها را مشخص می‌کند. تغییرنگار که تابعی متقارن و معین منفی شرطی است، در عمل نامعلوم است و باید براساس مشاهدات برآورد شود. ماترون [۱] با فرض ایستای ذاتی

1- Random Field

2- Variogram

www.SID.ir

Archive of SID

بودن میدان تصادفی برآورد تغییرنگار را به صورت

$$2\hat{\gamma}(h)=\frac{1}{N_h}\sum_{i=1}^{N_h}\left(Z(s_i+h)-Z(s_i)\right)^2 \qquad (1)$$

پیشنهاد نمود، که در آن N_h تعداد زوج نقاط متمایزی است که به فاصلهٔ h از یکدیگر قرار دارند. کرسی [۲] نشان داد برآوردگر تجربی (۱) برای تغییرنگار ناایرب است، اما لزوماً در شرط معین منفی شرطی صدق نمی‌کند و برای به‌کارگیری آن در تحلیل فضایی داده‌ها لازم است یک مدل معتبر به آن برازانده شود. در کرسی [۲] مدل‌های پارامتری معتبری برای تغییرنگار معرفی شده است، که معمولاً با استفاده از روش‌های برازش مدل، یک مدل معتبر به تغییرنگار تجربی برازش داده و پارامترهای آن برآورد می‌شوند. معمولاً پارامترهای مدل تغییرنگار به یکی از روش‌های کمترین توآن‌های دوم معمولی، تعمیم‌یافته یا وزنی با کمینه کردن مجموع توان دوم خطاها برآورد می‌شوند، یا در مواردی که میدان تصادفی گاوسی باشد، پارامترهای مدل به روش ماکسیمم درستنمایی یا ماکسیمم درستنمایی مقید برآورد می‌شوند. در همه این روش‌ها، برآورد پارامترها به صورت عددی محاسبه می‌شوند و این محاسبات لزوماً، جواب دقیقی را به دست نمی‌دهند و مسلماً استفاده از آن‌ها در تحلیل فضایی منجر به کاهش دقت نتایج می‌گردد. بنابراین لازم است اندازه‌های دقت برآوردها تعیین شوند تا بتوان به گونه‌ای آن‌ها را تصحیح و مدل دقیق‌تری به تغییرنگار برازش داد. اما در روش‌های مذکور تعیین اندازه‌های دقت اریبی و واریانس برآوردگر پارامترهای تغییرنگار به علت نداشتن فرمی بسته بعضاً غیر ممکن است. برای این منظور می‌توان از الگوریتم بوت‌استرپ برای برآورد اندازه‌های دقت برآوردگرهای مورد نظر در آمار فضایی استفاده کرد. افرون [۳] روش بوت‌استرپ را برای تعیین اندازه‌های دقت برآوردگرها وقتی مشاهدات مستقل هستند ارائه کرد. این روش برای مشاهدات وابسته مانند سری‌های زمانی و داده‌های فضایی کاربرد ندارد (سینگ، [۴]). هال [۵] روش بوت‌استرپ را براساس بلوکی کردن مشاهدات برای داده‌های موزائیک ارائه کرد. بولمان و کونش [۶] و لاهیری [۷] روش بوت‌استرپ بلوک متحرک را برای داده‌های فضایی ارائه کرده‌اند. ایران‌پناه و محمدزاده [۸ و ۹] روش بوت‌استرپ بلوک مجزا را برای برآورد اندازه‌های دقت میانگین یک میدان تصادفی و بهترین پیشگوی خطی فضایی تحت عنوان کریگی[1] (کرسی، [۲]) ارائه کردند. در این مقاله روش بوت‌استرپ بلوک مجزا برای تعیین اندازه‌های دقت برآورد پارامترهای تغییرنگار به کار گرفته شده و تأثیر اصلاح اریبی این برآوردها در افزایش دقت پیشگوهای فضایی توسط معیار اعتبارسنجی متقابل مورد بررسی قرار گرفته است. سپس نشان داده شده است چگونه می‌توان با تعیین اندازه‌های دقت برآورد پارامترهای تغییرنگار و تصحیح آن‌ها، دقت پیشگوهای فضایی را افزایش داد. در بخش ۲ روش بوت‌استرپ بلوک مجزا برای تعیین اندازه‌های دقت برآوردگر پارامترهای تغییرنگار معرفی شده است. تصحیح اریبی برآورد پارامترهای تغییرنگار در بخش ۳ صورت پذیرفته و در بخش ۴ اندازه‌های دقت برآورد پارامترهای تغییرنگار در یک مثال کاربردی محاسبه و به کمک آن‌ها اریبی برآوردها را تصحیح نموده و نهایتاً تأثیر آن‌ها در افزایش دقت پیشگوی فضایی کریگی مورد بررسی قرار گرفته است.

روش بوت‌استرپ بلوک مجزا

افرون [۳] روش بوت‌استرپ را برای داده‌های مستقل ارائه کرد، که در آن می‌توان با استفاده از بازنمونه‌گیری داده‌ها، اریبی، واریانس و توزیع یک کمیت تصادفی را برآورد نمود. فرض کنید $X_1,...,X_n$ متغیرهای تصادفی مستقل و

1- Kriging

www.SID.ir

Archive of SID

هم توزیع با تابع توزیع تجمعی نامعلوم F و کمیت تصادفی مورد نظر $T(X;F)$ باشد. بوت‌استرپ روشی براساس ایده بازنمونه‌گیری از داده‌ها برای تعیین مشخصات توزیع نمونه‌گیری کمیت تصادفی $T(X;F)$ است، که برای این منظور ابتدا تابع توزیع تجربی F_n براساس $X_1,...,X_n$ تعیین می‌شود. سپس نمونه بوت‌استرپ $X_1^*,...,X_n^*$ از توزیع تجربی F_n با نمونه‌گیری تصادفی ساده با جایگذاری از نمونه اصلی به‌دست آورده شده و بر اساس X_i^* ها آماره بوت‌استرپ $T^*=T(X_1^*,...,X_n^*)$ محاسبه می‌شود. اکنون عمل تولید نمونه بوت‌استرپ و محاسبهٔ آماره T^* را B بار تکرار کرده و از توزیع تجربی T^* توزیع نمونه‌ای T تقریب زده می‌شود (افرون و تیبشیرانی، [۱۰]). این الگوریتم برای داده‌های فضایی به علت وابستگی مشاهدات کاربرد ندارد. بنابراین برای داده‌های وابسته ایران‌پناه و محمدزاده [۹] روش بوت‌استرپ بلوک مجزا[1] را برای برآورد اندازه‌های دقت میانگین میدان تصادفی در آمار فضایی معرفی نمودند.

در این روش هدف برآورد اندازه‌های دقت کمیت تصادفی $T=t(Z)$ است، که در آن مشاهدات $Z=(Z(s_1),...,Z(s_N))$ از میدان تصادفی مانای $\{Z(s);s\in N^2\}$ در یک شبکه منظم $m\times n$ در بلوک‌های مجزا به حجم و ابعاد $b\times d$ و به تعداد $k\ell$ به صورت $D=\{D_{ij}:i=1,...,k,\ j=1,...,\ell\}$ افراز می‌شود، که در آن

$$D_{ij}=[b_i-b+1,b_i]\times[d_j-d+1,d_j]$$

است. سپس توزیع $F_{(k,\ell)}$ که جرم $\frac{1}{k\ell}$ را به هر بلوک D_{ij} نسبت می‌دهد، تعیین می‌گردد. با فرض آن‌که $m=kb$ و $n=\ell d$ $(k,\ell\in N)$ باشد، $k\ell$ بلوک بوت‌استرپ iid به صورت $D_{11}^*,...,D_{k\ell}^*$ از توزیع $F_{(k,\ell)}$ به روش تصادفی ساده با جای‌گذاری از بلوک‌های مجزای D نمونه‌گیری می‌شود. سپس نمونهٔ بوت‌استرپ $Z^*=(Z^*(s_1),...,Z^*(s_N))$ از به هم پیوستن $k\ell$ بلوک بوت‌استرپ $D_{11}^*,...,D_{k\ell}^*$ و در نظر گرفتن مشاهدات $Z(\circ)$ در این موقعیت حاصل می‌شود و می‌توان آماره بوت‌استرپ را به صورت $T^*=t(Z^*)$ محاسبه نمود. اکنون این الگوریتم را می‌توان B بار تکرار و اندازه‌های دقت اریبی و خطای معیار را به صورت

$$\widehat{Bias}(T^*)=\frac{1}{B}\sum_{b=1}^{B}T_b^*-T \qquad (۲)$$

$$\widehat{SE}(T^*)=\left\{\frac{1}{B-1}\sum_{b=1}^{B}(T_b^*-\frac{1}{B}\sum_{b=1}^{B}T_b^*)^2\right\}^{\frac{1}{2}} \qquad (۳)$$

برآورد نمود.

تصحیح اریبی برآوردها

یکی از مسائل مهم در آمار فضایی پیشگویی مقدار یک میدان تصادفی در موقعیت $s_\circ$ بر اساس مشاهدات $Z=(Z(s_1),...,Z(s_N))$ است. ماترون [۱] بهترین پیشگوی خطی ناریب برای $Z(s_\circ)$ را تحت عنوان کریگیدن با کمینه کردن میانگین توان دوم خطای پیشگویی به فرم خطی $\hat{Z}(s_\circ)=\lambda'Z$ با واریانس $\sigma_k^2(s_\circ)=\sigma(\circ)-\lambda'c+\frac{1-I'\Sigma^{-1}c}{I'\Sigma^{-1}I}$ معرفی کرد، که در آن‌ها $\lambda'=(c+I\frac{1-I'\Sigma^{-1}c}{I'\Sigma^{-1}I})'\Sigma^{-1}$، I یک بردار یکانی $N\times 1$، c یک بردار $N\times 1$ با iامین عنصر $\sigma(s_\circ-s_i)$ و Σ یک ماتریس $N\times N$ با (i,j) امین عنصر $\sigma(s_i-s_j)$ است. چون دقت پیشگوی کریگیدن به میزان دقت برآورد تغییرنگار بستگی دارد و از طرفی روش‌های مختلف برآورد پارامترهای مدل تغییرنگار منجر به نتایج متفاوت پیشگویی فضایی داده‌ها می‌شوند، تعیین

1- Separate Block Bootstrap

www.SID.ir

Archive of SID

اندازه‌های دقت برآورد پارامترهای تغییرنگار می‌توانند برای افزایش دقت پیشگوی کریگیدن مورد استفاده قرار گیرند. چون فرم بسته‌ای برای برآورد پارامترها و به طریق اولی برای اندازه‌های دقت برآوردگرها وجود ندارد، معمولاً روش‌های عددی برای این منظور مورد استفاده قرار می‌گیرند.

در این مقاله روش بوت‌استرپ بلوک مجزا برای تعیین اندازه‌های دقت برآوردگر پارامترهای تغییرنگار به کار گرفته شده است. برای این منظور با در نظر گرفت T^* به عنوان برآوردگر هر یک از پارامترهای تغییرنگار، اریبی و خطای معیار آن با استفاده از روابط (۲) و (۳) تعیین و اصلاح اریبی صورت پذیرفته است. چون تأثیر میزان دقت هر یک از پارامترهای تغییرنگار در دقت پیشگوها متفاوت می‌باشد، لازم است تصحیح اریبی برای تمام ترکیب‌های یک، دو و سه‌تایی برآورد پارامترها انجام شود تا بتوان مناسب‌ترین وضعیت را از طریق مقایسه معیار اعتبارسنجی متقابل[1] پیشگویی‌ها تشخیص داد. برای این منظور، با درنظر گرفتن مشاهدات $Z=(Z(s_1),...,Z(s_N))$، در مرحله iام مشاهده $Z(s_i)$ از مجموعه مشاهدات حذف و مقدار آن براساس مشاهدات باقیمانده به روش کریگیدن پیشگویی شده و با $\hat{Z}_{-i}(s_i)$ نمایش داده می‌شود. همچنین واریانس آن نیز براساس مشاهدات باقی‌مانده به صورت $\hat{\sigma}_{-i}(s_i)$ محاسبه می‌شود (کرسی، [۲]). این عمل را برای تمام مشاهدات تکرار کرده و معیار میانگین توان دوم خطای استاندارد شده اعتبارسنجی متقابل پیشگویی کریگیدن به صورت

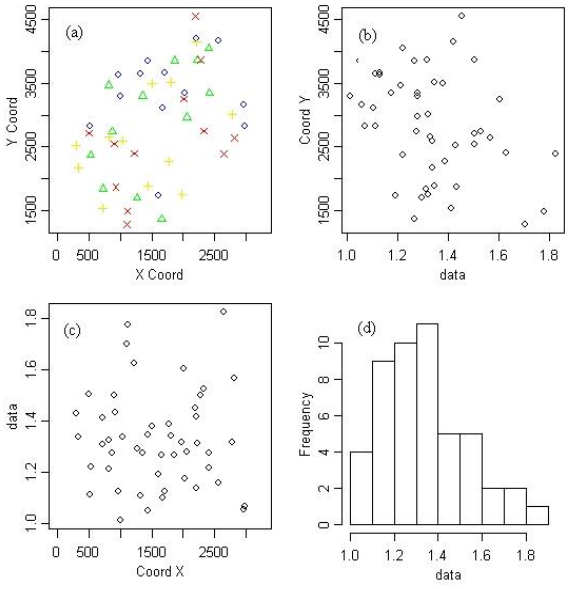
$$MSSE=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left\{\frac{Z(s_i)-\hat{Z}_{-i}(s_i)}{\sigma_{-i}(s_i)}\right\}^2 \qquad (۴)$$

محاسبه می‌شود. هر چقدر مقدار $MSSE$ به یک نزدیک‌تر باشد، پیشگو از دقت بیش‌تری برخوردار است.

1- Cross Validation

مثال کاربردی

توزیع و هندسه دگر شکلی در پوسته قاره‌ای به ویژه در مناطق برخوردی از مهم‌ترین مباحث در زمین‌شناسی ساختاری بوده است. بررسی واتنش در صفحات رواندگی این نواحی نه تنها می‌تواند در درک ژئومتری و کینماتیک آن‌ها به کار رود، بلکه در برآورد خاستگاه آن‌ها نیز می‌تواند مفید واقع شود. برای نمایش نحوه تعیین اندازه دقت برآورد پارامترهای تغییرنگار به روش بوت استرپ بلوک مجزا مجموعه داده‌های واتنش[2] (تغییر شکل نسبی) صفحات رواندگی[3] (رانش یافته) جنوب طزره واقع در منطقه دامغان در البرز شرقی مورد استفاده قرار گرفته است (مفیدی، [۱۱]). مجموعه داده‌ها شامل عرض و طول جغرافیایی در ۴۹ موقعیت به همراه میزان واتنش نهایی عمود بر صفحات رواندگی، اندازه‌گیری شده به روش فرای نرمالیزه[4] است.



شکل ۱- نمودار موقعیت دادها، مقادیر داده‌ها در مقابل y و x و بافت‌نگار

2- Strian Data
3- Thrust Sheet
4- Normalized Fry

www.SID.ir

Archive of SID

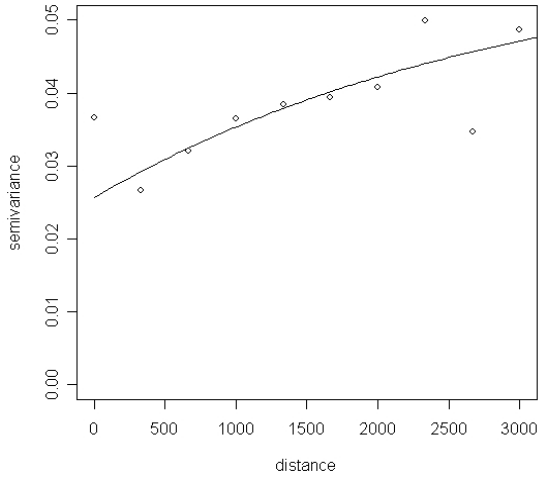
برای تحلیل اکتشافی داده‌ها نمودارهای مختلف در شکل ۱ ارائه شده‌اند. نمودار a.۱ موقعیت ۴۹ داده واتنش صفحات رواندگی را نمایش می‌دهد، که محورهای افقی و عمودی به ترتیب عرض و طول هر موقعیت هستند. در نمودارهای b.۱ و c.۱ داده‌ها در مقابل طول و عرض جغرافیایی داده‌ها رسم شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود در راستای این دو محور هیچ روند خاصی مشاهده نمی‌گردد، بنابراین داده‌ها فاقد روند هستند. بافتنگار داده‌ها که در شکل d.۱ رسم شده است و آزمون نرمال بودن شاپیرو- ویلک با p-value = ۰/۱۲۷۲ نشان‌دهندهٔ آن است که داده‌ها فارغ از موقعیت قرار گرفتنشان تقریباً از توزیع نرمال پیروی می‌کنند. برای تعیین ساختار همبستگی داده‌ها، ابتدا برآورد تجربی تغییرنگار را در فواصل مختلف براساس رابطهٔ (۱) محاسبه نموده، سپس مدل نمایی

$$\gamma(h;\theta)=\begin{cases}0 & h=0\\ c_0+c_1\left\{1-\exp\left(-\frac{\|h\|}{a}\right)\right\} & h\neq 0\end{cases}$$

با اثر قطعه‌ای c_0، ازاره c_1 و دامنه a به گونه‌ای برازانده شده است که عبارت مجموع توان دوم خطاهای وزنی

$$WSSE=\sum_{j=1}^{k} Var^{-1}[\hat{\gamma}(h_j)]\left[\hat{\gamma}(h_j)-\gamma(h_j;\theta)\right]^2$$

کمینه شود، که در آن $\hat{\gamma}(h_j)$ نیم‌تغییرنگار تجربی است. در این صورت برآورد پارامترهای $\theta=(c_0,c_1,a)$ به روش کم‌ترین توان‌های دوم وزنی به صورت $\hat{a}$ = ۳۷۸۸، $\hat{c}_1$ = ۰/۰۴۰۰ و $\hat{c}_0$ = ۰/۰۲۳۷ حاصل شده و نمودار آن در شکل ۲ ارائه گردیده است.



شکل ۲ – نیم‌تغییرنگار تجربی و مدل نمایی برازش یافته

برای به کارگیری روش بوت‌استرپ بلوک مجزا، داده‌ها را مطابق شکل ۳ به بلوک‌های ۲×۴ افراز نموده، با نمونه‌گیری تصادفی ساده با جای‌گذاری به حجم ۸ از تمام بلوک‌ها و قرار دادن آن‌ها در موقعیت‌های جدید واقع در بلوک‌های ۱ تا ۸، نمونهٔ بوت استرپ $Z^*=(Z^*(s_1),...,Z^*(s_N))$ تولید شده است. با محاسبهٔ آمارهٔ $T^*=t(Z^*)$ و تکرار B = ۱۰۰۰ بار الگوریتم، اندازه‌های دقت اریبی و خطای معیار پارامترهای مورد نظر از روابط (۲) و (۳) برآورد شده‌اند، که در آن‌ها آماره بوت‌استرپ T^* برآوردگر هر یک از پارامترهای تغییرنگار است. سپس برآورد بوت‌استرپ بلوک مجزای اریبی و خطای معیار برآورد پارامترهای تغییرنگار و همچنین برآورد تصحیح شده آن‌ها محاسبه و در جدول ۱ ارائه شده‌اند.

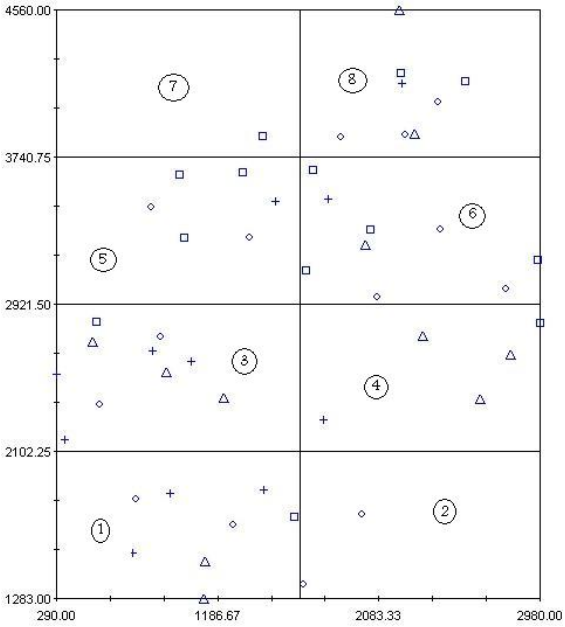
جدول ۱- برآورد بوت‌استرپ اریبی و انحراف معیار برآورد پارامترهای تغییرنگار

پارامتر	اثر قطعه‌ای c_0	ازاره c_1	دامنه a
برآورد	۰/۰۲۳۷	۰/۰۴۰۰	۳۷۸۸
اریبی	۰/۰۰۵۷	-۰/۰۲۵۳	-۱۱۹۵
انحراف معیار	۰/۰۰۷۷	۰/۰۱۵۹	۱۸۴۰
برآورد تصحیح شده	۰/۰۱۸۰	۰/۰۶۵۳	۴۹۸۳

www.SID.ir

Archive of SID

برای بررسی تأثیر اصلاح برآورد هر یک از پارامترهای تغییرنگار در میزان دقت پیشگوی کریگی، ابتدا مدل تغییرنگار با استفاده از برآوردهای معمولی و برآوردهای تصحیح شده پارامترها تعیین شده‌اند، سپس معیار میانگین توان دوم خطای استاندارد شدهٔ پیشگو به روش اعتبارسنجی متقابل از رابطهٔ (۴) برای وضعیت‌های مختلف تصحیح اریبی پارامترهای تغییرنگار محاسبه و در جدول ۲ ارائه شده‌اند. در این جدول وجود علامت مثبت در هر ستون بیان‌گر انجام تصحیح اریبی و علامت منفی نشان‌گر عدم تصحیح اریبی برآورد پارامتر مندرج در آن ستون می‌باشد. همان‌طور که ملاحظه می‌شود در حالتی که هیچ تصحیح اریبی صورت نگرفته است، مقدار $MSSE$ برابر ۱/۳۰۲۰ است، در حالی که تصحیح اریبی ازاره این مقدار را به ۱/۰۴۲۴ کاهش داده است. برای حالتی که اریبی برآوردهای دو پارامتر اثر قطعه‌ای و ازاره تواماً تصحیح شده‌اند، مقدار $MSSE$ نزدیک‌ترین مقدار به یک را اختیار نموده است، یعنی اصلاح اریبی برآوردهای این دو پارامتر بیش‌ترین افزایش دقت پیشگوی فضایی را فراهم آورده‌اند. به علاوه نتایج جدول ۲ بیان‌گر آن است که تصحیح اریبی برآورد پارامتر دامنه در حالت کلی تاثیر چندانی در افزایش دقت پیشگوی کریگیدن ندارد. این نتیجه دور از انتظار نمی‌باشد، زیرا عملاً تمام مشاهدات در محاسبه کریگیدن مشارکت دارند و این تصحیح تغییری در تعداد داده‌های شرکت کننده در محاسبه کریگیدن ایجاد نمی‌نماید، مگر آن‌که از دامنه برای تعیین همسایگی کریگی استفاده شود، که در این صورت امکان دارد تصحیح اریبی آن در میزان دقت پیشگوی کریگی که براساس مشاهدات درون همسایگی محاسبه می‌شود تأثیرگذار باشد، که بررسی میزان تأثیرگذاری آن نیاز به مطالعه‌ای بیش‌تر دارد.



شکل ۳- بلوک‌بندی داده‌ها

بحث و نتیجه‌گیری

از آن‌جایی که محاسبه اندازه دقت برآوردگر پارامترهای تغییرنگار به روش‌های معمول، دشوار یا غیر ممکن هستند، استفاده از روش بوت‌استرپ بلوکی، امکان تعیین آن‌ها را میسر می‌سازد. با توجه به این که میزان دقت برآورد تغییرنگار بر دقت پیشگو تأثیرگذار است، محاسبه اندازه‌های دقت برآوردگر پارامترهای تغییرنگار و تصحیح برآوردها برای برازاندن یک مدل بهینه به تغییرنگار تأثیر بسزایی در افزایش دقت پیشگوهای فضایی دارد. لذا در تحلیل داده‌های فضایی و به خصوص پیشگویی آن‌ها انجام تصحیح اریبی برآورد پارامترهای تغییرنگار توصیه می‌گردد. اما بایستی توجه داشت که تصحیح اریبی برآورد دو پارامتر اثر قطعه‌ای و ازاره همواره در افزایش دقت پیشگویی‌ها مؤثرند، که علت آن می‌تواند خطی بودن تغییرنگار نسبت به این دو پارامتر باشد. در حالی که تصحیح اریبی برآورد پارامتر دامنه در حالت کلی تأثیر چندانی در افزایش دقت پیشگو ندارد، مگر آن‌که

www.SID.ir

Archive of SID

پیشگویی فقط براساس مشاهدات درون همسایگی‌های مبتنی بر دامنه صورت پذیرد.

جدول ۲- اثر تصحیح اریبی برآورد پارامترهای تغییرنگار در دقت پیشگوی فضایی

مقدار	تصحیح اریبی در		
MSSE	a	c_1	c_0
۱/۳۰۲۰	−	−	−
۱/۱۲۳۹	−	−	+
۱/۰۴۲۴	−	+	−
۱/۴۲۲۵	+	−	−
۱/۰۱۰۸	−	+	+
۱/۳۵۸۴	+	−	+
۱/۰۲۲۵	+	+	−
۱/۰۸۱۰	+	+	+

قدردانی

از داوران محترم مجله به خاطر نظرات و پیشنهادات سازنده که موجب بهبود این مقاله گردید، و همچنین حمایت قطب علمی داده‌های ترتیبی و فضایی دانشگاه فردوسی مشهد، تشکر و قدردانی می‌شود.

مراجع

[۱] Matheron, G., "Principles of Geostatistics", Economic Geology, 58 (1963) 1246-1266.

[۲] Cressie, N., Statistics for Spatial Data, Wiley, New York, (1993).

[۳] Efron, B., "Bootstrap Methods; Another Look at the Jackknife", The Annals of Statistics, 7 (1979) 1-26.

[4] Singh, K., "On the Asymptotic Accuracy of the Efron's Bootstrap", The Annals of Statistics, 9 (1981) 1187-1195.

[5] Hall, P., "Resampling of Coverage Pattern", Stochastic Processes and their Applications, 20 (1985) 231-246.

[6] Buhlmann, P. and Kunsch, H.R., "Prediction of Spatial Cumulative Distribution Functions Using Subsampling", Journal of the American Statistical Association, 94 (1999) 97-99.

[7] Lahiri, S.N., Resampling Methods for Dependent Data, Springer-Verlag, New York, (2003).

[۸] ایران‌پناه، ن، و محمدزاده، م، برآورد اندازه‌های دقت کریگیدن به روش خودگردانی بلوکی فضایی، مجلهٔ علوم دانشگاه تهران، ۱۳۸۶، جلد ۳۳، شمارهٔ ۳، صفحات ۱۹-۲۴

[۹] ایران‌پناه، ن، و محمدزاده، م، روش بوت‌استرپ بلوک مجزا در آمار فضایی، نشریهٔ علوم دانشگاه تربیت معلم، ۱۳۸۵، جلد ۴، شمارهٔ ۵، صفحات ۶۵۳-۶۶۴.

[10] Efron, B. and Tibshirani, R., An Introduction to the Bootstrap, Chapman and Hall, London, (1993).

[۱۱] مفیدی، الف، تحلیل استرین و ریز ساختاری برگ‌های راندگی البرز شرقی در برش دامغان- گرگان، پایان‌نامهٔ کارشناسی‌ارشد، گروه زمین‌شناسی، دانشگاه تربیت مدرس، ۱۳۸۴.

www.SID.ir