

# مدل سازی عددی جریان های لایه بندی شده غیر همسان با استفاده از مدل آشفتگی صریح جبری تنش رینولدز

محمد رضا امیری<sup>۱</sup>، کوروش حجازی<sup>۲\*</sup>

<sup>۱</sup> دانش آموخته‌ی کارشناسی ارشد مهندسی آب، دانشکده‌ی مهندسی عمران دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی؛ rezaamiri95@gmail.com  
<sup>۲</sup> استادیار گروه مهندسی آب، دانشکده مهندسی عمران دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی؛ HejaziK@kntu.ac.ir

اطلاعات مقاله	چکیده
ناریخچه مقاله: تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۲/۱۱/۲۷ تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۴/۰۱/۲۵ تاریخ انتشار مقاله: ۱۳۹۴/۰۶/۳۱	تقریباً تمامی جریان های محیط زیستی مانند جریان هایی که در دریاچه ها، مخازن، مصب رودها و اتمسفر رخ می دهند آشفتگی و در اغلب موارد لایه بندی شده هستند. در جریان های لایه بندی شده به دلیل حضور نیروهای شناوری، تنش های ناشی از آشفتگی ناهمسان می باشند. دقت شبیه سازی عددی این گونه جریان ها به نحوه ی اعمال ناهمسانی تنش ها در مدل آشفتگی به کار گرفته شده بستگی دارد. مدل هیدرو دینامیک مورد استفاده برای حل معادلات ناویر- استوکس، مدل دو بعدی قائم WISE می باشد. در این مقاله برای مدل سازی آشفتگی از یک مدل صریح جبری تنش رینولدز به همراه یک مدل صریح جبری شار اسکالر استفاده شده است. به منظور صحت سنجی مدل جبری تنش رینولدز آزمایش های انسداد- تبادل در جریان های لایه بندی شده ی آب شور و چگال شبیه سازی شده و نتایج مربوط به گسترش، موقعیت پیشانی و سرعت جریان حاصل از مدل آشفتگی جبری تنش رینولدز با نتایج اندازه گیری های آزمایشگاهی و نتایج مدل آشفتگی k-ε با جملات شناوری مورد مقایسه و تجزیه و تحلیل قرار گرفته است. بررسی های انجام گرفته در حالت کلی نشان دهنده ی عملکرد مناسب مدل جبری تنش رینولدز و برتری نسبی آن در مقایسه با مدل آشفتگی k-ε می باشد.
کلمات کلیدی: مدل سازی آشفتگی مدل آشفتگی صریح جبری تنش رینولدز جریان لایه بندی شده ی آب شور و چگال نیروهای شناوری تنش های ناهمسان	

## Numerical Modelling of Non-isotropic Stratified Flows Using an Explicit Algebraic Reynolds Stress Turbulence Model (EARSM)

Mohammad-Reza Amiri<sup>1</sup>, Kouros Hejazi<sup>2\*</sup>

<sup>1</sup> M Sc. Student, Department of Civil Engineering, K. N. Toosi University of Technology

<sup>2</sup> Assistant Professor, Department of Civil Engineering, K. N. Toosi University of Technology

### ARTICLE INFO

#### Article History:

Received: 16 Feb. 2014

Accepted: 14 Apr. 2015

Available online: 22 Sep. 2015

#### Keywords:

Turbulence Modelling  
Explicit Algebraic Reynolds Stress Model  
Saline and Dense Stratified Flows  
Buoyancy Forces  
Non-isotropic Stresses

### ABSTRACT

Flows of natural hydro-environments are usually turbulent and mostly stratified, like the flows in lakes, reservoirs, estuaries and atmosphere to name a few. In stratified flows due to the buoyancy forces, the turbulent stresses are usually non-isotropic. Therefore the accuracy of the numerical simulations for such flows is highly dependent on the turbulence model and the implementation of non-isotropic stresses. The hydrodynamic model deployed herein is the 2DV WISE (Width Integrated Stratified Environments) numerical model. In this paper an explicit algebraic Reynolds stress model together with an explicit algebraic scalar flux model have been developed and implemented in the original hydrodynamic model. To validate the EARSM turbulence model, lock release tests have been simulated for saline and dense stratified flows. The predicted values of the evolution and the front head position of the stratified flow, and the velocity profiles simulated by EARSM model have been compared against the measured values reported in the literature and the predicted results of the buoyant k-ε model originally included in the hydrodynamic model. The comparisons indicated good performance of the EARSM turbulence model and showed its superiority compared to the k-ε turbulence model in these regions.

# مدل سازی عددی جریان های لایه بندی شده غیرهمسان با استفاده از مدل آشفتگی صریح جبری تنش رینولدز

محمد رضا امیری<sup>۱</sup>، کوروش حجازی<sup>۲\*</sup>

<sup>۱</sup> دانش آموخته‌ی کارشناسی ارشد مهندسی آب، دانشکده‌ی مهندسی عمران دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی؛ rezaamiri95@gmail.com  
<sup>۲</sup> استادیار گروه مهندسی آب، دانشکده مهندسی عمران دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی؛ HejaziK@kntu.ac.ir

اطلاعات مقاله	چکیده
ناریخچه مقاله: تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۲/۱۱/۲۷ تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۴/۰۱/۲۵ تاریخ انتشار مقاله: ۱۳۹۴/۰۶/۳۱	تقریباً تمامی جریان های محیط زیستی مانند جریان هایی که در دریاچه ها، مخازن، مصب رودها و اتمسفر رخ می دهند آشفته و در اغلب موارد لایه بندی شده هستند. در جریان های لایه بندی شده به دلیل حضور نیروهای شناوری، تنش های ناشی از آشفتگی ناهمسان می باشند. دقت شبیه سازی عددی این گونه جریان ها به نحوه ی اعمال ناهمسانی تنش ها در مدل آشفتگی به کار گرفته شده بستگی دارد. مدل هیدرودینامیک مورد استفاده برای حل معادلات ناویر- استوکس، مدل دو بعدی قائم WISE می باشد. در این مقاله برای مدل سازی آشفتگی از یک مدل صریح جبری تنش رینولدز به همراه یک مدل صریح جبری شار اسکالر استفاده شده است. به منظور صحت سنجی مدل جبری تنش رینولدز آزمایش های انسداد- تبادل در جریان های لایه بندی شده ی آب شور و چگال شبیه سازی شده و نتایج مربوط به گسترش، موقعیت پیشانی و سرعت جریان حاصل از مدل آشفتگی جبری تنش رینولدز با نتایج اندازه گیری های آزمایشگاهی و نتایج مدل آشفتگی k-ε با جملات شناوری مورد مقایسه و تجزیه و تحلیل قرار گرفته است. بررسی های انجام گرفته در حالت کلی نشان دهنده ی عملکرد مناسب مدل جبری تنش رینولدز و برتری نسبی آن در مقایسه با مدل آشفتگی k-ε می باشد.
کلمات کلیدی: مدل سازی آشفتگی مدل آشفتگی صریح جبری تنش رینولدز جریان لایه بندی شده ی آب شور و چگال نیروهای شناوری تنش های ناهمسان	

## Numerical Modelling of Non-isotropic Stratified Flows Using an Explicit Algebraic Reynolds Stress Turbulence Model (EARSM)

Mohammad-Reza Amiri<sup>1</sup>, Kouros Hejazi<sup>2\*</sup>

<sup>1</sup> M Sc. Student, Department of Civil Engineering, K. N. Toosi University of Technology

<sup>2</sup> Assistant Professor, Department of Civil Engineering, K. N. Toosi University of Technology

### ARTICLE INFO

#### Article History:

Received: 16 Feb. 2014

Accepted: 14 Apr. 2015

Available online: 22 Sep. 2015

#### Keywords:

Turbulence Modelling  
Explicit Algebraic Reynolds Stress Model  
Saline and Dense Stratified Flows  
Buoyancy Forces  
Non-isotropic Stresses

### ABSTRACT

Flows of natural hydro-environments are usually turbulent and mostly stratified, like the flows in lakes, reservoirs, estuaries and atmosphere to name a few. In stratified flows due to the buoyancy forces, the turbulent stresses are usually non-isotropic. Therefore the accuracy of the numerical simulations for such flows is highly dependent on the turbulence model and the implementation of non-isotropic stresses. The hydrodynamic model deployed herein is the 2DV WISE (Width Integrated Stratified Environments) numerical model. In this paper an explicit algebraic Reynolds stress model together with an explicit algebraic scalar flux model have been developed and implemented in the original hydrodynamic model. To validate the EARSM turbulence model, lock release tests have been simulated for saline and dense stratified flows. The predicted values of the evolution and the front head position of the stratified flow, and the velocity profiles simulated by EARSM model have been compared against the measured values reported in the literature and the predicted results of the buoyant k-ε model originally included in the hydrodynamic model. The comparisons indicated good performance of the EARSM turbulence model and showed its superiority compared to the k-ε turbulence model in these regions.

در هیدرولیک مانند سایر حوزه های مکانیک سیالات، جریاناتی که در حوزه ی کاربردی مشاهده می شوند تقریباً همگی آشفته هستند. این بدان معنی است که حرکت سیال بطور تصادفی، غیر دائمی و سه بعدی است. با توجه به پیچیدگی های حاکم بر پدیده ی آشفتگی توجه به بخش های ناشناخته ی آن ضروری به نظر می رسد. از جمله ی این بخش ها ناهمسانی موجود در جریان آشفته است که علیرغم تحقیقات گسترده ی انجام شده همچنان تحقیقات بر روی ابعاد ناشناخته آن ادامه دارد. به ویژه در هیدرولیک توجه کمتری به این موضوع انجام گرفته است. از جمله پدیده هایی که سبب ایجاد ناهمسانی در تنش ها می شود، جریان های لایه بندی شده می باشند. جریان های لایه بندی شده در فرآیندهای طبیعی و کاربردهای عملی مهندسی، که در آن ها توزیع غیر یکنواخت دما، ماده ی محلول (به عنوان مثال شوری)، و یا ذرات معلق (به عنوان مثال رسوب) وجود داشته باشد، رخ می دهند. غیر یکنواختی این کمیت های فیزیکی منجر به تغییر در چگالی موثر سیال می شود. مطالعات جریان های لایه بندی شده، بطور خاص، در مصب ها و نواحی ساحلی، که در آن ها لایه بندی شدن چگالی به دلیل فرآیندهای مختلف طبیعی و مصنوعی رخ می دهد، با اهمیت است. مدل سازی جریان های لایه بندی شده با توجه به کاربرد ویژه ی آن ها در صنعت، طبیعت و محیط زیست و تأثیر شگرف بر طراحی های محیط زیستی و پیش بینی میدان های جریان و آلودگی شایان توجه است. در مخازن سدها و دریاچه ها، این نوع جریان اهمیت ویژه ای در بهره برداری، مدیریت و نگهداری سیستم های مهندسی دارد. با توجه به اهمیت کیفیت آب از نظر شرب، و نیز برای مصارف صنعتی و کشاورزی، پدیده ی جریان های لایه بندی شده به همراه پخش حرارت و آشفتگی از اهمیت ویژه ای برخوردار است. اکثر آب های ساحلی در اثر گرادیان های قائم چگالی به طور کلی لایه بندی شده هستند، که در بسیاری از طرح های مهندسی پیش بینی چنین گرادیان هایی برای تعیین ساختار جریان های ساحلی لازم و ضروری است.

مطالعات زیادی بر روی جریان های ثقلی لایه بندی شده در علم هیدرولیک انجام گرفته است. مطالعات آزمایشگاهی بطور عمده از شوری، ذرات ریزدانه رسوب و یا حرارت جهت ایجاد تغییرات چگالی استفاده کرده اند. اغلب این تحقیقات در جهت مطالعه ی فیزیک خود پدیده مانند چگونگی حرکت و تکامل جریان ثقلی، چگونگی پروفیل سرعت، اثر تغییرات چگالی بر روی نحوه ی گسترش و حرکت موقعیت پیشانی جریان و یا اثر لایه بندی بر میزان ورود آشفته ی سیال پیرامون<sup>۱</sup> به داخل جریان ثقلی بوده اند. از نخستین مطالعات آزمایشگاهی می توان به تحقیقات الیسون و ترنر [۱] اشاره کرد. این دو ورود سیال پیرامون به جریان ثقلی

حتی در اعداد رینولدز بالا را تابعی از عدد ریچاردسون ( $Ri$ ) که نشان دهنده ی میزان لایه بندی می باشد، فرض کردند. آن ها نتیجه گیری کردند که میزان ورود سیال پیرامون در اعداد ریچاردسون بیشتر از ۰.۸ قابل صرف نظر کردن می باشد. سال ها پس از مطالعات آن ها، فرناندز و ایمبرگر [۲] از مشاهدات میدانی خود اعلام کردند که ورود جریان در اعداد ریچاردسون خیلی بالاتر هم اتفاق می افتد. همچنین آن ها به این نتیجه رسیدند که تداخل آشفته با افزایش لایه بندی پایدار کاهش می یابد. پیشرفت در تکنولوژی های اندازه گیری تأثیر چشمگیری در مطالعه ی آزمایشگاهی جریان های چگال گذاشت. برای مثال، اندازه گیری مکانی سرعت میانگین در یک نقطه در جریان ثقلی بوسیله ی دستگاه میکرو پروپلر<sup>۲</sup> توسط پارکر و همکاران [۳] و گارسیا [۴] انجام گرفت و یا اندازه گیری مکانی چگالی اضافه توسط لی و یو [۵]، چوکس و همکاران [۶] و مک کفری و همکاران [۷] انجام گرفت.

مطالعات آزمایشگاهی محدودیت های خاص خود از جمله فراهم کردن مقیاس مناسب شبیه سازی جریان را دارند. اما، مدل های عددی محدودیت مقیاس را نداشته و به عنوان یک ابزار کامل کننده در کنار روش های آزمایشگاهی در مطالعه جریان های چگال به کار رفته اند. هولت و همکاران [۸] شبیه سازی عددی مستقیم را در مورد گسترش یک جریان برشی پایدار همگن انجام دادند. هدف اصلی مطالعات آن ها، درک تأثیر عدد ریچاردسون، عدد پراتل<sup>۳</sup> و انرژی پتانسیل اولیه بر وضعیت جریان بوده است. بر اساس بررسی های آن ها، در یک عدد ریچاردسون بحرانی، رژیم اختلاط تغییر کرده و مقدار ناهمسانی نوسان های آشفته به حداکثر می رسد. کیو و همکاران [۹] یک مدل LES<sup>۴</sup> را برای ارزیابی اختلاط آشفته در یک جریان لایه بندی شده ی پایدار با تغییر درجه حرارت به کار بردند. شدت آشفتگی و انرژی جنبشی آشفته با در نظر گرفتن مقدار برش متوسط و تغییرات لایه بندی مورد ارزیابی قرار گرفته اند. نتایج نشان می دهد که شدت آشفتگی در راستای جریان بسیار بیشتر از شدت های راستای قائم بوده و نوسان های قائم در حضور لایه بندی، با سرعت بیشتری کاهش می یابند. حسین و رودی [۱۰] از یک مدل آشفتگی تنش جبری ضمنی جهت مطالعه یک جت پایدار لایه بندی شده استفاده کردند. آن ها دریافتند که مدلسان به خوبی کاهش میزان جریان ورودی و تضعیف آشفتگی در اثر لایه بندی پایدار را پیش بینی می کند. از دیگر تحقیقات انجام شده با مدل آشفتگی تنش جبری، شبیه سازی های عددی زولین و همکاران [۱۱] و سو و همکاران [۱۲] بر روی جریان های لایه بندی شده ی حرارتی را می توان نام برد.

با بررسی تحقیقات انجام شده در مورد جریان های لایه بندی شده می توان نتیجه گرفت که در اکثر آن ها توجه کافی به بحث

محدود صورت می‌گیرد که با استفاده از سیستم شبکه‌ی لغزنده، انعطاف‌پذیری لازم را برای محیط‌های با هندسه‌ی پیچیده، به ویژه در نزدیکی جداره و سطح آزاد آب، جایی که تغییرات سریع تراز کف و سطح آزاد آب تأثیر مهمی بر پیش‌بینی میدان جریان دارد، ایجاد می‌کند. معادلات حاکم بر جریان تراکم‌ناپذیر در صفحه‌ی دوبعدی قائم، معادلات پیوستگی، اندازه حرکت و انتقال اسکالر هستند. برای مدل‌سازی آشفتگی و برای بهینه‌سازی دقت و حجم محاسبات، مدل آشفتگی دو معادله‌ای  $k - \varepsilon$  با جملات شناوری ارائه شده توسط رودی [۱۴] در مدل عددی مزبور به کار گرفته شده و برای شرایط مرزی دیواره نیز از توابع جداره استفاده شده است. این مدل قابلیت شبیه‌سازی میدان‌های جریان لایه‌بندی شده، غیرهمگن و با چگالی متغیر را داراست.

مدل  $k - \varepsilon$  با جملات شناوری بر اساس مفهوم لزجت و پخشیدگی گردابه‌ای بوسینسک استوار است که در آن از لزجت و پخشیدگی همسان برای مرتبط کردن تنش‌ها و شارهای رینولدز با میدان متوسط سرعت استفاده می‌شود [۱۴]:

$$-\overline{u'_i u'_j} = \nu_t \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \quad (1)$$

$$-\overline{u'_i c'} = \Gamma \frac{\partial c}{\partial x_i} = \frac{\nu_t}{\sigma_t} \frac{\partial c}{\partial x_i} \quad (2)$$

در معادلات فوق  $u_i$  و  $u'_i$  به ترتیب مقادیر متوسط و نوسانی سرعت در جهت  $x_i$ ،  $c$  و  $c'$  مقادیر متوسط و نوسانی کمیت اسکالر،  $\nu_t$  لزجت گردابه‌ای،  $\Gamma$  ضریب پخشیدگی آشفتگی،  $k$  انرژی جنبشی آشفتگی،  $\delta_{ij}$  دلتای کرونیکر (ماتریس واحد) و  $\sigma_t$  عدد اشمیت است که لزجت گردابه‌ای را به ضریب پخشیدگی آشفتگی مربوط کرده و نشان‌دهنده‌ی میزان اختلاط آشفتگی است. برای توصیف گسترش آشفتگی، دو معادله‌ی انتقال برای انرژی جنبشی آشفتگی  $k$  و نرخ اضمحلال آن  $\varepsilon$  بصورت زیر نوشته می‌شوند [۱۴]:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial u_i k}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ \frac{\nu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_i} \right] + P + G - \varepsilon \quad (3)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial u_i \varepsilon}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right] - c_{2\varepsilon} \frac{\varepsilon^2}{k} + c_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} (P + G) (1 + c_{3\varepsilon} R_f) \quad (4)$$

که در آن‌ها  $P$  تولید  $k$  توسط اندرکنش تنش‌های رینولدز و گرادیان سرعت متوسط و  $G$  تولید آشفتگی توسط غوطه‌وری است.

$$\nu_t = c_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (5)$$

مدل‌سازی آشفتگی و علی‌الخصوص ناهمسانی تنش‌های رینولدز نشده است. بدیهی است که ناهمسانی ناشی از لایه‌بندی در تنش‌ها، بر روی گسترش جریان و خصوصیاتمانند توزیع سرعت و ناپایداری‌های برشی اثرگذار بوده و شبیه‌سازی دقیق جریان بدون درنظر گرفتن آن‌ها، امکان‌پذیر نخواهد بود. از این رو اهمیت استفاده از مدل‌های غیرخطی که محدودیت فرضیات بوسینسک و همسانی تنش‌ها را مرتفع می‌کنند، بیش از پیش احساس می‌شود. اگرچه مدل‌های تنش رینولدز یا RSM کامل‌ترین مدل‌های آشفتگی هستند با این وجود دشواری و زمان‌بر بودن محاسبات کاربرد این مدل‌ها را در مسائل مهندسی متعارف محدود می‌کند. در این بین مدل‌های جبری تنش رینولدز یا ARSM به عنوان جایگزینی برای مدل‌های RSM مطرح شده‌اند. این مدل‌ها در سطحی بین مدل‌های RSM و مدل‌های خطی (مانند مدل  $k - \varepsilon$  دارای جملات شناوری، بکار گرفته شده در مدل هیدرودینامیک WISE) قرار داشته و با معرفی شکل چند جمله‌ای عمومی‌تری به جای فرضیات بوسینسک امکان پیش‌بینی جریان‌های پیچیده را فراهم آورده و حوزه‌ی گسترده‌ای را برای تحقیق ایجاد کرده‌اند.

اهدافی که در این پژوهش مورد توجه قرار گرفته‌اند عبارتند از: ۱- عملکرد مدل هیدرودینامیک موجود برای شبیه‌سازی جریان‌های لایه‌بندی شده‌ی آب شور و چگال؛ ۲- توسعه‌ی مدل آشفتگی صریح جبری تنش رینولدز برای شبیه‌سازی دقیق‌تر ناهمسانی تنش‌های آشفتگی و الحاق آن در مدل هیدرودینامیک اصلی؛ ۳- مقایسه‌ی نتایج حاصل از شبیه‌سازی آشفتگی مدل صریح جبری تنش رینولدز با مدل آشفتگی  $k - \varepsilon$  با جملات غوطه‌وری. در اینجا منظور از جریان‌های چگال، جریان‌هایی هستند که اختلاف چگالی جریان ثقلی و سیال پیرامون، زیاد و به مقدار تقریباً بیشتر از  $30 \text{ kg/m}^3$  می‌باشد. ۴- مطالعه‌ی حوزه‌ی کفایت صحت مدل  $k - \varepsilon$  با جملات شناوری و محدوده‌ی لازم برای مدل‌سازی با مدل جبری تنش رینولدز به منظور در نظرگیری ناهمسانی تنش‌های آشفتگی برای جریان‌های ثقلی.

## ۲- معرفی مدل هیدرودینامیک WISE

در تحقیق حاضر برای حل معادلات جریان و انتقال از مدل هیدرودینامیک دوبعدی قائم WISE که توسط حجازی [۱۳] توسعه داده شده، استفاده گردیده است. این مدل از سیستم اختیاری لاگرانژی-اولبری<sup>۵</sup> (ALE) بر مبنای حل معادلات میانگین‌گیری شده در عرض وابسته به زمان ناویر-استوکس بهره می‌گیرد. در این مدل شبکه‌بندی لغزنده<sup>۶</sup> منحنی‌الخط<sup>۷</sup> غیر متعامد و با ساختار<sup>۸</sup> برای محدوده محاسباتی به کار گرفته می‌شود. گسسته‌سازی معادلات جابجایی و جریان، بر مبنای روش حجم

گرادیان های متغیرهای وابسته در معادلات انتقال تنها در نرخ تغییرات، انتقال و انتشار، ظاهر می شوند. بنابراین وقتی این گرادیان ها با تقریب های مدل حذف شوند، معادلات دیفرانسیل می توانند به عبارات جبری تبدیل شوند. در مدل های جبری از جملات انتقال و پخشیدگی، صرف نظر می شود و تانسور ناهمسانی تنش رینولدز بصورت زیر تعریف می گردد:

$$\mathbf{b} = b_{ij} = \{\tau_{ij} - (2/3)k\delta_{ij}\}/2k \quad (12)$$

برای بدست آوردن مدل های جبری تنش رینولدز استفاده از شرط تعادل ضعیف رودی [۱۶] ضروری است. از این شرط برای بدست آوردن معادله ی ضمنی از معادله ی انتقال تنش رینولدز استفاده می شود.

$$\frac{D\tau_{ij}}{Dt} - \frac{\tau_{ij}}{k} \frac{Dk}{Dt} = 0, \quad D_{ij} - \frac{\tau_{ij}}{k} D = 0 \quad (13)$$

با استفاده از رابطه ی دیفرانسیلی:

$$\frac{Db_{ij}}{Dt} = \frac{1}{2k} \left( \frac{D\overline{u'_i u'_j}}{Dt} - \frac{\overline{u'_i u'_j}}{k} \frac{Dk}{Dt} \right), \quad \tau_{ij} = \overline{u'_i u'_j} \quad (14)$$

به دلیل حجم زیاد روابط و گام های ریاضی، تنها گام های ضروری در بدست آوردن معادله ی ضمنی و سپس صریح شرح داده می شود. جزئیات بیشتر در سو و همکاران [۱۵] آمده است.

$$P_{ij} = -\overline{u'_i u'_k} \left( \frac{\partial u_j}{\partial x_k} \right) - \overline{u'_j u'_k} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \right), \quad P = \frac{P_{ii}}{2} \quad (15)$$

$$G_{ij} = -\beta g_i \overline{u'_j \theta} - \beta g_j \overline{u'_i \theta}, \quad G = \frac{G_{ii}}{2} \quad (16)$$

$\overline{u'_i \theta}$  شار کمیت اسکالر،  $\beta = -\frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial \theta} \right)$  چگالی مرجع،  $\theta$  مقدار نوسانی و  $\Theta$  مقدار متوسط کمیت اسکالر می باشند. با استفاده از معادلات (۱۱)، (۱۴)، (۱۵)، (۱۶) و با استناد به شرط تعادل ضعیف و همچنین عبارات در نظر گرفته شده برای  $\Pi_{ij}$  توسط اسپژیال و همکاران<sup>۱۲</sup> و  $\varepsilon_{ij}$  توسط سو و همکاران معادله جبری ضمنی به شکل معادله (۱۷) بدست می آید [۱۵]:

$$-\frac{1}{g} \mathbf{b} - a_3 (\mathbf{bS}^* + \mathbf{S}^* \mathbf{b} - \frac{2}{3} \{\mathbf{bS}^*\} \mathbf{I}) + a_2 (\mathbf{bW}^* - \mathbf{W}^* \mathbf{b}) = a_1 \mathbf{S}^* + a_6 \left( \frac{G}{\varepsilon} \right) \left( \frac{\mathbf{f}}{2} + \mathbf{N} \right) \quad (17)$$

$\mathbf{S}$  تانسور نرخ کرنش،  $\mathbf{W}$  تانسور نرخ دوران،  $\mathbf{I}$  ماتریس واحد و  $a_i$  ها ضرایب تعیین شده توسط سو و همکاران می باشند.

$$\mathbf{S} = S_{ij} = \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) / 2, \quad \mathbf{S}^* = \lambda \mathbf{S} \quad (18)$$

در مدل WISE از روش پروجکشن<sup>۹</sup>، ارائه شده توسط چورین<sup>۱۰</sup> و تمام<sup>۱۱</sup> برای حل معادلات استفاده شده است [۱۳]. روند کلی به دو گام جزئی اصلی تقسیم می شود: گام نخست که شامل حل جملات انتقال و پخش می باشد، با استفاده از مقدار معلوم  $V^n$  متشکل از یافتن سرعت موقت  $V^*$  است. گام جزئی اول برای جداسازی عبارات انتقال و پخش، خود به دو زیر گام جزئی تقسیم می شود. این امر امکان استفاده از مناسب ترین روش ها برای هر کدام از عبارات انتقال و پخش را فراهم می کند.

$$\frac{V^{nA} - V^n}{\delta t} + \text{div}(V \times V)^n - w_g^n \left( \frac{\partial V}{\partial z} \right)^n = 0 \quad (6)$$

$$\frac{V^* - V^{nA}}{\delta t} = \text{div}[v_T^n \cdot \text{grad}((1 - \theta_D)V^{nA} + \theta_D V^*)] \quad (7)$$

در دو معادله ی فوق که بطور متوالی حل می شوند  $V^{nA}$ ، سرعت پس از محاسبه ی جمله ی انتقال می باشد.  $A$  معرف Advection است و حضور آن در معادلات نشان می دهد که این مقدار، مربوط به بازه زمانی ای است که فرآیند انتقال در آن کامل می شود. در گام دوم، با گرفتن دیورژانس از معادله ۸ و با استفاده از شرط پیوستگی (معادله ۹)، معادله پواسون (معادله ۱۰) بدست می آید:

$$\frac{V^{n+1} - V^*}{\delta t} + \nabla \mathcal{P}^{n+1} = 0 \quad (8)$$

$$\text{div} V^{n+1} = 0 \quad (9)$$

$$\nabla^2 \mathcal{P}^{n+1} = \frac{\text{div} V^*}{\delta t} \quad (10)$$

حل معادله ی پواسون منجر به یک ماتریس بلوکی سه قطری می شود. این ماتریس با یک روش مستقیم حل شده و با بدست آوردن مقادیر فشار ( $\mathcal{P}$ )، سرعت ها از رابطه ی ۸ محاسبه می شوند. جزئیات مربوط به روند حل محاسبات در حجازی [۱۳] آمده است.

### ۳- مدل آشفتگی جبری تنش رینولدز

در این پژوهش از مدل صریح جبری تنش رینولدز و مدل صریح جبری شار اسکالر دوبعدی سو و همکاران [۱۵] استفاده شده است.

#### ۳-۱ معادله ی صریح جبری تنش رینولدز

معادله ی انتقالی تنش رینولدز به شکل زیر می باشد:

$$\frac{D\tau_{ij}}{Dt} = P_{ij} + \Pi_{ij} + D_{ij} - \varepsilon_{ij} + G_{ij} \quad (11)$$

که در آن  $P_{ij}$  تولید توسط جریان متوسط،  $\Pi_{ij}$  نرخ فشار-کرنش،  $D_{ij}$  پخشیدگی،  $\varepsilon_{ij}$  اضمحلال لزج،  $G_{ij}$  تولید توسط نیروهای حجمی مانند نیروی شناوری، و  $\tau_{ij}$  تنش رینولدز می باشند.

**b** تابعی از  $\mathbf{f}$ ،  $G$ ،  $P/\varepsilon$  و  $\lambda$  که در  $\mathbf{S}^*$  و  $\mathbf{W}^*$  ظاهر می‌شوند، می‌باشد. با تعیین مقدار شار کمیت اسکالر،  $\mathbf{f}$  و  $G$  محاسبه می‌شوند. با استفاده از معادلات انتقالی  $k$  و  $\varepsilon$  در مدل  $k - \varepsilon$  با جملات شناوری  $\lambda$  نیز محاسبه می‌گردد. تنها کمیت مجهول،  $P/\varepsilon$  است که از طریق یک معادله‌ی درجه ۳ تعیین می‌شود [۱۲].

$$\alpha'^2 \left(\frac{P}{\varepsilon}\right)^3 + A_1 \left(\frac{P}{\varepsilon}\right)^2 + A_2 \left(\frac{P}{\varepsilon}\right) + A_3 = 0 \quad (25)$$

ضرایب  $A_i$  در سو و همکاران [۱۲] آمده است که تابعی از  $G/\varepsilon$  و  $\overline{u'_i \theta}$  می‌باشند و این موضوع بیانگر وابستگی شدید معادلات شار کمیت اسکالر و تنش رینولدز است.

### ۲-۳ معادله صریح جبری شار کمیت اسکالر

معادله‌ی انتقالی شار کمیت اسکالر بصورت زیر می‌باشد:

$$\frac{D\overline{u'_i \theta}}{Dt} = D_{\theta i} + P_{\theta i} + \phi_{\theta i} + G_{\theta i} \quad (26)$$

که در آن  $D_{\theta i}$ ، پخشیدگی ملکولی و آشفته‌ی  $\overline{u'_i \theta}$ ،  $P_{\theta i}$ ، تولید شار اسکالر توسط کرنش،  $\phi_{\theta i}$ ، همبستگی فشار-گرادیان کمیت اسکالر و اضمحلال  $\overline{u'_i \theta}$  و  $G_{\theta i}$ ، تولید توسط غوطه‌وری می‌باشند. شار کمیت اسکالر بصورت زیر بی‌بعد می‌شود:

$$\vec{\zeta} = \zeta_i = \overline{u'_i \theta} / \sqrt{k k_{\theta}} \quad (27)$$

از جملات انتقال و پخشیدگی صرفنظر می‌شود و در نتیجه مشتق کلی  $\zeta_i$  در معادله‌ی (۲۷) بصورت زیر می‌باشد:

$$\dot{\zeta}_i = \frac{d\zeta_i}{dt} = \frac{1}{\sqrt{k k_{\theta}}} [P_{\theta i} + \phi_{\theta i} + G_{\theta i}] - \frac{\zeta_i \varepsilon_{\theta}}{2 k_{\theta}} \left[ R \left( \frac{P}{\varepsilon} - 1 + \frac{G}{\varepsilon} \right) + \left( \frac{P_{\theta}}{\varepsilon_{\theta}} - 1 \right) \right] \quad (28)$$

که در آن  $k_{\theta}$  و  $\varepsilon_{\theta}$  از حل معادلات انتقالی ارائه شده توسط سو و اسپزیال [۱۸] بدست می‌آیند. همچنین  $P_{\theta}$  تولید آشفته‌گی متغیر  $k_{\theta}$  و  $R$  نیز مقیاس زمانی اسکالر به مقیاس زمانی دینامیکی می‌باشند [۱۵].

با استفاده از فرض تعادل، سمت چپ معادله‌ی (۲۸) برابر صفر می‌باشد و معادله‌ی جبری ضمنی بدست می‌آید:

$$-\frac{1}{a_{\theta}} \zeta_i - RC_s S_{ij}^* \zeta_j - RC_{\Omega} W_{ij}^* \zeta_j = \frac{2}{3} RC_b \theta_i^* + 2RC_b b_{ij} \theta_j^* + 2RC_g \bar{g}_i^* \quad (29)$$

$C_g$ ،  $C_b$ ،  $C_{\Omega}$ ،  $C_s$  ثابت‌های معادله‌ی ۲۹ می‌باشند.  $\theta_i^*$ ،  $\bar{g}_i^*$  و  $\frac{1}{a_{\theta}}$

نیز بصورت زیر تعریف شده‌اند:

$$\mathbf{W} = W_{ij} = \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) / 2, \quad \mathbf{W}^* = \lambda \mathbf{W} \quad (19)$$

$$\lambda = k/\varepsilon, \quad \frac{1}{g} = \alpha' \left( \frac{P}{\varepsilon} \right) + \beta' + \left( \frac{G}{\varepsilon} \right) \quad (20)$$

$$\mathbf{f} = f_{ij} = (G_{ij} - \delta_{ij}^{(2d)} G) / G, \quad (21)$$

$$\mathbf{N} = N_{ij} = \delta_{ij}^{(2d)} / 2 - \delta_{ij} / 3$$

$\alpha'$  و  $\beta'$  ثابت‌های معادله ۲۰ می‌باشند. همچنین،  $\{\}$ ، بیانگر اثر (مجموع مؤلفه‌های قطر اصلی) یک تانسور می‌باشد. به عنوان مثال  $\{\mathbf{b}\}$ ، بیانگر اثر تانسور  $\mathbf{b}$  می‌باشد.

با اعمال مدل جبری ضمنی به جریان‌های دو یا سه بعدی ممکن است خطاهای عددی رخ دهد که دلیل آن فقدان جملات اضمحلالی در این معادلات جبری است. بخاطر وجود چنین مشکلاتی در حل عددی بیشتر تلاش‌ها به توسعه‌ی مدل‌های صریح اختصاص یافته است. بر اساس روند پیشنهاد شده توسط Pope (1975) یک رابطه‌ی عمومی برای تانسور ناهمسانی تنش رینولدز با استفاده از ده پایه تانسور بر اساس  $\mathbf{S}^*$  و  $\mathbf{W}^*$  برای جریان‌های سه بعدی در نظر گرفته شده است.

$$\mathbf{b} = \sum_{n=1}^{10} Q_n \mathbf{T}^{(n)} \quad (22)$$

برای معرفی تانسور ناهمسانی تنش رینولدز در جریان‌های دوبعدی از ۵ تانسور پایه‌ی متقارن و بی‌اثر استفاده شده است. تانسورهای چهارم و پنجم صرفاً به منظور در نظر گرفتن اثر متقابل تنش و شارهای رینولدز در نظر گرفته شده است [۱۵].

$$\begin{aligned} \mathbf{T}^{(1)} &= \mathbf{S}^*, \quad \mathbf{T}^{(2)} = \mathbf{S}^* \mathbf{W}^* - \mathbf{W}^* \mathbf{S}^*, \\ \mathbf{T}^{(3)} &= \mathbf{S}^{*2} - \frac{1}{3} \{\mathbf{S}^{*2}\} \mathbf{I}, \\ \mathbf{T}^{(4)} &= \mathbf{f}, \quad \mathbf{T}^{(5)} = \mathbf{f} \mathbf{W}^* - \mathbf{W}^* \mathbf{f} \end{aligned} \quad (23)$$

با قرار دادن معادله‌ی ۲۲ در معادله‌ی ۱۷ و انجام چندین مرحله محاسبات ریاضی، در نهایت معادله صریح جبری تنش رینولدز به شکل زیر بدست آمده است:

$$Q_1 = \frac{3g}{D_1} \left[ a_1 - \frac{2}{3} a_3^2 g (\eta_8 + 2\eta_{14} a_2 g) \right] Q_4 - \frac{2}{3} \frac{a_3 D_2}{D_1} Q_4 \quad (1-24)$$

$$Q_2 = a_2 g Q_1$$

$$Q_3 = -2a_3 g \left[ Q_1 + \left( \frac{\eta_8 + 2\eta_{14} a_2 g}{\eta_1} \right) Q_4 \right] - \frac{2D_2}{D_1 \eta_1} Q_4 \quad (2-24)$$

$$Q_4 = \frac{a_6 g D_1}{2 D_2} \left( \frac{G}{\varepsilon} \right)$$

$$Q_5 = a_2 g Q_4$$

$$\eta_1 = \{\mathbf{S}^{*2}\}, \quad \eta_2 = \{\mathbf{W}^{*2}\}, \quad \eta_8 = \{\mathbf{fS}^*\}, \quad \eta_{14} = \{\mathbf{W}^* \mathbf{S}^* \mathbf{f}\} \quad (3-24)$$

$$D_1 = -3 \left[ 1 - 2a_2^2 \eta_2 g^2 - \left( \frac{2}{3} \right) a_3^2 \eta_1 g^2 \right]$$

$$D_2 = -D_1 (1 - 2a_2^2 \eta_2 g^2) \quad (4-24)$$

$$(1 - 2C_{5\theta})^2 (r_1 r_6 - r_3^2) \left(\frac{P_\theta}{\varepsilon_\theta}\right)^3 + \quad (34)$$

$$B_1 \left(\frac{P_\theta}{\varepsilon_\theta}\right)^2 + B_2 \left(\frac{P_\theta}{\varepsilon_\theta}\right) + B_3 = 0$$

$$(r_1 r_6 - r_3^2) \left(\frac{G}{\varepsilon}\right)^3 + \quad (35)$$

$$E_1 \left(\frac{G}{\varepsilon}\right)^2 + E_2 \left(\frac{G}{\varepsilon}\right) + E_3 = 0$$

### ۳-۳ کوپل‌شدگی معادلات صریح تنش رینولدز و شار اسکالر

معادلات **b**،  $\vec{\zeta}$ ،  $P/\varepsilon$ ،  $G/\varepsilon$  و  $P_\theta/\varepsilon_\theta$  به یکدیگر وابسته بوده و باید با تکنیک درونیابی حل شوند. اگرچه معادلات  $P/\varepsilon$ ،  $G/\varepsilon$  و  $P_\theta/\varepsilon_\theta$  با معادلات دیگر کوپل می‌باشند، ریشه‌های این معادلات بصورت مستقیم قابل محاسبه بوده و در نتیجه حل این معادلات بصورت درونیابی در کنار معادلات تنش و شار اسکالر مشکلی بوجود نمی‌آورد. نکته مهم اینست که تنها، ریشه فیزیکی معادلات درجه ۳، ریشه قابل قبول بوده و قابلیت ارضاء نمودن هر ۵ معادله را بصورت همزمان دارد [۱۵]. در حالتی که معادلات دارای دو ریشه‌ی موهومی و یک ریشه‌ی حقیقی می‌باشند، ریشه‌ی حقیقی ریشه‌ی مورد نظر است. در حالتی که سه ریشه‌ی حقیقی وجود دارد که دو ریشه برابر و ریشه‌ی دیگر متفاوت می‌باشد و یا در حالتی که تمامی ریشه‌ها حقیقی و متفاوت هستند، کوچکترین ریشه بدون در نظر گرفتن مثبت و یا منفی بودن ریشه، ریشه‌ی مورد نظر می‌باشد [۱۹].

### ۴- گسسته‌سازی و حل معادلات

مؤلفه‌های تانسور ناهمسانی تنش رینولدز بصورت زیر خواهند بود :

$$b_{ij} = \begin{bmatrix} b_{11} & 0 & b_{13} \\ 0 & -b_{11} - b_{33} & 0 \\ b_{31} & 0 & b_{33} \end{bmatrix} \quad (36)$$

این تانسور دارای چهار مؤلفه‌ی غیر صفر  $b_{11}$ ،  $b_{13}$ ،  $b_{31}$  و  $b_{33}$  است که به دلیل متقارن بودن تانسور، دو مؤلفه‌ی آن با هم برابر هستند ( $b_{31} = b_{13}$ ). مؤلفه‌های مختلف تانسور تنش رینولدز بر حسب ناهمسانی تنش بصورت زیر هستند :

$$\overline{u'u'} = k \left( 2b_{11} + \frac{2}{3} \right) \quad (37)$$

$$\overline{u'w'} = 2k(b_{13}) = 2k(b_{31}) \quad (38)$$

$$\overline{w'w'} = k \left( 2b_{33} + \frac{2}{3} \right) \quad (39)$$

مؤلفه‌های شار اسکالر نیز عبارتند از:

$$\vec{\theta}^* = \theta_i^* = \lambda \theta_i = (k/\varepsilon) \sqrt{k/k_\theta} (\partial \theta / \partial x_i), \quad (30)$$

$$\vec{g}^* = \bar{g}_i^* = \lambda \bar{g}_i = (k/\varepsilon) \sqrt{k_\theta/k} \beta g_i$$

$$\frac{1}{a_\theta} = \frac{1}{2} \left[ R \left( \frac{P}{\varepsilon} - 1 + \frac{G}{\varepsilon} + 2C_{1\theta} \right) + (1 - 2C_{5\theta}) \frac{P_\theta}{\varepsilon_\theta} - 1 \right] \quad (31)$$

$C_{i\theta}$ ها ثابت‌های مدل می‌باشند. به منظور رسیدن به یک معادله‌ی صریح برای شار اسکالر در جریان‌های دوبعدی، دو بردار پایه مستقل ( $\mathbf{I} \cdot \vec{\theta}^*$  و  $\mathbf{b} \cdot \vec{\theta}^*$ ) برای  $\vec{\zeta}$  در نظر گرفته شده است:

$$\vec{\zeta} = \alpha_1 \mathbf{I} \cdot \vec{\theta}^* + \alpha_2 \mathbf{b} \cdot \vec{\theta}^* \quad (32)$$

با جایگذاری معادله‌ی ۳۲ در معادله‌ی ۲۹ و انجام عملیات ریاضی، در نهایت معادله‌ای صریح برای شار اسکالر بصورت زیر بدست آمده است که در آن  $r_i$  و  $\sigma_i$  نامتغیرها می‌باشند [۱۵].

$$\alpha_1 = \frac{\frac{2}{3} RC_b r_1 + 2RC_b r_3 + 2RC_\theta \sigma_1}{\frac{r_1}{a_\theta} + RC_s r_2} - \frac{\frac{r_3}{a_\theta} + RC_s r_4 + RC_\Omega r_5}{\frac{r_1}{a_\theta} + RC_s r_2} \alpha_2,$$

$$\alpha_2 = \frac{1}{D_3} \left[ \left( \frac{r_3}{a_\theta} + RC_s r_4 - RC_\Omega r_5 \right) \left( \frac{2}{3} RC_b r_1 + 2RC_b r_3 + 2RC_\theta \sigma_1 \right) - \left( \frac{r_1}{a_\theta} + RC_s r_2 \right) \left( \frac{2}{3} RC_b r_3 + 2RC_b r_6 + 2RC_\theta \sigma_2 \right) \right], \quad (33)$$

$$D_3 = \left( \frac{r_1}{a_\theta} + RC_s r_2 \right) \left( \frac{r_6}{a_\theta} + RC_s r_7 \right) - \left( \frac{r_3}{a_\theta} + RC_s r_4 + RC_\Omega r_5 \right) \left( \frac{r_3}{a_\theta} + RC_s r_4 - RC_\Omega r_5 \right)$$

با استفاده از معادلات ۳۲ و ۳۳،  $\vec{\zeta}$  محاسبه می‌شود، اما معادلات ارائه شده به طور کامل صریح نیستند، زیرا  $P_\theta/\varepsilon_\theta$  و  $G/\varepsilon$  موجود در  $a_\theta$  تابعی از  $\vec{\zeta}$  می‌باشند.  $\vec{\zeta}$  نیز تابعی از  $\mathbf{b}$  می‌باشد که این موضوع نشان‌دهنده‌ی کوپل‌شدگی شدید معادلات تنش و شار رینولدز می‌باشد. برای محاسبه  $P_\theta/\varepsilon_\theta$  و  $G/\varepsilon$ ، معادلات درجه ۳ زیر با ضرایب  $B_i$  و  $E_i$  بدست آمده است [۱۵].

شده است. فلوم تا عمق ۱۰۰ میلیمتر با آب پر شده ( $H_0$ ) و دریچه‌ای در فاصله‌ی ۲۰۰ میلیمتری از بالادست ( $x_0$ ) نصب شده است. برای ایجاد اختلاف چگالی، به بخش بالادست دریچه به میزان کافی نمک اضافه شده تا اختلاف چگالی آب و محلول آب نمک به  $\Delta\rho = 10 \text{ kg/m}^3$  برسد ( $\rho_a = 999.5 \text{ kg/m}^3$  و  $\rho_d = 1009.5 \text{ kg/m}^3$ ). برای نشان دادن تمامی مشخصه‌های جریان ثقلی، شبکه‌بندی باید به اندازه‌ی کافی ریز باشد. در صورت درشت بودن شبکه، جواب‌های بدست آمده حساس به اندازه شبکه خواهند بود و از دقت کافی برخوردار نیستند. با ریزتر کردن شبکه، جواب‌ها مستقل از اندازه شبکه شده و در عین حال هزینه‌ی محاسباتی افزایش می‌یابد. در نتیجه یافتن درشت‌ترین شبکه‌ی ممکن که نیازمند کمترین حجم محاسبات بوده و همزمان مستقل از اندازه‌ی شبکه باشد، مورد نیاز است. به همین دلیل یک تحلیل حساسیت با شبیه‌سازی یک جریان ثقلی بر روی شبکه‌بندی با اندازه‌های مختلف انجام گرفته است. در این تحلیل حساسیت موقعیت پیشانی جریان و پروفیل سرعت مورد ارزیابی قرار گرفته‌اند. در تحلیل موقعیت پیشانی جریان، حالات مختلف اندازه‌ی شبکه شامل  $8 \times 75$  (۸ ردیف سلول در جهت قائم و ۷۵ سلول در جهت افقی)،  $10 \times 75$ ،  $10 \times 120$  و  $10 \times 150$  بوده است. زمان آزمایش ۶۲ ثانیه و  $\Delta t$  برابر با  $0.04$  ثانیه در نظر گرفته شده است. شکل ۲ نشان می‌دهد که برای هر دو مدل آشفتگی نمودارهای مستقل از شبکه‌بندی در حالت  $120$  سلول در جهت افقی و ریزتر از آن حاصل شده است. همچنین مشخص است که حساسیت نسبت به تعداد سلول‌ها، کمتر از حساسیت نسبت به تعداد لایه‌ها می‌باشد. ( $x^* = \frac{x}{x_0}$ ,  $t^* = \frac{t}{t_c}$ ,  $t_c = \frac{x_0}{(g'H_0)^{1/2}}$ ,  $g' = g \frac{\Delta\rho}{\rho_a}$ ). در شکل ۳ نتایج پروفیل سرعت جریان در فاصله‌ی ۱۰۲۰ میلیمتر نسبت به دریچه حاصل از شبیه‌سازی جریان ثقلی مزبور بر روی شبکه‌بندی با اندازه‌های مختلف نشان داده شده است. تعداد لایه‌ها  $16$ ،  $10$  و  $20$  و اندازه‌ی شبکه در راستای افقی  $0.025$ ،  $0.01$  و

$$\overline{u_i \theta} = \begin{bmatrix} \overline{u' \theta'} \\ 0 \\ \overline{w' \theta'} \end{bmatrix} \quad (40)$$

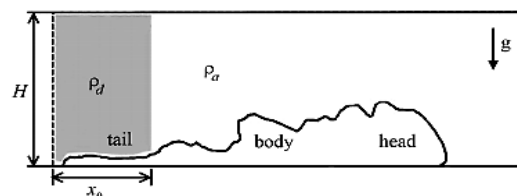
شکل تبدیل یافته‌ی معادلات ناویر-استوکس به ترتیب در دو راستای  $x$  و  $z$  به صورت زیر نوشته می‌شوند:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u^2}{\partial x} + \frac{\partial wu}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho_r} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \nu \frac{\partial u}{\partial x} \right) \\ &+ \frac{\partial}{\partial z} \left( \nu \frac{\partial u}{\partial z} \right) - \frac{\partial \overline{u'u'}}{\partial x} - \frac{\partial \overline{u'w'}}{\partial z} \\ \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial uw}{\partial x} + \frac{\partial w^2}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho_r} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \nu \frac{\partial w}{\partial x} \right) \\ &+ \frac{\partial}{\partial z} \left( \nu \frac{\partial w}{\partial z} \right) - g \frac{\rho - \rho_r}{\rho_r} - \frac{\partial \overline{u'w'}}{\partial x} - \frac{\partial \overline{w'w'}}{\partial z} \\ \frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{\partial u\theta}{\partial x} + \frac{\partial w\theta}{\partial z} &= \frac{\partial}{\partial x} \left( \nu \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \nu \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) - \frac{\partial \overline{u'\theta'}}{\partial x} - \frac{\partial \overline{w'\theta'}}{\partial z} \end{aligned} \quad (41)$$

که در این معادلات دو جمله‌ی آخر سمت راست مشتق تنش‌های رینولدز می‌باشند. به منظور مدل‌سازی معادلات فوق جملات اضافه شده گسسته می‌شوند و در حل عددی معادلات اندازه حرکت منظور می‌گردند. بدین منظور، مشتق تنش‌های رینولدز گسسته شده که در هر گام بدست می‌آیند، با روش حجم محدود محاسبه و به صورت جملات چشمه در جملات پخشیدگی معادله‌ی اندازه حرکت منظور می‌گردند.

#### ۵- صحت‌سنجی مدل آشفتگی، ارائه و تفسیر نتایج

جریان‌های ثقلی در آزمایشگاه معمولاً با برداشتن ناگهانی یک دریچه‌ی عمودی که جدا کننده‌ی دو حجم سیال با چگالی‌های متفاوت است، ایجاد می‌شود (شکل ۱). جریان ایجاد شده در اصطلاح جریان ثقلی انسداد-تبادل<sup>۱۴</sup> نامیده می‌شود.

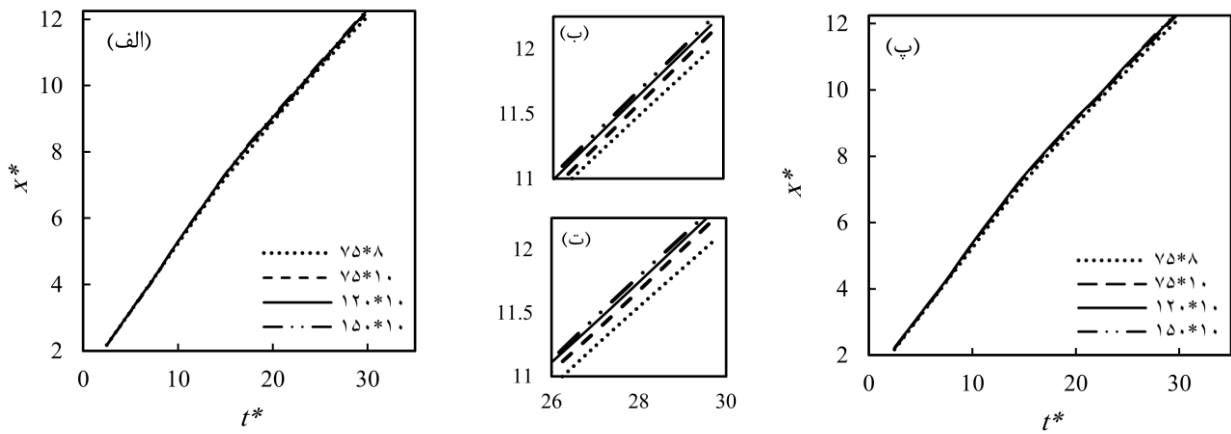


شکل ۱- شمای کلی جریان ثقلی انسداد-تبادل

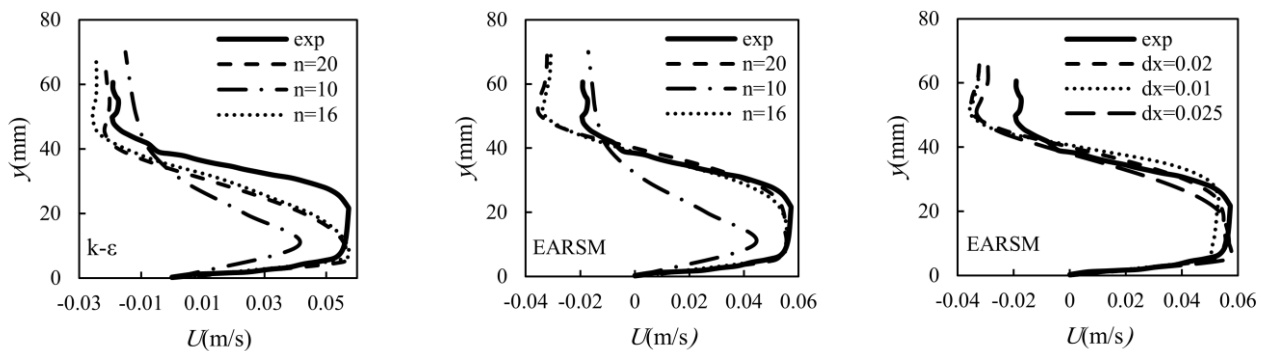
#### ۱-۵ آزمایش ژو و همکاران (۲۰۰۶)

این آزمایش از نوع انسداد-تبادل و بر اساس مطالعات آزمایشگاهی ژو و همکاران [۲۰] صورت گرفته است. آزمایش‌ها در یک فلوم مستطیلی به طول ۲۵۹۰، عرض ۲۰۰ و عمق ۴۰۰ میلیمتر انجام





شکل ۲- مقایسه نتایج شبیه سازی عددی موقعیت پیشانی جریان ثقلی با استفاده از مدل آشفتگی  $k - \epsilon$  با جملات شناوری و مدل آشفتگی EARSM برای شبکه بندی های مختلف، (الف) و (ب) مدل آشفتگی  $k - \epsilon$ ، (پ) و (ت) مدل EARSM



شکل ۳- مقایسه نتایج شبیه سازی عددی پروفیل سرعت در فاصله ۱۰۲۰ میلی متر نسبت به دریچه برای شبکه بندی های مختلف در آزمایش ژو و همکاران [۲۰]

فاصله ای معادل ده برابر طول قسمت پشت دریچه، انتقال بین دو فاز صورت می گیرد [۲۰]. شکل ۴ موقعیت پیشانی جریان ثقلی را بر حسب زمان برای مدل های  $k - \epsilon$ ، EARSM و مقادیر آزمایشگاهی، بصورت بی بعد نشان می دهد. همانطور که دیده می شود هر دو مدل موقعیت پیشانی جریان را در تمام طول آزمایش، کمتر از مقادیر آزمایشگاهی نشان می دهند. با این وجود در بخش های بیشتری از فاز اسلامپ (فاز نخست) نتایج حاصل از مدل های عددی به نتایج آزمایشگاهی نزدیک تر بوده و در زمان های اولیه تقریباً برابر با نتایج آزمایشگاهی می باشد. همچنین انتقال بین دو فاز بخوبی پیش بینی شده است. بعلاوه، مدل EARSM در فاز دوم موقعیت پیشانی جریان را کمی بیشتر از مقادیر حاصل از  $k - \epsilon$  با جملات شناوری نشان می دهد.

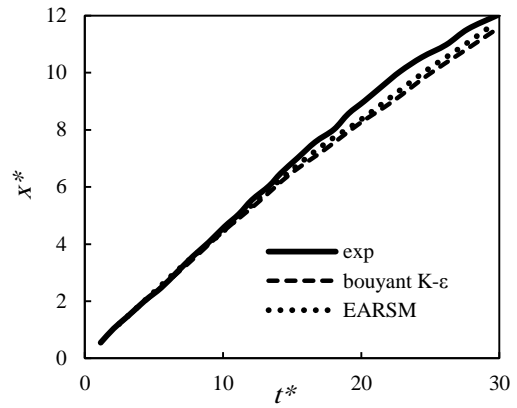
شکل ۵ نمودارهای سرعت افقی حاصل از مدل های آشفتگی مورد بحث و نتایج آزمایشگاهی را در فواصل ۱۰۲۰ تا ۱۰۸۰ میلی متر نسبت به دریچه و در زمان  $t = 24.8s$  نشان می دهد. با بررسی این نمودارها می توان دریافت که سرعت افقی حداکثر  $u_{max}$  در ارتفاعی بین  $y \approx 9mm$  و  $y \approx 20mm$  رخ می دهد، که در آن  $y$

۰/۰۲ متر در نظر گرفته شده است.  $n$  تعداد لایه های جریان در راستای  $Z$  می باشد و مشخص است که با افزایش تعداد لایه ها اختلاف نتایج شبیه سازی با یکدیگر بسیار کم می شود و همانطور که دیده می شود، پروفیل سرعت با ۱۶ لایه نسبت به ۲۰ لایه، در بخش های بیشتری از نمودار، با نتایج آزمایشگاهی مطابقت بهتری دارد.  $dx$  اندازه ی شبکه در راستای  $X$  بوده و مشخص است که با کوچکتر شدن  $dx$ ، نتایج شبیه سازی عددی اختلاف کمی با یکدیگر دارند و نتایج مستقل از اندازه شبکه می شود.

با توجه به موقعیت پیشانی جریان و نمودارهای سرعت (شکل های ۳ و ۲) در نتایج شبیه سازی عددی، پارامتر حساس تر نسبت به اندازه ی شبکه، تعداد لایه ها می باشد. اندازه ی شبکه در راستای  $X$ ، ۰/۰۲ متر و تعداد لایه ها در راستای  $Z$ ، ۱۶ لایه منظور گشته و این اندازه ی شبکه برای مقایسه ی موقعیت پیشانی جریان و سرعت افقی با نتایج آزمایشگاهی مورد استفاده قرار می گیرد.

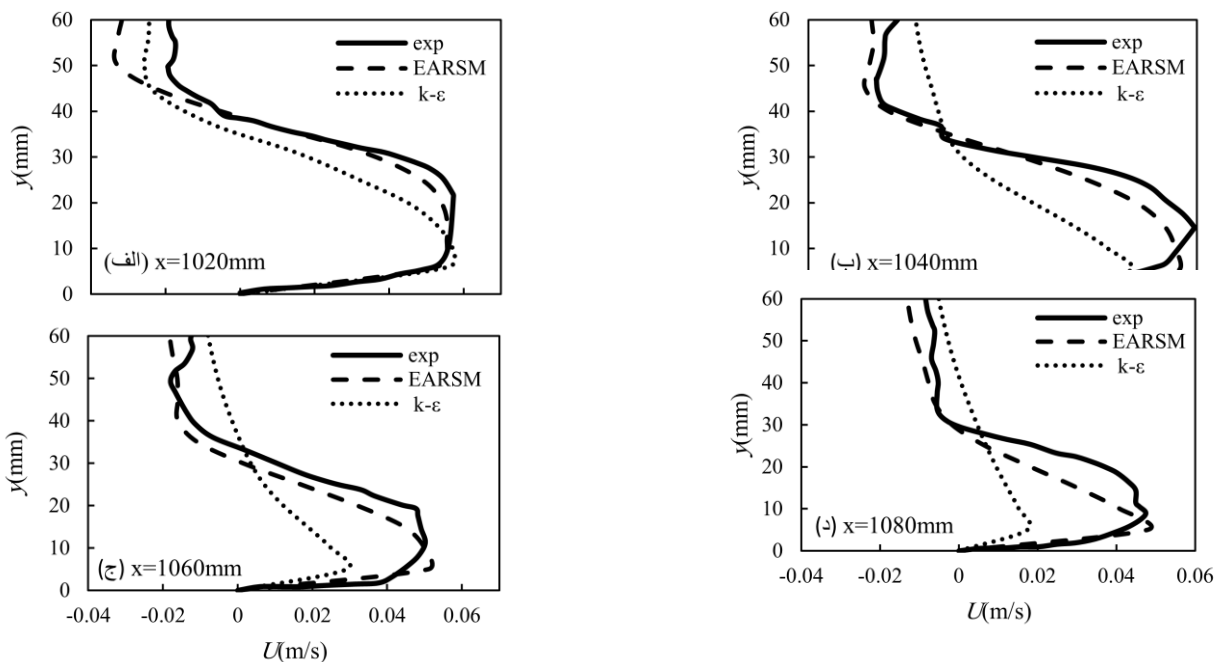
موقعیت پیشانی در زمان های مختلف ( $X$ ) اندازه گیری شده است. در طول فاز اسلامپ<sup>۱۵</sup> اولیه، موقعیت پیشانی  $X$ ، با افزایش زمان بصورت خطی افزایش می یابد که نشان دهنده ی ثابت بودن سرعت می باشد. دو فاز مختلف در حرکت جریان مشاهده می شود که در

پیش‌بینی سرعت انطباق خوبی با مقادیر آزمایشگاهی دارد. در نواحی نزدیک به کف هر دو مدل انطباق خوبی با نتایج آزمایشگاهی دارند. همانطور که دیده می‌شود در نواحی دور از کف و بالاتر از نقطه‌ی جدایش، مدل  $k - \epsilon$  در پیش‌بینی سرعت‌های منفی، عملکرد بهتری دارد. در مقطع  $1040$  میلی‌متری، مدل EARSM با اختلاف اندکی مقدار  $u_{max}$  را محاسبه می‌کند، ولی هر دو مدل ارتفاع سرعت بیشینه را در ارتفاعی تقریباً یکسان و کمتر نسبت به کف نشان می‌دهند. در ارتفاع  $20\text{mm} < y$ ، مقادیر حاصل از مدل EARSM انطباق نسبتاً خوبی با نتایج آزمایشگاهی دارد و مدل  $k - \epsilon$  مقادیر بسیار کمتری را نشان می‌دهد. همچنین در نقاط بالاتر از  $20\text{mm} = y$  و نواحی میانی همانند مقطع قبل، مقادیر حاصل از مدل EARSM اختلاف بسیار اندکی با نتایج آزمایشگاهی دارند. در مقطع به فاصله‌ی  $1060$  میلی‌متری، مدل EARSM در پیش‌بینی مقدار  $u_{max}$  و مقادیر سرعت در نواحی نزدیک به کف و نقاط بالاتر از  $10\text{mm} \approx y$ ، انطباق به‌مراتب بهتری با نتایج آزمایشگاهی دارد. در نمودار آخر (فاصله‌ی  $1080$  میلی‌متری) که مربوط به نواحی نزدیک به پیشانی جریان است، نتایج مدل  $k - \epsilon$  اختلاف قابل توجهی با نتایج آزمایشگاهی دارد. نتایج مدل EARSM در تمامی نواحی، به مقادیر آزمایشگاهی نزدیک‌تر می‌باشد. عملکرد هر دو مدل با نزدیک‌تر شدن به پیشانی جریان، ضعیف‌تر می‌شود. بطور کلی، تغییر شکل‌ها، قوس‌ها، تغییر



شکل ۴- مقایسه‌ی نتایج شبیه‌سازی عددی و اندازه‌گیری‌های آزمایشگاهی ژو و همکاران [۲۰] برای موقعیت پیشانی جریان ثقلی

عمق از کف است. در مقطع به فاصله  $1020$  میلی‌متر نسبت به دریچه، مدل  $k - \epsilon$  با جملات شناوری در مقایسه با نتایج آزمایشگاهی و نتایج حاصل از مدل EARSM، مقدار  $u_{max}$  را کمی بیشتر و در ارتفاع پایین‌تری نسبت به کف نشان می‌دهد. اما مدل EARSM مقدار  $u_{max}$  را نزدیک به مقدار آزمایشگاهی نشان می‌دهد. در نتایج آزمایشگاهی سرعت در ارتفاع  $9\text{mm} - 20\text{mm} \approx y$  تقریباً ثابت است که این موضوع در مدل EARSM بخوبی پیش‌بینی شده است. نقطه جدایش جریان تقریباً در ارتفاع  $39\text{mm} \approx y$  می‌باشد، یعنی از ارتفاع  $39\text{mm}$ ، سرعت منفی می‌شود. در ارتفاع  $20\text{mm} > y$  تا نقطه جدایش جریان مدل  $k - \epsilon$  با جملات شناوری مقادیر سرعت را کمتر از نتایج آزمایشگاهی نشان می‌دهد. اما در این نواحی مدل EARSM در



شکل ۵- مقایسه‌ی نمودارهای سرعت جریان ثقلی در فواصل  $1020$  تا  $1080$  میلی‌متر نسبت به دریچه و زمان  $t = 24/8s$  با استفاده از نتایج آزمایشگاهی ژو و همکاران [۲۰]

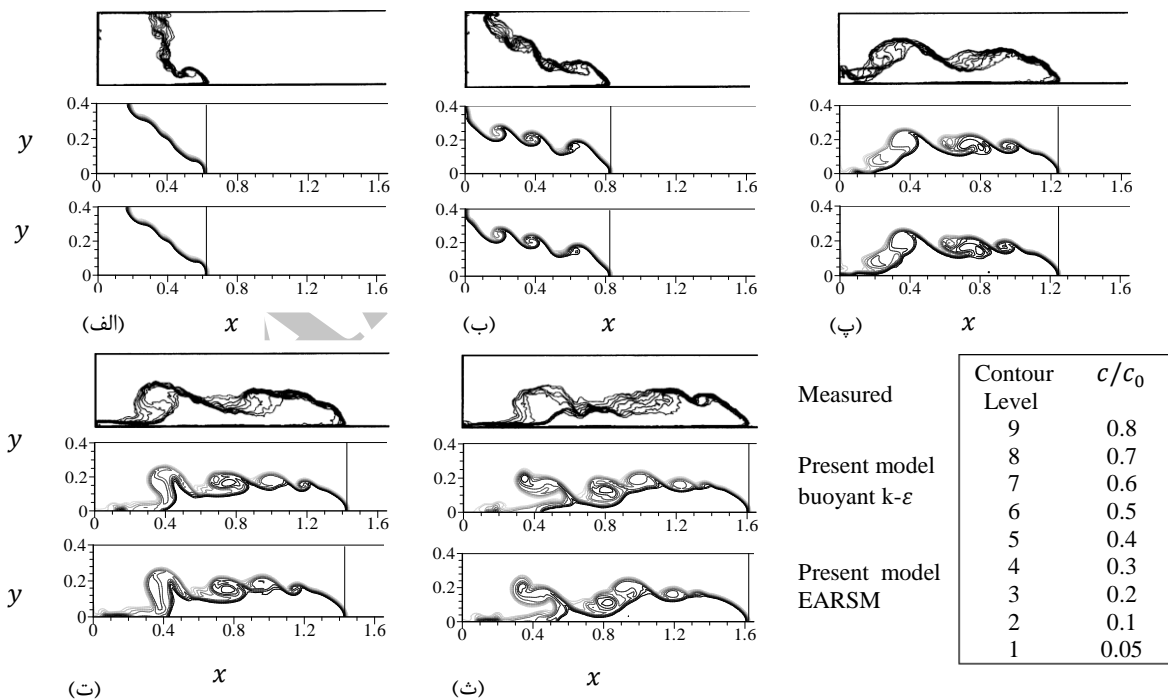
آشفتگی حاضر را به همراه نتایج آزمایشگاهی هکر و همکاران، شبیه سازی سه بعدی LES اوی و همکاران [۲۲] و شبیه سازی سه بعدی با یک مدل آشفتگی  $k - \epsilon$  با جملات شناوری پایک و همکاران [۲۳] نشان می دهد  $t_0 = H/u_b$  مقیاس زمانی و شدن دریاچه ناپایداری های کلونین- هلموتز<sup>۱۶</sup> در سطح تداخل دو حجم سیال ایجاد می شوند. این ناپایداری ها به وضوح در مراحل زمانی  $a$  و  $b$  از شکل ۷ دیده می شوند. در زمان های اولیه تفاوت هایی بین خطوط میزان حاصل از شبیه سازی های عددی و نتایج آزمایشگاهی دیده می شود. در واقع، خطوط میزان نتایج آزمایشگاهی نسبت به خط میانه ی سطح تداخل دو سیال از تقارن نسبی برخوردار نیستند. بدین معنی که میزان پیش آمدگی پیشانی حرکت جریان ثقلی نسبت به خط میانه از میزان عقب ماندگی لایه ی فوقانی به طور محسوسی بیشتر است. در حالی که در شبیه سازی های عددی این دو معیار به طور متقارن نسبت به خط میانه قرار دارند. سیمپسون<sup>۱۷</sup> این تفاوت را به شرایط مرزی متفاوت در بالا و پایین محدود شده نسبت داده است [۲۱]. لیکن اوی و همکاران استدلال می کنند که سرعت پایین باز کردن دریاچه باعث

شیب ها و انسجام کلی پروفیل سرعت در تمامی مقاطع توسط مدل EARSIM انطباق خوبی با نتایج آزمایشگاهی دارد. مقادیر سرعت منفی مربوط به نواحی روی بدنه ی جریان ثقلی هستند که با حرکت از مقاطع دورتر نسبت به پیشانی (۱۰۲۰ میلیمتری) به سمت پیشانی (۱۰۸۰ میلیمتری)، مقادیر حاصل از مدل EARSIM به نتایج آزمایشگاهی نزدیک تر شده و مقادیر حاصل از مدل  $k - \epsilon$  اختلاف تقریباً ثابتی با نتایج آزمایشگاهی دارند.

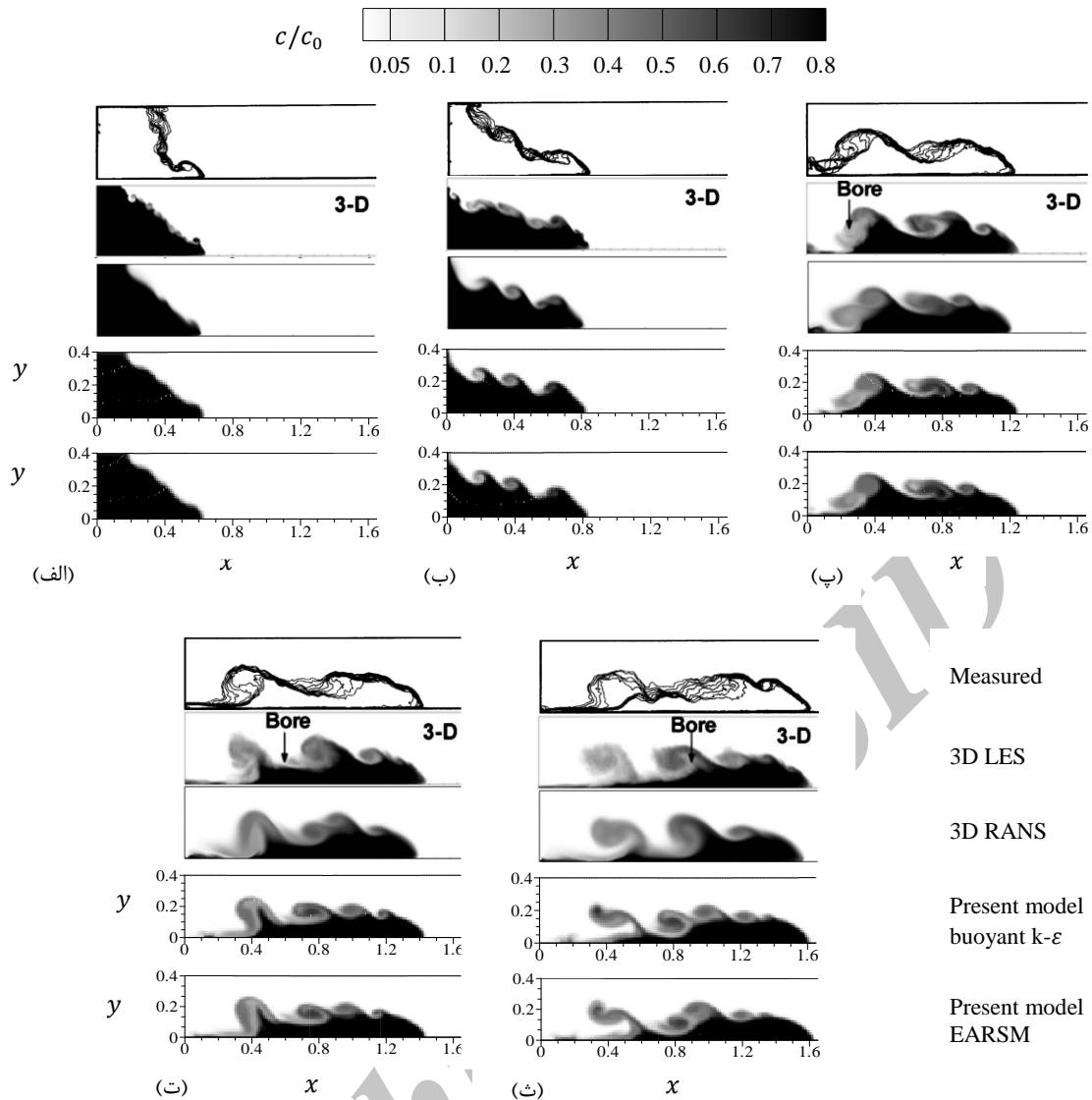
## ۲-۵ آزمایش هکر و همکاران (۱۹۹۶)

آزمایش های هکر و همکاران [۲۱] در یک کانال مستطیلی به طول ۳۴۸۰، عرض ۲۰۵ و عمق ۵۰۰ میلیمتر انجام شده است. کانال تا عمق ۴۰۰ میلیمتر با آب پر شده و دریاچه ای در فاصله ی ۴۰۰ میلیمتری از ابتدا، قرار داده شده است. به منظور ایجاد اختلاف چگالی به آب پشت دریاچه محلول نمک اضافه شده تا شتاب  $g'$  برابر با  $120 \text{ mm/s}^2$  شود. در شبیه سازی، اندازه ی شبکه در جهت  $x$  و  $z$  برابر با ۱۰ میلیمتر و گام زمانی  $0.003$  ثانیه بوده است.

شکل ۶ خطوط میزان غلظت جریان ثقلی حاصل از شبیه سازی مدل های آشفتگی حاضر را به همراه نتایج آزمایشگاهی هکر و همکاران، و شکل ۷ توزیع غلظت حاصل از شبیه سازی مدل های



شکل ۶- خطوط میزان غلظت در آزمایش هکر و همکاران و مدل های آشفتگی  $k - \epsilon$  با جملات شناوری و EARSIM. در زمان های (الف):  $t/t_0 = 1.4$ ، (ب):  $t/t_0 = 2.4$ ، (پ):  $t/t_0 = 4.6$ ، (ت):  $t/t_0 = 5.6$ ، (ث):  $t/t_0 = 6.6$ . خطوط قائم نشانگر موقعیت پیشانی جریان ثقلی هستند.



شکل ۷- مقایسه‌ی توزیع غلظت نمک جریان ثقلی در آزمایش هکر و همکاران، شبیه‌سازی عددی پایک و همکاران، اوی و همکاران و مدل‌سازی‌های عددی حاضر، در زمان‌های (الف):  $t/t_0 = 1.4$ ، (ب):  $t/t_0 = 2.4$ ، (پ):  $t/t_0 = 4.6$ ، (ت):  $t/t_0 = 5.6$ ، (ث):  $t/t_0 = 6.6$ .

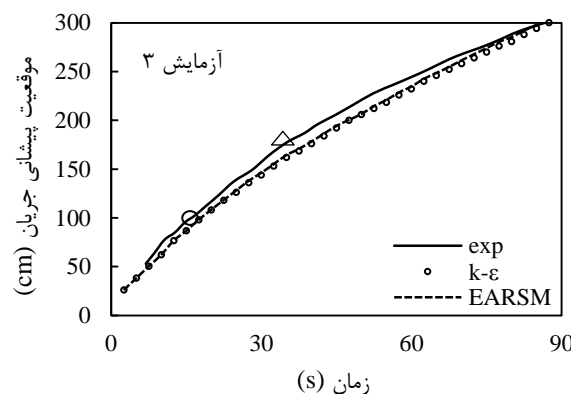
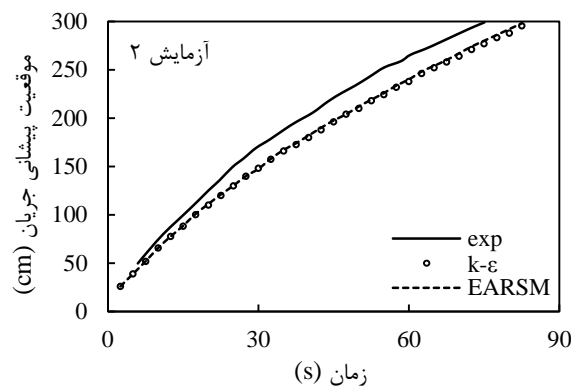
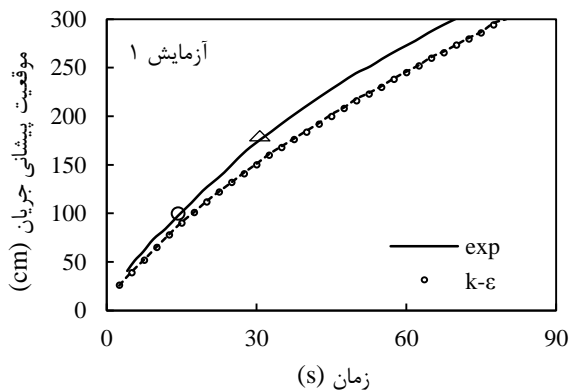
بسیار کمتر است، نتایج مدل حاضر تطابق بهتری را با نتایج آزمایشگاهی نشان می‌دهد. به ویژه موقعیت پیشانی جریان و در نتیجه محاسبه‌ی سرعت حداکثر بهتر از مدل‌هایی که مورد مقایسه قرار گرفته‌اند، می‌باشد. به عنوان مثال در شبیه‌سازی سه بعدی پایک و همکاران، تعداد سلول‌ها در جهت  $x$  و  $y$ ، به ترتیب ۴۸۰ و ۸۱ می‌باشد و در جهت  $z$ ، ۷۷ لایه در نظر گرفته شده است. (در شکل‌های ۶ و ۷،  $c$  غلظت نمک و  $c_0$  غلظت اولیه نمک می‌باشند).

### ۳-۵ آزمایش ادیوس و همکاران (۲۰۱۰)

حرکت جریان‌های ثقلی تحت تأثیر نیروهای غوطه‌وری، اینرسی و لزجت است. در مراحل اولیه‌ی حرکت (مرحله اینرسی- غوطه‌وری)، نیروی لزجت در مقایسه با دو نیروی دیگر قابل چشم‌پوشی بوده و نیروی غوطه‌وری با نیروی اینرسی در تعادل است. با گسترش

حرکت سریعتر لایه‌های زیرین و در نتیجه نامتقارنی پروفیل می‌شود. همانطور که در شکل ۶ دیده می‌شود، خطوط میزان غلظت حاصل از مدل‌سازی‌های عددی حاضر انطباق مناسبی با نتایج آزمایشگاهی، به ویژه در نواحی مربوط به دنباله‌ی<sup>۱۸</sup> جریان ثقلی نشان می‌دهند. با این وجود تفاوت‌هایی در قسمت‌های میانی جریان ثقلی در مراحل زمانی  $d$  و  $e$  دیده می‌شود. در مراحل زمانی  $d$  و  $e$  ناحیه با اختلاط بالا و گردابه‌ی بزرگ ایجاد شده در فاصله‌ی ۰/۴ متر از بالادست جریان به خوبی شبیه‌سازی شده است. همچنین، شکل کلی قسمت پیشانی جریان نیز توسط مدل‌ها بخوبی شبیه‌سازی شده است. هر دو مدل  $k - \epsilon$  و EARSM مقادیر موقعیت پیشانی جریان را با دقت خوبی پیش‌بینی می‌کنند. با توجه به دوبعدی بودن مدل‌های عددی حاضر و با اینکه تعداد سلول‌های مورد استفاده در مدل‌های حاضر در مقایسه با شبیه‌سازی‌های اوی و همکاران [۲۲] و پایک و همکاران [۲۳]

آزمایشگاهی، محل انتقال فاز اول و دوم و مثلث ها، محل انتقال فاز دوم و سوم می باشند. همانطور که دیده می شود با افزایش غلظت نمک، به دلیل حاکم بودن نیروی جاذبه نسبت به نیروی لزجت، جریان در مسافت بیشتری از طول کانال در فاز خود متشابه قرار دارد و مسافت باقیمانده از کانال در فاز لزج کاهش می یابد.



شکل ۸- موقعیت پیشانی جریان بر حسب زمان در آزمایش های ۱ تا ۳ ادیوس و همکاران [۲۵] - دایره ها محل انتقال فاز اول و دوم و مثلث ها، محل انتقال فاز دوم و سوم می باشند.

در نمودار مربوط به آزمایش شماره ۱، موقعیت پیشانی جریان در طول فاز اسلامپ توسط هر دو مدل با اندکی عقب ماندگی، انطباق مناسبی با نتایج آزمایشگاهی دارد (تا ثانیه ۱۵). از این زمان به بعد، با ورود جریان به فاز خود متشابه و لزج، بین نتایج حاصل از مدل ها و مقادیر آزمایشگاهی، اختلاف شیب دیده می شود. به ویژه

جریان، نیروی لزجت رفته رفته بیشتر شده و در مرحله ای، این نیرو به حد نیروی اینرسی خواهد رسید. بعد از این مرحله، دینامیک جریان بستگی به تعادل نیروهای لزجت و غوطه وری (مرحله ی لزجت- غوطه وری) خواهد داشت. مرحله ی اینرسی- غوطه وری، خود شامل دو مرحله ی اسلامپ و خود متشابه<sup>۹</sup> می شود. مرحله ی اسلامپ در نزدیکی منبع سیال غلیظ تشکیل شده و در طی آن، جریان قسمت های متمایز بدنه و پیشانی را خواهد داشت. سرعت پیشانی در این مرحله، تقریباً ثابت است (روتمن و سیمپسون [۲۴]). بعد از مرحله ی اسلامپ، مرحله ی خود متشابه مرحله ی اینرسی- غوطه وری آغاز می شود. در این مرحله سرعت پیشانی دیگر ثابت نبوده و با افزایش فاصله، کاهش می یابد.

در این آزمایش خصوصیات گسترش جریان های لایه بندی شده ی آب شور و چگال و همچنین تأثیرات ضریب زبری کف توسط ادیوس و همکاران [۲۵] مورد بررسی قرار گرفته است. آزمایشات در یک تانک مستطیلی به طول ۳، عرض ۰/۲ و عمق ۰/۳ متر با رها کردن حجم ثابتی از سیال غلیظ در سیال رقیق انجام می گیرد. در پیچه ای در فاصله ی ۰/۱ متر از بالادست برای جدا کردن دو بخش نصب شده. آب و محلول آب نمک تا ارتفاع ۰/۱۵ متر در این دو بخش پر می شوند و جریان با برداشتن در پیچه ایجاد می شود. ادیوس و همکاران آزمایشات مختلفی با غلظت نمک و ضریب زبری کف متفاوت (ε)، انجام دادند که مشخصات ۵ آزمایش شبیه سازی شده در جدول ۱ آمده است. چگالی آب  $1000 \text{ kg/m}^3$  و چگالی محلول آب و نمک پشت در پیچه ( $\rho_c$ ) از  $1008/8$  تا  $1060$  تغییر می کند.

جدول ۱- پارامترهای آزمایش های مختلف ادیوس و همکاران

مشخصه	آزمایش				
	۵	۴	۳	۲	۱
$\rho_c$ [ $\text{kg/m}^3$ ]	۱۰۶۰	۱۰۵۹.۶	۱۰۰۸.۸	۱۰۰۹.۲	۱۰۰۹.۳
$\epsilon$ [mm]	۲.۲	۰	۴.۵	۲.۲	۰

ادیوس و همکاران دریافتند که در فاز اسلامپ، سرعت گسترش سر جریان ثابت بوده، در فاز خود متشابه سرعت با نسبت  $t^{-1/3}$  کاهش و در فاز لزج با  $t^{-4/5}$  کاهش می یابد. همچنین با افزایش ضریب زبری کف، سرعت جریان کاهش می یابد.

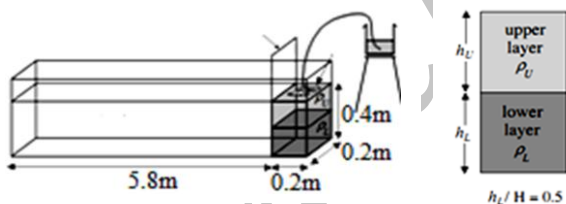
در مدل سازی عددی، در جهت افقی از ۱۵۰ سلول به طول ۰/۲ متر و در جهت قائم از ۲۰ لایه استفاده شده و گام زمانی ۰/۰۵ ثانیه در نظر گرفته شده که زمان کل شبیه سازی ۹۰ ثانیه می باشد. نتایج مدل سازی آزمایش ۱ تا ۳ در شکل ۸ و آزمایش ۴ و ۵ در شکل ۹ آمده است. دایره های مشخص شده بر روی نمودار نتایج

آزمایش شماره ۵ نیز در مقایسه با آزمایش شماره ۲ مشاهده می‌شود. در آزمایش شماره ۵، در اواخر فاز خودمتشابه و اوایل فاز لزج هر دو مدل انطباق خوبی با نتایج آزمایشگاهی نشان می‌دهند. با مقایسه‌ی آزمایش‌های ۴ و ۵ نیز مشاهده می‌شود که با افزایش ضریب زبری نتایج هر دو مدل انطباق مناسب‌تری با نتایج آزمایشگاهی ادیوس و همکاران دارند. در تمامی آزمایش‌ها نتایج حاصل از دو مدل آشفتگی مورد بحث تقریباً یکسان است ولی با بررسی مقادیر عددی اختلاف بسیار ناچیزی وجود دارد که مقادیر حاصل از مدل EARSM اندکی به مقادیر آزمایشگاهی نزدیک‌ترند.

#### ۴-۵ آزمایش گلدستون و همکاران (۲۰۰۴)

آزمایشات متعددی با چگالی‌های متفاوت توسط گلدستون و همکاران [۲۶] انجام شده است. از این بین ۲ آزمایش با مدل‌های عددی حاضر، شبیه‌سازی شده‌اند. هندسه‌ی آزمایش بصورت شکل ۱۰ می‌باشد. چگالی آب شیرین  $998.9 \text{ kg/m}^3$  و دمای آب  $16.5^\circ\text{C}$  می‌باشد. برای شبیه‌سازی عددی اندازه‌ی سلول‌ها در جهت افقی و قائم  $0.1$  متر می‌باشد. گام زمانی نیز  $0.05$  ثانیه در نظر گرفته شده است.

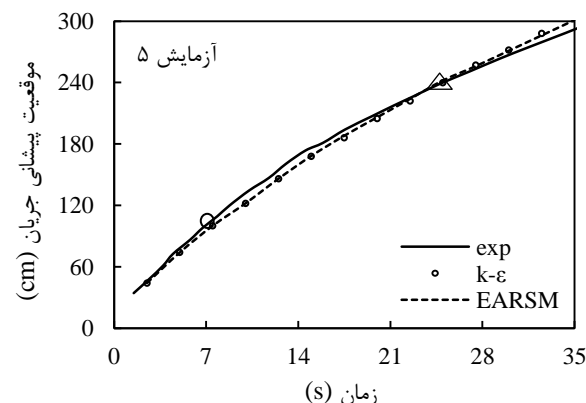
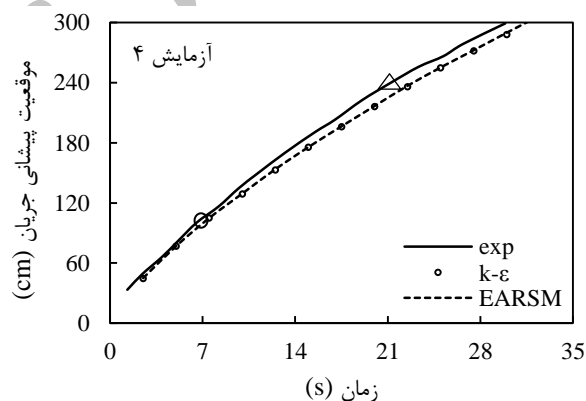
با افزایش چگالی: ۱- سرعت جریان بیشتر می‌شود؛ ۲- اختلاط دو حجم سیال کمتر می‌شود؛ ۳- ناپایداری‌های کلین-هلمولتز در سطح تداخل دو سیال کمتر می‌شود. به عبارتی با افزایش غلظت نمک، انرژی جنبشی آشفتگی و ناهمسانی تنش‌ها کمتر بوده و جریان سریع‌تر پایدار و آرام می‌شود.



شکل ۱۰- هندسه‌ی آزمایش گلدستون و همکاران [۲۶]

در شکل ۱۱ موقعیت پیشانی جریان حاصل از شبیه‌سازی مدل‌های حاضر به همراه نتایج آزمایشگاهی گلدستون و همکاران نشان داده شده است. همانطور که در شکل‌ها دیده می‌شود با افزایش غلظت نمک، نتایج حاصل از مدل‌های عددی بویژه در فاز لزج و خودمتشابه انطباق مناسب‌تری با نتایج آزمایشگاهی نشان می‌دهد (مشابه آزمایش ادیوس و همکاران). بنابراین احتمالاً به نظر می‌رسد، در جریان‌های چگال دلیل مطابقت بهتر نتایج، کمتر شدن

این اختلاف در فاز لزج بیشتر از سایر فازها می‌باشد. در نمودار مربوط به آزمایش شماره ۲ نیز نتایج مانند آزمایش شماره ۱ می‌باشد و از ثانیه ۴۵ به بعد، اختلاف نتایج دو مدل با مقادیر آزمایشگاهی تقریباً ثابت است در حالی که در فاز دوم (خودمتشابه) این اختلاف با گذشت زمان، زیاد می‌شود. مشابه این حالت در آزمایش شماره ۱ نیز وجود دارد. در آزمایش شماره ۳ و با افزایش ضریب زبری کف، نتایج هر دو مدل انطباق مناسب‌تری را با نتایج آزمایشگاهی نشان می‌دهد. با این وجود، اختلاف‌هایی در فاز خود متشابه دیده می‌شود. همچنین مقادیر حاصل از مدل EARSM بویژه از ثانیه ۶۰ به بعد، اختلاف کمتری با نتایج آزمایشگاهی دارند. مقایسه‌ی آزمایش‌های ۱ تا ۳، عملکرد دقیق‌تر هر دو مدل در آزمایش شماره ۳ نسبت به آزمایش‌های ۱ و ۲ را نشان می‌دهد (بویژه در فازهای لزج و خودمتشابه). مطابقت بهتر نتایج در آزمایش شماره ۳ احتمالاً به این دلیل می‌باشد که مدل‌های عددی حاضر بر اساس ضریب زبری ۵ میلی‌متر، کالیبره شده‌اند.



شکل ۹- موقعیت پیشانی جریان بر حسب زمان در آزمایش‌های ۴ و ۵ ادیوس و همکاران [۲۵] - دایره‌ها محل انتقال فاز اول و دوم و مثلث‌ها، محل انتقال فاز دوم و سوم می‌باشند.

در آزمایش شماره ۴ مشخص است که با افزایش غلظت نسبت به آزمایش مشابه (آزمایش شماره ۱)، نتایج هر دو مدل بویژه در فازهای خودمتشابه و لزج دقیق‌تر شده است. مشابه این روند در

بالاتر هر دو مدل نتایج نزدیک تری به نتایج آزمایشگاهی ارائه می کنند. بنابراین احتمالاً به نظر می رسد، در جریان های چگال دلیل مطابقت بهتر نتایج، کمتر شدن اثر آشفتگی و تنش های رینولدز، باشد.

#### ۶- پیشنهادات

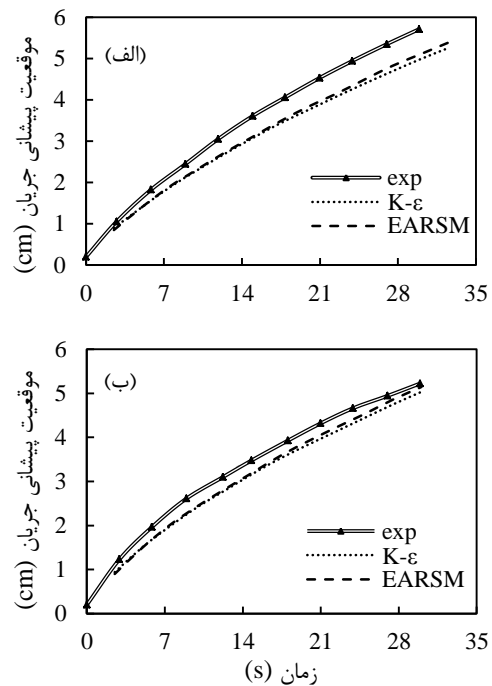
- افزودن قابلیت مدل سازی جریان های با اختلاف چگالی بالا بدون در نظرگیری فرضیات بوسینسک و بررسی اثرات اعمال فرضیات بوسینسک.
- مدل سازی جریان های لایه بندی شده دو فازی گل سیال و استفاده از ساختار رئولوژیکی برای توصیف صحیح رفتار غیر نیوتنی جریان های گل آلود.
- بسط مدل حاضر به یک مدل سه بعدی به منظور پیش بینی بهتر ویژگی های مربوط به سه بعدی بودن جریان مانند اضمحلال ناپایداری های برشی و یا سرعت های ثانویه ناشی از آشفتگی و تأثیرات نرخ اضافی کرنش منتج از انحنای دیواره.

#### کلید واژگان

- 1- Surrounding fluid
- 2- Micropropellor
- 3- Prandtl
- 4- Large Eddy Simulation
- 5- Arbitrary Lagrangian Eulerian
- 6- Staggered
- 7- Curvilinear
- 8- Structured
- 9- Projection
- 10- Chorin
- 11- Temam
- 12- Speziale et al.
- 13- Trace
- 14- Lock-exchange
- 15- Slump
- 16- Kelvin-Helmholtz
- 17- Simpson
- 18- Tail
- 19- Self-similar

#### ۷- مراجع

- 1- Ellison, T. and Turner, J., (1959), *Turbulent entrainment in stratified flows*, Journal of Fluid Mechanics, Vol.6, p. 423-448.
- 2- Fernandez, R. and Imberger, J., (2006), *Bed roughness induced entrainment in a high Richardson number underflow*, Journal of Hydraulic Research, Vol.44, p. 725-738.



شکل ۱۱- مقایسه نتایج شبیه سازی عددی و اندازه گیری های آزمایشگاهی برای موقعیت پیشانی جریان های ثقلی در آزمایش گلدستون و همکاران، (الف):  $\rho_L = \rho_U = 1070.7 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ؛ (ب):  $\rho_U = 1019.6 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ،  $\rho_L = 1124 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ .

اثر آشفتگی و تنش های رینولدز، باشد. با توجه به اینکه در فازهای اسلامپ و خودمتمشابه، نیروهای اینرسی و غوطه وری حاکم بوده، اختلاف نمودارهای حاصل از مدل عددی با نمودارهای آزمایشگاهی در جریان های چگال را می توان با اعمال فرضیات بوسینسک در روند بدست آوردن معادلات حرکت مرتبط دانست.

#### ۵- نتیجه گیری

در حالت کلی نتایج بدست آمده از این پژوهش را می توان بصورت زیر خلاصه کرد:

- در خصوص جریان های لایه بندی شده آب شور، با وجود اختلافات اندک نتایج حاصل از دو مدل در پیش بینی موقعیت پیشانی جریان در فاز اسلامپ، مدل EARSIM به دلیل توصیف بهتر در فاز خودمتمشابه و لزج، عملکرد کلی مناسب تری در پیش بینی جریان دارد. بعلاوه می توان توصیف بهتر سرعت را مزیت اصلی مدل EARSIM در مقایسه با مدل  $k - \epsilon$  با جملات شناوری، دانست. همچنین مدل  $k - \epsilon$  با جملات شناوری در جریان های با اختلاف چگالی کم و همچنین در فاز اسلامپ، عملکرد قابل قبولی دارد.
- در بررسی کاربرد مدل عددی در جریان های چگال، در مقایسه قابلیت توصیف موقعیت پیشانی، در غلظت های

- Theoretical and Computational Fluid Dynamics, Vol.17, p.377-406.
- 16- Rodi, W., (1976), *A new algebraic relation for calculating the Reynolds stresses*, Gesellschaft Angewandte Mathematik und Mechanik Workshop Paris France, Vol.56, p.219-221.
- 17- Pope, S.B., (1975), *A more general effective-viscosity hypothesis*, Journal of Fluid Mechanics, Vol.72, p.331-340.
- 18- So, R.M.C. and Speziale, C.G., (1999), *A review of turbulent heat transfer modelling*, Annual Review of Heat Transfer-X (Editor: Tien, C. L.), Begell House, Inc., New York, p. 177-219.
- 19- So, R.M.C., Jin, L.H. and Gatski, T.B., (2004), *An explicit Reynolds stress and heat flux model for incompressible turbulence: Part I non-isothermal flow*, Theoretical and Computational Fluid Dynamics, Vol.17, p.351-376.
- 20- Zhu, J.B., Lee, C.B., Chen, G.Q. and Lee, J.H.W., (2006), *PIV observation of instantaneous velocity structure of lock release gravity currents in the slumping phase*, Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulations, Vol.11, p.262-270.
- 21- Hacker, J., Linden, P. and Dalziel, S., (1996), *Mixing in lock-release gravity currents*, Dynamics of Atmospheres and Oceans, Vol.24, p.183-195.
- 22- Ooi, S.K., Constantinescu, G. and Weber, L., (2006), *Numerical simulation of lock-exchange gravity driven flows*, IIHR Technical Rep. No. 450, Univ of Iowa, Iowa City, Iowa.
- 23- Paik, J., Eghbalzadeh, A. and Sotiropoulos, F., (2009), *Three-dimensional unsteady RANS modelling of discontinuous gravity currents in rectangular domains*, Journal of Hydraulic Engineering, Vol.135, p.505-521.
- 24- Rottman, J.W. and Simpson, J.E., (1983), *Gravity currents produced by instantaneous releases of a heavy fluid in a rectangular channel*, Journal of Fluid Mechanics, Vol.135, p.95-110.
- 25- Aduce, C., Lombardi, V., Sciortino, G. and La Rocca, M., (2010), *Laboratory experiments on gravity currents moving on smooth and rough beds*, River Flow, Dittrich, Koll, Aberle & Geisenhainer (eds)-Bundesanstalt für Wasserbau ISBN 978-3-939230-00-7.
- 26- Gladstone, C., Ritchie, L.J., Sparks, R.S.J. and Woods, A.W., (2004), *An experimental investigation of density-stratified inertial gravity currents*, Sedimentology, Vol.51, p.767-789.
- 3- Parker, G., Garcia, M., Fukushima, Y. and Yu, W., (1987), *Experiments on turbidity currents over an erodible bed*, Journal of Hydraulic Research, Vol.25, p.123-147.
- 4- Garcia, M., (1993), *Hydraulic jumps in sediment-driven bottom currents*, Journal of Hydraulic Research, Vol.119, p.1094-1117.
- 5- Lee, H. and Yu, W., (1997), *Experimental study of reservoir turbidity current*, Journal of Hydraulic Engineering, Vol.123, p.520-528.
- 6- Choux, C., Bass, J., McCaffrey, W. and Haughton, P., (2005), *Comparison of spatio-temporal evolution of experimental particulate gravity flows at two different initial concentrations, based on velocity, grain size and density data*, Journal of Sedimentary Geology, Vol.179, p.49-69.
- 7- McCaffrey, W., Choux, C., Bass, J. and Haughton, P., (2003), *Spatio-temporal evolution of velocity structure, concentration and grain-size stratification within experimental particulate gravity currents*, Marine and Petroleum Geology, Vol.20, p.851-860.
- 8- Holt, S. E., Koseff, J.R. and Ferziger, J.H., (1992), *A numerical study of the evolution and structure of homogeneous stably stratified sheared turbulence*, Journal of Fluid Mechanics, Vol.237, p.499-539.
- 9- Qiu, X., Zhang, D.X., Lu, Z.M. and Liu, Y.L., (2009), *Turbulent mixing and evolution in a stably stratified flow with a temperature step*, Journal of Hydrodynamics, Ser. B, Vol.21, p.84-92.
- 10- Hossain, M.S. and Rodi, W., (1980), *Mathematical modelling of vertical mixing in stratified channel flow*, Second Int. Symposium on Stratified Flows, The Norwegian Institute of Technology Trondheim, Norway.
- 11- Hua, Z., Gu, L., Xing, L. and Dai, W., (2009), *New explicit algebraic stress and flux model for active scalar and simulation of shear stratified cylinder wake flow*, Science in China Series E: Technological Sciences, Vol.52, p.2536-2546.
- 12- So, R.M.C., Vimala, P., Jin, L.H., Zhao, C.Y. and Gatski, T.B., (2002), *Accounting for buoyancy effects in the explicit algebraic stress model: homogeneous turbulent shear flows*, Theoretical and Computational Fluid Dynamics, Vol.15, p.283-302.
- 13- Hejazi, K., (2005), *3D numerical modelling of flow and turbulence in oceanic water bodies using an ALE projection method*, in The First Seminar on Computer Simulation in Civil Engineering, K.N.Toosi University of Technology, Tehran, Iran.
- 14- Rodi, W., (1993), *Turbulence models and their applications in hydraulics: A State of the art review*, IAHR Monograph Series, Taylor & Francis Group.
- 15- So, R.M.C., Jin, L.H. and Gatski, T.B., (2004), *An explicit Reynolds stress and heat flux model for incompressible turbulence: Part II Buoyant flow*,



در هیدرولیک مانند سایر حوزه های مکانیک سیالات، جریاناتی که در حوزه ی کاربردی مشاهده می شوند تقریباً همگی آشفته هستند. این بدان معنی است که حرکت سیال بطور تصادفی، غیر دائمی و سه بعدی است. با توجه به پیچیدگی های حاکم بر پدیده ی آشفتگی توجه به بخش های ناشناخته ی آن ضروری به نظر می رسد. از جمله ی این بخش ها ناهمسانی موجود در جریان آشفته است که علیرغم تحقیقات گسترده ی انجام شده همچنان تحقیقات بر روی ابعاد ناشناخته آن ادامه دارد. به ویژه در هیدرولیک توجه کمتری به این موضوع انجام گرفته است. از جمله پدیده هایی که سبب ایجاد ناهمسانی در تنش ها می شود، جریان های لایه بندی شده می باشند. جریان های لایه بندی شده در فرآیندهای طبیعی و کاربردهای عملی مهندسی، که در آن ها توزیع غیر یکنواخت دما، ماده ی محلول (به عنوان مثال شوری)، و یا ذرات معلق (به عنوان مثال رسوب) وجود داشته باشد، رخ می دهند. غیر یکنواختی این کمیت های فیزیکی منجر به تغییر در چگالی موثر سیال می شود. مطالعات جریان های لایه بندی شده، بطور خاص، در مصب ها و نواحی ساحلی، که در آن ها لایه بندی شدن چگالی به دلیل فرآیندهای مختلف طبیعی و مصنوعی رخ می دهد، با اهمیت است. مدل سازی جریان های لایه بندی شده با توجه به کاربرد ویژه ی آن ها در صنعت، طبیعت و محیط زیست و تأثیر شگرف بر طراحی های محیط زیستی و پیش بینی میدان های جریان و آلودگی شایان توجه است. در مخازن سدها و دریاچه ها، این نوع جریان اهمیت ویژه ای در بهره برداری، مدیریت و نگهداری سیستم های مهندسی دارد. با توجه به اهمیت کیفیت آب از نظر شرب، و نیز برای مصارف صنعتی و کشاورزی، پدیده ی جریان های لایه بندی شده به همراه پخش حرارت و آشفتگی از اهمیت ویژه ای برخوردار است. اکثر آب های ساحلی در اثر گرادیان های قائم چگالی به طور کلی لایه بندی شده هستند، که در بسیاری از طرح های مهندسی پیش بینی چنین گرادیان هایی برای تعیین ساختار جریان های ساحلی لازم و ضروری است.

مطالعات زیادی بر روی جریان های ثقلی لایه بندی شده در علم هیدرولیک انجام گرفته است. مطالعات آزمایشگاهی بطور عمده از شوری، ذرات ریزدانه رسوب و یا حرارت جهت ایجاد تغییرات چگالی استفاده کرده اند. اغلب این تحقیقات در جهت مطالعه ی فیزیک خود پدیده مانند چگونگی حرکت و تکامل جریان ثقلی، چگونگی پروفیل سرعت، اثر تغییرات چگالی بر روی نحوه ی گسترش و حرکت موقعیت پیشانی جریان و یا اثر لایه بندی بر میزان ورود آشفته ی سیال پیرامون<sup>۱</sup> به داخل جریان ثقلی بوده اند. از نخستین مطالعات آزمایشگاهی می توان به تحقیقات الیسون و ترنر [۱] اشاره کرد. این دو ورود سیال پیرامون به جریان ثقلی

حتی در اعداد رینولدز بالا را تابعی از عدد ریچاردسون ( $Ri$ ) که نشان دهنده ی میزان لایه بندی می باشد، فرض کردند. آن ها نتیجه گیری کردند که میزان ورود سیال پیرامون در اعداد ریچاردسون بیشتر از ۰.۸ قابل صرف نظر کردن می باشد. سال ها پس از مطالعات آن ها، فرناندز و ایمبرگر [۲] از مشاهدات میدانی خود اعلام کردند که ورود جریان در اعداد ریچاردسون خیلی بالاتر هم اتفاق می افتد. همچنین آن ها به این نتیجه رسیدند که تداخل آشفته با افزایش لایه بندی پایدار کاهش می یابد. پیشرفت در تکنولوژی های اندازه گیری تأثیر چشمگیری در مطالعه ی آزمایشگاهی جریان های چگال گذاشت. برای مثال، اندازه گیری مکانی سرعت میانگین در یک نقطه در جریان ثقلی بوسیله ی دستگاه میکرو پروپلر<sup>۲</sup> توسط پارکر و همکاران [۳] و گارسیا [۴] انجام گرفت و یا اندازه گیری مکانی چگالی اضافه توسط لی و یو [۵]، چوکس و همکاران [۶] و مک کفری و همکاران [۷] انجام گرفت.

مطالعات آزمایشگاهی محدودیت های خاص خود از جمله فراهم کردن مقیاس مناسب شبیه سازی جریان را دارند. اما، مدل های عددی محدودیت مقیاس را نداشته و به عنوان یک ابزار کامل کننده در کنار روش های آزمایشگاهی در مطالعه جریان های چگال به کار رفته اند. هولت و همکاران [۸] شبیه سازی عددی مستقیم را در مورد گسترش یک جریان برشی پایدار همگن انجام دادند. هدف اصلی مطالعات آن ها، درک تأثیر عدد ریچاردسون، عدد پراتل<sup>۳</sup> و انرژی پتانسیل اولیه بر وضعیت جریان بوده است. بر اساس بررسی های آن ها، در یک عدد ریچاردسون بحرانی، رژیم اختلاط تغییر کرده و مقدار ناهمسانی نوسان های آشفته به حداکثر می رسد. کیو و همکاران [۹] یک مدل LES<sup>۴</sup> را برای ارزیابی اختلاط آشفته در یک جریان لایه بندی شده ی پایدار با تغییر درجه حرارت به کار بردند. شدت آشفتگی و انرژی جنبشی آشفته با در نظر گرفتن مقدار برش متوسط و تغییرات لایه بندی مورد ارزیابی قرار گرفته اند. نتایج نشان می دهد که شدت آشفتگی در راستای جریان بسیار بیشتر از شدت های راستای قائم بوده و نوسان های قائم در حضور لایه بندی، با سرعت بیشتری کاهش می یابند. حسین و رودی [۱۰] از یک مدل آشفتگی تنش جبری ضمنی جهت مطالعه یک جت پایدار لایه بندی شده استفاده کردند. آن ها دریافتند که مدلسان به خوبی کاهش میزان جریان ورودی و تضعیف آشفتگی در اثر لایه بندی پایدار را پیش بینی می کند. از دیگر تحقیقات انجام شده با مدل آشفتگی تنش جبری، شبیه سازی های عددی زولین و همکاران [۱۱] و سو و همکاران [۱۲] بر روی جریان های لایه بندی شده ی حرارتی را می توان نام برد.

با بررسی تحقیقات انجام شده در مورد جریان های لایه بندی شده می توان نتیجه گرفت که در اکثر آن ها توجه کافی به بحث

محدود صورت می‌گیرد که با استفاده از سیستم شبکه‌ی لغزنده، انعطاف‌پذیری لازم را برای محیط‌های با هندسه‌ی پیچیده، به ویژه در نزدیکی جداره و سطح آزاد آب، جایی که تغییرات سریع تراز کف و سطح آزاد آب تأثیر مهمی بر پیش‌بینی میدان جریان دارد، ایجاد می‌کند. معادلات حاکم بر جریان تراکم‌ناپذیر در صفحه‌ی دوبعدی قائم، معادلات پیوستگی، اندازه حرکت و انتقال اسکالر هستند. برای مدل‌سازی آشفتگی و برای بهینه‌سازی دقت و حجم محاسبات، مدل آشفتگی دو معادله‌ای  $k - \varepsilon$  با جملات شناوری ارائه شده توسط رودی [۱۴] در مدل عددی مزبور به کار گرفته شده و برای شرایط مرزی دیواره نیز از توابع جداره استفاده شده است. این مدل قابلیت شبیه‌سازی میدان‌های جریان لایه‌بندی شده، غیرهمگن و با چگالی متغیر را داراست.

مدل  $k - \varepsilon$  با جملات شناوری بر اساس مفهوم لزجت و پخشیدگی گردابه‌ای بوسینسک استوار است که در آن از لزجت و پخشیدگی همسان برای مرتبط کردن تنش‌ها و شارهای رینولدز با میدان متوسط سرعت استفاده می‌شود [۱۴]:

$$-\overline{u'_i u'_j} = \nu_t \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \quad (1)$$

$$-\overline{u'_i c'} = \Gamma \frac{\partial c}{\partial x_i} = \frac{\nu_t}{\sigma_t} \frac{\partial c}{\partial x_i} \quad (2)$$

در معادلات فوق  $u_i$  و  $u'_i$  به ترتیب مقادیر متوسط و نوسانی سرعت در جهت  $x_i$ ،  $c$  و  $c'$  مقادیر متوسط و نوسانی کمیت اسکالر،  $\nu_t$  لزجت گردابه‌ای،  $\Gamma$  ضریب پخشیدگی آشفتگی،  $k$  انرژی جنبشی آشفتگی،  $\delta_{ij}$  دلتای کرونیکر (ماتریس واحد) و  $\sigma_t$  عدد اشمیت است که لزجت گردابه‌ای را به ضریب پخشیدگی آشفتگی مربوط کرده و نشان‌دهنده‌ی میزان اختلاط آشفتگی است. برای توصیف گسترش آشفتگی، دو معادله‌ی انتقال برای انرژی جنبشی آشفتگی  $k$  و نرخ اضمحلال آن  $\varepsilon$  بصورت زیر نوشته می‌شوند [۱۴]:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial u_i k}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ \frac{\nu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_i} \right] + P + G - \varepsilon \quad (3)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial u_i \varepsilon}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right] - c_{2\varepsilon} \frac{\varepsilon^2}{k} + c_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} (P + G) (1 + c_{3\varepsilon} R_f) \quad (4)$$

که در آن‌ها  $P$  تولید  $k$  توسط اندرکنش تنش‌های رینولدز و گرادیان سرعت متوسط و  $G$  تولید آشفتگی توسط غوطه‌وری است.

$$\nu_t = c_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (5)$$

مدل‌سازی آشفتگی و علی‌الخصوص ناهمسانی تنش‌های رینولدز نشده است. بدیهی است که ناهمسانی ناشی از لایه‌بندی در تنش‌ها، بر روی گسترش جریان و خصوصیاتمانند توزیع سرعت و ناپایداری‌های برشی اثرگذار بوده و شبیه‌سازی دقیق جریان بدون درنظر گرفتن آن‌ها، امکان‌پذیر نخواهد بود. از این رو اهمیت استفاده از مدل‌های غیرخطی که محدودیت فرضیات بوسینسک و همسانی تنش‌ها را مرتفع می‌کنند، بیش از پیش احساس می‌شود. اگرچه مدل‌های تنش رینولدز یا RSM کامل‌ترین مدل‌های آشفتگی هستند با این وجود دشواری و زمان‌بر بودن محاسبات کاربرد این مدل‌ها را در مسائل مهندسی متعارف محدود می‌کند. در این بین مدل‌های جبری تنش رینولدز یا ARSM به عنوان جایگزینی برای مدل‌های RSM مطرح شده‌اند. این مدل‌ها در سطحی بین مدل‌های RSM و مدل‌های خطی (مانند مدل  $k - \varepsilon$  دارای جملات شناوری، بکار گرفته شده در مدل هیدرودینامیک WISE) قرار داشته و با معرفی شکل چند جمله‌ای عمومی‌تری به جای فرضیات بوسینسک امکان پیش‌بینی جریان‌های پیچیده را فراهم آورده و حوزه‌ی گسترده‌ای را برای تحقیق ایجاد کرده‌اند.

اهدافی که در این پژوهش مورد توجه قرار گرفته‌اند عبارتند از: ۱- عملکرد مدل هیدرودینامیک موجود برای شبیه‌سازی جریان‌های لایه‌بندی شده‌ی آب شور و چگال؛ ۲- توسعه‌ی مدل آشفتگی صریح جبری تنش رینولدز برای شبیه‌سازی دقیق‌تر ناهمسانی تنش‌های آشفتگی و الحاق آن در مدل هیدرودینامیک اصلی؛ ۳- مقایسه‌ی نتایج حاصل از شبیه‌سازی آشفتگی مدل صریح جبری تنش رینولدز با مدل آشفتگی  $k - \varepsilon$  با جملات غوطه‌وری. در اینجا منظور از جریان‌های چگال، جریان‌هایی هستند که اختلاف چگالی جریان ثقیلی و سیال پیرامون، زیاد و به مقدار تقریباً بیشتر از  $30 \text{ kg/m}^3$  می‌باشد. ۴- مطالعه‌ی حوزه‌ی کفایت صحت مدل  $k - \varepsilon$  با جملات شناوری و محدوده‌ی لازم برای مدل‌سازی با مدل جبری تنش رینولدز به منظور در نظرگیری ناهمسانی تنش‌های آشفتگی برای جریان‌های ثقیلی.

## ۲- معرفی مدل هیدرودینامیک WISE

در تحقیق حاضر برای حل معادلات جریان و انتقال از مدل هیدرودینامیک دوبعدی قائم WISE که توسط حجازی [۱۳] توسعه داده شده، استفاده گردیده است. این مدل از سیستم اختیاری لاگرانژی-اولیری<sup>۵</sup> (ALE) بر مبنای حل معادلات میانگین‌گیری شده در عرض وابسته به زمان ناویر-استوکس بهره می‌گیرد. در این مدل شبکه‌بندی لغزنده<sup>۶</sup> منحنی‌الخط<sup>۷</sup> غیر متعامد و با ساختار<sup>۸</sup> برای محدوده محاسباتی به کار گرفته می‌شود. گسسته‌سازی معادلات جابجایی و جریان، بر مبنای روش حجم

گرا دیان های متغیرهای وابسته در معادلات انتقال تنها در نرخ تغییرات، انتقال و انتشار، ظاهر می شوند. بنابراین وقتی این گرا دیان ها با تقریب های مدل حذف شوند، معادلات دیفرانسیل می توانند به عبارات جبری تبدیل شوند. در مدل های جبری از جملات انتقال و پخشیدگی، صرف نظر می شود و تانسور ناهمسانی تنش رینولدز بصورت زیر تعریف می گردد:

$$\mathbf{b} = b_{ij} = \{\tau_{ij} - (2/3)k\delta_{ij}\}/2k \quad (12)$$

برای بدست آوردن مدل های جبری تنش رینولدز استفاده از شرط تعادل ضعیف رودی [۱۶] ضروری است. از این شرط برای بدست آوردن معادله ی ضمنی از معادله ی انتقال تنش رینولدز استفاده می شود.

$$\frac{D\tau_{ij}}{Dt} - \frac{\tau_{ij}}{k} \frac{Dk}{Dt} = 0, \quad D_{ij} - \frac{\tau_{ij}}{k} D = 0 \quad (13)$$

با استفاده از رابطه ی دیفرانسیلی:

$$\frac{Db_{ij}}{Dt} = \frac{1}{2k} \left( \frac{D\overline{u'_i u'_j}}{Dt} - \frac{\overline{u'_i u'_j}}{k} \frac{Dk}{Dt} \right), \quad \tau_{ij} = \overline{u'_i u'_j} \quad (14)$$

به دلیل حجم زیاد روابط و گام های ریاضی، تنها گام های ضروری در بدست آوردن معادله ی ضمنی و سپس صریح شرح داده می شود. جزئیات بیشتر در سو و همکاران [۱۵] آمده است.

$$P_{ij} = -\overline{u'_i u'_k} \left( \frac{\partial u_j}{\partial x_k} \right) - \overline{u'_j u'_k} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \right), \quad P = \frac{P_{ii}}{2} \quad (15)$$

$$G_{ij} = -\beta g_i \overline{u'_j \theta} - \beta g_j \overline{u'_i \theta}, \quad G = \frac{G_{ii}}{2} \quad (16)$$

$\overline{u'_i \theta}$  شار کمیت اسکالر،  $\beta = -\frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial \theta} \right)$  چگالی مرجع،  $\theta$  مقدار نوسانی و  $\Theta$  مقدار متوسط کمیت اسکالر می باشند. با استفاده از معادلات (۱۱)، (۱۴)، (۱۵)، (۱۶) و با استناد به شرط تعادل ضعیف و همچنین عبارات در نظر گرفته شده برای  $\Pi_{ij}$  توسط اسپژیال و همکاران<sup>۱۲</sup> و  $\varepsilon_{ij}$  توسط سو و همکاران معادله جبری ضمنی به شکل معادله (۱۷) بدست می آید [۱۵]:

$$-\frac{1}{g} \mathbf{b} - a_3 (\mathbf{bS}^* + \mathbf{S}^* \mathbf{b} - \frac{2}{3} \{\mathbf{bS}^*\} \mathbf{I}) + a_2 (\mathbf{bW}^* - \mathbf{W}^* \mathbf{b}) = a_1 \mathbf{S}^* + a_6 \left( \frac{G}{\varepsilon} \right) \left( \frac{\mathbf{f}}{2} + \mathbf{N} \right) \quad (17)$$

$\mathbf{S}$  تانسور نرخ کرنش،  $\mathbf{W}$  تانسور نرخ دوران،  $\mathbf{I}$  ماتریس واحد و  $a_i$  ها ضرایب تعیین شده توسط سو و همکاران می باشند.

$$\mathbf{S} = S_{ij} = \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) / 2, \quad \mathbf{S}^* = \lambda \mathbf{S} \quad (18)$$

در مدل WISE از روش پروجکشن<sup>۹</sup>، ارائه شده توسط چورین<sup>۱۰</sup> و تمام<sup>۱۱</sup> برای حل معادلات استفاده شده است [۱۳]. روند کلی به دو گام جزئی اصلی تقسیم می شود: گام نخست که شامل حل جملات انتقال و پخش می باشد، با استفاده از مقدار معلوم  $V^n$  متشکل از یافتن سرعت موقت  $V^*$  است. گام جزئی اول برای جداسازی عبارات انتقال و پخش، خود به دو زیر گام جزئی تقسیم می شود. این امر امکان استفاده از مناسب ترین روش ها برای هر کدام از عبارات انتقال و پخش را فراهم می کند.

$$\frac{V^{nA} - V^n}{\delta t} + \text{div}(V \times V)^n - w_g^n \left( \frac{\partial V}{\partial z} \right)^n = 0 \quad (6)$$

$$\frac{V^* - V^{nA}}{\delta t} = \text{div}[v_T^n \cdot \text{grad}((1 - \theta_D)V^{nA} + \theta_D V^*)] \quad (7)$$

در دو معادله ی فوق که بطور متوالی حل می شوند  $V^{nA}$ ، سرعت پس از محاسبه ی جمله ی انتقال می باشد.  $A$  معرف Advection است و حضور آن در معادلات نشان می دهد که این مقدار، مربوط به بازه زمانی ای است که فرآیند انتقال در آن کامل می شود. در گام دوم، با گرفتن دیورژانس از معادله ۸ و با استفاده از شرط پیوستگی (معادله ۹)، معادله پواسون (معادله ۱۰) بدست می آید:

$$\frac{V^{n+1} - V^*}{\delta t} + \nabla \mathcal{P}^{n+1} = 0 \quad (8)$$

$$\text{div} V^{n+1} = 0 \quad (9)$$

$$\nabla^2 \mathcal{P}^{n+1} = \frac{\text{div} V^*}{\delta t} \quad (10)$$

حل معادله ی پواسون منجر به یک ماتریس بلوکی سه قطری می شود. این ماتریس با یک روش مستقیم حل شده و با بدست آوردن مقادیر فشار ( $\mathcal{P}$ )، سرعت ها از رابطه ی ۸ محاسبه می شوند. جزئیات مربوط به روند حل محاسبات در حجازی [۱۳] آمده است.

### ۳- مدل آشفتگی جبری تنش رینولدز

در این پژوهش از مدل صریح جبری تنش رینولدز و مدل صریح جبری شار اسکالر دوبعدی سو و همکاران [۱۵] استفاده شده است.

#### ۳-۱ معادله ی صریح جبری تنش رینولدز

معادله ی انتقالی تنش رینولدز به شکل زیر می باشد:

$$\frac{D\tau_{ij}}{Dt} = P_{ij} + \Pi_{ij} + D_{ij} - \varepsilon_{ij} + G_{ij} \quad (11)$$

که در آن  $P_{ij}$  تولید توسط جریان متوسط،  $\Pi_{ij}$  نرخ فشار-کرنش،  $D_{ij}$  پخشیدگی،  $\varepsilon_{ij}$  اضمحلال لزج،  $G_{ij}$  تولید توسط نیروهای حجمی مانند نیروی شناوری، و  $\tau_{ij}$  تنش رینولدز می باشند.

**b** تابعی از  $\mathbf{f}$ ،  $G$ ،  $P/\varepsilon$  و  $\lambda$  که در  $\mathbf{S}^*$  و  $\mathbf{W}^*$  ظاهر می‌شوند، می‌باشد. با تعیین مقدار شار کمیت اسکالر،  $\mathbf{f}$  و  $G$  محاسبه می‌شوند. با استفاده از معادلات انتقالی  $k$  و  $\varepsilon$  در مدل  $k - \varepsilon$  با جملات شناوری  $\lambda$  نیز محاسبه می‌گردد. تنها کمیت مجهول،  $P/\varepsilon$  است که از طریق یک معادله‌ی درجه ۳ تعیین می‌شود [۱۲].

$$\alpha'^2 \left(\frac{P}{\varepsilon}\right)^3 + A_1 \left(\frac{P}{\varepsilon}\right)^2 + A_2 \left(\frac{P}{\varepsilon}\right) + A_3 = 0 \quad (25)$$

ضرایب  $A_i$  در سو و همکاران [۱۲] آمده است که تابعی از  $G/\varepsilon$  و  $\overline{u'_i \theta}$  می‌باشند و این موضوع بیانگر وابستگی شدید معادلات شار کمیت اسکالر و تنش رینولدز است.

### ۲-۳ معادله صریح جبری شار کمیت اسکالر

معادله‌ی انتقالی شار کمیت اسکالر بصورت زیر می‌باشد:

$$\frac{D\overline{u'_i \theta}}{Dt} = D_{\theta i} + P_{\theta i} + \phi_{\theta i} + G_{\theta i} \quad (26)$$

که در آن  $D_{\theta i}$ ، پخشیدگی ملکولی و آشفته‌ی  $\overline{u'_i \theta}$ ،  $P_{\theta i}$ ، تولید شار اسکالر توسط کرنش،  $\phi_{\theta i}$ ، همبستگی فشار-گرادیان کمیت اسکالر و اضمحلال  $\overline{u'_i \theta}$  و  $G_{\theta i}$ ، تولید توسط غوطه‌وری می‌باشند. شار کمیت اسکالر بصورت زیر بی‌بعد می‌شود:

$$\vec{\zeta} = \zeta_i = \overline{u'_i \theta} / \sqrt{k k_{\theta}} \quad (27)$$

از جملات انتقال و پخشیدگی صرفنظر می‌شود و در نتیجه مشتق کلی  $\zeta_i$  در معادله‌ی (۲۷) بصورت زیر می‌باشد:

$$\dot{\zeta}_i = \frac{d\zeta_i}{dt} = \frac{1}{\sqrt{k k_{\theta}}} [P_{\theta i} + \phi_{\theta i} + G_{\theta i}] - \frac{\zeta_i \varepsilon_{\theta}}{2 k_{\theta}} \left[ R \left( \frac{P}{\varepsilon} - 1 + \frac{G}{\varepsilon} \right) + \left( \frac{P_{\theta}}{\varepsilon_{\theta}} - 1 \right) \right] \quad (28)$$

که در آن  $k_{\theta}$  و  $\varepsilon_{\theta}$  از حل معادلات انتقالی ارائه شده توسط سو و اسپزیال [۱۸] بدست می‌آیند. همچنین  $P_{\theta}$  تولید آشفته‌گی متغیر  $k_{\theta}$  و  $R$  نیز مقیاس زمانی اسکالر به مقیاس زمانی دینامیکی می‌باشند [۱۵].

با استفاده از فرض تعادل، سمت چپ معادله‌ی (۲۸) برابر صفر می‌باشد و معادله‌ی جبری ضمنی بدست می‌آید:

$$-\frac{1}{a_{\theta}} \zeta_i - RC_s S_{ij}^* \zeta_j - RC_{\Omega} W_{ij}^* \zeta_j = \frac{2}{3} RC_b \theta_i^* + 2RC_b b_{ij} \theta_j^* + 2RC_g \bar{g}_i^* \quad (29)$$

$C_g$ ،  $C_b$ ،  $C_{\Omega}$ ،  $C_s$  ثابت‌های معادله‌ی ۲۹ می‌باشند.  $\theta_i^*$ ،  $\bar{g}_i^*$  و  $\frac{1}{a_{\theta}}$

نیز بصورت زیر تعریف شده‌اند:

$$\mathbf{W} = W_{ij} = \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) / 2, \quad \mathbf{W}^* = \lambda \mathbf{W} \quad (19)$$

$$\lambda = k/\varepsilon, \quad \frac{1}{g} = \alpha' \left( \frac{P}{\varepsilon} \right) + \beta' + \left( \frac{G}{\varepsilon} \right) \quad (20)$$

$$\mathbf{f} = f_{ij} = (G_{ij} - \delta_{ij}^{(2d)} G) / G, \quad (21)$$

$$\mathbf{N} = N_{ij} = \delta_{ij}^{(2d)} / 2 - \delta_{ij} / 3$$

$\alpha'$  و  $\beta'$  ثابت‌های معادله ۲۰ می‌باشند. همچنین،  $\{\}$ ، بیانگر اثر (مجموع مؤلفه‌های قطر اصلی) یک تانسور می‌باشد. به عنوان مثال  $\{\mathbf{b}\}$ ، بیانگر اثر تانسور  $\mathbf{b}$  می‌باشد.

با اعمال مدل جبری ضمنی به جریان‌های دو یا سه بعدی ممکن است خطاهای عددی رخ دهد که دلیل آن فقدان جملات اضمحلالی در این معادلات جبری است. بخاطر وجود چنین مشکلاتی در حل عددی بیشتر تلاش‌ها به توسعه‌ی مدل‌های صریح اختصاص یافته است. بر اساس روند پیشنهاد شده توسط Pope (1975) یک رابطه‌ی عمومی برای تانسور ناهمسانی تنش رینولدز با استفاده از ده پایه تانسور بر اساس  $\mathbf{S}^*$  و  $\mathbf{W}^*$  برای جریان‌های سه بعدی در نظر گرفته شده است.

$$\mathbf{b} = \sum_{n=1}^{10} Q_n \mathbf{T}^{(n)} \quad (22)$$

برای معرفی تانسور ناهمسانی تنش رینولدز در جریان‌های دوبعدی از ۵ تانسور پایه‌ی متقارن و بی‌اثر استفاده شده است. تانسورهای چهارم و پنجم صرفاً به منظور در نظر گرفتن اثر متقابل تنش و شارهای رینولدز در نظر گرفته شده است [۱۵].

$$\begin{aligned} \mathbf{T}^{(1)} &= \mathbf{S}^*, \quad \mathbf{T}^{(2)} = \mathbf{S}^* \mathbf{W}^* - \mathbf{W}^* \mathbf{S}^*, \\ \mathbf{T}^{(3)} &= \mathbf{S}^{*2} - \frac{1}{3} \{\mathbf{S}^{*2}\} \mathbf{I}, \\ \mathbf{T}^{(4)} &= \mathbf{f}, \quad \mathbf{T}^{(5)} = \mathbf{f} \mathbf{W}^* - \mathbf{W}^* \mathbf{f} \end{aligned} \quad (23)$$

با قرار دادن معادله‌ی ۲۲ در معادله‌ی ۱۷ و انجام چندین مرحله محاسبات ریاضی، در نهایت معادله صریح جبری تنش رینولدز به شکل زیر بدست آمده است:

$$Q_1 = \frac{3g}{D_1} \left[ a_1 - \frac{2}{3} a_3^2 g (\eta_8 + 2\eta_{14} a_2 g) \right] Q_4 - \frac{2}{3} \frac{a_3 D_2}{D_1} Q_4 \quad (1-24)$$

$$Q_2 = a_2 g Q_1$$

$$Q_3 = -2a_3 g \left[ Q_1 + \left( \frac{\eta_8 + 2\eta_{14} a_2 g}{\eta_1} \right) Q_4 \right] - \frac{2D_2}{D_1 \eta_1} Q_4 \quad (2-24)$$

$$Q_4 = \frac{a_6 g D_1}{2 D_2} \left( \frac{G}{\varepsilon} \right)$$

$$Q_5 = a_2 g Q_4$$

$$\eta_1 = \{\mathbf{S}^{*2}\}, \quad \eta_2 = \{\mathbf{W}^{*2}\}, \quad \eta_8 = \{\mathbf{fS}^*\}, \quad \eta_{14} = \{\mathbf{W}^* \mathbf{S}^* \mathbf{f}\} \quad (3-24)$$

$$D_1 = -3 \left[ 1 - 2a_2^2 \eta_2 g^2 - \left( \frac{2}{3} \right) a_3^2 \eta_1 g^2 \right] \quad (4-24)$$

$$D_2 = -D_1 (1 - 2a_2^2 \eta_2 g^2)$$

$$(1 - 2C_{5\theta})^2 (r_1 r_6 - r_3^2) \left(\frac{P_\theta}{\varepsilon_\theta}\right)^3 + \quad (34)$$

$$B_1 \left(\frac{P_\theta}{\varepsilon_\theta}\right)^2 + B_2 \left(\frac{P_\theta}{\varepsilon_\theta}\right) + B_3 = 0$$

$$(r_1 r_6 - r_3^2) \left(\frac{G}{\varepsilon}\right)^3 + \quad (35)$$

$$E_1 \left(\frac{G}{\varepsilon}\right)^2 + E_2 \left(\frac{G}{\varepsilon}\right) + E_3 = 0$$

### ۳-۳ کوپل‌شدگی معادلات صریح تنش رینولدز و شار اسکالر

معادلات **b**،  $\vec{\zeta}$ ،  $P/\varepsilon$ ،  $G/\varepsilon$  و  $P_\theta/\varepsilon_\theta$  به یکدیگر وابسته بوده و باید با تکنیک درونیابی حل شوند. اگرچه معادلات  $P_\theta/\varepsilon_\theta$ ،  $P/\varepsilon$  و  $G/\varepsilon$  بصورت مستقیم قابل محاسبه بوده و در نتیجه حل این معادلات بصورت درونیابی در کنار معادلات تنش و شار اسکالر مشکلی بوجود نمی‌آورد. نکته مهم اینست که تنها، ریشه فیزیکی معادلات درجه ۳، ریشه قابل قبول بوده و قابلیت ارضاء نمودن هر ۵ معادله را بصورت همزمان دارد [۱۵]. در حالتی که معادلات دارای دو ریشه‌ی موهومی و یک ریشه‌ی حقیقی می‌باشند، ریشه‌ی حقیقی ریشه‌ی مورد نظر است. در حالتی که سه ریشه‌ی حقیقی وجود دارد که دو ریشه برابر و ریشه‌ی دیگر متفاوت می‌باشد و یا در حالتی که تمامی ریشه‌ها حقیقی و متفاوت هستند، کوچکترین ریشه بدون در نظر گرفتن مثبت و یا منفی بودن ریشه، ریشه‌ی مورد نظر می‌باشد [۱۹].

### ۴- گسسته‌سازی و حل معادلات

مؤلفه‌های تانسور ناهمسانی تنش رینولدز بصورت زیر خواهند بود:

$$b_{ij} = \begin{bmatrix} b_{11} & 0 & b_{13} \\ 0 & -b_{11} - b_{33} & 0 \\ b_{31} & 0 & b_{33} \end{bmatrix} \quad (36)$$

این تانسور دارای چهار مؤلفه‌ی غیر صفر  $b_{11}$ ،  $b_{13}$ ،  $b_{31}$  و  $b_{33}$  است که به دلیل متقارن بودن تانسور، دو مؤلفه‌ی آن با هم برابر هستند ( $b_{31} = b_{13}$ ). مؤلفه‌های مختلف تانسور تنش رینولدز بر حسب ناهمسانی تنش بصورت زیر هستند:

$$\overline{u'u'} = k \left( 2b_{11} + \frac{2}{3} \right) \quad (37)$$

$$\overline{u'w'} = 2k(b_{13}) = 2k(b_{31}) \quad (38)$$

$$\overline{w'w'} = k \left( 2b_{33} + \frac{2}{3} \right) \quad (39)$$

مؤلفه‌های شار اسکالر نیز عبارتند از:

$$\vec{\theta}^* = \theta_i^* = \lambda \theta_i = (k/\varepsilon) \sqrt{k/k_\theta} (\partial \theta / \partial x_i), \quad (30)$$

$$\vec{g}^* = \bar{g}_i^* = \lambda \bar{g}_i = (k/\varepsilon) \sqrt{k_\theta/k} \beta g_i$$

$$\frac{1}{a_\theta} = \frac{1}{2} \left[ R \left( \frac{P}{\varepsilon} - 1 + \frac{G}{\varepsilon} + 2C_{1\theta} \right) + (1 - 2C_{5\theta}) \frac{P_\theta}{\varepsilon_\theta} - 1 \right] \quad (31)$$

$C_{i\theta}$ ها ثابت‌های مدل می‌باشند. به منظور رسیدن به یک معادله‌ی صریح برای شار اسکالر در جریان‌های دوبعدی، دو بردار پایه مستقل ( $\mathbf{I} \cdot \vec{\theta}^*$  و  $\mathbf{b} \cdot \vec{\theta}^*$ ) برای  $\vec{\zeta}$  در نظر گرفته شده است:

$$\vec{\zeta} = \alpha_1 \mathbf{I} \cdot \vec{\theta}^* + \alpha_2 \mathbf{b} \cdot \vec{\theta}^* \quad (32)$$

با جایگذاری معادله‌ی ۳۲ در معادله‌ی ۲۹ و انجام عملیات ریاضی، در نهایت معادله‌ای صریح برای شار اسکالر بصورت زیر بدست آمده است که در آن  $r_i$  و  $\sigma_i$  نامتغیرها می‌باشند [۱۵].

$$\alpha_1 = \frac{\frac{2}{3} RC_b r_1 + 2RC_b r_3 + 2RC_\theta \sigma_1}{\frac{r_1}{a_\theta} + RC_s r_2} - \frac{\frac{r_3}{a_\theta} + RC_s r_4 + RC_\Omega r_5}{\frac{r_1}{a_\theta} + RC_s r_2} \alpha_2,$$

$$\alpha_2 = \frac{1}{D_3} \left[ \left( \frac{r_3}{a_\theta} + RC_s r_4 - RC_\Omega r_5 \right) \left( \frac{2}{3} RC_b r_1 + 2RC_b r_3 + 2RC_\theta \sigma_1 \right) - \left( \frac{r_1}{a_\theta} + RC_s r_2 \right) \left( \frac{2}{3} RC_b r_3 + 2RC_b r_6 + 2RC_\theta \sigma_2 \right) \right], \quad (33)$$

$$D_3 = \left( \frac{r_1}{a_\theta} + RC_s r_2 \right) \left( \frac{r_6}{a_\theta} + RC_s r_7 \right) - \left( \frac{r_3}{a_\theta} + RC_s r_4 + RC_\Omega r_5 \right) \left( \frac{r_3}{a_\theta} + RC_s r_4 - RC_\Omega r_5 \right)$$

با استفاده از معادلات ۳۲ و ۳۳،  $\vec{\zeta}$  محاسبه می‌شود، اما معادلات ارائه شده به طور کامل صریح نیستند، زیرا  $P_\theta/\varepsilon_\theta$  و  $G/\varepsilon$  موجود در  $a_\theta$  تابعی از  $\vec{\zeta}$  می‌باشند.  $\vec{\zeta}$  نیز تابعی از  $\mathbf{b}$  می‌باشد که این موضوع نشان‌دهنده‌ی کوپل‌شدگی شدید معادلات تنش و شار رینولدز می‌باشد. برای محاسبه  $P_\theta/\varepsilon_\theta$  و  $G/\varepsilon$ ، معادلات درجه ۳ زیر با ضرایب  $B_i$  و  $E_i$  بدست آمده است [۱۵].

شده است. فلوم تا عمق ۱۰۰ میلیمتر با آب پر شده ( $H_0$ ) و دریچه‌ای در فاصله‌ی ۲۰۰ میلیمتری از بالادست ( $x_0$ ) نصب شده است. برای ایجاد اختلاف چگالی، به بخش بالادست دریچه به میزان کافی نمک اضافه شده تا اختلاف چگالی آب و محلول آب نمک به  $\Delta\rho = 10\text{ kg/m}^3$  برسد ( $\rho_a = 999.5\text{ kg/m}^3$  و  $\rho_d = 1009.5\text{ kg/m}^3$ ). برای نشان دادن تمامی مشخصه‌های جریان ثقلی، شبکه‌بندی باید به اندازه‌ی کافی ریز باشد. در صورت درشت بودن شبکه، جواب‌های بدست آمده حساس به اندازه شبکه خواهند بود و از دقت کافی برخوردار نیستند. با ریزتر کردن شبکه، جواب‌ها مستقل از اندازه شبکه شده و در عین حال هزینه‌ی محاسباتی افزایش می‌یابد. در نتیجه یافتن درشت‌ترین شبکه‌ی ممکن که نیازمند کمترین حجم محاسبات بوده و همزمان مستقل از اندازه‌ی شبکه باشد، مورد نیاز است. به همین دلیل یک تحلیل حساسیت با شبیه‌سازی یک جریان ثقلی بر روی شبکه‌بندی با اندازه‌های مختلف انجام گرفته است. در این تحلیل حساسیت موقعیت پیشانی جریان و پروفیل سرعت مورد ارزیابی قرار گرفته‌اند. در تحلیل موقعیت پیشانی جریان، حالات مختلف اندازه‌ی شبکه شامل  $8 \times 75$  (۸ ردیف سلول در جهت قائم و ۷۵ سلول در جهت افقی)،  $10 \times 75$ ،  $10 \times 120$  و  $10 \times 150$  بوده است. زمان آزمایش ۶۲ ثانیه و  $\Delta t$  برابر با ۰/۰۴ ثانیه در نظر گرفته شده است. شکل ۲ نشان می‌دهد که برای هر دو مدل آشفتگی نمودارهای مستقل از شبکه‌بندی در حالت ۱۲۰ سلول در جهت افقی و ریزتر از آن حاصل شده است. همچنین مشخص است که حساسیت نسبت به تعداد سلول‌ها، کمتر از حساسیت نسبت به تعداد لایه‌ها می‌باشد. ( $x^* = \frac{x}{x_0}$ ,  $t^* = \frac{t}{t_c}$ ,  $t_c = \frac{x_0}{(g'H_0)^{1/2}}$ ,  $g' = g \frac{\Delta\rho}{\rho_a}$ ). در شکل ۳ نتایج پروفیل سرعت جریان در فاصله‌ی ۱۰۲۰ میلیمتر نسبت به دریچه حاصل از شبیه‌سازی جریان ثقلی مزبور بر روی شبکه‌بندی با اندازه‌های مختلف نشان داده شده است. تعداد لایه‌ها ۱۰، ۱۶ و ۲۰ و اندازه‌ی شبکه در راستای افقی ۰/۰۲۵، ۰/۰۱ و

$$\overline{u_i'\theta} = \begin{bmatrix} \overline{u'\theta} \\ 0 \\ \overline{w'\theta} \end{bmatrix} \quad (40)$$

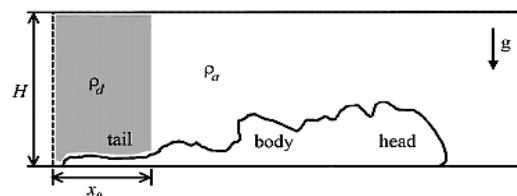
شکل تبدیل یافته‌ی معادلات ناویر-استوکس به ترتیب در دو راستای  $x$  و  $z$  به صورت زیر نوشته می‌شوند:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u^2}{\partial x} + \frac{\partial wu}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho_r} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \nu \frac{\partial u}{\partial x} \right) \\ &+ \frac{\partial}{\partial z} \left( \nu \frac{\partial u}{\partial z} \right) - \frac{\partial \overline{u'u'}}{\partial x} - \frac{\partial \overline{u'w'}}{\partial z} \\ \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial uw}{\partial x} + \frac{\partial w^2}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho_r} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \nu \frac{\partial w}{\partial x} \right) \\ &+ \frac{\partial}{\partial z} \left( \nu \frac{\partial w}{\partial z} \right) - g \frac{\rho - \rho_r}{\rho_r} - \frac{\partial \overline{u'w'}}{\partial x} - \frac{\partial \overline{w'w'}}{\partial z} \\ \frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{\partial u\theta}{\partial x} + \frac{\partial w\theta}{\partial z} &= \frac{\partial}{\partial x} \left( \nu \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \nu \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) - \frac{\partial \overline{u'\theta}}{\partial x} - \frac{\partial \overline{w'\theta}}{\partial z} \end{aligned} \quad (41)$$

که در این معادلات دو جمله‌ی آخر سمت راست مشتق تنش‌های رینولدز می‌باشند. به منظور مدل‌سازی معادلات فوق جملات اضافه شده گسسته می‌شوند و در حل عددی معادلات اندازه حرکت منظور می‌گردند. بدین منظور، مشتق تنش‌های رینولدز گسسته شده که در هر گام بدست می‌آیند، با روش حجم محدود محاسبه و به صورت جملات چشمه در جملات پخشیدگی معادله‌ی اندازه حرکت منظور می‌گردند.

#### ۵- صحت‌سنجی مدل آشفتگی، ارائه و تفسیر نتایج

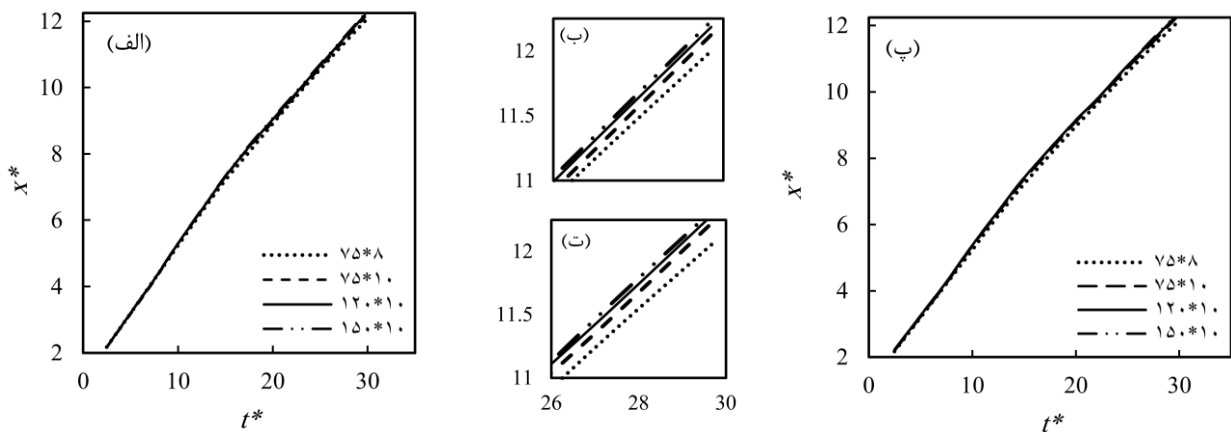
جریان‌های ثقلی در آزمایشگاه معمولاً با برداشتن ناگهانی یک دریچه‌ی عمودی که جدا کننده‌ی دو حجم سیال با چگالی‌های متفاوت است، ایجاد می‌شود (شکل ۱). جریان ایجاد شده در اصطلاح جریان ثقلی انسداد-تبادل<sup>۱۴</sup> نامیده می‌شود.



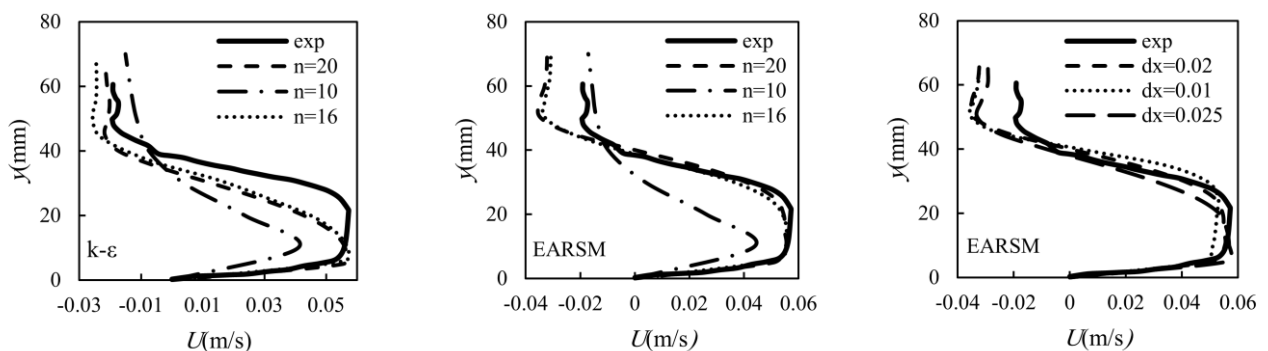
شکل ۱- شمای کلی جریان ثقلی انسداد-تبادل

#### ۱-۵ آزمایش ژو و همکاران (۲۰۰۶)

این آزمایش از نوع انسداد-تبادل و بر اساس مطالعات آزمایشگاهی ژو و همکاران [۲۰] صورت گرفته است. آزمایش‌ها در یک فلوم مستطیلی به طول ۲۵۹۰، عرض ۲۰۰ و عمق ۴۰۰ میلیمتر انجام



شکل ۲- مقایسه نتایج شبیه سازی عددی موقعیت پیشانی جریان ثقلی با استفاده از مدل آشفتگی  $k - \epsilon$  با جملات شناوری و مدل آشفتگی EARSM برای شبکه بندی های مختلف، (الف) و (ب) مدل آشفتگی  $k - \epsilon$ ، (پ) و (ت) مدل EARSM



شکل ۳- مقایسه نتایج شبیه سازی عددی پروفیل سرعت در فاصله ۱۰۲۰ میلی متر نسبت به دریچه

برای شبکه بندی های مختلف در آزمایش ژو و همکاران [۲۰]

فاصله ای معادل ده برابر طول قسمت پشت دریچه، انتقال بین دو فاز صورت می گیرد [۲۰]. شکل ۴ موقعیت پیشانی جریان ثقلی را بر حسب زمان برای مدل های  $k - \epsilon$ ، EARSM و مقادیر آزمایشگاهی، بصورت بی بعد نشان می دهد. همانطور که دیده می شود هر دو مدل موقعیت پیشانی جریان را در تمام طول آزمایش، کمتر از مقادیر آزمایشگاهی نشان می دهند. با این وجود در بخش های بیشتری از فاز اسلامپ (فاز نخست) نتایج حاصل از مدل های عددی به نتایج آزمایشگاهی نزدیک تر بوده و در زمان های اولیه تقریباً برابر با نتایج آزمایشگاهی می باشد. همچنین انتقال بین دو فاز بخوبی پیش بینی شده است. بعلاوه، مدل EARSM در فاز دوم موقعیت پیشانی جریان را کمی بیشتر از مقادیر حاصل از  $k - \epsilon$  با جملات شناوری نشان می دهد.

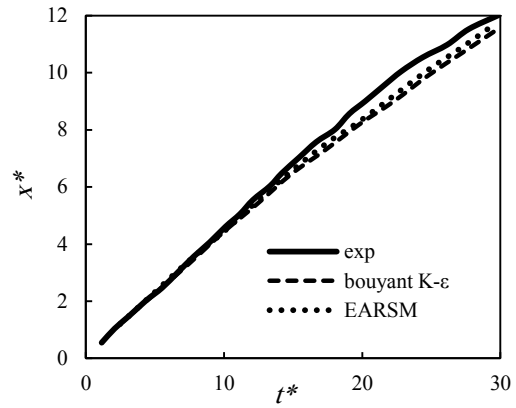
شکل ۵ نمودارهای سرعت افقی حاصل از مدل های آشفتگی مورد بحث و نتایج آزمایشگاهی را در فواصل ۱۰۲۰ تا ۱۰۸۰ میلی متر نسبت به دریچه و در زمان  $t = 24.8S$  نشان می دهد. با بررسی این نمودارها می توان دریافت که سرعت افقی حداکثر  $u_{max}$  در ارتفاعی بین  $y \approx 9mm$  و  $y \approx 20mm$  رخ می دهد، که در آن  $y$

۰/۰۲ متر در نظر گرفته شده است.  $n$  تعداد لایه های جریان در راستای  $Z$  می باشد و مشخص است که با افزایش تعداد لایه ها اختلاف نتایج شبیه سازی با یکدیگر بسیار کم می شود و همانطور که دیده می شود، پروفیل سرعت با ۱۶ لایه نسبت به ۲۰ لایه، در بخش های بیشتری از نمودار، با نتایج آزمایشگاهی مطابقت بهتری دارد.  $dx$  اندازه ی شبکه در راستای  $X$  بوده و مشخص است که با کوچکتر شدن  $dx$ ، نتایج شبیه سازی عددی اختلاف کمی با یکدیگر دارند و نتایج مستقل از اندازه شبکه می شود.

با توجه به موقعیت پیشانی جریان و نمودارهای سرعت (شکل های ۳ و ۲) در نتایج شبیه سازی عددی، پارامتر حساس تر نسبت به اندازه ی شبکه، تعداد لایه ها می باشد. اندازه ی شبکه در راستای  $X$ ، ۰/۰۲ متر و تعداد لایه ها در راستای  $Z$ ، ۱۶ لایه منظور گشته و این اندازه ی شبکه برای مقایسه ی موقعیت پیشانی جریان و سرعت افقی با نتایج آزمایشگاهی مورد استفاده قرار می گیرد.

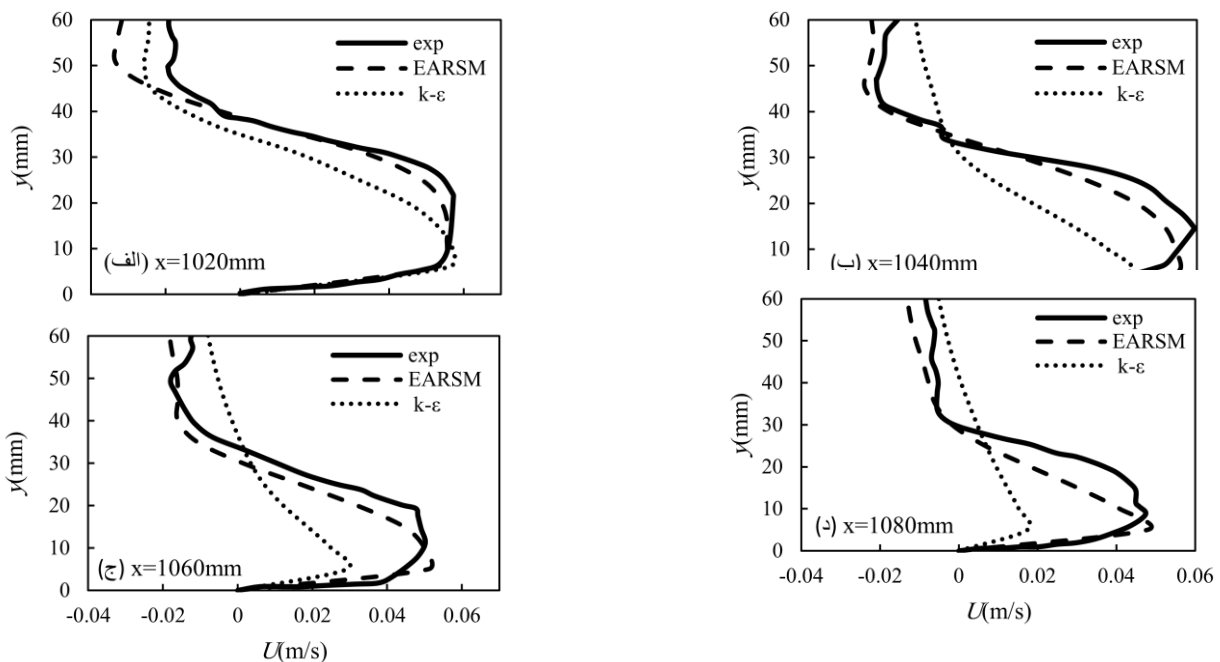
موقعیت پیشانی در زمان های مختلف ( $X$ ) اندازه گیری شده است. در طول فاز اسلامپ<sup>۱۵</sup> اولیه، موقعیت پیشانی  $X$ ، با افزایش زمان بصورت خطی افزایش می یابد که نشان دهنده ی ثابت بودن سرعت می باشد. دو فاز مختلف در حرکت جریان مشاهده می شود که در

پیش‌بینی سرعت انطباق خوبی با مقادیر آزمایشگاهی دارد. در نواحی نزدیک به کف هر دو مدل انطباق خوبی با نتایج آزمایشگاهی دارند. همانطور که دیده می‌شود در نواحی دور از کف و بالاتر از نقطه‌ی جدایش، مدل  $k - \epsilon$  در پیش‌بینی سرعت‌های منفی، عملکرد بهتری دارد. در مقطع  $1040$  میلی‌متری، مدل EARSM با اختلاف اندکی مقدار  $u_{max}$  را محاسبه می‌کند، ولی هر دو مدل ارتفاع سرعت بیشینه را در ارتفاعی تقریباً یکسان و کمتر نسبت به کف نشان می‌دهند. در ارتفاع  $20\text{mm} < y$ ، مقادیر حاصل از مدل EARSM انطباق نسبتاً خوبی با نتایج آزمایشگاهی دارد و مدل  $k - \epsilon$  مقادیر بسیار کمتری را نشان می‌دهد. همچنین در نقاط بالاتر از  $20\text{mm} = y$  و نواحی میانی همانند مقطع قبل، مقادیر حاصل از مدل EARSM اختلاف بسیار اندکی با نتایج آزمایشگاهی دارند. در مقطع به فاصله‌ی  $1060$  میلی‌متری، مدل EARSM در پیش‌بینی مقدار  $u_{max}$  و مقادیر سرعت در نواحی نزدیک به کف و نقاط بالاتر از  $10\text{mm} \approx y$ ، انطباق به‌مراتب بهتری با نتایج آزمایشگاهی دارد. در نمودار آخر (فاصله‌ی  $1080$  میلی‌متری) که مربوط به نواحی نزدیک به پیشانی جریان است، نتایج مدل  $k - \epsilon$  اختلاف قابل توجهی با نتایج آزمایشگاهی دارد. نتایج مدل EARSM در تمامی نواحی، به مقادیر آزمایشگاهی نزدیک‌تر می‌باشد. عملکرد هر دو مدل با نزدیک‌تر شدن به پیشانی جریان، ضعیف‌تر می‌شود. بطور کلی، تغییر شکل‌ها، قوس‌ها، تغییر



شکل ۴- مقایسه‌ی نتایج شبیه‌سازی عددی و اندازه‌گیری‌های آزمایشگاهی ژو و همکاران [۲۰] برای موقعیت پیشانی جریان ثقلی

عمق از کف است. در مقطع به فاصله  $1020$  میلی‌متر نسبت به دریچه، مدل  $k - \epsilon$  با جملات شناوری در مقایسه با نتایج آزمایشگاهی و نتایج حاصل از مدل EARSM، مقدار  $u_{max}$  را کمی بیشتر و در ارتفاع پایین‌تری نسبت به کف نشان می‌دهد. اما مدل EARSM مقدار  $u_{max}$  را نزدیک به مقدار آزمایشگاهی نشان می‌دهد. در نتایج آزمایشگاهی سرعت در ارتفاع  $9\text{mm} - 20\text{mm} \approx y$  تقریباً ثابت است که این موضوع در مدل EARSM بخوبی پیش‌بینی شده است. نقطه جدایش جریان تقریباً در ارتفاع  $39\text{mm} \approx y$  می‌باشد، یعنی از ارتفاع  $39\text{mm}$ ، سرعت منفی می‌شود. در ارتفاع  $20\text{mm} > y$  تا نقطه جدایش جریان مدل  $k - \epsilon$  با جملات شناوری مقادیر سرعت را کمتر از نتایج آزمایشگاهی نشان می‌دهد. اما در این نواحی مدل EARSM در



شکل ۵- مقایسه‌ی نمودارهای سرعت جریان ثقلی در فواصل  $1020$  تا  $1080$  میلی‌متر نسبت به دریچه و زمان  $t = 24/8\text{s}$  با استفاده از نتایج آزمایشگاهی ژو و همکاران [۲۰]



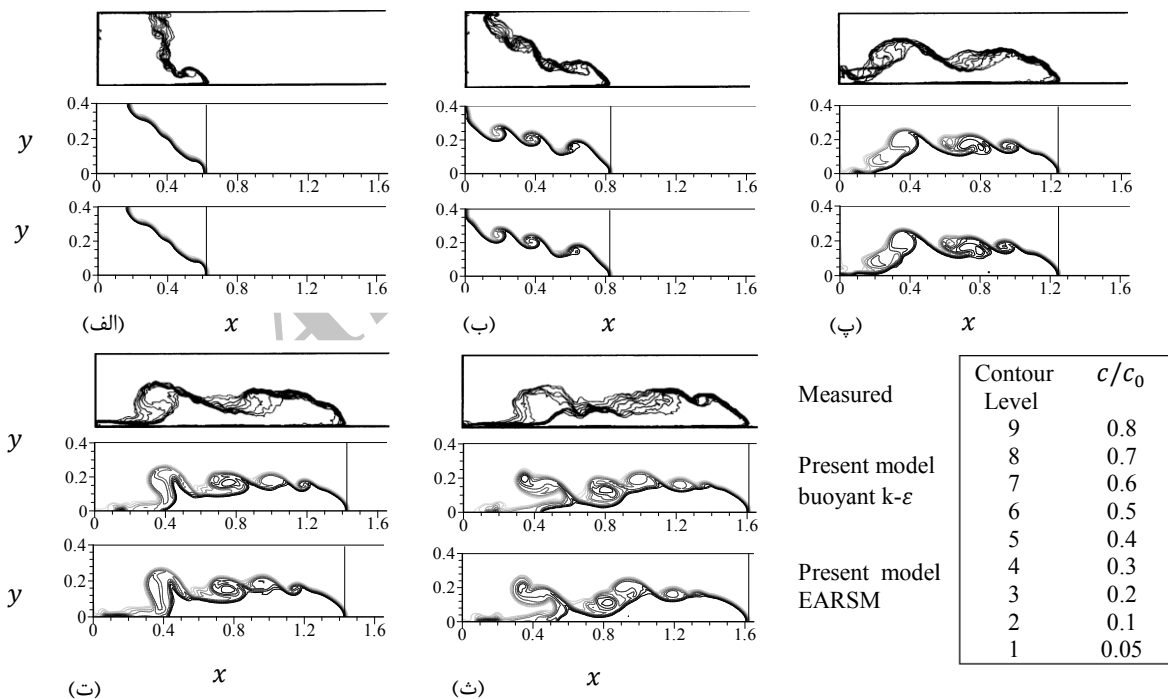
آشفتگی حاضر را به همراه نتایج آزمایشگاهی هکر و همکاران، شبیه سازی سه بعدی LES اوی و همکاران [۲۲] و شبیه سازی سه بعدی با یک مدل آشفتگی  $k - \epsilon$  با جملات شناوری پایک و همکاران [۲۳] نشان می دهد  $t_0 = H/u_b$  مقیاس زمانی و شدن دریاچه ناپایداری های کلین- هلموتز<sup>۱۶</sup> در سطح تداخل دو حجم سیال ایجاد می شوند. این ناپایداری ها به وضوح در مراحل زمانی  $a$  و  $b$  از شکل ۷ دیده می شوند. در زمان های اولیه تفاوت هایی بین خطوط میزان حاصل از شبیه سازی های عددی و نتایج آزمایشگاهی دیده می شود. در واقع، خطوط میزان نتایج آزمایشگاهی نسبت به خط میانه ی سطح تداخل دو سیال از تقارن نسبی برخوردار نیستند. بدین معنی که میزان پیش آمدگی پیشانی حرکت جریان ثقلی نسبت به خط میانه از میزان عقب ماندگی لایه ی فوقانی به طور محسوسی بیشتر است. در حالی که در شبیه سازی های عددی این دو معیار به طور متقارن نسبت به خط میانه قرار دارند. سیمپسون<sup>۱۷</sup> این تفاوت را به شرایط مرزی متفاوت در بالا و پایین محدود شده نسبت داده است [۲۱]. لیکن اوی و همکاران استدلال می کنند که سرعت پایین باز کردن دریاچه باعث

شیب ها و انسجام کلی پروفیل سرعت در تمامی مقاطع توسط مدل EARSIM انطباق خوبی با نتایج آزمایشگاهی دارد. مقادیر سرعت منفی مربوط به نواحی روی بدنه ی جریان ثقلی هستند که با حرکت از مقاطع دورتر نسبت به پیشانی (۱۰۲۰ میلیمتری) به سمت پیشانی (۱۰۸۰ میلیمتری)، مقادیر حاصل از مدل EARSIM به نتایج آزمایشگاهی نزدیک تر شده و مقادیر حاصل از مدل  $k - \epsilon$  اختلاف تقریباً ثابتی با نتایج آزمایشگاهی دارند.

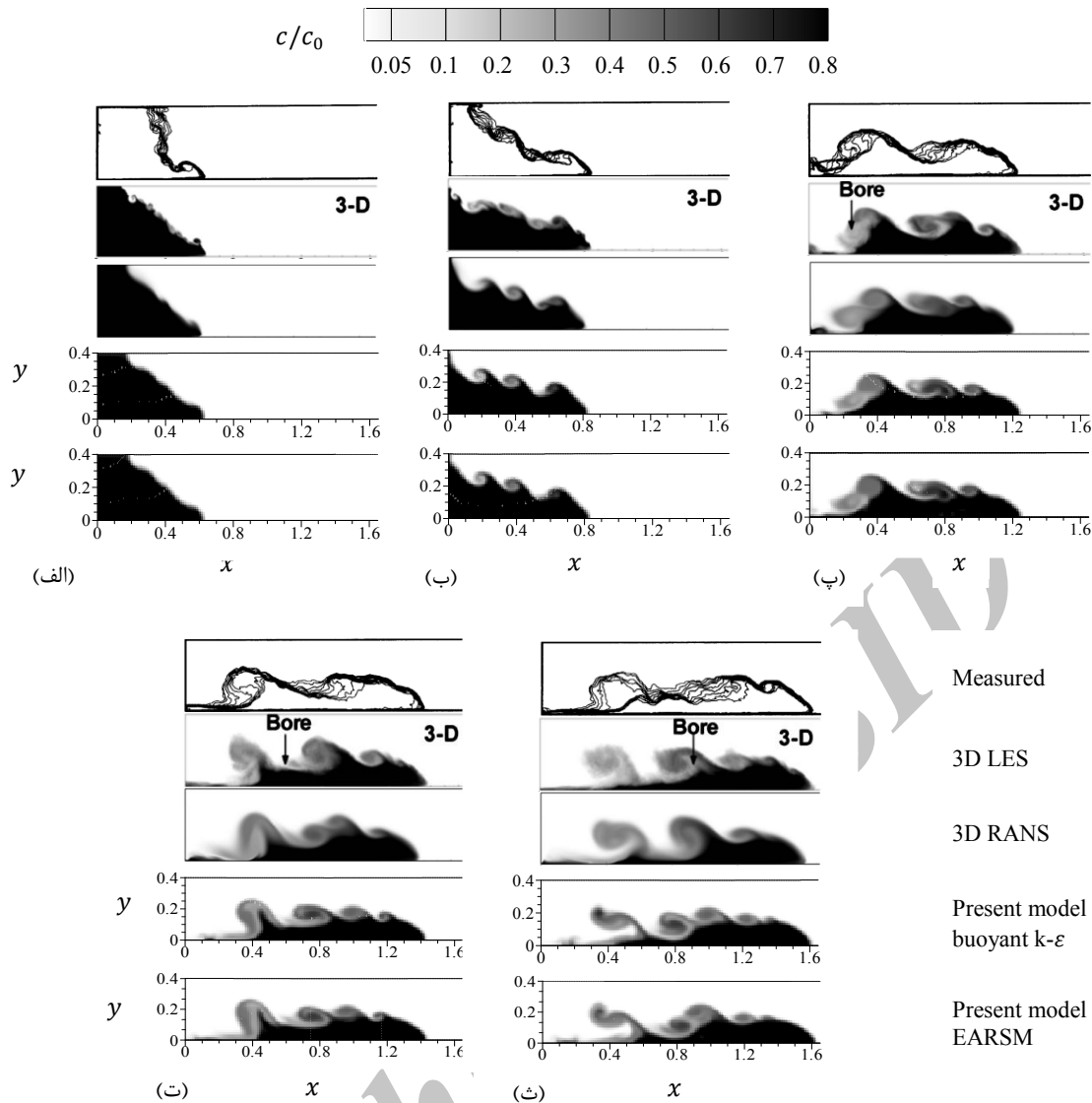
## ۲-۵ آزمایش هکر و همکاران (۱۹۹۶)

آزمایش های هکر و همکاران [۲۱] در یک کانال مستطیلی به طول ۳۴۸۰، عرض ۲۰۵ و عمق ۵۰۰ میلیمتر انجام شده است. کانال تا عمق ۴۰۰ میلیمتر با آب پر شده و دریاچه ای در فاصله ی ۴۰۰ میلیمتری از ابتدا، قرار داده شده است. به منظور ایجاد اختلاف چگالی به آب پشت دریاچه محلول نمک اضافه شده تا شتاب  $g'$  برابر با  $120 \text{ mm/s}^2$  شود. در شبیه سازی، اندازه ی شبکه در جهت  $x$  و  $z$  برابر با ۱۰ میلیمتر و گام زمانی  $0.003$  ثانیه بوده است.

شکل ۶ خطوط میزان غلظت جریان ثقلی حاصل از شبیه سازی مدل های آشفتگی حاضر را به همراه نتایج آزمایشگاهی هکر و همکاران، و شکل ۷ توزیع غلظت حاصل از شبیه سازی مدل های



شکل ۶- خطوط میزان غلظت در آزمایش هکر و همکاران و مدل های آشفتگی  $k - \epsilon$  با جملات شناوری و EARSIM. در زمان های (الف):  $t/t_0 = 1.4$ ، (ب):  $t/t_0 = 2.4$ ، (پ):  $t/t_0 = 4.6$ ، (ت):  $t/t_0 = 5.6$ ، (ث):  $t/t_0 = 6.6$ . خطوط قائم نشانگر موقعیت پیشانی جریان ثقلی هستند.



شکل ۷- مقایسه‌ی توزیع غلظت نمک جریان ثقلی در آزمایش هکر و همکاران، شبیه‌سازی عددی پایک و همکاران، اوی و همکاران و مدل‌سازی‌های عددی حاضر، در زمان‌های (الف):  $t/t_0 = 1.4$ ، (ب):  $t/t_0 = 2.4$ ، (پ):  $t/t_0 = 4.6$ ، (ت):  $t/t_0 = 5.6$ ، (ث):  $t/t_0 = 6.6$ .

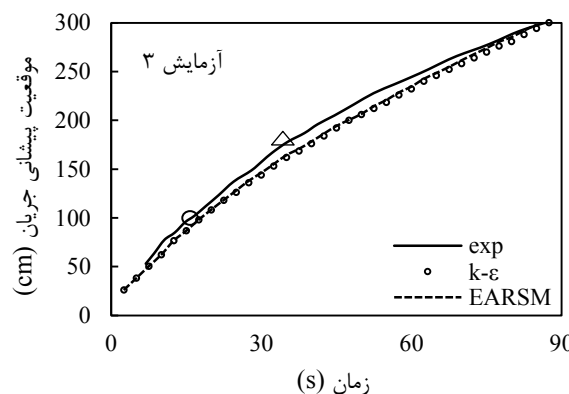
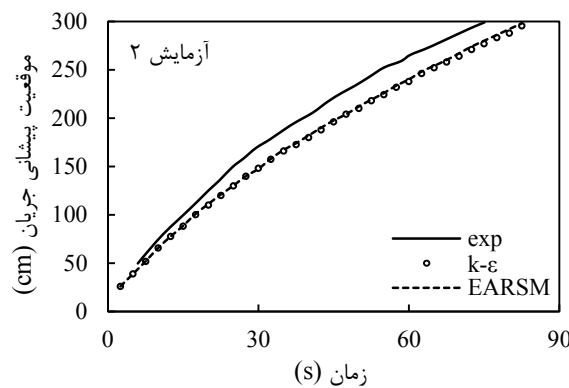
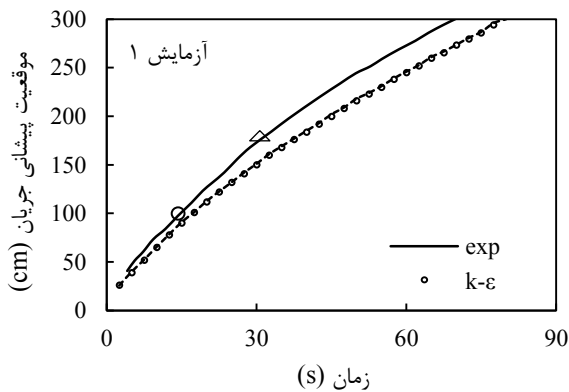
بسیار کمتر است، نتایج مدل حاضر تطابق بهتری را با نتایج آزمایشگاهی نشان می‌دهد. به ویژه موقعیت پیشانی جریان و در نتیجه محاسبه‌ی سرعت حداکثر بهتر از مدل‌هایی که مورد مقایسه قرار گرفته‌اند، می‌باشد. به عنوان مثال در شبیه‌سازی سه بعدی پایک و همکاران، تعداد سلول‌ها در جهت  $x$  و  $y$ ، به ترتیب ۴۸۰ و ۸۱ می‌باشد و در جهت  $z$ ، ۷۷ لایه در نظر گرفته شده است. (در شکل‌های ۶ و ۷،  $c$  غلظت نمک و  $c_0$  غلظت اولیه نمک می‌باشند).

### ۳-۵ آزمایش ادیوس و همکاران (۲۰۱۰)

حرکت جریان‌های ثقلی تحت تأثیر نیروهای غوطه‌وری، اینرسی و لزجت است. در مراحل اولیه‌ی حرکت (مرحله اینرسی- غوطه‌وری)، نیروی لزجت در مقایسه با دو نیروی دیگر قابل چشم‌پوشی بوده و نیروی غوطه‌وری با نیروی اینرسی در تعادل است. با گسترش

حرکت سریعتر لایه‌های زیرین و در نتیجه نامتقارنی پروفیل می‌شود. همانطور که در شکل ۶ دیده می‌شود، خطوط میزان غلظت حاصل از مدل‌سازی‌های عددی حاضر انطباق مناسبی با نتایج آزمایشگاهی، به ویژه در نواحی مربوط به دنباله‌ی<sup>۱۸</sup> جریان ثقلی نشان می‌دهند. با این وجود تفاوت‌هایی در قسمت‌های میانی جریان ثقلی در مراحل زمانی  $d$  و  $e$  دیده می‌شود. در مراحل زمانی  $d$  و  $e$  ناحیه با اختلاط بالا و گردابه‌ی بزرگ ایجاد شده در فاصله‌ی ۰/۴ متر از بالادست جریان به خوبی شبیه‌سازی شده است. همچنین، شکل کلی قسمت پیشانی جریان نیز توسط مدل‌ها بخوبی شبیه‌سازی شده است. هر دو مدل  $k - \epsilon$  و EARSM مقادیر موقعیت پیشانی جریان را با دقت خوبی پیش‌بینی می‌کنند. با توجه به دوبعدی بودن مدل‌های عددی حاضر و با اینکه تعداد سلول‌های مورد استفاده در مدل‌های حاضر در مقایسه با شبیه‌سازی‌های اوی و همکاران [۲۲] و پایک و همکاران [۲۳]

آزمایشگاهی، محل انتقال فاز اول و دوم و مثلث ها، محل انتقال فاز دوم و سوم می باشند. همانطور که دیده می شود با افزایش غلظت نمک، به دلیل حاکم بودن نیروی جاذبه نسبت به نیروی لزجت، جریان در مسافت بیشتری از طول کانال در فاز خود متشابه قرار دارد و مسافت باقیمانده از کانال در فاز لزج کاهش می یابد.



شکل ۸- موقعیت پیشانی جریان بر حسب زمان در آزمایش های ۱ تا ۳ ادیوس و همکاران [۲۵] - دایره ها محل انتقال فاز اول و دوم و مثلث ها، محل انتقال فاز دوم و سوم می باشند.

در نمودار مربوط به آزمایش شماره ۱، موقعیت پیشانی جریان در طول فاز اسلامپ توسط هر دو مدل با اندکی عقب ماندگی، انطباق مناسبی با نتایج آزمایشگاهی دارد (تا ثانیه ۱۵). از این زمان به بعد، با ورود جریان به فاز خود متشابه و لزج، بین نتایج حاصل از مدل ها و مقادیر آزمایشگاهی، اختلاف شیب دیده می شود. به ویژه

جریان، نیروی لزجت رفته رفته بیشتر شده و در مرحله ای، این نیرو به حد نیروی اینرسی خواهد رسید. بعد از این مرحله، دینامیک جریان بستگی به تعادل نیروهای لزجت و غوطه وری (مرحله ی لزجت- غوطه وری) خواهد داشت. مرحله ی اینرسی- غوطه وری، خود شامل دو مرحله ی اسلامپ و خود متشابه<sup>۹</sup> می شود. مرحله ی اسلامپ در نزدیکی منبع سیال غلیظ تشکیل شده و در طی آن، جریان قسمت های متمایز بدنه و پیشانی را خواهد داشت. سرعت پیشانی در این مرحله، تقریباً ثابت است (روتمن و سیمپسون [۲۴]). بعد از مرحله ی اسلامپ، مرحله ی خود متشابه مرحله ی اینرسی- غوطه وری آغاز می شود. در این مرحله سرعت پیشانی دیگر ثابت نبوده و با افزایش فاصله، کاهش می یابد.

در این آزمایش خصوصیات گسترش جریان های لایه بندی شده ی آب شور و چگال و همچنین تأثیرات ضریب زبری کف توسط ادیوس و همکاران [۲۵] مورد بررسی قرار گرفته است. آزمایشات در یک تانک مستطیلی به طول ۳، عرض ۰/۲ و عمق ۰/۳ متر با رها کردن حجم ثابتی از سیال غلیظ در سیال رقیق انجام می گیرد. در پیچه ای در فاصله ی ۰/۱ متر از بالادست برای جدا کردن دو بخش نصب شده. آب و محلول آب نمک تا ارتفاع ۰/۱۵ متر در این دو بخش پر می شوند و جریان با برداشتن در پیچه ایجاد می شود. ادیوس و همکاران آزمایشات مختلفی با غلظت نمک و ضریب زبری کف متفاوت (ε)، انجام دادند که مشخصات ۵ آزمایش شبیه سازی شده در جدول ۱ آمده است. چگالی آب  $1000 \text{ kg/m}^3$  و چگالی محلول آب و نمک پشت در پیچه ( $\rho_c$ ) از  $1008/8$  تا  $1060$  تغییر می کند.

جدول ۱- پارامترهای آزمایش های مختلف ادیوس و همکاران

مشخصه	آزمایش				
	۵	۴	۳	۲	۱
$\rho_c$ [ $\text{kg/m}^3$ ]	۱۰۶۰	۱۰۵۹.۶	۱۰۰۸.۸	۱۰۰۹.۲	۱۰۰۹.۳
$\epsilon$ [mm]	۲.۲	۰	۴.۵	۲.۲	۰

ادیوس و همکاران دریافتند که در فاز اسلامپ، سرعت گسترش سر جریان ثابت بوده، در فاز خود متشابه سرعت با نسبت  $t^{-1/3}$  کاهش و در فاز لزج با  $t^{-4/5}$  کاهش می یابد. همچنین با افزایش ضریب زبری کف، سرعت جریان کاهش می یابد.

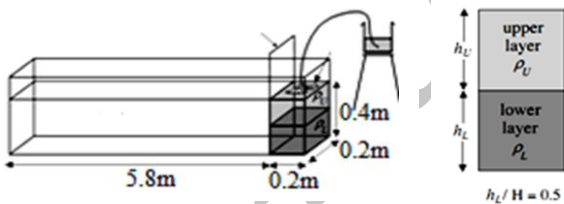
در مدل سازی عددی، در جهت افقی از ۱۵۰ سلول به طول ۰/۲ متر و در جهت قائم از ۲۰ لایه استفاده شده و گام زمانی ۰/۰۵ ثانیه در نظر گرفته شده که زمان کل شبیه سازی ۹۰ ثانیه می باشد. نتایج مدل سازی آزمایش ۱ تا ۳ در شکل ۸ و آزمایش ۴ و ۵ در شکل ۹ آمده است. دایره های مشخص شده بر روی نمودار نتایج

آزمایش شماره ۵ نیز در مقایسه با آزمایش شماره ۲ مشاهده می‌شود. در آزمایش شماره ۵، در اواخر فاز خودمتشابه و اوایل فاز لزج هر دو مدل انطباق خوبی با نتایج آزمایشگاهی نشان می‌دهند. با مقایسه‌ی آزمایش‌های ۴ و ۵ نیز مشاهده می‌شود که با افزایش ضریب زبری نتایج هر دو مدل انطباق مناسب‌تری با نتایج آزمایشگاهی ادیوس و همکاران دارند. در تمامی آزمایش‌ها نتایج حاصل از دو مدل آشفتگی مورد بحث تقریباً یکسان است ولی با بررسی مقادیر عددی اختلاف بسیار ناچیزی وجود دارد که مقادیر حاصل از مدل EARSM اندکی به مقادیر آزمایشگاهی نزدیک‌ترند.

#### ۴-۵ آزمایش گلدستون و همکاران (۲۰۰۴)

آزمایشات متعددی با چگالی‌های متفاوت توسط گلدستون و همکاران [۲۶] انجام شده است. از این بین ۲ آزمایش با مدل‌های عددی حاضر، شبیه‌سازی شده‌اند. هندسه‌ی آزمایش بصورت شکل ۱۰ می‌باشد. چگالی آب شیرین  $998.9 \text{ kg/m}^3$  و دمای آب  $16.5^\circ\text{C}$  می‌باشد. برای شبیه‌سازی عددی اندازه‌ی سلول‌ها در جهت افقی و قائم  $0.1$  متر می‌باشد. گام زمانی نیز  $0.05$  ثانیه در نظر گرفته شده است.

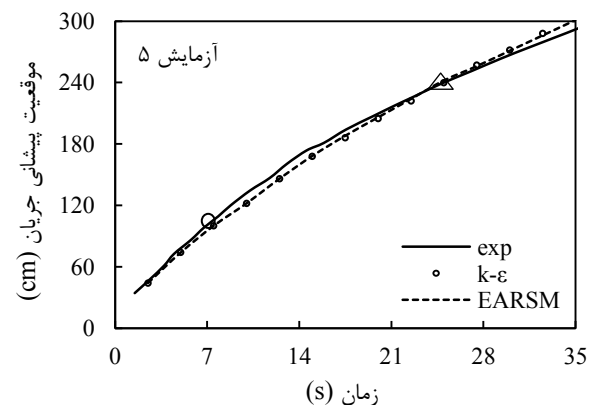
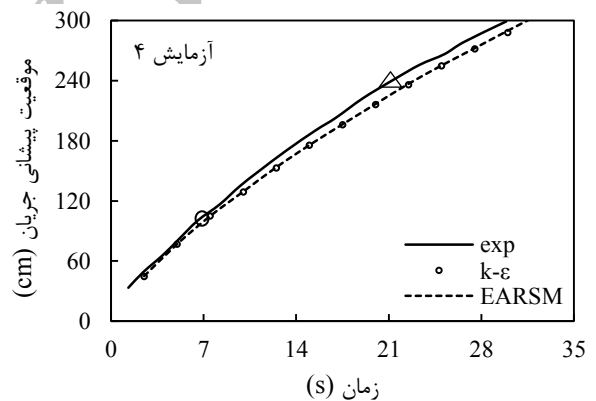
با افزایش چگالی: ۱- سرعت جریان بیشتر می‌شود؛ ۲- اختلاط دو حجم سیال کمتر می‌شود؛ ۳- ناپایداری‌های کلین- هلمولتز در سطح تداخل دو سیال کمتر می‌شود. به عبارتی با افزایش غلظت نمک، انرژی جنبشی آشفتگی و ناهمسانی تنش‌ها کمتر بوده و جریان سریع‌تر پایدار و آرام می‌شود.



شکل ۱۰- هندسه‌ی آزمایش گلدستون و همکاران [۲۶]

در شکل ۱۱ موقعیت پیشانی جریان حاصل از شبیه‌سازی مدل‌های حاضر به همراه نتایج آزمایشگاهی گلدستون و همکاران نشان داده شده است. همانطور که در شکل‌ها دیده می‌شود با افزایش غلظت نمک، نتایج حاصل از مدل‌های عددی بویژه در فاز لزج و خودمتشابه انطباق مناسب‌تری با نتایج آزمایشگاهی نشان می‌دهد (مشابه آزمایش ادیوس و همکاران). بنابراین احتمالاً به نظر می‌رسد، در جریان‌های چگال دلیل مطابقت بهتر نتایج، کمتر شدن

این اختلاف در فاز لزج بیشتر از سایر فازها می‌باشد. در نمودار مربوط به آزمایش شماره ۲ نیز نتایج مانند آزمایش شماره ۱ می‌باشد و از ثانیه ۴۵ به بعد، اختلاف نتایج دو مدل با مقادیر آزمایشگاهی تقریباً ثابت است در حالی که در فاز دوم (خودمتشابه) این اختلاف با گذشت زمان، زیاد می‌شود. مشابه این حالت در آزمایش شماره ۱ نیز وجود دارد. در آزمایش شماره ۳ و با افزایش ضریب زبری کف، نتایج هر دو مدل انطباق مناسب‌تری را با نتایج آزمایشگاهی نشان می‌دهد. با این وجود، اختلاف‌هایی در فاز خود متشابه دیده می‌شود. همچنین مقادیر حاصل از مدل EARSM بویژه از ثانیه ۶۰ به بعد، اختلاف کمتری با نتایج آزمایشگاهی دارند. مقایسه‌ی آزمایش‌های ۱ تا ۳، عملکرد دقیق‌تر هر دو مدل در آزمایش شماره ۳ نسبت به آزمایش‌های ۱ و ۲ را نشان می‌دهد (بویژه در فازهای لزج و خودمتشابه). مطابقت بهتر نتایج در آزمایش شماره ۳ احتمالاً به این دلیل می‌باشد که مدل‌های عددی حاضر بر اساس ضریب زبری ۵ میلی‌متر، کالیبره شده‌اند.



شکل ۹- موقعیت پیشانی جریان بر حسب زمان در آزمایش‌های ۴ و ۵ ادیوس و همکاران [۲۵] - دایره‌ها محل انتقال فاز اول و دوم و مثلث‌ها، محل انتقال فاز دوم و سوم می‌باشند.

در آزمایش شماره ۴ مشخص است که با افزایش غلظت نسبت به آزمایش مشابه (آزمایش شماره ۱)، نتایج هر دو مدل بویژه در فازهای خودمتشابه و لزج دقیق‌تر شده است. مشابه این روند در

بالاتر هر دو مدل نتایج نزدیک تری به نتایج آزمایشگاهی ارائه می کنند. بنابراین احتمالاً به نظر می رسد، در جریان های چگال دلیل مطابقت بهتر نتایج، کمتر شدن اثر آشفتگی و تنش های رینولدز، باشد.

#### ۶- پیشنهادات

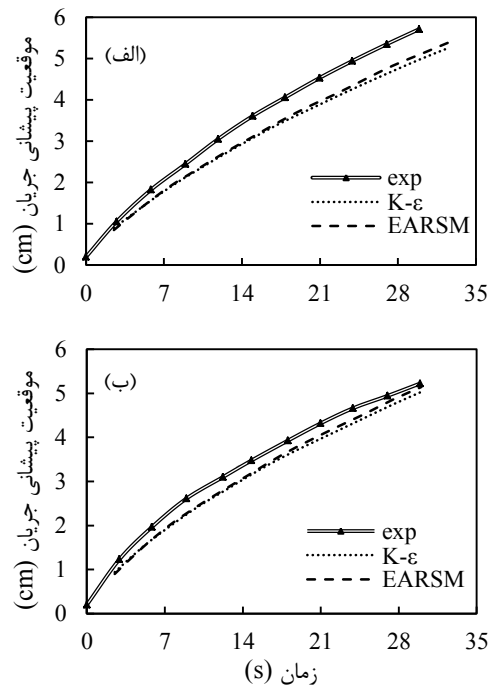
- افزودن قابلیت مدل سازی جریان های با اختلاف چگالی بالا بدون در نظرگیری فرضیات بوسینسک و بررسی اثرات اعمال فرضیات بوسینسک.
- مدل سازی جریان های لایه بندی شده دو فازی گل سیال و استفاده از ساختار رئولوژیکی برای توصیف صحیح رفتار غیر نیوتنی جریان های گل آلود.
- بسط مدل حاضر به یک مدل سه بعدی به منظور پیش بینی بهتر ویژگی های مربوط به سه بعدی بودن جریان مانند اضمحلال ناپایداری های برشی و یا سرعت های ثانویه ناشی از آشفتگی و تأثیرات نرخ اضافی کرنش منتج از انحنای دیواره.

#### کلید واژگان

- 1- Surrounding fluid
- 2- Micropropellor
- 3- Prandtl
- 4- Large Eddy Simulation
- 5- Arbitrary Lagrangian Eulerian
- 6- Staggered
- 7- Curvilinear
- 8- Structured
- 9- Projection
- 10- Chorin
- 11- Temam
- 12- Speziale et al.
- 13- Trace
- 14- Lock-exchange
- 15- Slump
- 16- Kelvin-Helmholtz
- 17- Simpson
- 18- Tail
- 19- Self-similar

#### ۷- مراجع

- 1- Ellison, T. and Turner, J., (1959), *Turbulent entrainment in stratified flows*, Journal of Fluid Mechanics, Vol.6, p. 423-448.
- 2- Fernandez, R. and Imberger, J., (2006), *Bed roughness induced entrainment in a high Richardson number underflow*, Journal of Hydraulic Research, Vol.44, p. 725-738.



شکل ۱۱- مقایسه نتایج شبیه سازی عددی و اندازه گیری های آزمایشگاهی برای موقعیت پیشانی جریان های ثقلی در آزمایش گلدستون و همکاران، (الف):  $\rho_L = \rho_U = 1070.7 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ؛ (ب):  $\rho_U = 1019.6 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ،  $\rho_L = 1124 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$

اثر آشفتگی و تنش های رینولدز، باشد. با توجه به اینکه در فازهای اسلامپ و خودمتشابه، نیروهای اینرسی و غوطه وری حاکم بوده، اختلاف نمودارهای حاصل از مدل عددی با نمودارهای آزمایشگاهی در جریان های چگال را می توان با اعمال فرضیات بوسینسک در روند بدست آوردن معادلات حرکت مرتبط دانست.

#### ۵- نتیجه گیری

در حالت کلی نتایج بدست آمده از این پژوهش را می توان بصورت زیر خلاصه کرد:

- در خصوص جریان های لایه بندی شده آب شور، با وجود اختلافات اندک نتایج حاصل از دو مدل در پیش بینی موقعیت پیشانی جریان در فاز اسلامپ، مدل EARSM به دلیل توصیف بهتر در فاز خودمتشابه و لزج، عملکرد کلی مناسب تری در پیش بینی جریان دارد. بعلاوه می توان توصیف بهتر سرعت را مزیت اصلی مدل EARSM در مقایسه با مدل  $k - \epsilon$  با جملات شناوری، دانست. همچنین مدل  $k - \epsilon$  با جملات شناوری در جریان های با اختلاف چگالی کم و همچنین در فاز اسلامپ، عملکرد قابل قبولی دارد.
- در بررسی کاربرد مدل عددی در جریان های چگال، در مقایسه قابلیت توصیف موقعیت پیشانی، در غلظت های

- Theoretical and Computational Fluid Dynamics, Vol.17, p.377-406.
- 16- Rodi, W., (1976), *A new algebraic relation for calculating the Reynolds stresses*, Gesellschaft Angewandte Mathematik und Mechanik Workshop Paris France, Vol.56, p.219-221.
- 17- Pope, S.B., (1975), *A more general effective-viscosity hypothesis*, Journal of Fluid Mechanics, Vol.72, p.331-340.
- 18- So, R.M.C. and Speziale, C.G., (1999), *A review of turbulent heat transfer modelling*, Annual Review of Heat Transfer-X (Editor: Tien, C. L.), Begell House, Inc., New York, p. 177-219.
- 19- So, R.M.C., Jin, L.H. and Gatski, T.B., (2004), *An explicit Reynolds stress and heat flux model for incompressible turbulence: Part I non-isothermal flow*, Theoretical and Computational Fluid Dynamics, Vol.17, p.351-376.
- 20- Zhu, J.B., Lee, C.B., Chen, G.Q. and Lee, J.H.W., (2006), *PIV observation of instantaneous velocity structure of lock release gravity currents in the slumping phase*, Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulations, Vol.11, p.262-270.
- 21- Hacker, J., Linden, P. and Dalziel, S., (1996), *Mixing in lock-release gravity currents*, Dynamics of Atmospheres and Oceans, Vol.24, p.183-195.
- 22- Ooi, S.K., Constantinescu, G. and Weber, L., (2006), *Numerical simulation of lock-exchange gravity driven flows*, IIHR Technical Rep. No. 450, Univ of Iowa, Iowa City, Iowa.
- 23- Paik, J., Eghbalzadeh, A. and Sotiropoulos, F., (2009), *Three-dimensional unsteady RANS modelling of discontinuous gravity currents in rectangular domains*, Journal of Hydraulic Engineering, Vol.135, p.505-521.
- 24- Rottman, J.W. and Simpson, J.E., (1983), *Gravity currents produced by instantaneous releases of a heavy fluid in a rectangular channel*, Journal of Fluid Mechanics, Vol.135, p.95-110.
- 25- Aduce, C., Lombardi, V., Sciortino, G. and La Rocca, M., (2010), *Laboratory experiments on gravity currents moving on smooth and rough beds*, River Flow, Dittrich, Koll, Aberle & Geisenhainer (eds)-Bundesanstalt für Wasserbau ISBN 978-3-939230-00-7.
- 26- Gladstone, C., Ritchie, L.J., Sparks, R.S.J. and Woods, A.W., (2004), *An experimental investigation of density-stratified inertial gravity currents*, Sedimentology, Vol.51, p.767-789.
- 3- Parker, G., Garcia, M., Fukushima, Y. and Yu, W., (1987), *Experiments on turbidity currents over an erodible bed*, Journal of Hydraulic Research, Vol.25, p.123-147.
- 4- Garcia, M., (1993), *Hydraulic jumps in sediment-driven bottom currents*, Journal of Hydraulic Research, Vol.119, p.1094-1117.
- 5- Lee, H. and Yu, W., (1997), *Experimental study of reservoir turbidity current*, Journal of Hydraulic Engineering, Vol.123, p.520-528.
- 6- Choux, C., Bass, J., McCaffrey, W. and Haughton, P., (2005), *Comparison of spatio-temporal evolution of experimental particulate gravity flows at two different initial concentrations, based on velocity, grain size and density data*, Journal of Sedimentary Geology, Vol.179, p.49-69.
- 7- McCaffrey, W., Choux, C., Bass, J. and Haughton, P., (2003), *Spatio-temporal evolution of velocity structure, concentration and grain-size stratification within experimental particulate gravity currents*, Marine and Petroleum Geology, Vol.20, p.851-860.
- 8- Holt, S. E., Koseff, J.R. and Ferziger, J.H., (1992), *A numerical study of the evolution and structure of homogeneous stably stratified sheared turbulence*, Journal of Fluid Mechanics, Vol.237, p.499-539.
- 9- Qiu, X., Zhang, D.X., Lu, Z.M. and Liu, Y.L., (2009), *Turbulent mixing and evolution in a stably stratified flow with a temperature step*, Journal of Hydrodynamics, Ser. B, Vol.21, p.84-92.
- 10- Hossain, M.S. and Rodi, W., (1980), *Mathematical modelling of vertical mixing in stratified channel flow*, Second Int. Symposium on Stratified Flows, The Norwegian Institute of Technology Trondheim, Norway.
- 11- Hua, Z., Gu, L., Xing, L. and Dai, W., (2009), *New explicit algebraic stress and flux model for active scalar and simulation of shear stratified cylinder wake flow*, Science in China Series E: Technological Sciences, Vol.52, p.2536-2546.
- 12- So, R.M.C., Vimala, P., Jin, L.H., Zhao, C.Y. and Gatski, T.B., (2002), *Accounting for buoyancy effects in the explicit algebraic stress model: homogeneous turbulent shear flows*, Theoretical and Computational Fluid Dynamics, Vol.15, p.283-302.
- 13- Hejazi, K., (2005), *3D numerical modelling of flow and turbulence in oceanic water bodies using an ALE projection method*, in The First Seminar on Computer Simulation in Civil Engineering, K.N.Toosi University of Technology, Tehran, Iran.
- 14- Rodi, W., (1993), *Turbulence models and their applications in hydraulics: A State of the art review*, IAHR Monograph Series, Taylor & Francis Group.
- 15- So, R.M.C., Jin, L.H. and Gatski, T.B., (2004), *An explicit Reynolds stress and heat flux model for incompressible turbulence: Part II Buoyant flow*,