

محاسبه ضرائب مانور شناورها به کمک روش شناسایی سیستم مبتنی بر تست‌های مدل خودرانش

سجاد حاجی زاده^۱، محمد سعید سیف^{۲*}، حمید مهدیقلی^۳

^۱ دانشجوی دکتری مهندسی دریا، دانشکده مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف؛ Hajizadeh@mech.sharif.ir
^۲ استاد، قطب علمی هیدرودینامیک و دینامیک متحرک‌های دریایی، دانشکده مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف؛ seif@sharif.edu
^۳ استادیار، قطب علمی هیدرودینامیک و دینامیک متحرک‌های دریایی، دانشکده مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف؛ mehdi@sharif.edu

اطلاعات مقاله	چکیده
<p>ناریخچه مقاله: تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۳/۰۷/۲۳ تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۴/۰۱/۲۵ تاریخ انتشار مقاله: ۱۳۹۴/۰۶/۳۱</p>	<p>در طی سالیان اخیر مدل‌های مختلفی از مانور شناورهای جابجایی ارائه شده که قادر هستند با تقریب مناسبی کیفیت مانور شناور را تبیین نمایند. لیکن تحقیقات در زمینه محاسبه ضرائب مانور و تست خودرانشی مانور شناور اندک بوده و همچنان شبیه‌سازی مانور شناور با استفاده از مدل‌های ریاضی حد توسعه‌یافتگی مناسبی ندارد. تئوری شناسایی سیستم می‌تواند برای بیان کردن مدل ریاضی مانور شناورها به وسیله سیستم داده‌های ورودی و داده‌های خروجی مورد استفاده قرار گیرد. در این مقاله مانور یک شناور جابجایی با مدل خودرانش بررسی شده است و با استفاده از روش شناسایی سیستم بر پایه روش فیلتر کالمن پیشرفته، ضرائب مانور آن استخراج گردیده و مانور دور زدن شناور شبیه سازی شده است. نتایج حاصل از روش شناسایی سیستم با مانور تست تجربی مقایسه شده و تاثیر زاویه سکان و سرعت شناور بر دایره چرخش آن مورد بررسی قرار گرفته است. بدیهی است چنین مدلی علاوه بر تاثیری که می‌تواند در طراحی بهینه شناور داشته باشد، می‌تواند ابزار مناسبی برای توسعه روش‌های کنترلی و هدایت شناور نیز باشد.</p>
<p>کلمات کلیدی: مانور فیلتر کالمن شناور جابجایی ضرائب هیدرودینامیکی روش شناسایی سیستم</p>	

System Identification Determination of Ship Maneuvering Hydrodynamic Coefficients Based on Free-running Model Test Results

Sajad Hajizadeh^{1*}, Mohammad Saeed Seif², Hamid Mehdigholi³

¹ PhD Student, Department of Mechanical Engineering, Sharif University of Technology

² Professor, Center of Excellence in Hydrodynamics & Dynamics of Marine Vehicle, Sharif University of Technology

³ Assistant Professor, Center of Excellence in Hydrodynamics & Dynamics of Marine Vehicles, Sharif University of Technology

ARTICLE INFO

Article History:

Received: 15 Oct. 2014

Accepted: 14 Apr. 2015

Available online: 22 Sep. 2015

Keywords:

Maneuvering

Kalman Filter

Displacement Ship

Hydrodynamic Coefficient

System Identification Technique

ABSTRACT

In the recent years, different mathematical models are suggested for maneuvering of displacement vessels that are capable of estimation of vessel maneuvers with acceptable precision. These mathematical models are based on determined hydrodynamic coefficients and their accuracy depends on the known coefficients used to solve the mathematical model. System identification methods are developed to calculate these coefficients utilizing input and output data obtained from different sources. In this paper different maneuvers are executed through free running model tests of a container ship. The hydrodynamic coefficients in the mathematical model are determined by the Extended Kalman Filter (EKF) method. Then the mathematical model is solved and different maneuvers are simulated by coefficients calculated from the experiments. Simulations are validated by model tests. Finally the influence of rudder angle and advance speed on turning circle is studied. The mathematical model and hydrodynamic coefficients presented in this paper can be applied for optimization of ship maneuvering performance and course control purposes.

برده می‌شوند، که نیازمند تعیین شرایط استاتیکی و دینامیکی زیادی می‌باشند.

اولین فعالیت‌ها در زمینه مدل‌سازی مانور شناورها به زمان داویدسون ۱۹۴۶ بر می‌گردد که معادلات کامل مانور استخراج شده و وابستگی پیچیده توانایی دور زدن و حفظ مسیر در مانور نشان داده شده است. روابط داویدسون پایه و اساس تئوری‌های امروزی مانور می‌باشند [۲]. در دهه ۵۰ و ۶۰ با رونق مجدد کشتیرانی و افزایش سایز شناورها و ورود کانتینربرها به بازار حمل و نقل قابلیت‌های مانوردهی بیشتر مورد توجه قرار گرفته است. در این دوره دو تئوری اساسی ارائه شده است که همچنان بسیار پر کاربرد می‌باشند، تئوری آبکویتز^۲ و MMG^۳. پروفیسور آبکویتز از موسسه دریایی دانمارک یکی از پیشگامان در زمینه مانور شناورها می‌باشد. تئوری وی مشتمل بر برآورد نیروهای وارد بر کشتی به عنوان تابعی از مشخصات حرکتی شناور و انتگرال‌گیری از معادلات حرکت جهت بدست آوردن مسیر حرکت شناور در طی مانورهای معمول است [۳].

در این تحقیق تست حرکت مانور دایره ای و نتایج بررسی آنالیز عدم قطعیت مشخصات هیدرودینامیکی مانورپذیری شناورها بیان شده است. مدل شناورهای مورد استفاده یک شناور کانتینربر و دو تا مدل تانکر می‌باشد و نیروهای سرج و اسوی و ممان یاو و تراست پروانه و نیروهای سکان در حین تست ها اندازه گیری شده است [۴].

ضرائب هیدرودینامیکی مانور شناورهای ماهیگیری که دارای یک پروانه و یک سکان می‌باشد، بدست آمده است و حرکات چرخش دایره ای شبیه سازی شده و با نتایج تست تجربی مقایسه گردیده است [۵].

اگر چه ساختار شناور کاتاماران مدت طولانی است که مورد قبول واقع شده است، اما داده‌های تجربی محدودی درباره مانور کاتاماران در شرایطهای دریانوردی متفاوتی وجود دارد و بعضی از تحقیقات وجود ناپایداری جهتی ذاتی در ساختار کاتاماران را نشان می‌دهند. برای بدست آوردن درک بهتری از رفتار مانور یک شناور کاتاماران، در این تحقیق آزمایش‌های سیستماتیکی بر روی کاتاماران Delft372 (دارای طول ۴ متر و عرض ۳۲ سانتی متر و آبخور ۲۰ سانتی متر) در شرایط دریانوردی متفاوتی با عمق‌های آب و اعداد فرود متفاوت در آب آرام و امواج منظم انجام شده است. نتایج تجربی بیان شده در این تحقیق می‌تواند برای صحت سنجی نتایج عددی به کار می‌روند [۶].

در این مقاله یک روش عددی برای تعیین نیروهای موج که بر روی مانور شناورهای چند بدنه در امواج عمل می‌کند، با استفاده از روش جریان پتانسل سه بعدی با تصحیحات انجام شده از حل‌های جریان ویسکوز، گسترش داده شده است. به خاطر اهمیت خاص

حمل و نقل با شناورها به طور جهانی در حال افزایش است که یکی از خطرهای آن برخورد آنها با هم به خصوص در مناطق پرترافیک می‌باشد. در حالی که واژگونی به خاطر بروچینگ^۱ یکی از بیشترین پدیده‌های خطرناک برای مانور شناورها در امواج می‌باشد. مانور شناورها در آب آرام و امواج موضوعات مهمی برای جلوگیری از تصادم و بروچینگ می‌باشد. بنابر این شبیه‌سازی‌های قابل قبول برای مانور شناورها برای آنالیز تصادف و جلوگیری از آنها مورد نیاز است [۱].

پیش‌بینی عملکرد شناور در حال مانور، یکی از موضوعات بسیار مورد توجه در بررسی هیدرودینامیک شناورها است. مانور شناورها پدیده‌ای است که دارای طبیعت به شدت غیرخطی و غیردائمی است. بدلیل محدودیت‌های روش‌های تحلیلی ارزیابی مانور شناورها، پیش‌بینی مانور به طور سنتی مبتنی بر روابط تجربی بدست آمده از بانک اطلاعاتی یا تست‌های مدل بوده است. روش مبتنی بر بانک اطلاعاتی تجربی از مدل ریاضی و ضرائب مانوردهی تشکیل شده است که این ضرائب یا به طور کامل به صورت تجربی محاسبه شده‌اند یا از روش‌های نیمه تجربی - نیمه تحلیلی بدست آمده‌اند.

پیش‌بینی مانور شناور در آب آرام یک موضوع مهم به شمار می‌رود، به هر حال، خیلی گران قیمت تمام می‌شود که چندین ران متفاوت با استفاده از دینامیک سیالات محاسباتی برای شبیه‌سازی مانور شناور گرفته شود. علاوه بر زمان محاسبه‌ی کوتاه آن، شبیه‌سازی‌های مدل ریاضی نیاز به تعداد زیادی تست‌های مدل مهار شده برای تخمین ضرائب مانور هیدرودینامیکی و سکان که در مدل ریاضی به کار می‌روند، دارند.

روش‌های شبیه‌سازی مدل ریاضی و دینامیک سیالات محاسباتی روش‌های شبیه‌سازی بزرگی برای پیش‌بینی مانورپذیری شناورها می‌باشند. زمان محاسبات شبیه‌سازی مدل ریاضی خیلی کوتاه‌تر از زمان دینامیک سیالات محاسباتی است، زیرا چنین روشهایی تنها نیاز به حل معادلات حرکت با استفاده از مدل ریاضیاتی تجویز شده و ضرائب مانور دارند. شبیه‌سازی مدل ریاضی تقریباً به یک دقیقه زمان برای یک آزمایش خود رانش نیاز دارد، در حالی که دینامیک سیالات محاسباتی به چندین هفته یا یک ماه زمان بسته به توربولانس و مدل‌سازی سیستم رانش و اندازه‌مش‌ها (در امتداد با تخصص و تجربه استفاده کننده و منبع محاسباتی عملکرد بالا) نیاز دارد. به هر حال، انگیزه‌های زیادی برای استخراج مدل‌های ریاضی و ضرائب مانور با دقت زیاد به خصوص برای شرایط امواج وجود دارد. در بیشتر موارد جهت استخراج ضرائب مانور تست مدل مقید مکانیزم صفحه‌ای یا تست‌های بازوی چرخان/حرکت دایره‌ای به کار

کاربردهای هیدرودینامیکی شناورها، مزیت روش شناسایی سیستم این است که همه‌ی ضرائب مانور تنها با یک یا تعداد خیلی محدودی آزمایش خود رانش می‌توانند تخمین زده شوند. این در حالی است که تست‌های مدل مقید خیلی زیاد برای تعیین ضرائب مورد نیاز است.

کالمن فیلتر یک فیلتر بازگشت پذیر موثر می‌باشد که از یک سری داده‌های اندازه‌گیری شده نویزی حالت یک سیستم دینامیک را تخمین می‌زند و قادر است که راه‌حلهایی را برای مسائل بسیار پایه‌ای در تئوری کنترل فراهم آورد [۱۷]. کالمن فیلتر پیشرفته یک نوع غیر خطی از کالمن فیلتر می‌باشد و اغلب به عنوان استاندارد غیر رسمی در تئوری تخمین حالت غیر خطی مطرح می‌شود و به طور گسترده‌ای در علوم مربوط به تخمین پارامترها، دنبال کردن اشیاء و ردیابی به کار برده می‌شود [۱۸].

آبکویتر روش فیلتر کالمن پیشرفته را با داده‌های تجربی شناورهای واقعی و مدل ریاضی آبکویتر جهت تخمین ضرائب مانور به کار برد. از داده‌های تست زیگزاک ۱۰/۱۰ برای تخمین ضرائب مانور خطی و از داده‌های تست دایره چرخش $\delta = 35^\circ$ برای ضرائب غیر خطی استفاده کرد. شبیه‌سازی استفاده شده برای تخمین ضرائب مانور نشان داد مطابقت منطقی نه تنها با داده‌های تجربی زیگزاک ۱۰/۱۰ و دایره چرخش $\delta = 35^\circ$ وجود دارد بلکه با نتایج تجربی زیگزاک ۲۰/۲۰ که برای روش شناسایی سیستم هم به کار برده نشده بود، دارد [۱۹]. رهی و کیم روش فیلتر کالمن پیشرفته را با استفاده از داده‌های تست خود رانش شناور واقعی (مثل زیگزاک، دایره چرخش، تست زیگزاک زاویه بزرگ و غیره) و مدل ریاضی MMG برای یافتن بهترین نوع تست تجربی برای شناسایی سیستم به کار بردند. ضرائب مانوری که از تست‌های زیگزاک زاویه بزرگ به دست آمده بودند نشان دادند که اختلاف کوچکی با ضرائب اصلی دارند [۲۰]. ژانگ و زو با استفاده از روش ماشین بردار پشتیبانی، که یکی از روشهای هوش مصنوعی می‌باشد، برای داده‌های مدل ریاضی آبکویتر نشان داد که ضرائب بدست آمده توافق نزدیکی به ضرائب مانور اصلی دارد [۲۱]. چندین پژوهش‌های دیگر (به عنوان مثال شی و همکاران) روش فیلتر کالمن پیشرفته را برای تخمین ضرائب مانور به کار برده‌اند [۲۲].

در این مقاله مانور شناور کانتینر بر KCS، که مدلی از آن به طول ۴/۳۶ متر در آزمایشگاه مهندسی دریای دانشگاه صنعتی شریف ساخته شده و در دریاچه آزادی تست خود رانش مانور آن انجام شده است، مورد بررسی قرار گرفته است. تست مانور دور زدن به صورت خود رانش انجام شده است و در حین انجام تست سرعت مدل در راستای حرکات سرج و اسوی و یلو اندازه‌گیری و ثبت شده است. سپس به کمک معادله ۳ درجه آزادی (سرج و اسوی و یلو) مدل ریاضی آبکویتر و نتایج تست خود رانش مانور دور زدن شناور

موضوع مانور در نواحی ساحلی همچون در این تحقیق به بررسی اثرات موج آبهای کم عمق بر مانور شناور پرداخته شده است [۱۷]. یک سری تست های تجربی بر روی یک مدل از تانکر با ظرفیت 800Dwt (طول ۷/۱۴۲ متر و عرض ۱/۱۴ متر) در حوضچه کشت بزرگ مرکز پژوهشی دریایی در دانشگاه ترندو نروژ انجام شد. مدل به صورت خود رانش عمل می‌کرد و عمدتاً در شرایط نسبتاً موج های بزرگ تست ها انجام شده است. دوسری تست برای بررسی کاهش سرعت در حالت مانور زیگزاک در امواج روبه رو و کاهش سرعت در امواج مورب انجام شد. کاهش سرعت در زمانی که مانور زیگزاک در امواج انجام می‌شود به خاطر حرکات یابونگ، مقاومت اضافی امواج و کاهش تراست به خاطر سیستم فرمان می‌باشد [۱۸]. چندین مدل ریاضی مختلف در زمینه شبیه‌سازی مانور شناورها توسعه داده شده‌اند. آبکویتر یک مدل ریاضی برای بیان نیروها و ممانهای هیدرودینامیکی که بر روی شناور عمل می‌کنند با استفاده از بسط تیلور بر روی متغیرهای استاتیکی توسعه داده‌اند [۱۹]. کریستین و بلنک عبارت‌های مدول مرتبه دوم توسعه دادند، که بیانگر نیروهای هیدرودینامیکی در زاویه‌ی برخورد می‌باشد [۱۰]. اخیراً توسط روس و همکاران یک مدل مانورینگ جدید از قانون اول تئوری آئرو دینامیک ضریب منظری پایین و مکانیک لاگرانژی توسعه داده شده است [۱۱]. در حالی که گروه مدل‌سازی مانور (MMG، اوگا و کاسایی) یک مدل ریاضی گسترش داده‌اند که به طور واضح مشخصات تست آب آزاد بدنه/ پروانه/ سکان و تاثیر عملکرد آنها را بر هم، در بر می‌گیرند [۱۲]. مدل MMG نتایج خوبی برای مانور در آب آرام نشان می‌دهد و نتایج کیفی برای گسترش شرایط امواج از خود نشان می‌دهد [۱۳].

مدلهای مانور شناور کلیدهایی هستند برای تحقیق در مورد مانور پذیری شناورها، طراحی سیستم کنترل حرکات شناور و توسعه شبیه سازهای مانور شناورها [۱۴]. برای فرم‌های مختلف از مدل‌های مانور شناور، تعیین کردن پارامترهای مدل‌ها همیشه یک کار سخت و طاقت فرسایی می‌باشد. روش عمومی برای تعیین پارامترهای مدل شناور تست مدل می‌باشد و تست مدل شناور روش قابل قبول و دقیقی برای این منظور می‌باشد. تست در حالی که، هزینه‌بر و وقت گیر می‌باشد، معمولاً به بعضی از قالب‌های مدل مخصوص، که به کاربرد داده‌های قابل قبولی محدود می‌باشد، بستگی دارد [۱۵]. ساده‌ترین و کم هزینه‌ترین روش تعیین ضرائب هیدرودینامیکی مدل‌های ریاضی مانور شناورها روش شناسایی سیستم می‌باشد.

روشهای شناسایی سیستم اغلب در مهندسی کنترل برای ساخت مدل‌های ریاضی سیستم‌های دینامیکی از ضرائب مانور که بر پایه داده‌های تجربی شکل گرفته‌اند، استفاده می‌شوند. روش حداقل مربع یکی از ساده‌ترین این روش‌ها و روش فیلتر کالمن پیشرفته یکی از پرکاربردترین این روش‌ها در مهندسی می‌باشد [۱۶]. در

$$\begin{aligned}
 X &= m(\dot{u} + wq_a - vr_a) \\
 Y &= m(\dot{v} + ur_a - wp_a) \\
 Z &= m(\dot{w} + vp_a - uq_a) \\
 K &= \frac{d}{dt}(I_{xx}\omega_x - I_{xy}\omega_y - I_{xz}\omega_z) \\
 &-r_a(I_{yy}\omega_y - I_{yz}\omega_z - I_{xy}\omega_x) + q_a(I_{zz}\omega_z - I_{xz}\omega_x - I_{yz}\omega_y) \quad (1) \\
 M &= \frac{d}{dt}(I_{yy}\omega_y - I_{yz}\omega_z - I_{xy}\omega_x) \\
 &-p_a(I_{zz}\omega_z - I_{xz}\omega_x - I_{yz}\omega_y) + r_a(I_{xx}\omega_x - I_{xy}\omega_y - I_{xz}\omega_z) \\
 N &= \frac{d}{dt}(I_{zz}\omega_z - I_{xz}\omega_x - I_{yz}\omega_y) \\
 &-q_a(I_{xx}\omega_x - I_{xy}\omega_y - I_{xz}\omega_z) + p_a(I_{yy}\omega_y - I_{yz}\omega_z - I_{xy}\omega_x)
 \end{aligned}$$

در آب آرام، اگر مرتبه حرکت سرج از مرتبه اول فرض شود، حرکت اسوی و یاو از مرتبه دوم خواهند بود، زیرا که سرعت رو به جلوی شناور از سرعت‌های یاو و اسوی آن خیلی بزرگتر می‌باشد. حرکات هیو، رُل و پیچ از مرتبه سوم خواهند بود. بنابر این حرکات شناور در آب آرام می‌تواند به حرکات سه درجه آزادی سرج و اسوی و یاو ساده سازی شود.

$$\begin{cases}
 m(\dot{u} - vr) = X \\
 m(\dot{v} + ur) = Y \\
 I_z \dot{r} + (I_y - I_x)pq = N
 \end{cases} \quad (2)$$

با توجه به این فرضیات که شناور نسبت به محور X متقارن می‌باشد و تقریباً نسبت به محور Y هم متقارن است و مبدا مختصات حرکت شناور بر روی مرکز ثقل شناور می‌باشد. معادلات حرکت سه درجه آزادی شناور می‌تواند به شکل روابط (۳) ساده سازی شود [۲۴]:

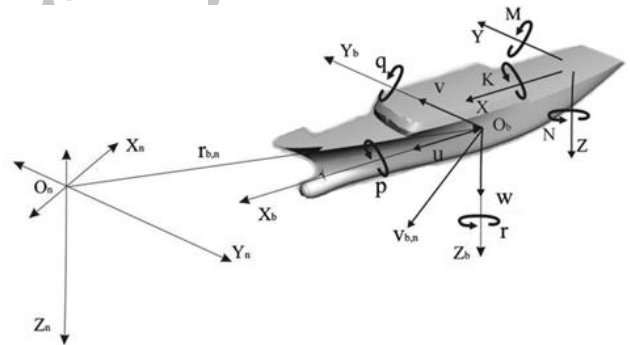
$$\begin{aligned}
 \dot{u} &= a_1 u(t) + a_2 v(t)^2 + a_3 r(t)^2 + a_4 \delta(t)^2 + a_5 v(t)r(t) + \\
 &a_6 v(t)\delta(t) + a_7 r(t)\delta(t) + a_8 u(t)n(t) + a_9 n(t)^2 \quad (3) \\
 \dot{v} &= b_1 v(t) + b_2 r(t) + b_3 \delta(t) + b_4 u(t)r(t) \\
 \dot{r} &= c_1 v(t) + c_2 r(t) + c_3 \delta(t)
 \end{aligned}$$

که $a_i (i=1, 2, \dots, 9)$ ، $b_i (i=1, 2, 3, 4)$ و $c_i (i=1, 2, 3)$ پارامترهای مدل می‌باشند، که وظیفه شناسایی سیستم تعیین این پارامترها می‌باشد. در فرمول شماره ۳ ضرائب a و b و c مجهولات مسئله هستند، برای تعیین این مجهولات ابتدا تست خودرانش شناور در دریاچه آزادی و ثبت اطلاعات سرعت آن (u و v و r) و همچنین ثبت مختصات حرکت آن (X و Y) انجام شد و بعد با کد نویسی و به کاربرد روابط فیلتر کالمن پیشرفته، در فرمول شماره ۳ سرعت‌ها به عنوان ورودی مساله به برنامه داده شده بود و مجهولات مساله که همان ضرائب a و b و c باشند بدست آمده است. این یکی از مزیت‌های روش فیلتر کالمن پیشرفته می‌باشد

شبهه سازی شده است. روش فیلتر کالمن پیشرفته که یکی از روش‌های شناسایی سیستم می‌باشد، برای تخمین ضرائب هیدرودینامیکی این شناور به کار برده شده است و تمامی ضرائب هیدرودینامیکی مانور این مدل استخراج شده است. سپس به کمک این ضرائب هیدرودینامیکی بدست آمده به شبهه سازی مانور دور زدن این شناور پرداخته شده است و با مانور دور زدن آن که به صورت تجربی انجام شده بود، مقایسه گردیده است و تاثیر زاویه سکان و سرعت شناور بر دایره چرخش شناور مورد بررسی قرار گرفته است.

۲- معادلات مانور شناورهای جابجایی

در آنالیز مانور و دریامانی شناورهای معمولی (جابجایی) فرض می‌شود که سطح خیس همیشه ثابت می‌ماند. معادلات حرکت برای آنالیز رفتار یک شناور جابجایی به صورت معادلات (۱) و نسبت به مبدا مختصات روی مرکز ثقل شناور نوشته می‌شود [۲۳].



شکل ۱- مختصات ثابت و متحرک در حرکت شناور [۱۷]

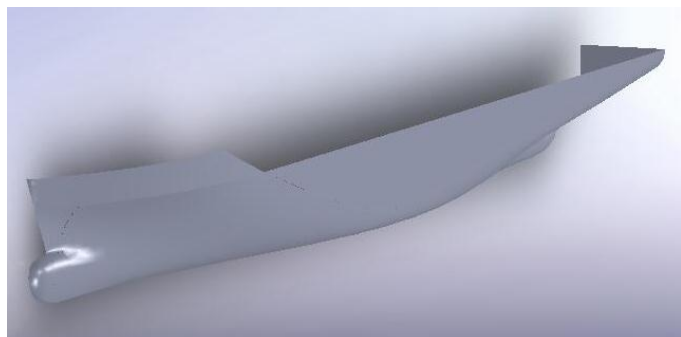
همانطور که در شکل ۱ نشان داده شده است، u سرعت خطی حرکت سرج، v بیانگر سرعت خطی حرکت اسوی، w هم نشان دهنده سرعت خطی حرکت هیو شناور می‌باشد و p نشان دهنده سرعت زاویه‌ای حرکت رول، q بیانگر سرعت زاویه‌ای حرکت پیچ، r نشان دهنده سرعت زاویه‌ای حرکت یاو، X نشان دهنده مقدار نیروی وارد به شناور در راستای حرکت سرج، Y نشان دهنده مقدار نیروی وارد به شناور در راستای حرکت اسوی، Z نشان دهنده مقدار نیروی وارد به شناور در راستای حرکت هیو، K نشان دهنده ممان حرکت رول، M نشان دهنده ممان حرکت پیچ و N نشان دهنده ممان حرکت یاو و I نشان دهنده ممان اینرسی و ω نشان دهنده سرعت زاویه‌ای شناور می‌باشد.

۰/۰۱۱	ارتفاع متاسنتر(متر)
۱/۷	سرعت (متر بر ثانیه)
۰/۲۶	عدد فرود بر اساس طول بین دو عمود

که قادر است چندین مجهول را در یک سیستم غیر خطی تنها با داشتن ورودی های اندازه گیری شده از تست مدل تخمین بزند.

۳- تست مانور شناور جابجایی به صورت خودرانش

فرم بدنه شناور کانتینربر KCS در شکل ۲ نشان داده شده است.



شکل ۲: فرم بدنه شناور کانتینربر KCS

شکل ۴ نشان دهنده مدل شناور کانتینربر KCS در حین تست مانور در دریاچه آزادی می‌باشد.



شکل ۳: مدل شناور KCS در حین تست در دریاچه آزادی



شکل ۴: مدل شناور KCS در حین تست مانور دور زدن در دریاچه

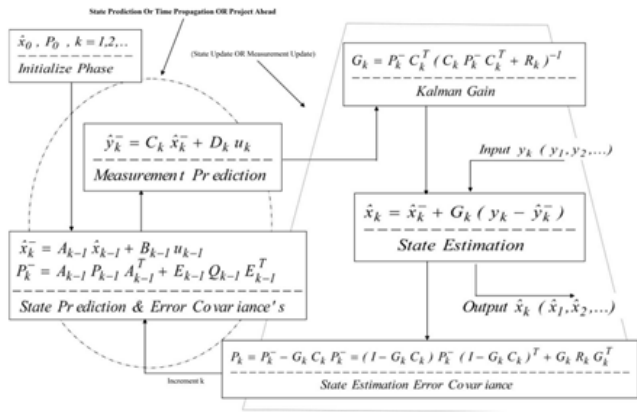
یک مدل ۴/۳۶ متری از شناور کانتینربر KCS ساخته شده است و انواع تست‌های مانور بر روی این مدل شناور به صورت خود رانش صورت گرفته است. مشخصات شناور اصلی کانتینربر KCS در جدول ۱ و مشخصات مدل ساخته شده در جدول ۲ آورده شده است.

جدول ۱: مشخصات شناور کانتینر بر KCS

۲۳۰	طول بین دو عمود (متر)
۲۳۲/۵	طول روی خط آب (متر)
۳۲/۲	عرض (متر)
۱۹	ارتفاع (متر)
۱۰/۸	آبخور (متر)
۵۲۰۳۰	جابجایی (متر مکعب)
۰/۶۵۱	ضریب بلوکی
۰/۹۸۵	ضریب مقطع میانی
-۱/۴۸	موقعیت طولی مرکز شناوری نسبت به پاشنه از وسط شناور

جدول ۲: مشخصات مدل شناور کانتینربر ساخته شده

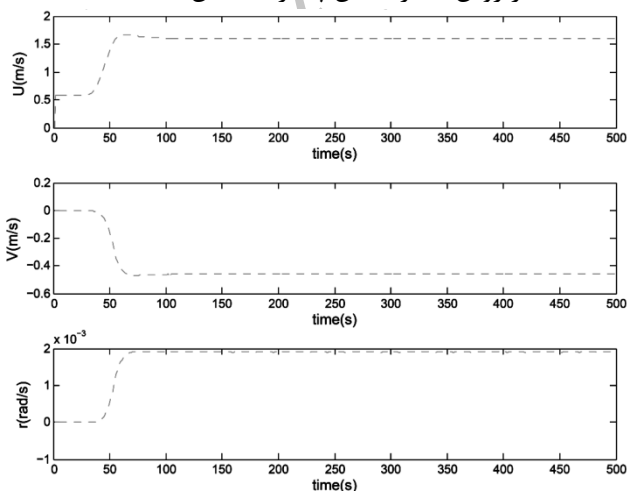
۵۲/۶۷	مقیاس
۴/۳۶	طول بین دو عمود (متر)
۴/۴۱	طول روی خط آب (متر)
۰/۶۱	عرض روی خط آب (متر)
۰/۳۶	ارتفاع (متر)
۰/۲	آبخور (متر)
۰/۳۶	جابجایی (متر مکعب)
۰/۶۵	ضریب بلوکی
۰/۹۸۴	ضریب مقطع میانی
۰/۰۴۲	سطح خیس سکان (متر مربع)
۰/۰۲	سطح جانبی سکان (متر مربع)
۱۶/۸	نرخ چرخش (درجه بر ثانیه)
۵	تعداد پره ها
۰/۱۵	قطر (متر)
۱/۳	نسبت گام در ۰/۷ شعاع
۰/۷	نسبت سطح گسترش یافته
راست گرد	جهت دوران
۰/۲۳	نسبت هاب
۰/۲۰	آبخور (متر)
۰/۳۵۶	حجم جابجایی (متر مکعب)
۳/۴۷	سطح خیس (با احتساب سطح خیس سکان) (مترمربع)
۲/۱۲	فاصله طولی مرکز ثقل (متر)



شکل ۵- بلوک دیاگرام روش شناسایی سیستم فیلتر کالمن

۵- محاسبه ضرائب هیدرودینامیکی

در این تحقیق به صورت خود رانش تست مانور دایره چرخش در سرعت و زوایای سکان متفاوت انجام شده است. در حین تست سرعت های خطی شناور و موقعیت های مکانی آن ثبت و اندازه گیری شده است. سرعت های خطی به عنوان ورودی بر طبق فرمول شماره ۳ به روش فیلتر کالمن پیشرفته داده شده است و این روش تمام ضرائب موجود در فرمول شماره ۳ (ضرائب a و b و C) را تخمین زده است. جهت بررسی صحت تخمین در نهایت مانور دایره چرخش بدست آمده از تست مدل به صورت خودرانش با شکل ۹ مقایسه شده اند و مقادیر همه ضرائب هیدرودینامیکی بدست آمده در جدول ۳ آورده شده اند. مقادیر سرعت در راستای حرکات سرچ و اسوی و یاو که از تست مدل خود رانش مانور شناور اندازه گیری شده است به عنوان ورودی به فیلتر کالمن پیشرفته داده شده است و این روش مقادیر ضرائب هیدرودینامیکی را طوری بدست می آورد که مقادیر سرعت کمترین مقدار خطای ممکن را با مقادیر داده شده به عنوان ورودی داشته باشد. در شکل ۶ مقادیر سرعت های بدست آمده از روش فیلتر کالمن پیشرفته نشان داده شده است.



شکل ۶: شبیه سازی سرعت های خطی و زاویه ای شناور

۴- روش شناسایی سیستم

در تمام رشته‌ها و علوم برای شناخت و تحلیل آنچه که در واقعیت اتفاق می افتد ابتدا به "مدلسازی و شبیه سازی" آنها پرداخته می شود "مدلسازی" به معنی یافتن یک رابطه (یک رابطه ریاضی)، بین ورودی با خروجی سیستم است. "شبیه سازی" به معنی راه انداختن و زنده کردن مدل ریاضی با استفاده از کامپیوتر برای بازسازی واقعیت می باشد. عبارت دیگر مدل سازی یعنی بدست آوردن یک رابطه بین ورودی و خروجی سیستم است بطوری که اگر یک سیگنال ورودی مشابه به سیستم و مدل شبیه سازی شده اعمال گردد، خروجی های سیستم اصلی و مدل تقریباً یکسان باشند. شناسایی سیستم یک روش خاص از مدلسازی سیستم است که با استفاده از نتایج یک آزمایش عملی صورت می گیرد [۲۵].

روش شناسایی سیستم دارای پنج مرحله اساسی است:

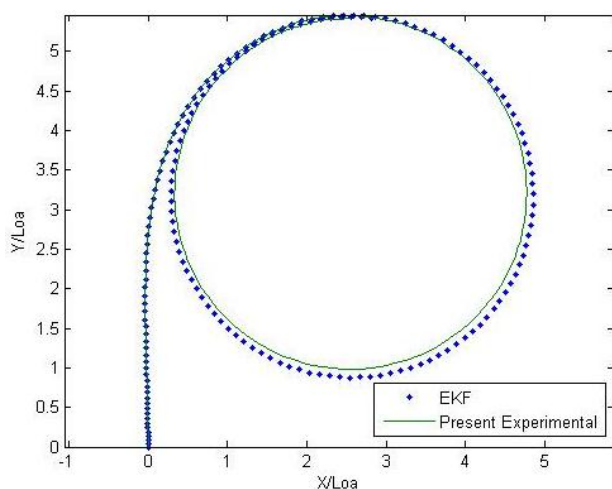
- ۱- تعریف سیستم و ورودی و خروجی آن
- ۲- تعریف ساختار (مدل) برای سیستم تحت مطالعه
- ۳- انجام آزمایش و جمع آوری اطلاعات ورودی و خروجی
- ۴- تخمین پارامترهای هدف
- ۵- ارزیابی مدل

در این تحقیق روش شناسایی سیستم فیلتر کالمن پیشرفته جهت تخمین ضرائب هیدرودینامیکی بیان شده به کار گرفته شده است. که در شکل ۵ بلوک دیاگرام روش شناسایی سیستم فیلتر کالمن آورده شده است.

۴-۱- فیلتر کالمن پیشرفته

معمولاً در نمونه برداری داده های مورد نیاز، نویز نمونه برداری وجود داشته از این رو مناسب ترین روش برای تخمین پارامترهای مدل، روش های مبتنی بر داده های احتمالاتی و آماری می باشد. که یکی از این روش ها روش فیلتر کالمن توسعه یافته^۴ است. روش فیلتر کالمن توسعه یافته به بهینه سازی پارامترهای هدف بر اساس معادلات حرکت و متغیرهای حالت استاتیکی می پردازد. بنابر این روش فیلتر کالمن توسعه یافته هیچ نیازی به داده ورودی ترم های شتاب که به صورت نویزی در داده های تجربی می باشند ندارد، این یکی از بزرگترین مزیت های روش فیلتر کالمن توسعه به شمار می رود. روش فیلتر کالمن توسعه یافته با استفاده از معادلات تحلیلی (۳) و داده های اندازه گیری شده از تست خود رانش شناور، جهت تخمین ضرائب هیدرودینامیکی به کار گرفته شده است. جزئیات روش فیلتر کالمن توسعه یافته در پیوست الف ارائه شده است.

به اندازه حداکثر (معمولا ۳۵ درجه) با بیشترین سرعت چرخانده می‌شود و تا زمانی که شناور یک دایره کامل (حداقل تا ۵۴۰ درجه) طی نکرده است سکان در این زاویه باقی می‌ماند. این آزمایش برای هر دو طرف چپ و راست شناور باید انجام شود. هنگامی که شناور در حال دور زدن است، باید دایره چرخش کمتر از ۵۴۰ درجه کامل گردد تا پارامترهای مهم مانور و تصحیحات لازم برای انحراف ایجاد شده توسط جریانهای دریایی یا باد انجام شوند. در شکل ۹ دایره چرخش بدست آمده از تست خودرانش مدل در دریاچه با دایره چرخش مدلسازی شده از روش شناسایی سیستم با هم مقایسه گردیده‌اند.

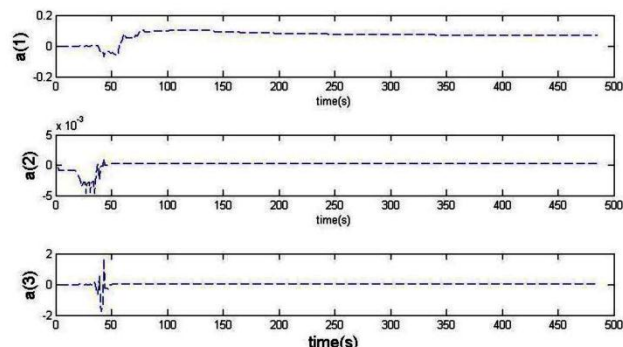


شکل ۹: مقایسه دایره چرخش بدست آمده از تست تجربی و روش شناسایی سیستم

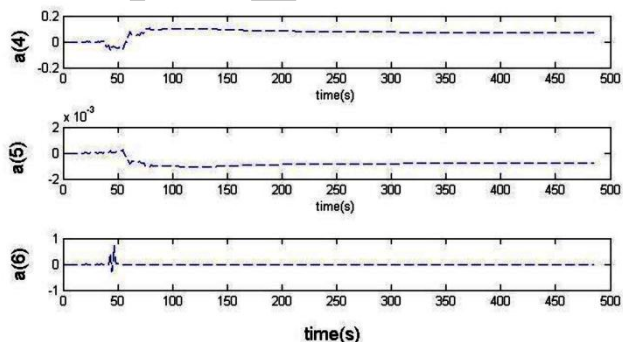
۶-۱- تاثیر زاویه سکان بر دایره چرخش

در ادامه به بررسی تاثیر زاویه سکان بر شعاع دایره چرخش این شناور پرداخته شده است و نتایج در شکل ۱۰ آورده شده است. همانطور که در شکل ۱۰ ملاحظه می‌شود شعاع چرخش شناور در سه زاویه ۱۰، ۱۵ و ۲۵ درجه با هم مقایسه گردیده‌اند و با افزایش زاویه سکان مشاهده می‌شود که شعاع دایره چرخش کاهش پیدا کرده است و شناور دایره کوچکتری را دور زده است.

شکل‌های ۷ و ۸ نشان دهنده چند تا از ضرایب هیدرودینامیکی بیان شده در معادلات (۳) می‌باشند که از روش فیلتر کالمن توسعه یافته بدست آمده‌اند و مقدار همه این ضرایب هیدرودینامیکی در جدول ۳ بیان شده‌اند.



شکل ۷: ضرایب a_1 و a_2 و a_3 محاسبه شده از روش شناسایی سیستم



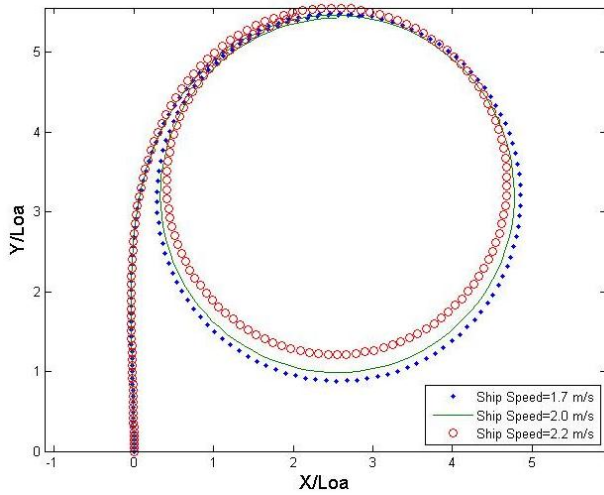
شکل ۸: ضرایب a_4 و a_5 و a_6 محاسبه شده از روش شناسایی سیستم

جدول ۳: ضرایب هیدرودینامیکی بدست آمده از شناسایی سیستم

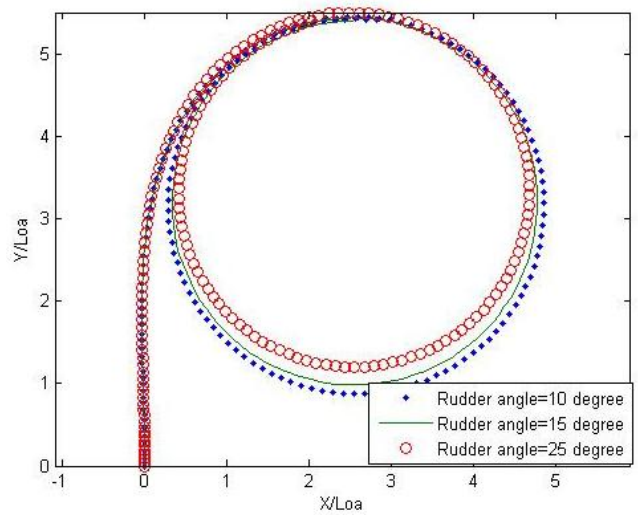
پارامتر	مقدار	پارامتر	مقدار
a_1	6.75×10^{-2}	a_2	2.85×10^{-4}
a_3	1.2×10^{-3}	a_4	6.76×10^{-2}
a_5	-7.605×10^{-4}	a_6	-2.94×10^{-4}
a_7	8.984×10^{-3}	a_8	-2.865×10^{-2}
a_9	4.791×10^{-3}	b_1	-3.67×10^{-3}
b_2	7.2717	b_3	4.616×10^{-3}
b_4	-2.38834	c_1	-4.5×10^{-4}
c_2	-9.987×10^{-2}	c_3	-2.8×10^{-4}

۶- شبیه سازی دایره چرخش

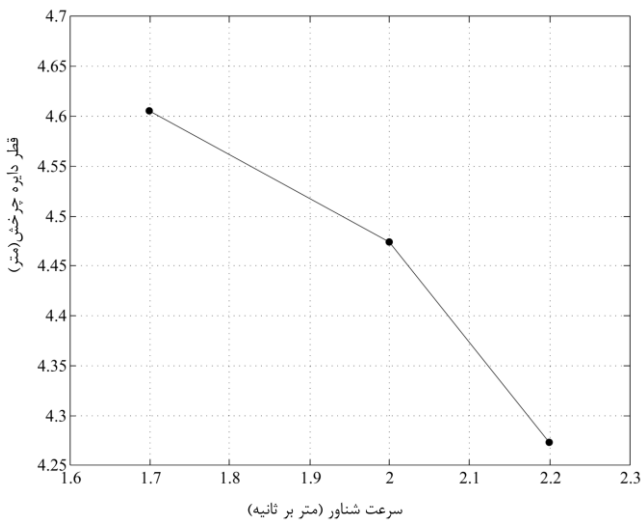
در بعضی شرایط (مانند جلوگیری از تصادم) شناور نیازمند دور زدن است و باید در حین مانور شناور از پایداری مناسبی برخوردار بوده، همچنین مقدار قطر دایره چرخش در حد قابل قبولی باشد. نحوه انجام این تست به این صورت است که ابتدا شناور با سرعت ثابت در مسیر مستقیم شروع به حرکت می‌کند، سپس زاویه سکان (δ)



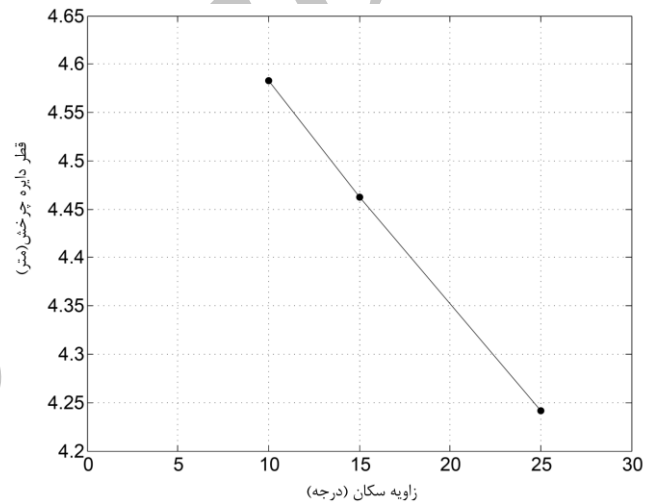
شکل ۱۲: تاثیر سرعت شناور بر دایره چرخش آن با زاویه سکان ثابت ۱۵ درجه



شکل ۱۰: تاثیر زاویه سکان بر دایره چرخش شناور



شکل ۱۳: تاثیر سرعت شناور بر اندازه قطر دایره چرخش شناور در زاویه سکان ثابت ۱۵ درجه



شکل ۱۱: تاثیر زاویه سکان بر اندازه قطر دایره چرخش شناور

۶-۲- تاثیر سرعت شناور بر دایره چرخش

در ادامه به بررسی تاثیر سرعت شناور بر میزان شعاع دایره چرخش این شناور پرداخته شده است و نتایج در شکل ۱۲ آورده شده است. در حین این بررسی‌ها، زاویه سکان مقدار ثابت ۱۵ درجه را داشته است. همانطور که در شکل ۱۲ ملاحظه می‌شود شعاع چرخش شناور در سه سرعت رو به جلو ۱/۷، ۲ و ۲/۲ متر بر ثانیه با هم مقایسه گردیده‌اند و با افزایش سرعت شناور مشاهده می‌شود که میزان شعاع دایره چرخش کاهش پیدا کرده است و شناور دایره کوچکتری را دور زده است.

۷- نتیجه‌گیری

بر پایه آنالیز و تحلیل هیدرودینامیک شناورها، یک قالب مدل ریاضی غیر خطی سه درجه آزادی از مانور شناور بیان شد. تئوری شناسایی سیستم برای تخمین ضرائب هیدرودینامیکی مدل به کار گرفته شد و یک الگوریتم بر پایه تئوری روش کالمن فیلتر پیشرفته برای محاسبه ضرائب هیدرودینامیکی بیان شد. به منظور جمع آوری نمونه‌های داده برای نتایج شناسایی پارامترها، مدلی از شناور کانتینربر KCS به طول ۴/۳۶ متر در مرکز پژوهشی مهندسی دریای دانشگاه صنعتی شریف ساخته شد و تست‌های خود رانش مانور دایره چرخش آن در دریاچه آزادی انجام شد. سرعت‌های شناور در راستای حرکت سرج و اسوی و یاو در حین تست خود رانش اندازه‌گیری شد و این نتایج به عنوان ورودی به تئوری کالمن فیلتر پیشرفته جهت تخمین ضرائب هیدرودینامیکی داده

7- David, C., Mealani, K., William, M. and Benjamin, S.H., (2011), *Simulation of Maneuvering in Waves for a High-Speed Surface Effect Ship*, 11th International Conference on Fast Sea Transportation FAST 2011, Honolulu, Hawaii, USA, September

8- Chuang, Z., (2013) *Experimental and Numerical Investigation of Speed Loss due to Seakeeping and Maneuvering*, Doctoral theses at NTNU

9- Abkowitz, M.A., (1964), *Lecture of Ship Hydrodynamics-Steering and Maneuver-ability*, Hydro-and Aerodynamic Laboratory, Report No. Hy-5.

10- Christensen, A. and Blanke, M., (1986), *A Linearized State-Space Model in Steering and Roll of High-Speed Container Ship*, Technical Report 86-D-574, Servo laboratory, Technical University of Denmark.

11- Ross, A. and Fossen, T., (2007), *A novel maneuvering model based on low- aspect-ratio lift theory and lagrangian mechanics*, In: Proceedings of the IFAC Conference on Control Applications in Marine System (CAMS).

12- Ogawa, A. and Kasai, H., (1978), *the mathematical model of maneuvering motion of ship*, ISP 25 (292), p. 306-319.

13- Stern, F., Rhee, K.P., Quadvlieg, F., Perdon, P. and Gorski, J., (2011), *Experience verification and validation of ship maneuvering simulation methods*. J. Ship Res. 55(2), p.135-147.

14- Shi, C., (2006), *Collaboration to Enhance Development and Application of Shiphhandling Simulators*, in 12th IAIN World Congress / 2006 Internatioan symposium on GPS/GNSS. Jeju, Kore a:459-464

15- Li, D., (1999), *Ship motion and modeling*, Harbin University Publication, Harbin.

16- Lewis, F.L., (1986), *Optimal Estimation With An Introduction to Stochastic Control Theory*. John Wiley & Sons, Inc.

17- Kalman, R.E., (1960), *A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems*, Transactions of the ASME-Journal of Basic Engineering, 82 (D): p. 35~45

18- Farina A. (2002), *Tracking A Ballistic Target: Comparison of Several Nonlinear Filters*, IEEE Transactions on Aero-space and Electronic Systems, 38(3): 854~867.

19- Abkowitz, M.A., (1980), *Measurement of hydrodynamic characteristics from ship maneuvering trials by system identification*, advance copy of paper. In: Proceedings of the Annual Meeting of SNAM.

20- Rhee, K.P. and Kim, K., (1999), *A new sea trial method for estimating hydrodynamic derivatives*. Ship Ocean Technol. 3 (3), 25-44.

21- Zhang, X.G. and Zou, Z.J., (2011), *Identification of Abkowitz model for ship maneuvering motion using*

شد. سپس ضرائب هیدرودینامیکی شناور تخمین زده شد و با انتگرال گیری از سرعت های شناور، موقعیت آن بدست آمد و مانور دور زدن شناور مدلسازی شد. نتایج شبیه سازی شده مانور دور زدن شناور با نتایج تست تجربی مقایسه گردید. دیده شد که مدل ارائه شده قادر است کیفیت مانور شناور را به خوبی نمایان کرده و نتایج عددی انطباق مناسبی از خود نشان داده است. سپس تاثیر زاویه سکان و سرعت شناور بر دایره چرخش مورد بررسی قرار گرفت. نتایج نشان داد که مدل مانورینگ شناور که به وسیله روش بیان شده در این مقاله تعیین شد، می تواند به طور منطقی و قابل قبولی منعکس کننده حرکات واقعی شناور باشد. نتایج نشان داد که فرآیند و الگوریتم های تخمین ضرائب هیدرودینامیکی بیان شده در این مقاله کاملاً موثر و مفید بوده و می توان به راحتی یک مدل ریاضی هر چند ساده که جهت مقاصد کنترل مسیر مورد استفاده قرار می گیرد، در اختیار داشت و داشتن چنین مدل ریاضی در شناورها از اهمیت فراوان برخوردار است.

کلید واژگان

- 1-Broaching
- 2-Abkowitz
- 3-Maneuvering Models Group(Japan)
- 4-Extended Kalman Filter(EKF)

۸-مراجع

1- Araki, M., Sadat-Hosseini, H., Sanada, Y., Tanimoto, K., and Stern, F., (2012), *Estimating maneuvering coefficients using system identification methods with experimental, system-based, and CFD free-running trial data*, Ocean Engineering 51, p.63-84

2- Y.Li, (2009), *Simulation of ship maneuvering & course keeping with escort tugs*, University of British Columbia,

3- 'ITTC Recommended procedures & guidelines, Free running model test procedure', 2005

4- Ueno, M., Yoshimura, Y., Tsukada, Y., and Miyazaki, H., (2009), *Circular motion tests and uncertainty analysis for ship maneuverability*, J Mar Sci Technol, _ JASNAOE

5- Yoshimura, Y. and Masumoto, Y., (2011), *Hydrodynamic Database and Manoeuvring Prediction Method with Medium High-Speed Merchant Ships and Fishing Vessels*, Journal of the Society of Naval Architects and Marine Engineers vol.14 in Dec.

6- Milanov1, E., Chotukova1, V., Efremov, D. and Stern, F., (2014), *Systematic Experimental Investigation of Maneuvering Characteristics of Free Running Delft Catamaran in Still Water and Regular Waves*, 30th Symposium on Naval Hydrodynamics Hobart, Tasmania, Australia, 2-7 November

$$X_{t,t} = X_{t,t-1} + K_t [Y_t - g(\tilde{X}_t, 0)] \quad (4)$$

که $g(\tilde{X}_t, 0)$ اندازه‌های ایده‌ال متغیرهای حالت از رابط بالا می‌باشند.

مرحله ششم: به روز کردن مقدار کواریانس حالت

$$S_{t,t} = \left[I - K_t \left(\frac{\partial g}{\partial x} \right) \right] S_{t,t-1} \quad (5)$$

مرحله هفتم: حلقه تکرار (در این مرحله t به $t+1$ تبدیل می‌شود) برای درک بهتر این موضوع، روش حل یک مثال دو بعدی با سیستم EKF بیان خواهد شد.

فرض که یک وسیله را که به صورت دو بعدی و با سرعت ثابت شروع به حرکت می‌کند، می‌خواهد ردیابی شود. بنابر این متغیرهای حالت، موقعیت‌های X و Y و سرعت‌های مربوط به آنها می‌باشد.

$$X_t = \begin{bmatrix} x_t \\ \dot{x}_t \\ y_t \\ \dot{y}_t \end{bmatrix} \quad (6)$$

معادلات انتقال حالت برای این مدل عبارتند از:

$$f(x_t, a_t) = \begin{bmatrix} x_{t+1} = x_t + T\dot{x}_t + 0 \\ \dot{x}_{t+1} = \dot{x}_t + u_1 \\ y_{t+1} = y_t + T\dot{y}_t + 0 \\ \dot{y}_{t+1} = \dot{y}_t + u_2 \end{bmatrix} \quad (7)$$

که u_1 و u_2 نمونه‌های تصادفی هستند که از $N(0, \sigma_a^2)$ بدست می‌آیند و بیانگر یک شتاب نامشخصی می‌باشند.

جهت اندازه‌گیری، فرض که از یک سنسوری استفاده شده است که در مختصات قطبی عمل می‌نماید و مختصات R و Θ را اندازه‌گیری می‌کند.

$$Y_t = \begin{bmatrix} r_t \\ \theta_t \end{bmatrix} \quad (8)$$

معادلات اندازه‌گیری برای این مدل عبارتند از:

$$g(x_t, n_t) = \begin{bmatrix} r_t = \sqrt{x_t^2 + y_t^2} + n_1 \\ \theta_t = \tan^{-1} \frac{y_t}{x_t} + n_2 \end{bmatrix} \quad (9)$$

که n_1 یک نمونه تصادفی است که از $N(0, \sigma_{dist}^2)$ بدست می‌آید و n_2 نیز یک نمونه تصادفی می‌باشد که از $N(0, \sigma_{dir}^2)$ بدست

epsilon-support vector regression. J. Hydrodyn., Ser. B 23 (3), 353–360.

22- Shi, C., Zhao, D., Peng, J. and Shen, C., (2009). *Identification of Ship Maneuvering model Using Extended Kalman Filtering*. Int. J. Mar. Navigat. Safe. Sea Transport. 3 (1), 105–110.

23- Lewandowski, E.M., (2004), *The Dynamics of Marine Craft: Maneuvering and Seakeeping*, Advanced Series on Ocean Engineering - Volume 22, Copyright 0 2004 by World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd.

24- Zhao, D. and Peng, J. (2009), *Identification of Ship Maneuvering Model Using Extended Kalman Filters*, Transnav International Journal on Marine Navigation and Safety of Sea Transportation, Volume 3 Number 1 March

25- Karrai, M. (2010), *System identification*, Amirkabir University of Technology, Tehran polytechnic press, (In Persian)

پیوست الف: یکی از این بهترین روش‌های شناسایی سیستم که برای تخمین پارامترها به کار می‌رود، روش فیلتر کالمن توسعه یافته یا Extended Kalman Filter می‌باشد که به اختصار EKF نامیده می‌شود. در زیر مراحل تشکیل معادلات مربوط به روش EKF لیست شده‌اند:

مرحله اول: پیش‌بینی مقدار متغیر حالت در لحظه بعد:

$$X_{t,t-1} = f(X_{t-1,t-1}, 0) \quad (1)$$

که $f(X_{t-1,t-1}, 0)$ تخمین حالت \tilde{X}_t می‌باشد.

مرحله دوم: پیش‌بینی کواریانس در لحظه بعد:

$$S_{t,t-1} = \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right) S_{t,t-1} \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)^T + \left(\frac{\partial f}{\partial a} \right) Q \left(\frac{\partial f}{\partial a} \right)^T \quad (2)$$

که $\frac{\partial f}{\partial a}$ و $\frac{\partial f}{\partial x}$ ژاکوبین‌های معادلاتی هستند که این معادلات

بیانگر انتقال حالت‌های متغیر می‌باشند. و علامت $(\dots)^T$ بیانگر حالت ترانسپوز ماتریس می‌باشد.

مرحله سوم: اندازه گرفتن متغیرهای حالت به صورت تجربی که ماتریس Y_t نامیده می‌شوند.

مرحله چهارم: محاسبه بهره (وزن) کالمن:

$$K_t = S_{t,t-1} \left(\frac{\partial g}{\partial x} \right)^T \left[\left(\frac{\partial g}{\partial x} \right) S_{t,t-1} \left(\frac{\partial g}{\partial x} \right)^T + \left(\frac{\partial g}{\partial n} \right) R \left(\frac{\partial g}{\partial n} \right)^T \right]^{-1} \quad (3)$$

که $\frac{\partial g}{\partial x}$ و $\frac{\partial g}{\partial n}$ ژاکوبین‌های معادلاتی هستند که بیانگر متغیرهای اندازه گرفته شده می‌باشند.

مرحله پنجم: به روز کردن مقدار متغیر حالت:

برای اتمام این مثال باید توجه شود به کواریانس ها، کواریانس نویزهای دینامیکی عبارتست از:

$$Q = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_a^2 & 0 & small \neq \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & small \neq & 0 & \sigma_a^2 \end{bmatrix} \quad (14)$$

در حالی که در عمل یک عدد کوچک برای بعضی مقادیر کواریانس اجازه داده می شود که به کار رود. کواریانس نویزهای اندازه گیری عبارتست از:

$$R = \begin{bmatrix} \sigma_{dis}^2 & small \neq \\ small \neq & \sigma_{dir}^2 \end{bmatrix} \quad (15)$$

کواریانس حالت، S، یک ماتریس 4×4 است و با وارینانس های x, \dot{x}, y, \dot{y}

در نهایت، برای اینکه نشان داده شود روند حل این مساله به طور صحیح شکل گرفته است، اول از همه باید به سراغ معادلات EKF که در بالا ارائه شد، رفت و مطمئن شد که سائز تمام ماتریسها درست شکل گرفته است. با انجام این فرآیند، آشکار خواهد شد که سائز ماتریس بهره کالمن K، 4×2 می باشد و همه فرآیند درست شکل گرفته است.

$$X = f \quad (16)$$

$$S = \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right) S \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)^T + \left(\frac{\partial f}{\partial a} \right) Q \left(\frac{\partial f}{\partial a} \right)^T \quad (17)$$

$$K = S \left(\frac{\partial g}{\partial x} \right)^T \left[\left(\frac{\partial g}{\partial x} \right) S \left(\frac{\partial g}{\partial x} \right)^T + \left(\frac{\partial g}{\partial n} \right) R \left(\frac{\partial g}{\partial n} \right)^T \right]^{-1} \quad (18)$$

$$X = X + K \left(Y - g \right) \quad (19)$$

$$S = \left[I - K \left(\frac{\partial g}{\partial x} \right)^T \right] S_{i,j-1} \quad (20)$$

می آید و به ترتیب بیانگر نویز بر روی مقادیر اندازه گیری شده فاصله و جهت می باشد.

برای استفاده از این مدل با روش EKF، باید چهار تا ماتریس ژاکوبین حساب شود. مشتق از معادلات انتقال حالت نسبت به متغیرهای حالت عبارتست از:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial (x, \dot{x}, y, \dot{y})} = \begin{bmatrix} 1 & T & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

مشتق از معادلات انتقال حالت نسبت به نویزهای دینامیکی عبارتست از:

$$\frac{\partial f}{\partial a} = \frac{\partial f}{\partial (0, u_1, 0, u_2)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

ژاکوبین معادلات انتقال حالت در هر دو وضعیت فوق حالت تقریباً ساده می باشند زیرا که سهم آنها در این مدل خطی می باشند. بنابر این همه مشتقات ثابت هستند.

مشتق معادلات اندازه گیری نسبت به متغیرهای حالت عبارتست از:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial (x, \dot{x}, y, \dot{y})} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial} \sqrt{x^2 + y^2} + n_1 & 0 & \frac{\partial}{\partial} \sqrt{x^2 + y^2} + n_1 & 0 \\ \frac{\partial}{\partial} \tan^{-1} \frac{y}{x} + n_2 & 0 & \frac{\partial}{\partial} \tan^{-1} \frac{y}{x} + n_2 & 0 \\ x(x^2 + y^2)^{-1/2} & 0 & y(x^2 + y^2)^{-1/2} & 0 \\ \frac{y}{x^2 + y^2} & 0 & \frac{x}{x^2 + y^2} & 0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

در معادله (۱۲) زیرنویس t به خاطر مرتب نویسی معادلات حذف شده است. به هر حال، در عمل مقادیر در ماتریس $\frac{\partial g}{\partial x}$ در هر حلقه

تکرار دوباره باید محاسبه شوند. مقادیر آنها از تخمین هایی که از متغیرهای حالت زده می شود، محاسبه می شوند. مشتق از معادلات اندازه گیری نسبت به نویزهای اندازه گیری عبارتست از:

$$\frac{\partial g}{\partial n} = \frac{\partial g}{\partial (n_1, n_2)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (13)$$