

## حل مساله برنامه زمانبندی نیروی انسانی با استفاده از روش Simulated Annealing

رضا توکلی مقدم، مسعود ربانی و سید مسعود تقوی

**چکیده:** زمانبندی نیروی انسانی به معنای تخصیص یک الگوی کار (شیفت-روز) با توجه به خواسته‌ها و نیازهای سیستم و نیروی کار با هدف حداقل هزینه می‌باشد. در بسیاری از سیستم‌های تولیدی و خدماتی نیاز به برنامه‌ریزی چند نوبتی در کار می‌باشد. این مساله در حالت کلی از نوع مسایل NP-Complete است و حل آن از طرق رایج موجود مدت زمان زیادی می‌طلبد. امروزه برای حل چنین مسایلی، چندین روش ابتکاری پیشنهاد گردیده که در این مقاله از روش آنیلینگ شبیه سازی شده (SA) استفاده شده است. برای نشان دادن کارایی روش پیشنهادی، نتایج بدست آمده برای چندین مساله نمونه با نتایج بدست آمده از نرم‌افزار Lingo 6 مقایسه شده است.

**واژه های کلیدی:** زمانبندی نیروی انسانی، شیفت کاری، الگوی کار، آنیلینگ شبیه‌سازی شده

$$\text{Min } Z = \sum_{j=1}^n c_j x_j \quad (1)$$

s.t.

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \geq T_i \quad i = 1, \dots, m \quad (2)$$

$$x_j \geq 0 \quad \text{and integer} \quad j = 1, \dots, n \quad (3)$$

$x_j$  = تعداد کارمندان تخصیص یافته به الگوی شیفتی روزانه  $j$ .

$T_i$  = تعداد کارمندان مورد نیاز برای کار در  $i$  امین پریود زمانی.

$c_j$  = هزینه تخصیص یک کارمند به  $j$  امین شیفت.

$n$  = تعداد شیفت‌های روزانه.

$m$  = تعداد پریود زمانی که می‌بایست برای هر روز برنامه ریزی شود.

$a_{ij} = 1$  اگر پریود زمانی  $i$  یک پریود کاری در الگوی شیفتی روزانه  $j$  باشد و صفر در غیر اینصورت.

هدف از مدل اولیه حداقل کردن هزینه تخصیص کارکنان می‌باشد، محدودیت مدل اولیه مرتبط با پوشش تقاضای پریود زمانی می‌باشد. این مدل بر اساس نیاز سیستم به صورت سه مدل برنامه‌ریزی پرستاران، برنامه‌ریزی خدمه، برنامه‌ریزی اپراتورها قابل تقسیم می‌باشد. هر کدام از این مدل‌های

### ۱. مقدمه

سازماندهی نیروی انسانی در یک سیستم نیازمند یک برنامه‌ریزی منسجم با در نظر گرفتن شرایط طرفین برای رسیدن به بهترین بهره‌وری می‌باشد. رویکرد مدل برای ایجاد تعادل بین سیستم و کارکنان با تعریف محدودیت بر اساس نیازها و هدف بر اساس هزینه‌ها بیان می‌شود. مدل ریاضی اولیه‌ای به صورت مساله مجموعه پوششی (SCP) توسط دانتریگ [1] ارائه شده است:

مقاله در تاریخ ۱۳۸۲/۱/۳۰ دریافت شده و در تاریخ ۱۳۸۳/۲/۹ به تصویب نهایی رسیده است.

دکتر رضا توکلی مقدم دانشیار گروه مهندسی صنایع، دانشکده فنی دانشگاه تهران، tavakoli@ut.ac.ir

دکتر مسعود ربانی استادیار گروه مهندسی صنایع، دانشکده فنی دانشگاه تهران، mrabani@ut.ac.ir

سید مسعود تقوی دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی صنایع دانشکده فنی، دانشگاه تهران، taghavi@khazarbargh.ir

مساله استفاده کرده است. مارتلو و توس [12] از روش ابتکاری برای حل مساله راننده اتوبوس استفاده کرده است. بالاکریشن و ونگ [13] از تکنیک بهینه‌سازی شبکه‌ای برای حل مساله خدمه استفاده کرده است. چونگ و همکاران [14] از روش شاخه و حد برای حل مساله استفاده کرده اند. ساکاگوچی و نوزیو [15] از برنامه‌ریزی با محدودیت برای حل مساله استفاده کرده‌اند. لیونکو و همکاران [16] از روش‌های جستجوی ممنوع و الگوریتم ژنتیک و برنامه‌ریزی خطی برای حل مساله استفاده کرده‌اند. کلمنت و رن [17] و [18] از الگوریتم ژنتیک برای حل مساله خدمه استفاده کرده است. کوان و همکاران [19] مساله را بصورت SCP مدل‌بندی کرده و با الگوریتم ژنتیک حل کرده است. اسمیت و همکاران [20] مساله را بصورت SCP مدل‌بندی کرده و از الگوریتم شاخه و حد برای حل مساله استفاده کرده است. دسراچرز و سومیس [21] از روش مولد ستونی برای حل مساله استفاده کردند. آمدن-وینرت و پروکش [22] برای کاهش صدمات ناشی از شیفت کاری مداوم با محاسبه اهمیت توصیه‌های پزشکی این مساله را حل کرده‌اند. ناوت [23] محاسبه اولویت‌ها، وضعیت سنی و ازدواج را برای مدل‌سازی در نظر گرفته است.

• مدل برنامه زمانبندی نیروی کار در سیستم‌های خدماتی و تولیدی با ایجاد یک الگوی کاری برای هر پرسنل مد نظر می‌باشد. چنگ و همکاران [24] با در نظر گرفتن دو درجه، حد کاری و سیکل زمانی یک هفته‌ای با روش جستجوی ممنوع مدل را حل کردند. برنامه‌ریزی برای غیبت و استعفا (عدم وجود غیبت در سیستم با در نظر گرفتن هزینه بالا برای هر روز غیبت و جایگزینی با نیروی آموزش دیده در صورت استعفا) در بانک توسط جونز و همکاران [25] در قسمت اجرای احکام توسط لسن [26] و در نیروی مسلح توسط چارنس و همکاران [27] انجام شده است. براسکو و ژاکوب [28] برنامه زمانبندی نیروی کار را با در نظر گرفتن غیبت و استعفای اختیاری با SA حل کردند. استن و منصور [29] بوسیله الگوریتم ژنتیک پیوندی مساله را حل کردند. دچتر [30] مدلی برای باز و بسته ماندن سیستم با توجه به تعداد متقاضی طراحی ارائه نمود. آندره اشکارف [31] برای تخصیص کارکنان به کارها در یک مجموعه از شیفت‌ها در مدت پر بود ثابت بسته به نوع تخصص و توانایی (اولویت) به کارهای مورد نظر تخصیص داده، به طوریکه با در نظر گرفتن محدودیت سخت از ابزار حل جستجوی ممنوع استفاده شده و نتیجه نامطلوب بوده است. چیراندینی و همکاران [32] از جستجوی

مذکور از مدل ریاضی اولیه با توجه به نیاز سیستم به شرح زیر عمل می‌کنند:

• تمرکز این مدل در برنامه‌ریزی پرستاران تعیین الگوی کاری برای هر پرسنل و پوشش سه شیفت (صبح، عصر و شب)، در برنامه‌ریزی خدمه تعیین الگوی کاری گروهی و پوشش شیفت‌ها (شیفت‌ها با توجه به نیاز سیستم تعریف می‌شوند) و در برنامه‌ریزی پرسنل تعیین الگوی کاری برای هر پرسنل و پوشش یا عدم پوشش شیفت‌ها (شیفت‌ها با توجه به نیاز سیستم تعریف می‌شوند) می‌باشد. در هر مساله با توجه به نیاز، پارامترهای خاصی به مدل افزوده می‌شود.

• برنامه زمانبندی پرستاران در ارتباط با تخصیص یک الگوی کاری بصورت شیفت-روز برای نیروی کار می‌باشد. روش حل برنامه‌ریزی پرستاران با توجه به فرضیه بیزلی و همکاران [2] به چهار بخش سیکلی دقیق، سیکلی ابتکاری، غیر سیکلی دقیق، غیر سیکلی ابتکاری طبقه بندی شده است. دازلند [3] مدلی برای پوشش تقاضا، تعیین برنامه کاری برای پرستاران در سه شیفت کاری با بکارگیری جستجوی ممنوع حل کرده است. بلانتی و همکاران [4] برنامه زمانبندی پرستاران را با در نظر گرفتن سه شیفت با هدف تخصیص صحیح شیفت شبانه با روش جستجوی ممنوع بر اساس همسایگی حل کرده‌اند. آکلین و دازلند [5] با در نظر گرفتن سه شیفت کاری برای ۳۰ پرستار، الگوی کاری هفتگی، تیم‌های پرستاری و سر پرستار مساله را از طریق الگوریتم ژنتیک غیر مستقیم حل کرده است. کول و ون در سلویس [6] با در نظر گرفتن سیکل برنامه‌ریزی ۴ هفته‌ای، سه شیفت کاری و چهار درجه برای پرستاران با استفاده از الگوریتم ژنتیک مساله را حل کرده اند. لی و چنگ [7] با در نظر گرفتن ۱۱ شیفت در هفته، برای حل مساله از الگوریتم با محدودیت استفاده کرده و برنامه را توسط ILOG Solver حل کردند.

• برنامه زمانبندی خدمه برای برنامه‌ریزی گروهی از پرسنل مطرح می‌باشد. کاربرد این نوع برنامه‌ریزی بیشتر در زمینه خدمات عمومی از قبیل سرویس‌های هواپیمایی، خدمات درون شهری، کشتی‌ها و غیره می‌باشد. سینکلر [8] از الگوریتم شاخه و حد برای حل مساله استفاده کرده است. کول و کاریش [9] مساله نوبت کاری خدمه هواپیمایی را با یک برنامه کامپیوتری بنام Carmen حل کردند. مودانی [10] از الگوریتم ژنتیک برای حل مساله استفاده کرده‌اند. هونگ و همکاران [11] از روش برنامه‌ریزی با محدودیت برای حل

## ۲. مدل سازی مساله

مدل مورد بررسی برنامه زمانبندی نیروی انسانی با در نظر گرفتن حق انتخاب شیفت و غیبت به منظور حداقل کردن هزینه‌ها می‌باشد. تعریف مساله مورد نظر به شرح زیر می‌باشد. برنامه‌ریزی هفتگی برای  $n$  پرسنل در  $s$  نوبت شیفت-روز صورت می‌پذیرد، که این  $n$  پرسنل در غالب  $Tim$  تیم کاری تقسیم شده، هر پرسنل با یکی از  $Deg$  درجه پرسنلی در این تیم‌ها کار می‌کند، زمان کاری هر پرسنل  $c \times t$  روز در  $c$  سیکل بوده و هر تیم دارای سرگروه می‌باشد. برنامه‌ریزی بر اساس چهار عامل اهمیت شیفت‌ها و عامل غیبت برای پرستاران، نیاز هفتگی و کاهش هزینه با توجه به درجات پرسنل و سرگروه‌ها برای شرکت‌ها و نیاز هفتگی شرکت‌ها به پرسنل صورت می‌گیرد.

## ۲-۱. فرضیات مدل

فرضیات مدل برنامه‌ریزی ریاضی برای برنامه زمانبندی نیروی انسانی بصورت زیر می‌باشد:

- تعداد پرسنل مشخص می‌باشد.
- درجه بندی هر شخص مشخص می‌باشد.
- تعداد تیم‌های کاری مشخص می‌باشد.
- نوع شیفت‌ها مشخص می‌باشد.
- اهمیت شیفت هر شخص مشخص می‌باشد.
- مقدار تقاضای هر شیفت-روز مشخص است.
- تعداد شیفت-روز کاری شخص مشخص است.
- طول هر سیکل کاری مشخص می‌باشد.
- تعداد سر اپراتور نیز برای هر سیستم مشخص می‌باشد.
- هزینه عدول از محدودیت اهمیت شیفت مشخص می‌باشد.
- هزینه تقاضای پوشش نیافته مشخص می‌باشد.
- هزینه سر اپراتور اضافی مشخص می‌باشد.
- هزینه هر تیم مشخص می‌باشد.
- هزینه عدم پوشش شیفت-روز هر شخص مشخص می‌باشد.

## ۲-۲. اهداف مدل

هدف اصلی کمینه کردن تمام هزینه‌های زیر می‌باشد:

(الف) هزینه عدول از محدودیت اهمیت شیفت.

(ب) هزینه تقاضای پوشش نیافته.

(ج) هزینه سر اپراتور اضافی.

ممنوع برای زمانبندی کارمندان استفاده کرده است. میسلز و همکاران [33] از تکنیک جستوی محلی کوهنورد استفاده کرد. مسیو و کراگلوند [34] از روش آنیلینگ شبیه‌سازی شده (SA) برای حل مساله استفاده کرده‌اند. مسلیو و همکاران [35] از جستجوی ممنوع برای حل مساله استفاده کرده‌اند. کواناکا و همکاران [36] در برنامه‌ریزی شیفتی مرکز تلفن، از کارمندان اضافی برای جبران کمبود شیفت‌ها استفاده کرده و با استفاده از الگوریتم جستجوی محلی مساله را حل کردند. توکلی‌مقدم و همکاران [37] یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی عدد صحیح برای زمانبندی نیروی انسانی ارائه کرده‌اند که بر اساس تخصیص یک الگوی کاری برحسب زمان که با توجه به خواسته‌ها و نیازهای سیستم و نیروی کار صورت گرفت. تابع هدف مدل پیشنهادی در قالب هزینه بیکاری، هزینه تخطی از درجه اهمیت شیفت، هزینه مازاد پرسنل متخصص و هزینه تقاضای پوشش نیافته حداقل می‌شود که با استفاده از روش جستجوی ممنوع حل شده است.

مدل مورد بررسی برای این مقاله بر اساس تلفیقی از مدل بکار رفته برای برنامه‌ریزی پرستاران و برنامه‌ریزی غیبت می‌باشد. بطور کلی مدل برنامه‌ریزی نیروی کار یک مدل پوششی می‌باشد ولی در عمل غیبت در هر سیستم اجتناب ناپذیر است. فرق این مدل با سایر مدل‌ها در این است که در عمل با صدور مجوز غیبت مدل حالت غیر پوششی می‌گیرد، ولی چون غیبت نیاز هر کارمند با توجه به شرایط می‌باشد پس این امر موجب ایجاد رضایت در کارمندان می‌شود و در نهایت منجر به بهره‌وری سیستم می‌شود. چیزی که در این مسایل نمود پیدا می‌کند، برای هر اپراتور با توجه به نیازهای درخواستی سیستم و اپراتور یک الگوی کاری در نظر گرفته شده است. همچنین تعدادی از محدودیت‌های سخت یا آسان با اهمیت ارزشی متفاوت مورد بررسی قرار می‌گیرند. تخطی از محدودیت سخت به معنی نشدنی بودن حل ولی تخطی از محدودیت آسان با هزینه‌ای پذیرفته می‌شود. این مقاله روش SA را برای حل مساله برنامه‌ریزی اپراتورها در نظر گرفته تا بتواند تعادلی بین محدودیت‌های آسان و سخت بدست آورد. بنابراین برای هرگروه و شیفت، می‌بایست سعی در پوشش شود به طوریکه هزینه‌های در نظر گرفته شده حداقل شود.

$Deg =$  تعداد درجات

$s =$  تعداد شیفت‌ها

$Tim =$  تعداد تیم

$D_{jk} =$  مقدار تقاضای شیفت-روز  $j$  برای پرسنل با درجه  $k$

$Shift_i =$  تعداد شیفت-روز کاری در دسترس برای پرسنل  $i$

$WP_{Important} =$  ضریب مهم بودن شیفت برای شخص

$WP_{Better} =$  ضریب بهتر بودن شیفت برای شخص

$W_{Demand} =$  وزن تقاضا

$W_{head} =$  وزن سرپراتور

$W_{team} =$  وزن تیم

$W_{degree} =$  ضریب درجه

$$\left. \begin{array}{l} 1 \text{ شیفت } t \text{ برای شخص } i \text{ دارای اهمیت } m \text{ می‌باشد.} \\ \cdot \text{ در غیر اینصورت} \end{array} \right\} = S_{itm}$$

$$\left. \begin{array}{l} 1 \text{ شخص } i \text{ پرسنل ارشد می‌باشد.} \\ \cdot \text{ در غیر اینصورت} \end{array} \right\} = O_i$$

$$\left. \begin{array}{l} 1 \text{ شخص } i \text{ به تیم } h \text{ تعلق دارد.} \\ \cdot \text{ در غیر اینصورت} \end{array} \right\} = b_{ih}$$

مدل پیشنهادی:

$$\begin{aligned} \text{Min } Z = & WP_{Important} \times \sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^s \sum_{j=1}^{ct} \sum_{k=1}^{Deg} X_{ijk} (1 - P_{jt}) S_{it2} + \\ & + WP_{Better} \times \sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^s \sum_{j=1}^{ct} \sum_{k=1}^{Deg} X_{ijk} (1 - P_{jt}) S_{it3} + \\ & + W_{Demand} \times \sum_{j=1}^{ct} \sum_{k=1}^{Deg} \left( D_{jk} - \sum_{i=1}^n X_{ijk} \right) + \\ & + W_{Head} \times \sum_{t=1}^s \left[ \text{MAX} \left( \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^{Deg} X_{i,1+(t-1) \times c, k} O_i - 1, 0 \right) + \right. \\ & \left. + \text{MAX} \left( \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^{Deg} X_{i,c+(t-1) \times c, k} O_i - 1, 0 \right) \right] \\ & + W_{Team} \times \sum_{h=1}^{Tim} \sum_{j=1}^{ct} \text{MAX} \left( \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^{Deg} X_{ijk} b_{ih} - 1, 0 \right) + \\ & + \sum_{i=1}^n W_{Degree} \times Deg_i \times \left( Shift(i) - \sum_{j=1}^{ct} \sum_{k=1}^{Deg} X_{ijk} \right) \end{aligned} \quad (4)$$

s.t.

(د) هزینه هر تیم.

(ه) هزینه عدم پوشش شیفت-روز هر شخص.

هزینه عدم پوشش هر شیفت برای دست یافتن به مساله پوششی با هزینه هر تیم و هزینه تقاضا در تعادل می‌باشد، هزینه سرپراتور تامین کننده نیاز نظارتی و هزینه عدم عدول از محدودیت تامین کننده نیازهای هر اپراتور می‌باشد. هدف نهایی تهیه یک الگوی کاری برای هر شخص با حداقل هزینه اضافی برای سیستم می‌باشد.

### ۳-۲. ورودی‌های مدل

پارامترهای ورودی که می‌بایست برای هر دوره جمع‌آوری شده و در طول دوره برنامه‌ریزی ثابت باشند:

۱- تعداد پرسنل.

۲- تعداد شیفت روزانه.

۳- طول سیکل.

۴- تعداد درجه.

۵- تعداد شیفت-روز کاری در دسترس برای هر پرسنل.

۶- تعداد سرپراتور.

۷- نیازمندی هر شیفت-روز کاری (الگوی کاری).

### ۴-۲. فرموله کردن برنامه‌ریزی عدد صحیح

نمادها:

$i =$  نماینده اپراتور

$j =$  نماینده شیفت-روز کاری  $j = 1, \dots, c \times t$

$k =$  نماینده درجه بندی پرسنلی  $k = 1, \dots, Deg$

$t =$  نماینده شیفت  $t = 1, \dots, s$

$h =$  نماینده تیم  $h = 1, \dots, Tim$

$c =$  نماینده سیکل کاری

$m =$  نماینده اهمیت شیفت  $m = 1, \dots, 3$  (۱- شیفت انتخابی)

۲- شیفت دارای اهمیت (۳- شیفت بهتر)

متغیرهای تصمیم‌گیری:

$$\left. \begin{array}{l} 1 \text{ شخص } i \text{ به شیفت-روز } j \text{ با درجه } k \text{ تخصیص} \\ \text{یافته است. در صورتیکه } k \leq Deg_i \\ \cdot \text{ در غیر اینصورت.} \end{array} \right\} = X_{ijk}$$

پارامترها:

$=$  تعداد اپراتورها

می‌یابد. برای بکارگیری SA در مسایل بهینه سازی گام‌های مقدماتی زیر قابل اجرا می باشد:

۱. تابع انرژی همان تابع هدف می‌باشد، وضعیت ذرات همان وضعیت مقادیر پارامترها می‌باشد. یافتن یک وضعیت با انرژی پایین همان جواب نزدیک به بهینه می باشد و دما همان پارامتر کنترلی فرآیند می‌باشد.
۲. انتخاب یک زمانبندی ذوب شامل کاهش تدریجی دما، با صرف زمان در هر دما می‌باشد.
۳. روشی برای تولید و انتخاب وضعیت‌های جدید مورد استفاده قرار می‌گیرد.
۴. الگوریتم پیشنهادی کرک پاتریک وضعیت‌هایی که هزینه را افزایش دهند (و همچنین آنهایی که هزینه را کاهش می‌دهند) می‌پذیرد. این الگوریتم مکانیزمی برای اجتناب از گرفتار شدن در حداقل محلی می‌باشد.

### ۱-۳. پارامترها

- $n$ : تعداد حرکت‌های پذیرفته شده در هر دما.  
 $r$ : تعداد تکرار مربوط به کاهش دما.  
 $T_0$ : دمای اولیه.  
 $T_f$ : دمای نهایی (یکی از معیارهای توقف).  
 $e = ATmin$ : حداقل وضعیت‌های پذیرفته شده که برای تعیین شرایط تعادل استفاده می‌شود، در واقع یک پارامتر کنترلی می‌باشد برای بررسی اینکه سیستم به تعادل رسیده است یا خیر.  
 $\delta$ : عدد مثبت کوچک که نرخ سرمایش را کنترل می‌کند.  $\Delta C_n = \delta$   
 $\epsilon_1$ : عدد مثبت کوچکی که نرخ تعادل سیستم را کنترل می‌کند (معیار خروج از حلقه داخلی).  
 $\epsilon_2$ : عدد مثبت کوچکی که نقطه انجماد را کنترل می‌کند (معیار خروج از حلقه خارجی).  
 $C_i(T_r)$ : هزینه وضعیت  $i$  ام وقتی دما  $T_r$  باشد.  
 $\bar{C}_e(T_r)$ : متوسط هزینه کل برای تمام وضعیت‌های پذیرفته شده تا تکرار  $e$  در دمای  $T_r$

$$X_{ijk} = 0 \quad \forall i, j, k > Deg_i \quad (5)$$

$$\sum_{k=1}^{Deg} X_{ijk} \leq 1 \quad \forall i, j \quad (6)$$

$$\sum_{j=1}^{ct} \sum_{k=1}^{Deg} X_{ijk} \leq Shift_i \quad \forall i \quad (7)$$

$$\sum_{i=1}^n X_{ijk} \leq D_{jk} \quad \forall j, k \quad (8)$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^{Deg} X_{ijk} b_{ih} \geq 1 \quad \forall j, h \quad (9)$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^{Deg} X_{i,1+(t-1) \times c, k} O_i \geq 1 \quad \forall t \quad (10)$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^{Deg} X_{i,c+(t-1) \times c, k} O_i \geq 1 \quad \forall t \quad (11)$$

$$\sum_{j=1}^{ct} \sum_{k=1}^{Deg} X_{ijk} (1 - P_{jt}) S_{it1} = 0 \quad \forall i, t \quad (12)$$

$$X_{ijk} = 0 \quad \text{or} \quad 1 \quad (13)$$

- رابطه (۵): اگر شخص  $i$  به شیفت-روز  $j$  با درجه کمتر از  $k$  تخصیص یابد مقدار  $X_{ijk} = 0$  خواهد شد.  
 رابطه (۶): به هر شخص در یک دوره برنامه‌ریزی فقط یک درجه تعلق می‌گیرد.  
 رابطه (۷): بیانگر حداکثر تعداد شیفت‌های تعریف شده برای هر شخص می‌باشد.  
 رابطه (۸): حداکثر تعداد تقاضای روزانه را نشان می‌دهد.  
 رابطه (۹): حداقل یک اپراتور از هر تیم می‌بایست در سیستم وجود داشته باشد.  
 رابطه (۱۰) و (۱۱): نشانگر حداقل سرپراتور موجود در هر دوره زمانی می‌باشد.  
 رابطه (۱۲): هدف از محدودیت هشتم تخصیص شیفت انتخابی اشخاص می‌باشد.

### ۳. الگوریتم پیشنهادی

آنیلینگ شبیه‌سازی شده یک روش فوق ابتکاری بوده که مشابه با ذوب اجسام عمل می‌کند. کرک پاتریک و همکاران [38] اولین کسی بود که این روش را پیشنهاد کرد. با هدف دستیابی به وضعیت‌هایی با انرژی پایین می‌بایست از سیستم ذوب استفاده کرد، بطوری که در ابتدا دمای سیستم بالا رفته و سپس بتدریج کاهش پیدا کند. در مرحله انجماد با صرف زمان کافی در هر دما برای رسیدن به تعادل گرمایی، احتمال رسیدن به وضعیت با انرژی خیلی پایین بشدت افزایش

متداول می‌باشد ولی با افزایش تعداد محدودیت‌های مدل، بعد متغیرهای تصمیم‌گیری و همچنین اندازه مسأله این ساختار کارایی خود را از دست می‌دهد. چرا که ارضای قیود و تطبیق متغیرهای تصمیم با ساختار ارائه شده کد نویسی را بسیار پیچیده و ناکارا خواهد ساخت. جهت کاهش این پیچیدگی می‌توان بجای ساختار تک بعدی (خطی) از ساختار دو بعدی (ماتریسی) برای نمایش حل شدنی استفاده کرد. این امر درک مسأله را افزایش داده و موجب کارایی در کدنویسی خواهد شد.

در این مقاله، از ساختار ماتریسی برای نمایش جواب استفاده شده است. بطوریکه هر سطر ماتریس بیانگر زمانبندی یک پرسنل خاص در یک دوره کامل (در اینجا دو هفته‌ای) بوده و هر ستون آن بیانگر تخصیص افراد به یک شیفت کاری خاص (در اینجا روز یا شب) می‌باشد. با توجه به ماهیت متغیر تصمیم ماتریس مذکور یک ماتریس صفر و یک می‌باشد بطوریکه مقدار یک در سطر  $i$  و ستون  $j$  بیانگر تخصیص پرسنل  $i$  به شیفت کاری  $j$  بوده و صفر بیانگر عدم تخصیص می‌باشد. بنابراین انتظار داریم حل شدنی دارای  $14 \times 7 = 98$  ستون و  $P$  (تعداد پرسنل) سطر باشد. بطوریکه ستون‌های ۱ تا ۷ مربوط به شیفت کاری روزانه و ستون‌های ۸ تا ۱۴ مربوط به شیفت کاری شبانه می‌باشد. ساختار ماتریسی را برای حل شدنی بصورت شکل (۱) می‌باشد.

$$\begin{matrix} X_{11} & \cdots & X_{17} & X_{18} & \cdots & X_{1,14} \\ X_{21} & \cdots & X_{27} & X_{28} & \cdots & X_{2,14} \\ \vdots & & \vdots & & & \vdots \\ X_{P1} & \cdots & X_{P7} & X_{P8} & \cdots & X_{P,14} \end{matrix}$$

شکل ۱. ساختار ماتریس کروموزوم

بطوریکه  $X_{ij}$  برابر مقدار یک خواهد بود هرگاه فرد  $i$  ام به شیفت  $j$  ام با درجه‌ای حداکثر برابر  $Deg_i$  تخصیص یابد، در غیر اینصورت برابر صفر خواهد بود. جهت بررسی صحت شدنی بودن یک حل، با توجه به محدودیت‌های مدل ارایه شده، رابطه‌های زیر بایستی بین عناصر ساختار شکل (۱) برقرار باشند:

$$\sum_{i=1}^P X_{ij} \leq \sum_{k=1}^K D_{jk} \quad \forall j = 1, \dots, 14 \quad (14)$$

$$\sum_{j=1}^{14} X_{ij} \leq Shift_i \quad \forall i = 1, \dots, P \quad (15)$$

$\bar{C}_g(T_r)$ : متوسط هزینه کل برای تمام وضعیت‌های پذیرفته شده در دمای  $T_r$

$\bar{C}(T_r)$ : متوسط هزینه  $k$  امین حرکت پذیرفته شده در وضعیت تعادل در دمای  $T_r$ .

$\nu(T_r)$ : واریانس  $k$  امین هزینه از هزینه حداقل تکرار.

## ۲-۳. شرح الگوریتم

الگوریتم از سه بخش تشکیل شده است که برای هر بخش یک پارامتر کنترلی وجود دارد:

حلقه داخلی: مشخص کننده تعداد تکرارها در هر دما می‌باشد. در هر دما تعداد تکرارهای پذیرفته شده می‌بایست از  $e$  بیشتر ولی با در نظر داشتن پارامتر کنترلی نرخ تعادل از طول رشته مارکوف بیشتر نشود.

حلقه خارجی: مشخص کننده میزان کاهش دما در هر مرحله می‌باشد. با تعیین میزان کاهش دما در هر مرحله، حل بدست آمده توسط پارامتر کنترلی نقطه انجماد مورد بررسی قرار می‌گیرد.

حلقه میانی: مشخص کننده پذیرفتن جواب بدتر می‌باشد. در درون حلقه داخلی واقع بوده، نرخ پذیرش جواب بدتر با پارامتر کنترلی نرخ سرمایه‌مورد بررسی قرار می‌گیرد.

با مشخص بودن پارامترهای اولیه جواب اولیه بدست می‌آید، سپس با تکرار در حلقه داخلی جواب‌های بدست آمده تا رسیدن به نقطه کنترلی مورد بررسی قرار می‌گیرد. در این بین پذیرش جواب بدتر نیز در حلقه میانی مورد بررسی قرار می‌گیرد. با تغییر دما تکرار در حلقه خارجی صورت گرفته و بدست آمدن جواب نهایی توسط نقطه کنترلی مورد بررسی قرار گرفته، با عبور از نقطه کنترلی خارجی الگوریتم پایان یافته و جواب نهایی بدست می‌آید.

### ۱-۲-۳. استراتژی نمایش حل شدنی

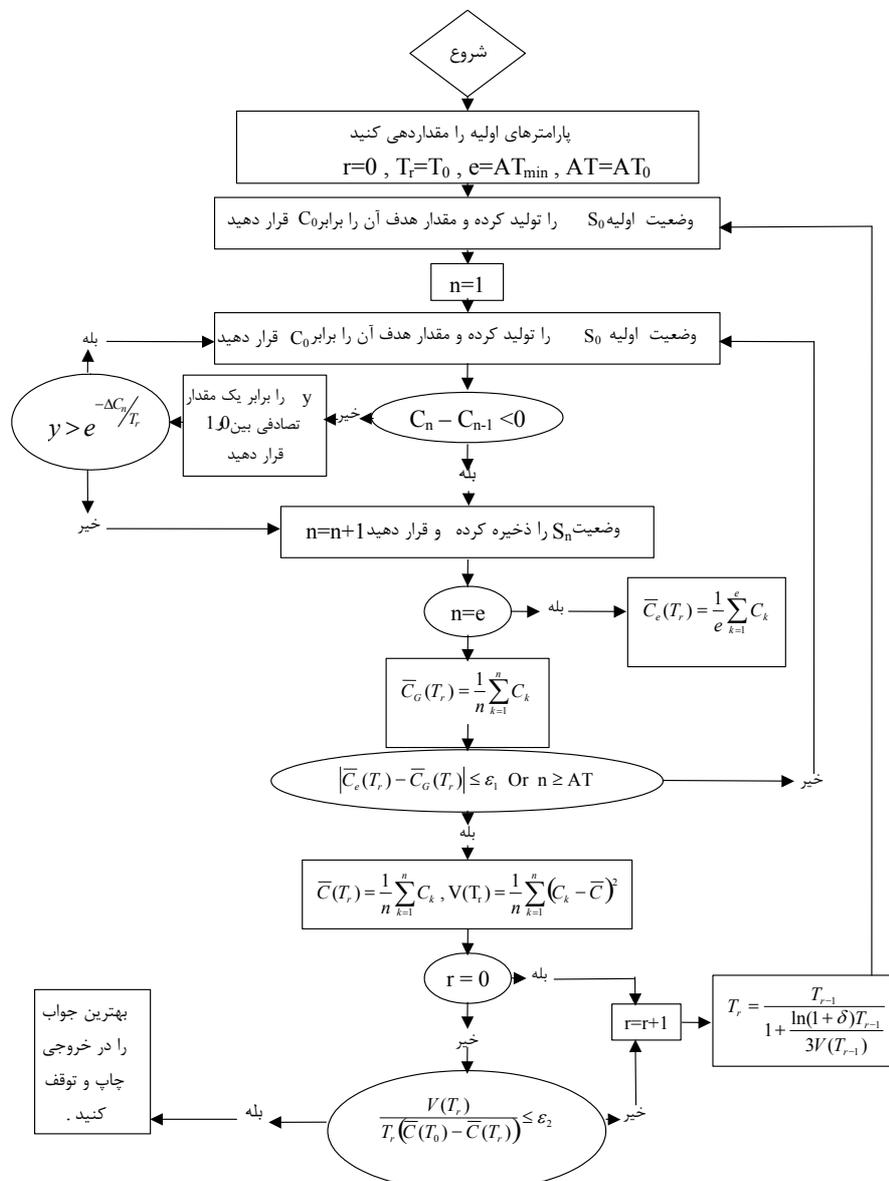
بدیهی است مبنای هر رویکرد فرا ابتکاری، نحوه نمایش حل شدنی می‌باشد. این موضوع شدیداً به ماهیت مسأله مورد بررسی یعنی تعداد و بعد متغیرهای تصمیم‌گیری و محدودیت‌های مدل وابسته است. در بسیاری از تحقیقات مشابه، جهت نمایش حل شدنی از ساختار خطی استفاده شده است. اگر چه استفاده از ساختار خطی در ادبیات موضوع بسیار

۳-۲-۲. استراتژی بدست آوردن حل اولیه

الگوریتمی بر مبنای روش فوق استفاده شده است که گام های آن بصورت زیر می باشد:  
ابتدا به هر شیفت آخر هفته یک پرسنل ارشد بصورت تصادفی تخصیص دهید بطوریکه رابطه (۱۲) نقض نشود (اهمیت شیفت شخص رعایت شود). با این کار روابطه های شماره (۱۰) و (۱۱) ارضاء می شوند. در این حالت فرض بر این است که  $Shift_i \geq 1 \quad \forall i$ .

به هر شیفت یک پرسنل با تخصص  $h$  بطوریکه  $h=1, \dots, H$  بصورت تصادفی تخصیص دهید بطوریکه روابطه های (۷) و (۸) و (۱۲) نقض نشود. با این کار رابطه (۹) ارضاء می شود. تا زمانی که تقاضا برای شیفت ها وجود دارد (رابطه شماره ۸ نقض نشده) پرسنل را با رعایت روابطه های (۸) و (۱۲) به

اولین گام در هر رویکرد فرا ابتکاری تولید حل اولیه می باشد. منظور از حل اولیه جوابی است که کلیه محدودیت ها را ارضاء کرده و به ازای آن مقداری برای تابع هدف وجود داشته باشد. در مسأله مورد بررسی منظور از حل شدنی، یک ماتریس باینری مانند ماتریس شکل (۱) می باشد بطوریکه عناصر آن محدودیت های مدل و همچنین رابطه های شماره (۱۴) و (۱۵) را ارضاء کند. برای بدست آوردن چنین حلی عموماً از مبانی سیستم های خبره استفاده می شود. بدین صورت که با ترکیب رویکرد انتخاب تصادفی و یک سری قواعد بفرم If...Then، عناصر ماتریس جواب را بگونه ای انتخاب می کنیم که شرایط فوق را در بر داشته باشند. در این تحقیق از



شکل ۲. روش پیشنهادی آنیلینگ شبیه سازی شده (SA)

مسائل نمونه با در نظر گرفتن پارامترهای اولیه جداول (۱) و (۲) با تغییرات روی پارامترها آرایه و سپس با SA و Lingo 6 حل می‌شود.

برای بررسی مدل ۱۵ مساله نمونه حل شده است. مسایل ۱ تا ۷ با تغییر تعداد پرسنل بین ۲۰ تا ۱۰۰ و ثابت نگه داشتن سایر پارامترهای ورودی با توجه به جداول (۱) و (۲) حل شده‌اند. مسایل ۸ تا ۱۵ با ثابت نگه داشتن تعداد پرسنل و تغییر سایر پارامترها حل شده‌اند.

#### جدول ۱. پارامتر کنترلی داخل مساله.

تعداد پرسنل	X	وزن تقاضا	۱۰
تعداد شیفت	۲	وزن سرپراتور	۵
فاصله زمانی	۷	وزن تیم	۵
تعداد تیم‌ها	۳	ضریب اهمیت شیفت برای شخص	۱۲
تعداد درجات	۳	ضریب بهتر بودن شیفت برای شخص	۳
تعداد شیفت-روزهای هر پرسنلی	۴-۶	ضریب درجه	۳
تعداد افراد سرگروه	۰/۱۵		
تقاضای هر شیفت برای پرسنل	۱۰۰		

#### جدول ۲. پارامتر کنترلی SA

دمای اولیه	۵	نرخ سرمایش-کنترل پذیرش جواب بد	۰/۰۵
تعداد تکرار دما	۱۰۰	نرخ تعادلی-کنترل حلقه داخلی	۰/۰۵
حداقل تعداد تکرار در هر دما	۵۰	نرخ انجماد-کنترل حلقه خارجی	۰/۰۵
حداکثر تعداد تکرار در هر دما	۱۰۰		

#### ۵. نتیجه گیری

در این مقاله یک مدل ابتکاری برای مساله زمانبندی نیروی کار آرایه گردید که با بهره‌گیری از الگوریتم آنیلینگ شبیه‌سازی (SA) حل شد. مدل مفروض در این مقاله از برخی ویژگی‌ها نظیر حق انتخاب نوع شیفت و مجاز بودن غیبت برای پرسنل بطور همزمان برخوردار می‌باشد که در ادبیات موضوع به آنها پرداخته نشده است. قابلیت الگوریتم پیشنهادی SA در چارچوب چندین مثال ارزیابی شد و نتایج جدول (۳) موید توانمندی الگوریتم مزبور می‌باشد. از مساله ۸ به بعد سعی شد که با تغییر بر روی سایر پارامترها میزان اختلاف

شیفت‌ها تخصیص دهید. اگر پرسنل با درجه  $k$  یافت نشد، از پرسنل با درجه  $g$  بطوریکه  $g \leq k$  استفاده کنید.

#### ۳-۲-۳. استراتژی بدست آوردن حل همسایه

جهت پیمایش فضای شدنی مساله مورد بررسی، لازم است بعد از تولید حل اولیه آن را بگونه‌ای تغییر داد تا حل شدنی جدیدی حاصل گردد که به آن حل همسایه می‌گویند. با تغییرات متناوب حل بدست آمده در هر تکرار، ابزار پیمایش فضای شدنی مهیا می‌گردد. جهت بدست آوردن حل همسایه از یک حل شدنی، الگوریتم زیر مورد استفاده قرار می‌گیرد:

۱. یکی از شیفت‌های آخر هفته را به تصادف انتخاب کنید بگونه‌ای که بیش از یک پرسنل ارشد در آن موجود باشد. در اینصورت یکی از گزینه‌های زیر را به تصادف انتخاب کنید و گرنه به گام ۲ بروید:

- پرسنل ارشد مازاد را حذف کنید.
- پرسنل ارشد مازاد را با رعایت روابطه‌های (۸) و (۱۲) به شیفت دیگری منتقل کنید.

۲. شیفتی را به تصادف انتخاب کنید که در آن تعداد پرسنل با یک نوع تخصص خاص مانند  $h_0$  بیش از یکی باشد. در اینصورت یکی از گزینه‌های زیر را به تصادف انتخاب کنید و گرنه به گام ۳ بروید:

- پرسنل متخصص مازاد را حذف کنید.
- پرسنل متخصص مازاد را با رعایت روابطه‌های (۸) و (۱۲) به شیفت دیگری منتقل کنید.

روش پیشنهادی آنیلینگ شبیه‌سازی شده (SA) در شکل ۲ نشان داده شده است.

#### ۴. نتایج محاسباتی

برای حل مساله نمونه تولید شده می‌بایست نکات زیر را مورد توجه قرار داد:

اندازه مساله: معمولاً برای حل مسایل محدودیت برنامه‌ای وجود دارد، از قبیل حافظه کامپیوتر و نیاز سیستم‌های خدماتی و تولیدی، با توجه به در نظر گرفتن نیازهای طرفین برنامه‌ای با قدرت حل ۱۰۰۰ آرایه ماتریسی برای هر پارامتر تعریف شده است که با توجه به نیاز سیستم‌های تولیدی و خدماتی معقول به نظر می‌رسد.

[2] Beasley, D., Bull, D., and Martin, R., "Complexity reduction using expansive coding", Proceedings of the AISB Workshop on Evolutionary Computing, Lecture Notes in Computer Science, 865, 1994, pp. 304-319.

[3] Dowsland, K., "Nurse scheduling with tabu search and strategic oscillation" European Journal of Operational Research, Vol. 106, 1998, pp. 393-407.

[4] Bellanti, F., Giuliana, C., Del la Croce, F., and Tadei, R., "A tabu search approach to a nurse rostering problem", 4<sup>th</sup> WATT Workshop Euro XVII, Rotterdam Netherlands, 2001.

[5] Aickelin, U. and Dowlands, K.A., "Exploiting problem structure in a genetic algorithm approach to nurse rostering problem", Journal of Scheduling, Vol. 3, 2000, pp. 139-153.

[6] Koole, G. and Van Der Sluis, E., "Optimal shift scheduling with a global service level constraint", To be appeared in IIE Transactions, 2003.

[7] Lee, M., and Cheng, B.M.W., "A nurse rostering system using constraint programming and Redundant Modeling", IEEE Transactions on Information Technology in Biomedicine, 1997, pp. 44-54.

[8] Sinclair, D., "The airline crew rostering problem", Working papers for 2000, CA-0300.

[9] Kohl, N. and Karisch, E., "Airline Crew Rostering", Carmen Research and Technology Report, 2001.

[10] Moudani, W., "A bi-criterion approach for the airlines crew rostering problem", The 1<sup>st</sup> International Conference on Evolutionary Multi-criterion Optimization, Zurich, Switzerland, 2000.

[11] Hoong, S., Lau, C. and Lua, S.C., "Efficient multi-skill crew rostering via constrained", Information Technology Institute, 1998.

[12] Martello, S., and Toth, P., "A heuristic approach to the bus driver scheduling problem". European Journal of Operational Research, Vol. 24, No. 1, 1986, pp. 106-117.

بین SA و Lingo کم شود که این کار با تغییر روی پارامترهای کنترلی SA به نتیجه رسید که میزان اختلاف به ۰/۰۰۱ در کمترین زمان ممکن رسید.

جدول ۳. مقایسه حل بدست آمده از روش پیشنهادی

Lingo با SA

مساله	تعداد پرسنل	الگوریتم SA		Lingo		درصد بهبود SA	درصد بدتر شدن SA
		هزینه	زمان (ثانیه)	هزینه	زمان (ثانیه)	نسبت به Lingo	نسبت به Lingo
مساله ۱	۲۰	۳۱۵	۳۶۳	۵۷۵	۹۱۴	۰/۴۵	--
مساله ۲	۲۲	۳۶۳	۱۸۳۹	۴۸۵	۴۲۶۱	۰/۲۵۱	--
مساله ۳	۲۳	۳۹۲	۹۷۵	۴۶۵	۱۴۴۵	۰/۱۵۷	--
مساله ۴	۳۰	۵۸۶	۱۶۱۹	۶۰۰	۴۲۸۶	۰/۰۲۳	--
مساله ۵	۴۰	۷۱۳	۱۳۶۱	۷۹۰	۲۳۳۵۲	۰/۰۹۷	--
مساله ۶	۶۰	۱۳۶۸	۵۷۴	۱۱۷۲	۳۲۵۰۳	-----	۰/۱۶۷
مساله ۷	۱۰۰	۲۵۸۴	۲۴۳	۲۱۹۷	بیشتر از ۳۲۵۰۳	-----	۰/۱۷۶
مساله ۸	۱۰۰	۲۵۷۷	۴۴	۲۱۹۷	بیشتر از ۳۲۵۰۳	-----	۰/۱۷۳
مساله ۹	۱۰۰	۲۵۷۱	۳۹۶	۲۱۹۷	بیشتر از ۳۲۵۰۳	-----	۰/۱۷
مساله ۱۰	۱۰۰	۲۵۶۱	۵۳۳	۲۱۹۷	بیشتر از ۳۲۵۰۳	-----	۰/۱۶۵
مساله ۱۱	۱۰۰	۲۵۷۲	۵۳۳	۲۱۹۷	بیشتر از ۳۲۵۰۳	-----	۰/۱۷
مساله ۱۲	۱۰۰	۲۵۶۷	۱۰۹۶	۲۱۹۷	بیشتر از ۳۲۵۰۳	-----	۰/۱۶۸
مساله ۱۳	۱۰۰	۵۴۴۰	۷۱۵	۴۳۶۰	بیشتر از ۳۲۵۰۳	-----	۰/۲۴۷
مساله ۱۴	۱۰۰	۲۵۵۲	۱۵۹۳۰	۲۱۹۷	بیشتر از ۳۲۵۰۳	-----	۰/۱۶۱
مساله ۱۵	۱۰۰	۲۵۵۹	۱۰۱۶	۲۱۹۷	بیشتر از ۳۲۵۰۳	-----	۰/۱۶۴
مساله ۱۶	۱۰۰	۵۴۲۰	۷۲۰	۴۳۶۰	بیشتر از ۳۲۵۰۳	-----	۰/۲۴۳
مساله ۱۷	۱۰۰	۲۸۵۳	۱۷۸۲	۲۸۴۹	بیشتر از ۳۲۵۰۳	-----	۰/۰۰۱

مراجع

[1] Dantzig, G.B. "A comment on edie's traffic delay at toll booths", Operations Research, Vol. 2, No. 3, 1954, pp. 339-341.

scheduling problem”, J. of Heuristics, Vol. 5, No. 4, 1999, pp. 419-436.

[23] Knauth, P., “The design of shift systems”, Ergonomics, Vol. 36, 1993, pp. 15-28.

[24] Cheng, B.M.W., Lee, J.H.M. and Wu, J.C.K. “A nurse rostering system using constraint programming and redundant modeling”, IEEE Transactions in Information Technology in Biomedicine, Vol. 1, No. 1, 1997, pp. 44-54.

[25] Jones, R., Bell, D., Coleman, D. and Whiteman, R., “Helping to plan a bank's manpower resources”, Operations Research Quarterly, Vol. 25, 1973, pp. 365-374.

[26] Leeson, G., “Markov models of two hierarchically graded police manpower systems”, European Journal of Operational Research, Vol. 6, 1981, pp. 291-297.

[27] Charnes, A., Cooper, W. and Niehaus, R., “Studies in manpower planning”, Office of Civilian Manpower Management, Department of the Navy, Washington DC. 1972.

[28] Brusco, M. and Jacobs, L., “A simulated annealing approach to the cyclic staff scheduling problem”, Naval Research Logistics Quarterly, Vol. 40, No. 1, 1998, pp. 69-84.

[29] Easton, F. and Mansour, N., “A distributed genetic algorithm for employee staffing and scheduling problems”, The 5<sup>th</sup> International Conference on Genetic Algorithms, Urbana-Champaign, IL, USA, 1993, pp. 360-367.

[30] Dechter, A., “On establishing service operating hours”, The 14<sup>th</sup> Annual CSU-POM Conference, San Jose State University, 2002, pp 187-195.

[31] Schaerf, A., “Combining local search and look-ahead for scheduling and constraint satisfaction problems”, Proceeding of IJCAI-97, Morgan-Kaufmann, 1997, pp. 1254-1259.

[32] Chirandini, M., Schaerf, A. and Tiozzo, F., “Solving employee timetabling problems with flexible workload using tabu search”, The 3<sup>rd</sup> International

[13] Balakrishnan, N. and Wong, R.T., “A network model for rotating workforce scheduling problem”, Networks, Vol. 20, 1990, pp. 25-32.

[14] Khoong, C.M., Lau, H.C. and Chew, L.W., “Automated manpower rostering: Techniques and experience”, International Transactions Operational Research, 1994, pp. 353-361.

[15] Sakaguchi, T. and Nozue, N., “Crew roster scheduling based on constraint logic”, Technical Report No. 96-04, Railway Technical and Research Institute, 1996.

[16] Lourenco, H.R., Paixao, J.P. and Portugal, R. “Multiobjective metaheuristics for the bus-driver scheduling problem”, Transport Science, Vol. 35, No. 3, 2001, pp. 331-343.

[17] Clement, R. and Wren, A., “Greedy genetic algorithm, optimizing mutations and bus driver scheduling”, Proceedings of the 6<sup>th</sup> International Workshop on Computer-Aided Scheduling of Public Transport, Berlin, 1993, pp. 213-235.

[18] Clement, R. and Wren, A., “Network models, Lagrangian relaxation and subgradient bundle approach in crew scheduling problem”, Proceedings of the 6<sup>th</sup> International Workshop on Computer-Aided Scheduling of Public Transport, Berlin, 1993, pp. 188-212.

[19] Kwan, A.S.K., Kwan, R.S.K. and Wren, A., “Driver scheduling using genetic algorithms with embedded combinatorial train sit”, Proceedings of the 7<sup>th</sup> International Workshop on Computer-Aided Scheduling of Public Transport, 1997, pp.81-102.

[20] Smith, T., Barbara, M., and Anthony, W., “A bus crew scheduling system using a set-covering formulation”, Transportation Research, Vol. 22A, No. 2, 1988, pp. 97-108.

[21] Desrochers, M. and Soumis, F., “A column generation approach to the urban transit crew scheduling problem”, Transportation Science, Vol. 23, No. 1, 1989, pp. 1-13.

[22] Emden-Weinert, T.H. and Proksch, M., “Best practice simulated annealing for the airline crew

*the constraints for nurse scheduling problem*”, Congress on Evolutionary Computation, 2001, pp. 1123-1130.

[37] Tavakkoli-Moghaddam, R., Fatemi-Ghomi, S.M.T., Afsari, F. and Safaei, N., “*A mathematical model for manpower scheduling solved by tabu search*”, Amirkabir J. of Science and Technology, Vol. 16, No. 61B, 2005, pp. 13-22.

[38] Kirkpatrick. F., Gelatt, C. and Vecchi. M., “*Optimization by simulated annealing*”, Science, Vol. 20, No. 2, 1983, pp. 117-133.

Conference on the Practice and Theory of Automated Timetabling, Konstanz, Germany, 2002, pp. 298-303.

[33] Meisels, A., Gudes, E. and Solotorevsky, G., “*Combining rules and constraints for employee timetabling*”, International Journal of Intelligent Systems, Vol. 12, 1997, pp. 419-439.

[34] Masyoh, B., Kragelund, L., “*Nurse scheduling generalized*”, European Journal of Operational Research, 1998, pp. 393-407.

[35] Musliu, N., Schaerf, A. and Slany, W., “*Local Search for Shift Design*”, to be appeared for European Journal of Operational Research, 2002.

[36] Kawanaka, H., Yamamoto, K., Yoshikawa, T., Shinogi, T. and Tsuruoka, S., “*Genetic algorithm with*