

# ارزیابی رشد بهره‌وری به کمک شاخص مالمکوئیست با رویکرد

## تحلیل پوششی داده‌ها

محمد رضا علیرضائی، ابوالفضل کشوری و سیده مریم هاشمی

**چکیده:** در این مقاله شاخص بهره‌وری مالمکوئیست که شاخص شناخته شده‌ای در ارزیابی رشد بهره‌وری است با رویکرد تحلیل پوششی داده‌ها ارائه شده و ویژگیهای آن مورد بحث و بررسی قرار می‌گیرد. این اندیس که رشد را به دو مؤلفه رشد در اثر تغییرات در تکنولوژی و رشد در اثر تغییرات کارایی تجزیه می‌کند قابلیت‌ها و محدودیت‌های چندی دارد که با رویکرد تحلیل پوششی داده‌ها بعضی از این محدودیتها کاهش می‌یابد. مدل‌های مورد بحث روی داده‌های مربوط به صنعت ۱۷ کشور آسیایی طی سالهای ۱۹۹۰ و ۱۹۹۹ اجرا شده و نتایج آن تجزیه و تحلیل می‌شود. بویژه وضعیت ایران در بین این کشورها از نظر تغییرات تکنولوژی و تغییرات کارایی محک زده می‌شود.

**واژه‌های کلیدی:** تحلیل پوششی داده‌ها، شاخص بهره‌وری مالمکوئیست، رشد بهره‌وری

### ۱. مقدمه

یکی از منابع اصلی توسعه اقتصادی، رشد بهره‌وری است و روشن است که دانستن فاکتورهای مؤثر بر بهره‌وری برای مدیران، اقتصاددانان و سیاست‌گذاران ضروری است. بنابراین شگفت آور نیست که در طی ۴ دهه اخیر، اندازه‌گیری و تحلیل تغییرات بهره‌وری در ارزیابی عملکرد سازمانها مورد توجه محققین قرار گرفته است و بیشترین کوششهای تحقیقاتی بر یافتن دلایل تغییرات بهره‌وری و مؤلفه‌های مولد آن است. این مؤلفه‌ها در جهت یافتن بهترین عملکرد، اطلاعات ارزشمندی را برای مدیران و برنامه‌ریزان بخش‌های خصوصی و دولتی تدارک می‌بینند.

روشهای اصلی در اندازه‌گیری و تجزیه و تحلیل تغییرات بهره‌وری، ریشه در ادبیات اقتصاد و ریاضیات دارد که جدیدترین کوشش‌ها در این زمینه با استفاده از برنامه‌ریزی ریاضی غیر پارامتری و غالباً به کمک روش تحلیل پوششی داده‌ها انجام گرفته است. در بخش دوم این مقاله ابتدا با ارائه خلاصه‌ای از دو مدل پایه‌ای تحلیل پوششی داده‌ها زمینه بررسی روشهای بنیادی محاسبه رشد بهره‌وری را فراهم می‌آوریم. در ادامه در بخش سوم به معرفی شاخص بهره‌وری مالمکوئیست به عنوان کارآمدترین ابزار محاسبه رشد پرداخته و این شاخص را با رویکرد تحلیل پوششی داده‌ها غنا بخشیده سپس در بخش چهارم با آزمودن این شاخص در محاسبه رشد اقتصادی کشورهای آسیایی به بررسی وضعیت رشد کشورمان ایران در طی سالهای ۱۹۹۰ تا ۱۹۹۹ پرداخته و تحلیل‌هایی در این خصوص ارائه می‌دهیم.

مقاله در تاریخ ۱۳۸۲/۹/۲۳ دریافت شده و در تاریخ ۱۳۸۲/۱۲/۲۳ به تصویب نهایی رسیده است.

دکتر محمد رضا علیرضائی استادیار دانشکده ریاضی، دانشگاه علم و صنعت ایران، [mr.alirez@iust.ac.ir](mailto:mr.alirez@iust.ac.ir)  
ابوالفضل کشوری دانشجوی کارشناسی ارشد دانشگاه علم و صنعت ایران، [abkeshvari@gmail.com](mailto:abkeshvari@gmail.com)  
سیده مریم هاشمی کارشناس ارشد ریاضی

بر اساس شکل ۱ برای تولید  $s$  خروجی از  $m$  ورودی استفاده می‌شود. برای ارزیابی یک واحد تصمیم‌گیرنده با یک ورودی و یک خروجی اشاره کردیم که نسبت خروجی به ورودی میزان کارایی آن واحد را می‌دهد و این نسبت نشان‌دهنده این است که اگر در مقایسه دو واحد تصمیم‌گیرنده خروجی‌ها یکسان باشند واحدی کارتر است که ورودی کمتری را استفاده می‌کند. همچنین در مقایسه این دو واحد تصمیم‌گیرنده اگر ورودی‌ها یکسان باشند واحدی کارتر است که خروجی بیشتری را تولید می‌کند. این نحوه تحلیل و بررسی کارایی و مقایسه، فقط زمانی کارآمد است که واحدهای تصمیم‌گیرنده با استفاده از یک ورودی به تولید یک خروجی بپردازند. در حالت کلی با ورودی‌ها و خروجی‌های بیشتر از یکی سروکار داریم که در صورت دانستن هزینه هر ورودی و ارزش هر خروجی کارایی را می‌توان به صورت زیر محاسبه کرد.

$$\frac{\sum_r p_r y_r}{\sum_i w_i x_i}$$

که در آن  $p_r$  ارزش خروجی  $r$ ام و  $w_i$  هزینه ورودی  $i$ ام است. البته لازم به ذکر است که روش بالا به دلیل در دسترس نبودن هزینه‌های ورودی‌ها و ارزش‌های خروجی‌ها و یا اینکه بعضی از داده‌ها به علت ماهیت کیفی قابل ارزش‌گذاری نیستند، روش مناسبی نیست. همچنین ارزش‌گذاری ثابت، با توجه به متغیر بودن هزینه‌ها و ارزش‌ها نقطه ضعف بزرگی برای روش بالا است. بعلاوه از آنجایی که ورودی‌ها و خروجی‌ها ماهیت‌های کاملاً متفاوتی دارند، ارزش‌گذاری آنها به منظور همسنگ کردن، عملاً دشوار و در مواردی غیرممکن است.

## ۲-۲. ارزیابی تکنیکی

در اینجا سعی داریم ایده اصلی تحلیل پوششی داده‌ها را که در ارزیابی کارایی واحدهای تصمیم‌گیرنده، از به‌کارگیری اوزان، یا ارزش‌های ثابت از قبل تعیین شده برای ورودی‌ها و خروجی‌ها پرهیز می‌کند، توضیح دهیم.

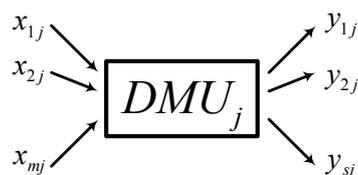
ایده کلی این است که در مقایسه دو واحد تصمیم‌گیرنده با بیش از یک ورودی و یک خروجی و با سطح خروجی‌های یکسان، واحدی کارتر است که حداقل یکی از ورودی‌های آن از ورودی متناظر واحد دیگر کمتر باشد. چنین مقایسه‌ای

## ۲. تحلیل پوششی داده‌ها<sup>۱</sup> (DEA)

تحلیل پوششی داده‌ها یک روش برنامه‌ریزی ریاضی است که بدون نیاز به دانستن تابع تولید<sup>۲</sup>، با استفاده از یک مرز تولید غیرپارامتری می‌تواند کارایی<sup>۳</sup> را به صورت نسبی مورد سنجش قرار دهد. این روش با مقاله‌ای از چارنز، کوپر و رودز (۱۹۷۸) [1] معرفی شد که مدل CCR نامیده شد. در ادامه بنکر<sup>۴</sup>، چارنز<sup>۵</sup> و کوپر<sup>۶</sup> (۱۹۸۴) [2] مفهوم بازده به مقیاس<sup>۷</sup> را در این روش در نظر گرفتند و به این ترتیب بنیان مجموعه‌ای از روش‌های ارزیابی عملکرد، شکل گرفت که ابزارهای مناسب و کارآمدی را برای ارزیابی واحدهای صنعتی، فرهنگی و اقتصادی که در ادبیات تحلیل پوششی داده‌ها، واحد تصمیم‌گیرنده (DMU)<sup>۸</sup> نامیده می‌شود، در اختیار مدیران قرار می‌دهد.

### ۲-۱. معرفی دو مدل پایه‌ای تحلیل پوششی داده‌ها

در اینجا به اجمال به معرفی و تشریح دو مدل پایه‌ای از مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها و قابلیت‌های آنها می‌پردازیم. قبل از تشریح مدل‌های پایه‌ای تحلیل پوششی داده‌ها شکل زیر را برای روشن شدن مفهوم یک واحد تصمیم‌گیرنده رسم می‌نماییم. لازم به ذکر است که یک واحد تصمیم‌گیرنده خروجی‌های<sup>۹</sup> خود را به وسیله ورودی‌هایی<sup>۱۰</sup> به دست می‌آورد. به عنوان مثال ارزیابی واحد تصمیم‌گیرنده  $j$  ام را در نظر بگیرید که  $s$  خروجی  $(y_{1j}, \dots, y_{sj})$  را به وسیله  $m$  ورودی  $(x_{1j}, \dots, x_{mj})$  به دست می‌آورد:



شکل ۱. واحد تصمیم‌گیرنده

<sup>1</sup> Data Envelopment Analysis

<sup>۲</sup> تابعی که نشان‌دهنده بیشترین خروجی ممکن از ترکیب ورودی‌ها است.

<sup>۳</sup> مجموع وزن‌دار خروجی‌ها تقسیم بر مجموع وزن‌دار ورودی‌ها

<sup>4</sup> Banker

<sup>5</sup> Charnes

<sup>6</sup> Cooper

<sup>7</sup> Returns to scale

<sup>8</sup> Decision Making Unit

<sup>۹</sup> مجموعه محصولات تولید شده در سازمان

<sup>۱۰</sup> مجموعه منابع مورد استفاده سازمان

واحدهای دیگر نتوانسته خروجی بیشتری از این واحد تولید کند. در حالت  $\varphi^* > 1$  نتیجه می‌گیریم که واحد تحت بررسی ناکاراست یعنی ترکیبی از واحدهای دیگر با همین ورودی می‌تواند با  $\varphi^*$  برابر خروجی تولید کند.

#### ۲-۴. مدل BCC

در مدل CCR فرض بازده به مقیاس ثابت<sup>۱۱</sup> در نظر گرفته شده بود به این معنی که با قبول این فرض مثلاً اگر ورودی‌ها دو برابر شوند، خروجی‌ها نیز دو برابر می‌شوند. در حالیکه خروجی‌ها افزایشی بیش از دو برابر یا کمتر از دو برابر داشته باشند به ترتیب بازده به مقیاس آنها افزایشی<sup>۱۲</sup> یا کاهش<sup>۱۳</sup> است. در بسیاری از سازمان‌ها فرض بازده به مقیاس ثابت برقرار نیست. مدل BCC که با افزودن شرط تحدب  $\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$  به مدل CCR حاصل می‌شود امکان در نظر گرفتن بازده به مقیاس متغیر را فراهم می‌آورد.

$$\max \varphi - \varepsilon \left( \sum_{i=1}^m s_i^+ + \sum_{r=1}^s s_r^- \right)$$

subject to:

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_j + s_i^- = x_{ip} \quad \forall i = 1, \dots, m$$

$$\sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_j - s_r^- = \varphi y_{rp} \quad \forall r = 1, \dots, s$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$$

$$s_i^-, s_r^+, \lambda_j \geq 0 \quad \forall i, r, j$$

#### ۳. اندازه‌گیری رشد بهره‌وری

ایده اولیه اندازه‌گیری بهره‌وری یک سازمان (اعم از واحدهای صنعتی، کشورها و...) بر پایه مقایسه عملکرد آن در زمان  $t+1$  نسبت به نحوه عملکرد آن در زمان  $t$  می‌باشد. اگر این سازمان یک خروجی را با استفاده از فقط یک ورودی تولید کند روشن است که معادله زیر نمایش‌دهنده میزان رشد آن بنگاه در گذر از زمان  $t$  به زمان  $t+1$  است.

منجر به ساختن یک مرز تولید تجربی با استفاده از کاراترین واحدها می‌شود و سپس عملکرد سایر واحدها با واحدهای روی این مرز مقایسه خواهد شد.

ملاحظه می‌کنید که در بحث بالا ما درصد وزن‌دهی به ورودی‌ها و خروجی‌ها نبوده‌ایم، بلکه تنها به مقایسه واحدهای تصمیم‌گیرنده با یکدیگر پرداخته‌ایم. لذا به موجب این ایده است که روش تحلیل پوششی داده‌ها از سایر روشهای اندازه‌گیری عملکرد، متمایز شده و به عنوان کارآمدترین در این زمینه مطرح شده است.

#### ۲-۳. مدل CCR

در این مدل  $n$  واحد تصمیم‌گیرنده متجانس در دسترس است که واحد  $j$ ام،  $j = 1, \dots, n$ ،  $m$  ورودی  $(x_{1j}, \dots, x_{mj})$  را برای تولید  $s$  خروجی  $(y_{1j}, \dots, y_{sj})$  استفاده می‌کند. شکل کلی مدل CCR با ماهیت خروجی برای ارزیابی واحد تصمیم‌گیرنده  $p$ ام نسبت به سایر واحدهای متجانس به صورت زیر است.

$$\max \varphi - \varepsilon \left( \sum_{i=1}^m s_i^+ + \sum_{r=1}^s s_r^- \right)$$

subject to:

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_j + s_i^- = x_{ip} \quad \forall i = 1, \dots, m$$

$$\sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_j - s_r^- = \varphi y_{rp} \quad \forall r = 1, \dots, s$$

$$s_i^-, s_r^+, \lambda_j \geq 0 \quad \forall i, r, j$$

که در مدل بالا  $\varepsilon$  یک عدد غیر ارشمیدسی بی‌نهایت کوچک است که به لحاظ ملاحظات محاسباتی وارد مدل شده است و  $s_i^+$ ها و  $s_r^-$ ها به ترتیب متغیرهای کمبود و مازاد متناظر با قیود ورودی و خروجی می‌باشند.

در واقع در مدل بالا با مقایسه واحد  $p$ ام با سایر واحدها درصد یافتن ترکیبی از سایر واحدها هستیم که با ورودی حداکثر مساوی ورودی واحد  $p$ ام، خروجی بیشتری از واحد  $p$ ام را تولید نماید.

نقش هر کدام از واحدها در ارزیابی واحد  $p$ ام به وسیله متغیر  $\lambda_j$  تعیین می‌شود و در نهایت  $\varphi$  نسبت افزایش بالقوه خروجی‌هاست که میزان کارایی را در ماهیت خروجی مشخص می‌کند. پس از حل مدل فوق در حالت  $\varphi^* = 1$  نتیجه می‌گیریم که واحد تحت بررسی کاراست یعنی هیچ ترکیبی از

<sup>11</sup> Constant Returns to Scale (CRS)

<sup>12</sup> Increasing Returns to Scale (IRS)

<sup>13</sup> Decreasing Returns to Scale (DRS)

در حالت کلی اگر تابع تولید در زمان  $t$  یک تابع تولید کاب داگلاس با فرمول زیر باشد:

$$y^t = A(t) \prod_{n=1}^N (x_n^t)^{\alpha_n} \quad (3)$$

فرمول رشد آن به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$\frac{y^*}{y} = \sum_{n=1}^N \alpha_n \frac{x_n^*}{x_n} + \frac{A^*}{A} \quad (4)$$

که  $\alpha_n$  سهم ورودی  $n$ ام در درآمد را نشان می‌دهد و  $\frac{A^*}{A}$  رشد تکنولوژی می‌باشد.

حال به بررسی رابطه ۴ پردازیم:

۱. عوامل مؤثر در رشد محصولات، افزایش ورودیها و توسعه دانش فنی است.

۲. هر کدام از ورودیها معادل با میزان رشدشان ضرب در سهم آنها در درآمد به رشد خروجی کمک می‌کنند.

۳. میزان توسعه دانش فنی عبارتست از مقداری که خروجی در نتیجه بهبود شیوه تولید، بدون تغییر ورودیها، افزایش می‌یابد. به عبارت دیگر در پرپود  $t+1$ ، با همان ورودیهای پرپود  $t$  به دلیل پیشرفت تکنولوژی میزان خروجی بیشتری نسبت به زمان  $t$  تولید می‌شود.

۴. با توجه به اینکه مجموع سهم ورودیها در درآمد مساوی یک می‌باشد و در نتیجه سهم هر ورودی در درآمد عددی کمتر از یک است. واضح است که تأثیر رشد ورودیها در رشد از سهم کمتری نسبت به تأثیر پیشرفت فنی برخوردار است چرا که همان طوری که در رابطه ۴ مشاهده می‌کنید ضریب پیشرفت فنی مساوی یک است.

آنچه در قسمت (۴) به آن اشاره شد در تحقیقات تجربی رابرت سولو<sup>۱۴</sup> (۱۹۵۷) [3] برای محاسبه میزان رشد ایالات متحده مربوط به دوره ۱۹۴۹-۱۹۵۹ کاملاً مشهود است. نتیجه شگفت‌آوری که سولو در تحقیقات خود به دست آورده بود نشان می‌داد که بیش از ۸۰ درصد رشد GNP به ازا هر ساعت نیروی کار در دوره زمانی مورد مطالعه ناشی از پیشرفت دانش فنی یعنی عواملی به جز رشد ورودی سرمایه و نیروی کار بوده است. در این مطالعات سهم نیروی کار ۷۵٪ از درآمد بوده است.

از آنجایی که تحقیقات سولو به صورتی کاملاً بدیع قادر به پاسخ‌گویی و توجیح برخی انتقادات اقتصادی بود که پیش از

$$\frac{AP_{t+1}}{AP_t} = \frac{y^{t+1}/x^{t+1}}{y^t/x^t}$$

که در معادله بالا  $x^t$  ورودی سازمان در زمان  $t$  و  $x^{t+1}$  ورودی همان سازمان در زمان  $t+1$  است و به طور مشابه  $y^t$  خروجی زمان  $t$  و  $y^{t+1}$  خروجی زمان  $t+1$  آن سازمان می‌باشد همچنین  $AP = \frac{y}{x}$  یا متوسط تولید به صورت  $AP = \frac{y}{x}$  تعریف می‌شود.

واضح است که روش بالا در حالت مقایسه بنگاه‌هایی با بیش از یک ورودی و یک خروجی امکان‌پذیر نیست. لذا برای محاسبه رشد سازمانهایی با بیش از یک ورودی و یک خروجی روش‌های متفاوتی مطرح شده که در ادامه به شرح روش بنیادی محاسبه رشد می‌پردازیم.

### ۱-۳. اندازه‌گیری رشد و منابع آن در اقتصاد کلان

در بخش اول این مقاله به مفهوم تابع تولید اشاره کردیم. تابع تولید، مقدار خروجی بهینه را به مقدار ورودی‌های آن و وضعیت دانش فنی ارتباط می‌دهد به عنوان نمونه یک تابع تولید را بر حسب نماد ریاضی به صورت زیر نمایش می‌دهیم.

$$y = AF(k, l) = Ak^\theta \times l^{1-\theta} \quad (1)$$

که در این رابطه  $k$  و  $l$  به ترتیب نشان‌دهنده ورودی‌های سرمایه و نیروی کار و  $A$  نشان‌دهنده وضعیت دانش فنی است. معادله بالا مبین آن است که مقدار تولید  $y$ ، به عوامل ورودی  $k$  و  $l$  و وضعیت دانش فنی بستگی دارد. در نتیجه افزایش عوامل ورودی و بهبود دانش فنی به افزایش تولید می‌انجامد. در ادامه بعد از مشتق‌گیری از معادله (۱) به معادله زیر می‌رسیم.

$$\frac{y^*}{y} = (1-\theta) \times \frac{l^*}{l} + \theta \times \frac{k^*}{k} + \frac{A^*}{A} \quad (2)$$

که علامت « $\bullet$ » نشان‌دهنده مشتق بر حسب متغیر زمان می‌باشد. تفسیر فرمول (۲) به صورت زیر است.

$$\begin{array}{l} \text{میزان رشد خروجی} \\ = \\ \text{تسهیح کار در درآمد} \times \text{رشد نیروی کار} + \text{تسهیح سرمایه در درآمد} \times \text{رشد سرمایه} + \text{پیشرفت دانش فنی} \end{array}$$

<sup>14</sup> Rabert Solow

در دسترس نیست و پاره‌ای از داده‌ها را نمی‌توان به صراحت وزن‌دهی کرد.

مشکلانی که در بکارگیری روشهای پارامتریک علی‌رغم قوت تئوری آنها، وجود داشت، دانشمندی نظیر کی‌وس، کریستنسن و دایورت<sup>۱۶</sup> (۱۹۸۲) [5] را بر آن داشت تا از روشهای غیرپارامتریک به عنوان راه‌حلی عملی برای محاسبه رشد استفاده کنند. آنان اندیس مالکونویست<sup>۱۷</sup> را که توسط مالکونویست (۱۹۵۳) [6] در تئوری مصرف ارائه شده بود و برای مدتها بدون استفاده بود، در تئوری تولید به عنوان یک اندیس محاسبه رشد به کار گرفتند. آنها همچنین نشان دادند که تحت فرضیات خاص، میانگین هندسی دو اندیس مالکونویست با اندیس تورنکوئیست (۱۹۳۶)<sup>۱۸</sup> معادل است. لازم به ذکر است که اندیس تورنکوئیست یک اندیس عالی انعطاف‌پذیر است به این معنا که برای دسته عظیمی از توابع تولید یعنی توابع ترانزلوگ دقیق و بدون خطاست. به این ترتیب می‌توان گفت که اندیس تورنکوئیست حالت خاصی از اندیس مالکونویست می‌باشد.

### ۲-۳. اندیس بهره‌وری مالکونویست

در اینجا اگر از مفاهیم تحلیل پوششی داده‌ها که در بخش اول این مقاله توضیح دادیم در محاسبه رشد استفاده کنیم، می‌توانیم از تمامی مشکلاتی که برای روشهای پارامتریک برشمردیم از جمله مشکل تعیین اوزان ثابت رهایی پیدا کنیم. به مفهوم DEA، یک واحد تصمیم‌گیرنده با یک ورودی و یک خروجی که در زمان  $t$  و  $t+1$  ورودی یکسان دارد زمانی رشد نموده است که در زمان  $t+1$  خروجی بیشتری را تولید کرده باشد.

بنابراین در ارزیابی یک واحد تصمیم‌گیرنده در دو زمان مختلف با ورودی‌ها و خروجی‌های یکسان در هر دو زمان، اگر در زمان  $t+1$  حداقل یکی از خروجی‌ها بیش از مقدار همان خروجی در زمان  $t$  باشد آن واحد رشد نموده است. توجه داریم که با استفاده از تحلیل پوششی داده‌ها نه تنها مشکل تعیین اوزان از سر راه برداشته می‌شود بلکه این مشکل را هم که روش قبلی فقط رشد را در مورد واحدهای کارا محاسبه می‌کند حذف می‌نماییم. چرا که واضح است که تحلیل بالا را می‌توان برای واحدهای ناکارا نیز به کار برد. نتیجه آنکه

این توجیحی برای آنها وجود نداشت، پایه و اساس تحقیقات بسیاری از دانشمندان قرار گرفت که برای تکمیل نظریه سولو و رفع اشکالات آن کوشیدند. یکی از اشکالاتی که به روش سولو گرفته می‌شد آن بود که در این روش از آنجایی که تابع تولید نشان‌دهندهٔ ماکسیمم خروجی ممکن بدست آمده از ترکیب عوامل ورودی است، همواره مقایسه برای بنگاه‌هایی انجام می‌شود که هم در زمان  $t$  و هم در زمان  $t+1$  کارا هستند بنابراین این روش برای محاسبه میزان رشد سازمانهای ناکارا مناسب نیست و در نتیجه آنچه به عنوان رشد در روش سولو نمایش داده می‌شود فقط ناشی از تغییرات تکنولوژی است.

پس از سولو دانشمندان دیگری نیز در تلاش جهت توسعه نظری روش او و از بین بردن مشکلات و محدودیت‌های عملی ذکر شده به نتایج بسیار جالبی مبتنی بر حقایق اقتصادی رسیدند. یکی از آخرین کارها در زمینه روشهای پارامتریک تحقیقات نی‌شی‌میزو و پیچ<sup>۱۵</sup> (۱۹۸۲) [4] است که با برداشتن شرط کارایی بنگاه‌ها، اثبات کردند که عوامل موثر در رشد بهره‌وری متاثر از سه عامل اصلاح کارایی، استفاده از منابع ورودی بیشتر و تغییرات تکنولوژیکی می‌باشد. روشهای پارامتریک ذکر شده علی‌رغم اینکه می‌توانستند از نظر تئوری تمام وقایع اقتصادی را توجیه کنند ولی در نهایت به دلیل استفاده از بستر پارامتریک و تابع تولیدی، مشکلات محاسباتی و کاربردی زیر را نتوانستند حل کنند:

۱. در این روش‌ها نیاز به دانستن تکنولوژی پایه، تحلیل‌گر را مجبور به انتخاب یک فرم تابعی پارامتری برای تابع تولید می‌کند. همچنین محاسبات ما به گونه‌ای است که نوع تابع تولید از پیرودی به پیرودی دیگر نباید تغییر کند. حال آنکه چنین چیزی در واقعیت یک استثناست.

۲. می‌دانیم که ماهیت عملگر مشتق چنان است که باید بر توابع پیوسته نسبت به زمان اعمال شود و از طرف دیگر می‌دانیم که جمع‌آوری داده‌های سازمان‌ها هر چقدر هم که مداوم انجام گیرد باز ماهیت گسسته دارد بنابراین تخمین یک تابع تولید پیوسته بر این داده‌های گسسته و مشتق‌گیری از آن، باعث خطا و آریبی در محاسبات می‌شود.

۳. در معادلهٔ ۴ به عنوان سهم ورودی  $m$  در درآمد اوزان ثابتی مانند  $\alpha_m$  را استفاده کردیم که این اوزان ثابت همواره

<sup>16</sup> D. W. Caves, L. R. Christensen and W. E. Dewert

<sup>17</sup> Malmquist Index

<sup>18</sup> Tornquist

<sup>15</sup> M. Nishimizu and J. M. Page

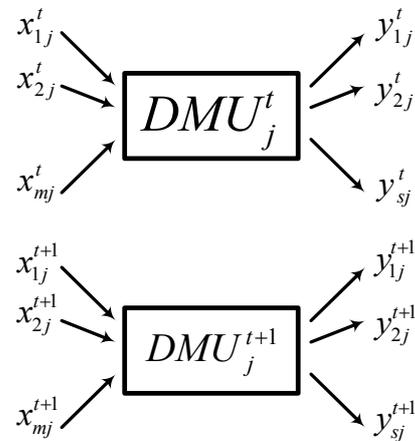
به این کسر تغییرات کارایی تکنیکی یا  $EC^{20}$  می‌گوییم؛ و اما مؤلفه داخل براکت نشان‌دهنده میزان جابجایی مرز تولید از زمان  $t$  به  $t+1$  است و از آنجائیکه با توجه به توضیحاتی که در قسمت تحلیل پوششی داده‌ها داده شد مرز تولید نمایش دهنده میزان تولید ماکسیمم توسط ورودی‌های مشاهده شده است، فاصله مرز تولید زمان  $t+1$  نسبت به مرز تولید زمان  $t$  نشان‌دهنده تغییرات تکنولوژی است که آن را  $TC^{21}$  می‌نامیم. دقت دارید که این همان مقداری است که سولو به عنوان میزان رشد یک اقتصاد کارا بدست آورد حال آنکه اینجا با در نظر گرفتن واحدهای تصمیم‌گیرنده ناکارا، حاصلضرب  $TC$  و  $EC$  یعنی  $MI$  نمایش دهنده میزان رشد کلی یک واحد تصمیم‌گیرنده است که شامل جبران ناکارایی‌های قبلی و استفاده از یک تکنولوژی برتر می‌باشد.

### ۳-۳. قابلیت‌های اندیس بهره‌وری مالمکوئیست

میزان رشد واقعی: در رابطه (۵) واضح است که اگر مقدار  $MI$  بزرگتر از یک باشد نشان‌دهنده آن است که واحد مورد نظر رشد نموده است ولی اینکه آیا رشد مشاهده شده حاصل از تلاش آن واحد در بهبود عملکرد و جبران ناکارایی‌هاست و یا فقط ناشی از پیشرفت تکنولوژی است نتیجه‌ای است که از مقادیر  $EC$  و  $TC$  به دست می‌آید. بسیار دیده شده است واحدی با وجود مدیریتی ضعیف در طی دوران مدیریت آن مدیر میزان رشد زیادی را نشان می‌دهد در صورتیکه بعد از بررسی با اندیس بالا مشخص می‌شود که کارایی سازمان افت قابل ملاحظه‌ای نموده و فقط به دلیل یک انقلاب دوره‌ای در تکنولوژی این ناکارایی اثر خود را در رشد آن سازمان نگذاشته است. به عنوان مثال وضعیت سازمان‌ها و ادارات پیش از استفاده از کامپیوترها و بعد از استفاده از آنها به طور قطع رشد قابل ملاحظه‌ای داشته است ولی تمام مقدار این رشد ناشی از کارایی آن واحد نمی‌باشد بلکه قسمت اعظم آن مرهون این انقلاب دوره‌ای تکنولوژی است.

بهبود عملکرد: با توجه به اینکه رشد در فرمول مالمکوئیست به دو عامل  $TC$  و  $EC$  تجزیه می‌شود و از آنجائیکه مقدار  $EC$  کاملاً گویای میزان ناکارایی است. بنابراین می‌توان توسط مدل‌های  $DEA$  راهکارهای کاملاً عملی برای بهبود عملکرد این

هیچکدام از مشکلات روش‌های پارامتریک در اینجا مطرح نیست. برای تحلیل بهتر این روش فرض بگیرید که اطلاعات مربوط به  $n$  واحد تصمیم‌گیرنده  $j=1, \dots, n$  در دو زمان  $t$  و  $t+1$  در دست است.



شکل ۲. واحد تصمیم‌گیرنده در زمان  $t$  و  $t+1$

مقدار تابع  $D_c^k(x_0, y_0)$  را با استفاده از یکی از مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها به صورت عکس اندازه کارایی بدست می‌آوریم.

که در آن اندیس  $c$  در  $D_c^k(x_0, y_0)$  معرف بازده به مقیاس ثابت است و اندیس  $k$  برای نمایش دوره‌های زمانی مختلف  $t$  و  $t+1$  به کار می‌رود.

سپس با استفاده از تابع  $D_c^k(x_0, y_0)$  اندیس ماهیت خروجی مالمکوئیست به صورت  $MI = \frac{D_c^t(x_j^{t+1}, y_j^{t+1})}{D_c^t(x_j^t, y_j^t)}$  تعریف می‌شود.

این اندیس برای استفاده‌های متفاوت جهت تفسیر موقعیت‌های مختلف اقتصادی تجزیه‌های زیبایی دارد که در اینجا یکی از این تجزیه‌ها معروف به تجزیه  $FGLR^{19}$  (۱۹۹۴) [7] را ارائه می‌دهیم.

$$(۵)$$

$$MI = \frac{D_c^{t+1}(X_j^{t+1}, Y_j^{t+1})}{D_c^t(X_j^t, Y_j^t)} \times \left[ \frac{D_c^t(X_j^{t+1}, Y_j^{t+1})}{D_c^{t+1}(X_j^{t+1}, Y_j^{t+1})} \times \left( \frac{D_c^t(X_j^t, Y_j^t)}{D_c^{t+1}(X_j^t, Y_j^t)} \right) \right]^{\frac{1}{2}}$$

در معادله بالا مؤلفه بیرون از براکت، تغییرات کارایی نسبی را اندازه می‌گیرد به این معنی که بیان می‌دارد آیا  $DMU_j$  در زمان  $t+1$  از کارایی بهتری نسبت به زمان  $t$  برخوردار است یا خیر. توجه دارید که همین کسر گویای آن است که این روش برای محاسبه واحدهای تصمیم‌گیرنده ناکارا نیز به کار می‌رود.

<sup>20</sup> Technical Efficiency Chang

<sup>21</sup> Technological or Technical Change

<sup>19</sup> Fare, Grosskopf, Lindgren, Roos

به هر صورت این روش نه تنها تغییرات تکنولوژی را از تغییرات کارایی مجزا می‌کند بلکه راهکارهای عملی جهت بهبود عملکرد در اختیار قرار می‌دهد. به عنوان مثال واحد B می‌تواند در زمان  $t+1$  با حفظ همان مقدار ورودی به خروجی‌ای برابر با ۶ برسد (به جای خروجی حال حاضر آن که برابر با ۴ است).

همچنین در مدل‌های مشابه برای بازده به مقیاس‌های غیرثابت حتی امکان این را در نظر می‌گیریم که میزانی از ناکارایی و در نتیجه عدم رشد می‌تواند به دلیل مقیاس عملیات باشد به عنوان مثال ما می‌توانیم از دانش فنی و تکنولوژی در مقیاس عملیات بزرگ استفاده کنیم که در سطوح با مقیاس کوچک کارایی ندارد. اما در مقیاس بزرگتر تولیدی موجب صرفه‌جویی در ورودی‌ها می‌شود. در این حالت تجزیه‌ای دیگر از اندیس مالمکوئیست به کار می‌رود که عبارت است از:

$$MI = \frac{D_v^{t+1}(X_j^{t+1}, Y_j^{t+1})}{D_v^t(X_j^t, Y_j^t)} \cdot \frac{S^t(X_j^t, Y_j^t)}{S^{t+1}(X_j^{t+1}, Y_j^{t+1})} \left[ \left( \frac{D_c^t(X_j^t, Y_j^t)}{D_c^{t+1}(X_j^{t+1}, Y_j^{t+1})} \right) \left( \frac{D_c^t(X_j^t, Y_j^t)}{D_c^{t+1}(X_j^{t+1}, Y_j^{t+1})} \right) \right]^{\frac{1}{2}}$$

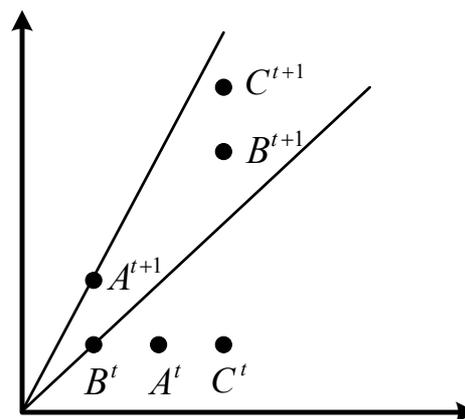
که در معادله بالا که معروف به تجزیه FGNZ (۱۹۹۴) است، اندیس  $v$  برای  $D_v^k(X_j, Y_j)$  نشان‌دهنده آن است که  $D_v^k(X_j, Y_j)$  تحت بازده به مقیاس غیر ثابت و با مدل BCC اندازه گرفته شده است. همچنین  $S^k(X_j, Y_j)$  نشان‌دهنده کارایی قیاسی [9]  $DMU_j$  در پیوند  $k$  می‌باشد که کارایی قیاسی نمایش نسبت کارایی در تکنولوژی با بازده به مقیاس غیر ثابت است نسبت به کارایی در تکنولوژی که در آن متوسط تولید از بالاترین سطح برخوردار است. عبارت دیگر کارایی قیاسی برابر است با:

$$S^t(X_j^t, Y_j^t) = \frac{D_v^t(X_j^t, Y_j^t)}{D_c^t(X_j^t, Y_j^t)}$$

در نتیجه  $SC = \frac{S^t(X_j^t, Y_j^t)}{S^{t+1}(X_j^{t+1}, Y_j^{t+1})}$  همان تغییرات کارایی قیاسی است. بنابراین در اندیس MI در تجزیه FGNZ [8] عبارت داخل براکت مشابه تجزیه FGLR همان تغییرات تکنولوژی یا TC است و از دو کسر بیرون براکت  $\frac{D_v^{t+1}(X_j^{t+1}, Y_j^{t+1})}{D_c^t(X_j^t, Y_j^t)}$  مؤلفه تغییرات کارایی یا EC است و دیگری همانطور که در بالا توضیح داده شد SC است. آنچه را که در بالا بحث کردیم دو نمونه مهم از تجزیه‌های مختلف اندیس بهره‌وری مالمکوئیست است.

سازمانها ارائه داد تا از طریق رفع ناکارایی، رشد بیشتری بدست آید.

بهبود رشد از طریق بکارگیری ابزار بهتر: می‌توان در هر زمان مشخص کرد که حد بالای تکنولوژی چیست و هر سازمان تا چه اندازه از تکنولوژی روز خود عقب است و در نتیجه با به کارگیری ابزارهای پیشرفته‌تر و تکنولوژی برتر بر رشد آن سازمان افزود. در زیر به ارائه مثالی ساده برای بررسی میزان رشد  $DMU_C$  و  $DMU_B$  در زمان  $t+1$  نسبت به زمان  $t$  می‌پردازیم.



شکل ۳. مثال

میزان رشد واحد B به صورت زیر است:

$$MI = \frac{4}{6} \times \sqrt{4} = \frac{2}{3} \times 2 = \frac{4}{3} \approx 1.3$$

می‌بینیم که واحد B میزان رشدی برابر با  $1/3$  نشان می‌دهد. در حالی که میزان کارایی آن به اندازه تقریباً  $0/4$  تنزل کرده و تکنولوژی نیز دو برابر رشد داشته است و بنابراین رشد مشاهده شده به عملکرد سازمان بستگی نداشته و فقط ناشی از تغییرات تکنولوژی بسیار بالا (معادل ۲ برابر) در فاصله بین این دو دوره است.

و اما در محاسبه رشد واحد C داریم:

$$MI = \frac{5}{2} \times \sqrt{4} = 2.5 \times 2 = 5$$

در اینجا می‌بینیم که واحد C رشدی معادل با ۵ برابر داشته است و کاملاً مشهود است که قسمت اعظم این رشد مدیون رشد کارایی بسیار بالای آن که معادل با  $2/5$  برابر است، می‌باشد. بنابراین رشد مشاهده شده نه تنها ناشی از تغییرات تکنولوژی بسیار بالا (معادل ۲ برابر) در فاصله بین این دو دوره است بلکه به عملکرد عالی سازمان نیز بستگی داشته است.

## ۴. رشد اقتصادی کشورهای آسیایی

در اینجا اندیس مالمکوئیست در تجزیه FGLR را برای محاسبه رشد اقتصادی ۱۷ کشور آسیایی در طی سالهای ۱۹۹۰ تا ۱۹۹۹ بکار می‌بریم که در این محاسبات کشورها ورودی‌های سرمایه و نیروی کار و خروجی تولید ناخالص داخلی GDP در نظر گرفته شده‌اند. لازم به ذکر است که داده‌های مذکور از آمارهای صندوق بین‌المللی پول استخراج شده است که در سالنامه شاخص‌های رشد جهانی منتشر می‌شود همچنین به دلیل در دسترس نبودن مقادیر سرمایه تمام کشورهای مورد بررسی، ما در مطالعات خود از مقادیر سرمایه ثابت استفاده نموده‌ایم.

در این روش ما با ساختن یک مرز از کشورهایی که بهترین عملکرد را در مجموعه این ۱۷ کشور دارند، عملکرد سایر کشورها را با این مرز مقایسه می‌کنیم.

از آنجایی که در محاسبه مؤلفه‌های اندیس مالمکوئیست نیاز به مقادیر اندازه‌گیری داریم مقادیر اندازه‌گیری این کشورها در سالهای ۹۰ و ۹۹ در جدول شماره (۱) گزارش شده است. یادآوری می‌کنیم که کارایی مساوی با یک برای یک کشور به مفهوم آن است که آن کشور روی مرز کارایی قرار دارد و مقادیر بالاتر از یک به مفهوم آن است که آن کشور از نظر اقتصادی ناکاراست و زیر مرز کارایی قرار دارد.

با دقت در مقادیر به دست آمده در جدول (۱) می‌توان دید که ژاپن و ماکائوی چین با اندازه‌گیری مساوی با یک در هر دو زمان ۹۰ و ۹۹ کارا بوده‌اند. در واقع این دو کشور در هر دو پرورد زمانی مرز کارایی را تشکیل می‌دهند.

ولی ایران با اندازه‌گیری مساوی ۱/۰۴ در سال ۹۰ و ۱/۴۱ در سال ۹۹ نه تنها در هر دو این سالها ناکارا بوده است بلکه تنزل کارایی هم داشته است که نسبت این کارایی برابر است با  $0.86 \approx \frac{1.04}{1.21}$  که همان مقداری است که در جدول شماره

(۲) برای مؤلفه EC از اندیس مالمکوئیست داده شده است. در این بین کشورهای هند، اندونزی، اردن، مالزی، فیلیپین، سوریه و تایلند کارایی خود را بهبود بخشیده‌اند. به خصوص تایلند و اندونزی ناکارایی بسیار زیاد خود را در سال ۹۰ که به ترتیب معادل ۱/۹۱ و ۱/۳۹ است بسیار عالی جبران نموده، به میزان کارایی برابر با یک در سال ۹۹ رسیده‌اند. میزان رشد کارایی این کشورها به ترتیب برابر با  $1.91 = \frac{1.91}{1.00}$  و  $1.39 = \frac{1.39}{1.00}$  است که همان مقداری است که در جدول شماره

(۲) در مقدار مربوط به مؤلفه EC این کشورها آمده است. نتایج برآمده از جدول شماره (۱) نشان می‌دهد که در بین این ۱۷ کشور فقط کشورهای بنگلادش، چین، هنگ کنگ، ایران سنگاپور، سری‌لانکا و یمن تنزل کارایی داشته‌اند یعنی مقادیر کارایی آنها در سال ۹۹ نسبت به سال ۹۰ از مقدار یک دورتر شده است درحالی که کشورهای هند، اندونزی، اردن، کره، مالزی، فیلیپین، سوریه و تایلند رشد کارایی داشته‌اند.

در ادامه مؤلفه‌های EC و TC مربوط به تجزیه FGLR از اندیس بهره‌وری مالمکوئیست در جدول (۳) و مقادیر اندیس بهره‌وری مالمکوئیست را در جدول (۲) آورده‌ایم. که بررسی اجمالی جدول (۲) نشان می‌دهد که ایران،  $TC=0.95$  و

جدول شماره ۱. مقادیر کارایی تکنیکی سالهای ۹۰ و ۹۹

Country	Efficiency 90	Efficiency 99
Bangladesh	1.00	1.25
China	1.47	1.90
Hong Kong	1.00	1.12
India	1.26	1.24
Indonesia	1.39	1.00
Iran	1.04	1.21
Japan	1.00	1.00
Jordan	1.15	1.06
Korea	1.56	1.31
Macao, China	1.00	1.00
Malaysia	1.40	1.21
Philippines	1.25	1.10
Singapore	1.17	1.26
Sri lanka	1.31	1.48
Syrian Arab Republic	1.34	1.28
Thailand	1.91	1.00
Yemen	1.03	1.49

اینکه از تکنولوژی سال ۹۹ به میزان کمتری نسبت به سال ۹۰ استفاده کرده‌است ولی به دلیل رشد کارایی برابر با ۱/۳۹ برابر رشد اقتصادی مناسبی برابر با ۱/۳۳ داشته است.

### ۵. نتیجه‌گیری

در این مقاله ضمن معرفی شاخص بهره‌وری مالکویست و تحلیل پوششی داده‌ها، با بکارگیری روش ارائه شده روی داده‌های مربوط به شاخص‌های اقتصادی کشورهای آسیایی در سالهای ۱۹۹۰ و ۱۹۹۹، نتایج حاصل تحلیلی نسبتاً شفاف از وضعیت تغییرات تکنولوژی و کارایی طی این سالها ارائه نموده است.

EC=۰/۸۶ و MI=۰/۸۲ در سال ۱۹۹۹، ۰/۱۸ نسبت به سال ۱۹۹۰ تنزل بهره‌وری داشته است که عمده دلیل این تنزل بهره‌وری، تنزل کارایی به میزان ۰/۱۴ است.

در حالی که تکنولوژی به کار گرفته شده در سال ۹۹ تقریباً معادل سال ۹۰ است (تکنولوژی ۹۹، ۰/۹۵ برابر تکنولوژی سال ۹۰ است). در بین سایر کشورها، تایلند با رشدی حدود ۱/۹۲ برابر، بیشترین میزان رشد بهره‌وری و بنگلادش و چین با تنزل برابر ۰/۷۳ بیشترین تنزل را دارا هستند و ایران بعد از این دو کشور بیشترین تنزل بهره‌وری را داشته است. اما دلیل اصلی رشد کشور تایلند در رشد کارایی این کشور به میزان ۱/۹۱ برابر می‌باشد در حالیکه این کشور از تکنولوژی سال ۹۹، به همان نسبت تکنولوژی سال ۹۰ بهره گرفته است. نمونه جالبتر، کشور اندونزی است که با TC=۰/۹۵ با وجود

جدول شماره ۲. مولفه های تغییرات تکنولوژی و تغییرات کارایی

Country	Technical Change	Efficiency Change
Bangladesh	0.92 reg	0.80 reg
China	0.94 reg	0.77 reg
Hong Kong	1.08 prog	0.89 reg
India	0.94 reg	1.01 prog
Indonesia	0.95 reg	1.39 prog
Iran	0.95 reg	0.86 reg
Japan	1.08 prog	1.00 const
Jordan	1.02 prog	1.09 prog
Korea	1.10 prog	1.20 prog
Macao, China	1.12 prog	1.00 prog
Malaysia	1.09 prog	1.16 prog
Philippines	0.96 reg	1.14 prog
Singapore	1.09 prog	0.93 reg
Sri lanka	0.95 reg	0.88 reg
Syrian Arab Republic	0.98 reg	1.05 prog
Thailand	1.00 prog	1.91 prog
Yemen	0.94 reg	0.96 reg

جدول شماره ۳. اندیس رشد بهره‌وری مالکویست مربوط به ۱۷ کشور آسیایی طی سالهای ۱۹۹۰ و ۱۹۹۹

Country	Malmquist Index
Bangladesh	0.73 reg
China	0.73 reg
Hong Kong	0.97 reg
India	0.94 reg
Indonesia	1.33 prog
Iran	0.82 reg
Japan	1.08 prog
Jordan	1.11 prog
Korea	1.31 prog
Macao, China	1.12 prog
Malaysia	1.27 prog
Philippines	1.09 prog
Singapore	1.01 prog
Sri lanka	0.84 reg
Syrian Arab Republic	1.03 prog
Thailand	1.92 prog
Yemen	0.65 reg

مراجع

[5] D. W. Caves, L. R. Christensen and W. E. Diewert, "The Economic Theory of Index Numbers and The Measurement of Input, Output and Productivity", *Econometrica*, vol. 50, (1982), 1393-1414.

[6] S. Malmquist, "Index Numbers and Indifference Surfaces", *Trabajos de Estadística*, vol.4,(1953),209-242.

[7] R. Fare, S. Grosskopf, B. Lindgren and P. Roos, "Productivity Developments in Swedish Hospitals: A Malmquist Output Index Approach" in A. Charnes, W. W. Cooper, A. Lewin and L. Seiford, *Data Envelopment Analysis: Theory, Methodology and application*, Boston: Kluwer Academic Publishers, (1994).

[8] R. Fare, S. Grosskopf and P. Roos, "Integration Consumers Satisfaction into Productivity Indexes", Department of Econometrics, Southern Illinois University, Carbondale, L., (1996).

[9] B. M. Balk, "Scale Efficiency and Productivity Change", *J. of Productivity*, vol. 15, (2001), 159-183.

[1] A. Charnes, W. W. Cooper and E. Rhodes, "Measuring The Efficiency of Decision Making Units", *European Journal of Operational Research*, vol. 2, (1978), 429-444.

[2] R. D. Banker, A. Charnes and W. W. Cooper, "Some Models for Estimating Technical and Scale Inefficiencies in Data Envelopment Analysis", *Management Science*, vol.30(9), (1984), 1078-1092.

[3] R. Solow, "Technical change and The Aggregate Production Function", *Review of Economics and Statistics*, vol.39, (1957), 312-320.

[4] M. Nishimizu and J. M. Page, "Total Factor Productivity Growth, Technological Progress and Technical Efficiency Change: Dimensions of Productivity Change in Yugoslavia", *The Economic Journal*, vol.92, (1982), 920-936.