

## تقسیم بندی حلقه‌های بدون ساختار برای مدل‌های اجزاء محدود با استفاده از شبکه‌های عصبی مصنوعی

اردشیر بحرینی نژاد

**چکیده:** در این مقاله استفاده از شبکه‌های عصبی در تقسیم کردن حلقه‌های توافقی بدون ساختار جهت پردازش موازی و صریح اجزاء محدود با گام‌های زمانی مورد بحث قرار می‌گیرد. مفهوم شبکه عصبی میدان میانگین بازپخت و استفاده آن در یافتن حل تقریبی برای مسائل بهینه سازی ترکیباتی بررسی می‌شود. کاربرد شبکه عصبی میدان میانگین بازپخت جهت تقسیم کردن حلقه‌های اجزاء محدود بیان می‌شود. این تقسیم بندی بر پایه روش دو پاره سازی متوالی بنا نهاده شده است. روش نگاشت مسئله دو پاره سازی حلقه‌ها به یک شبکه عصبی با ساختار بازخور بیان می‌شود. استفاده از یک شبکه عصبی تربیت شده انتشاربرگشتی که تعداد اجزاء مثلثی تولید شده در هر یک از اجزاء مثلثی حلقه درشت بعد از حلقه بندی مجدد را پیش بینی می‌نماید ارائه می‌شود که این پیش بینی جهت تقسیم بندی یک حلقه درشت اولیه با تعداد اجزاء کم مورد استفاده قرار می‌گیرد. کیفیت پاسخ و زمان همگرایی جواب به همراه یک مثال ارائه می‌شوند.

**واژه‌های کلیدی:** اجزاء محدود، تقسیم بندی، حلقه بندی توافقی، پردازش موازی، شبکه‌های عصبی

### ۱. مقدمه

مسائل بهینه سازی ترکیباتی<sup>۱</sup> در بسیاری از مسائل علمی و مهندسی مطرح می‌شوند. متأسفانه بدلیل پیچیدگی غیر چند جمله ای<sup>۲</sup> این مسائل، حجم محاسبات بسرعت با افزایش حجم مسئله بالا می‌روند.

اغلب روشهایی که تا کنون مطرح شده‌اند و معمولاً جوابهای خوبی برای این مسائل ارائه می‌دهند به نوعی الگوریتم‌های ابتکاری محسوب می‌شوند. برای حل این مسائل می‌توان از شبکه‌های عصبی شامل شبکه‌های با اتصالات داخلی زیاد حاوی سلولهای ساده یا واحدهای پردازش<sup>۳</sup>، که می‌توان آنها را جهت یافتن جواب تقریبی مسئله برنامه ریزی نمود، استفاده کرد. همچنین این شبکه‌ها سیستمهایی با درجه توازی بسیار بالا هستند که از پتانسیل بسیار بالایی جهت پیاده سازی بر سخت‌افزارهای موازی برخوردارند.

استفاده از شبکه‌های عصبی با ساختار بازخور<sup>۴</sup> در تقسیم کردن حلقه‌های توافقی بدون ساختار جهت پردازش موازی<sup>۵</sup> و صریح اجزاء محدود با گام‌های زمانی در این مقاله مورد بحث قرار می‌گیرد. مفاهیم شبکه عصبی میدان میانگین بازپخت<sup>۶</sup> و استفاده آن در یافتن حل تقریبی برای مسائل بهینه سازی ترکیباتی بررسی می‌شوند. کاربرد شبکه عصبی میدان میانگین بازپخت جهت تقسیم کردن حلقه‌های اجزاء محدود بیان می‌شود. این تقسیم بندی<sup>۷</sup> بر پایه روش دو پاره سازی متوالی<sup>۸</sup> بنا نهاده شده است.

روش نگاشت مسئله دو پاره سازی حلقه‌ها به یک شبکه عصبی با ساختار بازخور بیان می‌شود. استفاده از یک شبکه عصبی تربیت شده انتشاربرگشتی که تعداد اجزاء مثلثی تولید شده در هر یک از اجزاء مثلثی حلقه درشت بعد از حلقه بندی مجدد را پیش بینی می‌نماید ارائه می‌شود که این پیش بینی جهت تقسیم بندی یک حلقه درشت اولیه با تعداد اجزاء کم مورد استفاده قرار می‌گیرد. کیفیت پاسخ و زمان همگرایی جواب به همراه یک مثال ارائه می‌شوند.

مقاله در تاریخ ۱۳۸۲/۶/۷ دریافت شده و در تاریخ ۱۳۸۳/۱۰/۲۹ به تصویب نهایی رسیده است.

اردشیر بحرینی نژاد، استادیار بخش صنایع دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه تربیت مدرس تهران. [bahreinejad@modares.ac.ir](mailto:bahreinejad@modares.ac.ir)

<sup>4</sup> Feedback, Recurrent

<sup>5</sup> Parallel Processing

<sup>6</sup> Mean Field Annealing (MFA)

<sup>7</sup> Partitioning

<sup>8</sup> Recursive Bisection

<sup>1</sup> Combinatorial Optimization

<sup>2</sup> Non-Polynomial

<sup>3</sup> Processing Units

## ۲-۲. تقریب میدان میانگین

شبهات نزدیکی بین شبکه های هاپفیلد و بعضی از مدل های اجسام مغناطیسی در فیزیک آماری<sup>۶</sup> وجود دارد [۲]. یک جسم مغناطیسی از دسته هایی از اتم های مغناطیس بصورت شبکه ای منظم<sup>۷</sup> آراسته شده اند. واژه اسپین<sup>۸</sup> نمایانگر حالت اتم های مغناطیسی است که در جهات مختلف آراسته شده اند. واژه اسپین ۱/۲ نمایانگر حالتی است که اتمها در دو جهت آراسته شده اند. طبق فرمول بندی هاپفیلد، حالت های رسیدن به حل یک مسئله در مسائل بهینه سازی را می توان در قالب اسپین ها بیان نمود. در مسائل بهینه سازی دارای مقادیر زیادی اسپین هستند، رسیدن به حل مسئله آسان نیست. ولی با استفاده از روشی که تقریب میدان میانگین نامیده می شود می توان نواسانات<sup>۹</sup> حقیقی اسپین ها را با مقادیر میانگین آنها جایگزین نمود [۳].

## ۲-۳. شبیه سازی بازپخت

در پی پاسخ ضعیف شبکه های عصبی هاپفیلد در تعیین جواب های مسئله فروشنده دوره گرد، تلاش های تحقیقاتی قابل ملاحظه جهت افزایش کیفیت جواب های حاصل از شبکه های هاپفیلد به این مسئله بهینه سازی و همچنین یافتن راهکارهایی برای استفاده از آن در مسائل بهینه سازی دیگر انجام یافت.

تقریباً در همان دوره ظهور شبکه های هاپفیلد، یک روش جدید بهینه سازی به نام شبیه سازی بازپخت مطرح شد [۴]. این تکنیک روشی جهت یافتن جواب های مناسب به اکثر مسائل بهینه سازی ترکیبی را فراهم می سازد. این روش از فرایند پروسه کاهش حرارت الهام گرفته شده است. در این روش از یک پروسه جستجوی تصادفی<sup>۱۰</sup> جهت کمینه سازی تابع انرژی استفاده می شود.

در روش های قطعی<sup>۱۱</sup> با کاهش گرادیان، حرکت هایی در اسپین ها ایجاد می شود که این حرکتها در جهت کاهش تابع انرژی (هدف) بوده و به همین دلیل ممکن است که در اولین نقطه کمینه مرزعی<sup>۱۲</sup> گرفتار شود. ولی در روش شبیه سازی بازپخت علاوه بر کاهش تابع انرژی، حرکتاتی که موجب افزایش تابع انرژی است نیز مجاز شمرده می شود [۵].

بر اساس مفاهیم فیزیک آماری<sup>۱۳</sup> در مورد سیستم های در تماس با چشمه گرما، تغییراتی که موجب افزایش انرژی سیستم می شوند، از تابع توزیع احتمال بولتزمن<sup>۱۴</sup> پیروی می کنند. اگر  $\delta E(x)$  میزان افزایش تابع انرژی در ازای چنین حرکتی باشد، این حرکت با

## ۲. مفاهیم و اصول روش میدان میانگین بازپخت

روش میدان میانگین بازپخت ترکیبی است از شبکه عصبی هاپفیلد<sup>۱</sup>، روش شبیه سازی بازپخت<sup>۲</sup> و تقریب میدان میانگین<sup>۳</sup> که در این قسمت مورد بررسی قرار خواهند گرفت.

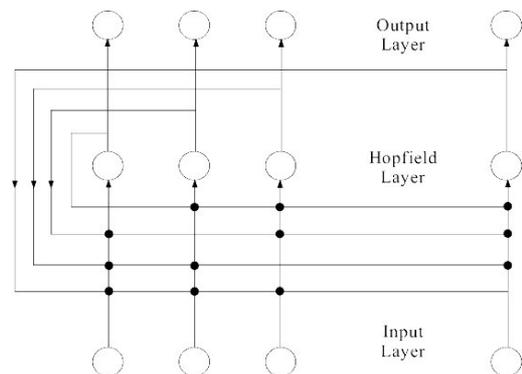
### ۲-۱. شبکه های هاپفیلد

سرچشمه شبکه های عصبی بهینه سازی به کار هاپفیلد و تانک<sup>۴</sup> [۱] بر می گردد که شامل فرمول بندی جهت حل مسئله فروشنده دوره گرد<sup>۵</sup> بود. شبکه های هاپفیلد دارای ساختار بازخورد می باشند که در آن خروجی حاصل از یک واحد پردازش بعنوان ورودی واحد دیگری در اتصالات داخلی به حساب می آید. شکل ۱ نشانگر یک شبکه بازخورد هاپفیلد است. شبکه های هاپفیلد بر اساس کمینه سازی یک تابع وابسته به درجه دو بر روی مجموعه ای از متغیرات گسسته و پیوسته عمل می نمایند. تابع انرژی که می تواند با تابع هدف همبستگی داشته باشد توسط اوزان و بایاس های شبکه متشکل می گردد.

در هنگام عمل بهینه سازی، شبکه بر اساس تابع انرژی به حالت ثبات همگرا می گردد. تابع انرژی شبکه بصورت فرمول زیر است:

$$E = -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N W_{ij} s_i s_j + \sum_{i=1}^N I_i s_i \quad (1)$$

که  $I_i$  بایاس واحد پردازش،  $N$  تعداد واحدهای پردازش،  $s_i$  و  $s_j$  حالت واحدهای پردازش  $i$  و  $j$  در یک شبکه ای که توسط اوزان  $W_{ij}$  تشکیل می گردد و ماتریس  $W_{ij}$  بصورت متقارن و با مقادیر صفر بر روی قطر اصلی است.



شکل ۱. شبکه بازخورد هاپفیلد

<sup>6</sup> Statistical Physics

<sup>7</sup> Regular Lattice

<sup>8</sup> Spin

<sup>9</sup> Fluctuation

<sup>10</sup> Random Search

<sup>11</sup> Deterministic

<sup>12</sup> Local Minimum

<sup>13</sup> Statistical Physics

<sup>14</sup> Boltzmann Probability Distribution

<sup>1</sup> Hopfield

<sup>2</sup> Simulated Annealing

<sup>3</sup> Mean Field Approximation

<sup>4</sup> Tank

<sup>5</sup> Traveling Salesman Problem (TSP)

$$E'(\vec{V}, \vec{U}, T) = \frac{E(\vec{V})}{T} + \sum_{i=1}^N [u_i v_i - \log(\cosh u_i)] \quad (5)$$

و انتگرالها توسط گسترش نقطه زینی  $E'$  که شامل انجام تقریب میانگین بازپخت است صورت می‌گیرد. مختصات نقاط زینی بوسیله معادلات زیر بدست می‌آیند:

$$\frac{\partial E'}{\partial u_i} = 0 \quad (6)$$

$$\frac{\partial E'}{\partial v_i} = 0 \quad (7)$$

بنابراین طبق معادلات (5)، (6) و (7) در نقاط زینی داریم:

$$v_i - \tanh u_i = 0 \quad (8)$$

$$\frac{\partial E(\vec{V})}{T \partial v_i} + u_i = 0 \quad (9)$$

و با ترکیب معادلات (1)، (8) و (9) و با در نظر گرفتن  $I_i=0$  تابع میدان میانگین بصورت زیر است:

$$v_i = \tanh \left( - \sum_{j=1}^N \sum_{l=1}^N \frac{W_{ij} V_j}{T} \right) \quad (10)$$

که مقادیر پیوسته اسپین ها ( $v_i$ ) به عنوان مقادیر تقریبی گسسته در دمای  $T$  استفاده می‌شوند و  $(v_i \approx \langle s_i \rangle_T)$  که نمایانگر مقادیر میانگین  $s_i$  در معادله (3) است.

### ۳. تقسیم بندی حلقه‌های مدل‌های اجزاء محدود

روشهای متعددی [۸، ۹، ۱۰، ۱۱] جهت یافتن جواب مناسب برای مسائل تقسیم بندی گرافها و حلقه‌های اجزاء محدود<sup>۶</sup> موجود است. این روشها معمولاً یا جوابهای بسیار خوبی در مدت زمان زیاد و یا جوابهای ضعیفی در مدت زمان کوتاه ارائه می‌دهند. در سالهای اخیر روشهای تئوری گرافها جهت تقسیم بندی حلقه‌های اجزاء محدود مورد بررسی قرار گرفته و نتایج قابل قبولی ارائه شده است [۱۲]. در این مقاله روش میدان میانگین بازپخت سعی بر یافتن جوابهایی با درجه صحت قابل توجهی در مدت زمان کوتاه دارد. لذا میدان میانگین بازپخت تعادلی بین زمان محاسبات و کیفیت نتایج حل را ایجاد می‌نماید.

افراز دامنه<sup>۷</sup> یا تقسیم کردن حلقه‌ها به منظور شکستن حلقه‌های مدل‌های اجزاء محدود با بار محاسباتی گران به قسمتهای کوچکتر برای تحلیل موازی مدل‌های اجزاء محدود انجام می‌شود. یک تقسیم بندی خوب باید شرایط ذیل را ارضاء نماید:

۱. تعادل بار: برای یک حلقه ایده‌آل با یک نوع جزء، تعداد اجزاء در هر قسمت باید برابر یا حدوداً برابر باشد.

احتمال  $\exp\left(-\frac{\delta E(x)}{T}\right)$  مقبولیت خواهد یافت که  $T$  دمای بازپخت نامیده می‌شود [۲، ۴]. بر اساس این استدلال الگوریتم شبیه سازی بازپخت در دماهای بالا حرکت‌های پرتحرک انجام داده و موجب دستیابی به جوابهای نسبتاً بهینه‌ای می‌شود. با کاهش دما، الگوریتم در اطراف جواب پیدا شده، جستجوی نرم و ظریفتری را دنبال می‌کند. البته الگوریتم بر حسب پیچیدگی مسئله، ممکن است زمان بسیار زیادی جهت همگرایی نیاز داشته باشد.

### ۴-۲. روش میدان میانگین بازپخت

جهت غلبه بر افزایش زمان محاسبات، روش میدان میانگین بازپخت بعنوان روشی تقریبی که بر اساس منطق‌های شبکه‌های هاپفیلد، شبیه سازی بازپخت و تقریب میدان میانگین جهت حل مسائل بهینه سازی است پیشنهاد گردید. این روش بین کیفیت حل مسئله و زمان محاسبات تعادلی را ایجاد نماید [۲، ۶]. هدف از روش میدان میانگین بازپخت، تقریب زدن مقادیر اتفاقی<sup>۱</sup> شبیه سازی بازپخت با میانگین مقادیر اتفاقی با استفاده از دسته‌ای از توابع قطعی است. همانطور که قبلاً اشاره شد، در روش شبیه سازی بازپخت، جستجوی تصادفی جهت یافتن حل مسائل با استفاده از توزیع احتمال بولتزمن:

$$P(S) = \frac{e^{-\frac{E(S)}{T}}}{Z} \quad (2)$$

انجام می‌پذیرد [۶، ۷]. در رابطه فوق  $\bar{S}$  بردار است که حالت‌های اسپین‌ها را شامل می‌شود و  $Z$  تابع تفکیک<sup>۲</sup> است که بصورت زیر نشان داده می‌شود:

$$Z = \sum_S e^{-\frac{E(S)}{T}} \quad (3)$$

نشان داده شده است که مجموع گسسته<sup>۳</sup> تابع تفکیک می‌تواند با سلسله‌ای از انتگرال‌های تو در تو<sup>۴</sup> بر روی مقادیر متوالی جایگزین گردد [۶].

$$Z = C \prod_{j=1}^N \int_{-\infty}^{\infty} dv_j \int_{-\infty}^{\infty} du_j e^{-E'(\vec{V}, \vec{U}, T)} \quad (4)$$

که  $\vec{V}$  و  $\vec{U}$  بردارهایی شامل مقادیر  $v_i$  و  $u_i$  هستند که نمایانگر حالت‌های اسپین‌ها می‌باشند و  $C$  یک مقدار ثابت است و  $E'$  بصورت زیر بیان می‌شود:

<sup>5</sup> Saddle-Point Expansion

<sup>6</sup> Finite Element Mesh

<sup>7</sup> Domain Decomposition

<sup>1</sup> Stochastic

<sup>2</sup> Partition Function

<sup>3</sup> Discrete

<sup>4</sup> Nested Integrals

اجزاء موجود در هر بخش باید با یکدیگر مساوی باشد. تابع انرژی شبکه عصبی و یا لیاپونف<sup>۳</sup> جهت دو پاره سازی نمودن حلقه ها به فرم زیر است:

$$E(\bar{S}) = -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N W_{ij} s_i s_j + \frac{\alpha}{2} \left( \sum_{j=1}^N s_j \right)^2 \quad (11)$$

که در آن  $\bar{S}$  بردار است که شامل متغیرهای حالت  $s_i$  در شبکه می باشد،  $N$  تعداد اجزاء و  $\alpha$  پارامتر عدم تعادل<sup>۴</sup> است که نسبت دو قسمت شدن را کنترل می کند [۷]. با استفاده از معادلات (۸)، (۹) و (۱۱) معادله میدان میانگین جهت دو بخش کردن حلقه به صورت زیر به دست می آید:

$$v_i = \tanh \left( \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^N (W_{ij} - \alpha) \frac{v_j}{T} \right) \quad (12)$$

که این معادله جهت محاسبه یک مقدار جدید  $v_i$  بصورت جداگانه بکار می رود. بدین معنا که در هر لحظه به عنوان نمونه یک جزء انتخاب می شود و مقدار  $v_i$  محاسبه می شود.

مقادیر اولیه بردار  $\bar{V}$  با استفاده از مقادیر تصادفی کوچک و پیوسته تخصیص می یابد.

### ۲-۳. تاثیر پارامترها

وقتیکه مواد گرم و یا سرد می شوند و حالتشان تغییر می یابد در واقع یک فاز انتقال رخ می دهد. تغییرات شدید در مشخصات یک ماده وقتیکه حالتش عوض می شود معمولاً قابل رویت است. انتقال از حالت مایع به گاز، جامد به مایع یا مثلاً از مغناطیسی به فرومغناطیسی از این قبیل هستند. معمولاً یک دمای بحرانی مانند نقطه ذوب یا جوش موجود است که حالت یک سیستم بصورت ناگهانی از یک حالت انرژی بالا به حالت انرژی پایین تبدیل می شود. اثر کاهش دما در اسپین های مختلف در شکل ۲ نشان داده شده است. این شکل نشان می دهد که وقتی دما کاهش می یابد، سیستم به یک دمای بحرانی<sup>۵</sup> می رسد که در آن اسپین ها شروع به دور شدن از یکدیگر می نمایند و هر جزء به صورت کامل شروع به ملحق شدن به یکی از دو دامنه می نماید. وقتی دما به اندازه کافی کاهش یافت مقدار اسپین ها به مقادیر ۱ یا -۱ می رسند.

لذا اگر در یک شبکه دمای  $T$  اولیه کمی بالاتر و یا برابر دمای بحرانی انتخاب شده باشد همگرایی بسیار سریعی به یک کمینه خوب امکان پذیر می باشد.

مقدار ضریب عدم تعادل اولیه  $\alpha$  معمولاً برای یک دو پاره سازی متعادل برابر واحد در نظر گرفته می شود. این مقدار در اکثر حالات ایجاد یک دو پاره سازی متعادل را تضمین می کند، لیکن حداقل بودن اندازه برش<sup>۶</sup> (تعداد لبه های مشترک دامنه ها) ممکن است

کاهش ارتباط داخلی بین پردازشگرها: تقسیم بندیها باید بگونه ای باشند که تعداد گره های مشترک بین زیر دامنه ها حداقل باشد به طوریکه ارتباط داخلی بین پردازشگرها در طول تحلیل موازی مدلهای اجزاء محدود حداقل باشد.

حلقه بندی<sup>۱</sup> از نظر محاسباتی با بزرگ شدن اندازه دامنه ها افزایش پیدا می کند. لذا تولید حلقه های اجزاء محدود بصورت موازی، توزیع پروسه حلقه بندی متوالی را امکان پذیر می سازد. در نتیجه یک دامنه را می توان به اندازه های مساوی تقسیم نمود که در آن هر زیر دامنه در یک پردازشگر منفرد قرار گرفته و حلقه بندی متوالی به صورت موازی انجام می یابد.

از نظر محاسبات موازی، ظرفیت حافظه سخت افزاز مورد استفاده نیز مطرح است. ذخیره یک حلقه ریز شده<sup>۲</sup> می تواند حجم قابل ملاحظه ای از حافظه را در پردازشگر مرکزی بخود اختصاص دهد. لذا یک حلقه بزرگ را می توان به چندین زیر مجموعه یا زیر دامنه تقسیم کرد.

اغلب اوقات روش میدان میانگین بازپخت جواب های رقابت پذیری از لحاظ کیفیت ایجاد می نماید. علاوه بر آن روش میدان میانگین بازپخت به شدت موازی عمل می نماید و باید از مزیت سخت افزارهای موازی نهایت استفاده را نمود.

تقسیم بندی حلقه ها در این مقاله بر اساس دو پاره سازی متوالی حلقه انجام می پذیرد [۷، ۸، ۱۱] که در آن یک حلقه به  $2^n$  بخش تقسیم می شود که  $n$  تعداد مراحل پاره سازی می باشد.

### ۱-۳. نگاشت مسئله به شبکه عصبی با ساختار باز خور

مسئله دو بخش کردن حلقه ها را می توان به یک شبکه عصبی هایپیلد نگاشت نموده و آن را به صورت یک تابع هدف به شکل تابع انرژی که در معادله (۱) ارائه شده است نشان داد.

متغیر حالت  $s_i$  بسته به این که یک جزء به کدام زیر دامنه یک حلقه اختصاص یابد مقادیر ۱ یا -۱ را اختیار خواهد کرد. ارتباطات اجزاء مثلثی به صورت ماتریس  $W_{ij}$  به شکل زیر تعریف می شود:

$$W_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{اگر اجزاء } i \text{ و } j \text{ یک لبه مشترک داشته باشند} \\ 0 & \text{در غیر اینصورت} \end{cases}$$

با تقسیم ترمها به شکل بالا، کمینه کردن ترم اول معادله (۱) موجب پیشینه شدن ارتباط داخلی بین یک بخش از حلقه ها شده و نیز موجب کمینه شدن ارتباط بین بخشهای مختلف حلقه می شود. این موجب کاهش مرز بین قسمتها می شود. لذا اگر این ترم به تنهایی بکار رود تمامی اجزاء به یک بخش تعلق خواهند یافت و بنابراین ترم دیگری نیز وارد تابع می شود.

ترم دیگر که به عنوان جریمه استفاده می شود، میزان تجاوز از قید تعادل را اندازه می گیرد که قید تعادل به معنای این است که تعداد

<sup>3</sup> Liapunov

<sup>4</sup> Imbalance

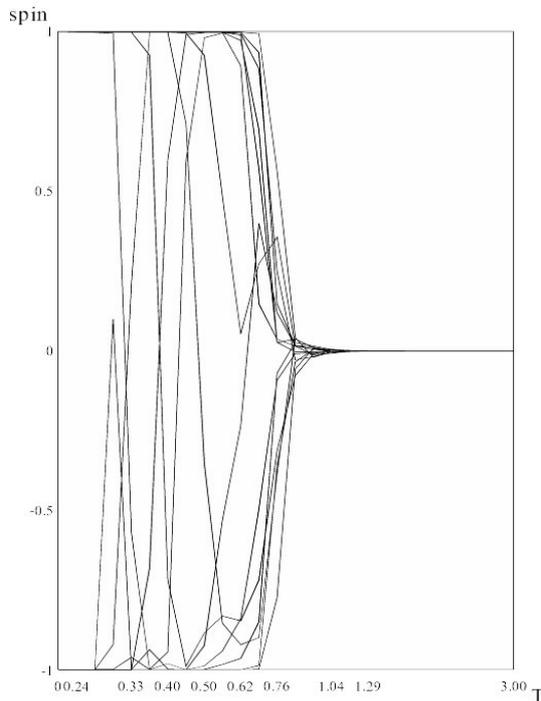
<sup>5</sup> Critical

<sup>6</sup> Cut-Size

<sup>1</sup> Mesh Generation

<sup>2</sup> Refined Mesh

ضریب خنک کننده<sup>۳</sup> ۰/۹۵ بعد از هر مرحله اجرای معادله (۱۳) کاهش داد.



شکل ۲. تغییرات اسپین‌ها با دما

### ۵. بررسی مطالعاتی یک مثال

در این قسمت یک مثال بعنوان بررسی کارایی روش میدان میانگین بازپخت ارائه شده است. در این مثال یک دامنه L- شکل که بصورت یکنواخت حلقه بندی شده است در شکل‌های ۳ و ۴ نشان داده شده است. حلقه اولیه و نهایی به ترتیب شامل ۹۸ و ۴۱۲ و جزء هستند که حلقه اولیه با روش میدان میانگین بازپخت پیشبین به چهار قسمت تجزیه شده است. سپس هر قسمت مجدداً حلقه بندی شده و در نتیجه حلقه نهایی تقسیم شده بدست می‌آید. جدول ۱ تعداد اجزاء تولید شده در هر زیر دامنه حلقه و همچنین تعداد اجزاء مورد نیاز در حالت ایده آل در هر زیردامنه را نشان می‌دهد. تعداد مطلوب اجزاء در هر زیر دامنه با تقسیم کردن تعداد اجزاء حلقه نهایی بر تعداد زیردامنه‌ها بدست می‌آید. شکل‌های ۵ و ۶ بترتیب دویاره سازی حلقه اولیه و حلقه نهایی را با استفاده از روش میدان میانگین بازپخت نشان می‌دهد. تعداد کل لبه‌های بین زیر دامنه‌ها دوازده می‌باشد و زمان محاسبات با استفاده از رایانه ای با سرعت محاسباتی ۳۰۰MHz، حدود ۱ ثانیه است.

حاصل نگردد. لذا با انتخاب یک مقدار اولیه کوچک برای  $\alpha$  (مثلاً  $\alpha \leq 1$ ) عمل بهینه سازی آغاز می‌شود و در طول این پروسه،  $\alpha$  با یک ضریب ثابت (مثلاً ۱/۵) بعد از هر مرحله کامل از اجرای معادله (۱۲) افزایش می‌یابد تا در نهایت  $\alpha$  به ۱ برسد. مقدار  $\alpha$  در ادامه پروسه بهینه سازی برابر ۱ اختیار می‌شود. وارد کردن  $\alpha$  در محاسبات به این صورت در ایجاد یک اندازه برش حداقل مناسب بسیار مؤثر بوده و تعادل دو بخش نیز حفظ می‌شود.

### ۴. روش پیشبین میدان میانگین بازپخت جهت تقسیم بندی حلقه‌ها

تقسیم بندی حلقه بندی بوسیله میدان میانگین بازپخت با استفاده از یک مدل شبکه عصبی پیشبین<sup>۱</sup> با روش معمولی (غیر پیشبین) که در بخش قبل توضیح داده شده متفاوت است. هدف این روش جدید، تقسیم بندی یک حلقه درشت با تعداد اجزاء کم بر اساس تعداد اجزاء مثلی تخمین زده شده توسط یک شبکه عصبی تربیت شده انتشار برگشتی<sup>۲</sup> که در هر یک از اجزاء حلقه درشت بعد از حلقه بندی مجدد تولید می‌شوند می‌باشد. مراجع [۷، ۱۱، ۱۳] تربیت یک شبکه عصبی با انتشار برگشتی که قادر به پیشبینی تعداد اجزاء تولید شونده در هر یک از اجزاء حلقه درشت باشد را توضیح داده‌اند. شبکه انتشار برگشتی در این مقاله با استفاده از اطلاعات ذیل تربیت شده است:

طول مقیاس شده اضلاع هر جزء (سه ورودی)

زوایای داخلی هر جزء (سه ورودی)

پارامترهای مقیاس شده حلقه برای هر جزء (دو ورودی)

تعداد مثلث‌های تولید شده در حلقه ریز شده (یک خروجی)

معادله (۱۲) را می‌توان به گونه‌ای تغییر داد که تعداد اجزاء تخمین زده شده که در هر جزء از حلقه اصلی بعد از حلقه بندی مجدد تولید می‌شوند را در آن وارد نمود. لذا این معادله تغییر یافته و معادله دو پاره سازی توسط میدان میانگین بازپخت با استفاده از تعداد اجزاء تخمین زده شده به صورت زیر داده می‌شود:

$$v_i = \tanh\left(\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N (W_{ij} - (\alpha * N_{pred})) \frac{v_j}{T}\right) \quad (13)$$

که در آن  $N_{pred}$  بیانگر تعداد اجزاء تخمین زده شده است.

معادله (۱۳) را می‌توان بصورت متوالی طبق پروسه میدان میانگین بازپخت بدون پیشبین، که قبلاً توضیح داده شده، استفاده نمود. برای این منظور اسپین‌های بردار  $v_j$  بصورت پیوسته با مقادیر تصادفی کوچکی مقداردهی اولیه می‌شوند. دما را می‌توان با یک

<sup>3</sup> Cooling Rate

<sup>1</sup> Predictive

<sup>2</sup> Backpropagation

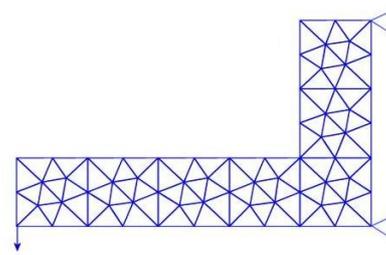
تقسیم بندی حلقه نهایی با روش میدان میانگین بازپخت غیر پیشبین به چهار قسمت تنها با تفاوت زمانی ۱۷ ثانیه بین دو روش پیشبین و غیر پیشبین مشاهده گردید.

### ۶. بحث و نتیجه گیری

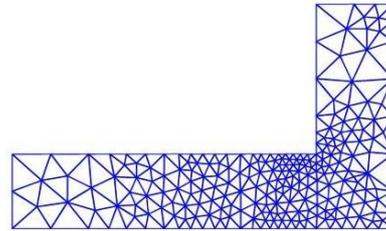
از مثال ارائه شده مشخص است که تقسیم بندی حلقه بندی درشت با استفاده از روش میدان میانگین بازپخت پیشبین با حجم محاسباتی کمتری قابل انجام است. تعداد لبه‌های بین زیردامنه‌ها و تعداد اجزاء تولید شده در هر زیر دامنه، بعد از حلقه بندی مجدد هر یک از قسمت‌های تولید شده، با روش میدان میانگین بازپخت پیشبین می‌تواند قابل رقابت با نتایج حاصل از روش‌های دیگر باشد. در این مقاله کارایی استفاده از شبکه‌های عصبی در دویاره سازی متوالی حلقه‌های اجزاء محدود بررسی شد. دویاره سازی پیچیده‌تری نسبت به مدل بدون پیشبین دارد که ممکن است شامل کمینه‌های مرضعی بسیاری باشد. از آنجا که روش پیشنهادی از منطق جستجوی تصادفی که می‌تواند زمانبر باشد استفاده نمی‌کند، در کل، دویاره سازی‌های خوبی را می‌توان هم با روش میدان میانگین بازپخت پیشبین و هم با روش میدان میانگین بازپخت غیر پیشبین بدست آورد که هزینه محاسباتی روش پیشبین قابل مقایسه و توجه بیشتری نسبت به روش غیر پیشبین می‌باشد. این روش همچنین پتانسیل خوبی جهت پیاده سازی بر سیستم‌های پردازش موازی را دارد که کارایی همگرائی روش را بطور قابل توجهی افزایش می‌دهد.

### مراجع

- [1] Hopfield, J.J. and Tank, D.W., "Neural Computation of Decisions in Optimization Problems", Biological Cybernetics, Vol. 52, 1985, pp. 141-152.
- [2] Hertz, J., Krogh, A., and Palmer, R.G., *Introduction to the Theory of Neural Computing*, Addison-Wesley Publication Company, USA, 1991.
- [3] Fischer, K.H. and Hertz, J.A., *Spin Glasses*, Cambridge University Press, UK, 1991.
- [4] Kirkpatrick, S., Gelatt Jr. C.D., and Vecchi, M.P., "Optimization by Simulated Annealing", Science, Vol. 220, 1983, pp. 671-680.
- [5] Freeman, J.A., and Sakpura, D.M., *Neural Networks Applications and Programming Techniques*, Addison-Wesley, USA, 1990.
- [6] Peterson, C., and Anderson, J.R., "A Mean Field Learning Algorithm for Neural Networks", Complex Systems, Vol. 1, 1987, pp. 995-1019.



شکل ۳. حلقه اولیه با ۹۸ جزء



شکل ۴. حلقه نهایی با ۴۱۲ جزء



شکل ۵. تقسیم بندی حلقه اولیه با استفاده از روش میدان میانگین بازپخت پیشبین



شکل ۶. تقسیم بندی حلقه نهایی با استفاده از روش میدان میانگین بازپخت پیشبین

جدول ۱. تعداد اجزاء تولید شده در هر زیر دامنه، تعداد اجزاء مورد نیاز در حالت ایده آل در هر زیر دامنه، تعداد لبه‌های

بین زیر دامنه‌ها و زمان محاسباتی

تفاوت	تعداد اجزاء در هر زیر دامنه	تعداد اجزاء در هر زیر دامنه	تعداد اجزاء در هر زیر دامنه
۱۴	۱۰۳	۸۹	۱
۱۱	۱۰۳	۱۱۴	۲
۹	۱۰۳	۹۴	۳
۱۲	۱۰۳	۱۱۵	۴

- [11] Topping, B.H.V. and Khan, A.I., "Subdomain Generation for Parallel Finite Element Analysis", Computing Systems in Engineering, Vol. 4, Nos. 4-6, 19, pp. 473-48893.
- [12] Kaveh, A., *Optimal Structural Analysis*, RSP (Wiley), UK, 1997.
- [13] Khan, A.I, Topping, B.H.V. and Bahreininejad, A., "Parallel Training of Neural Networks for Finite Element Mesh Generation", in B.H.V. Topping and A.I. Khan (Eds.), *Neural Networks and Combinatorial Optimization in Civil and Structural Engineering*, Civil-Comp Press, UK, 1993, pp. 81-94.
- [7] Topping, B.H.V. and Bahreininejad, A., "Neural Computing for Structural Mechanics", Saxe-Coburg Publication, UK, 1997.
- [8] Simon, H.D., "Partitioning of Unstructured Problems for Parallel Processing", Computing Systems in Engineering, Vol. 2, Nos. 2-3, 1991, pp. 135-138.
- [9] Farhat, C., "A Simple and Efficient Automatic FEM Domain Decomposer", Computers and Structures, Vol. 28, No. 5, 1988, 579-602.
- [10] Kernighan, B.W. and Lin, S., "An Efficient Heuristic Procedure for Partitioning Graphs", The Bell System Technical Journal, Vol. 49, 1970, pp. 291-307.