

## طراحی بهینه پیش فرم آهنگری با کاربست الگوریتم ژنتیک

مهرداد پورسینا، جمشید پرویزیان، حسن خادمی زاده و کارلوش آنتونیو

**چکیده:** در این مقاله یک روش عددی جهت بهترسازی شکل پیش فرم در فرآیند آهنگری ارائه می گردد. منظور از بهتر سازی در این فرآیند پیش گیری از عیوبی است که می تواند در طی فرآیند بوجود آید. شبیه سازی فرآیند به کمک یک برنامه شبیه سازی دوبعدی، که برای این منظور بر اساس روش اجزاء محدود توسعه یافته، انجام می گردد. ماده تراکم ناپذیر است و فرض می شود که از قانون ویسکو-پلاستیک نورتن-هوف تبعیت می کند. برای اعمال شرط تماس از الگوریتم تصویر سرعت استفاده می شود. الگوریتم ژنتیک نخبه گرا مبنای روشی است که برای حل مساله بهسازی معرفی شده است. عملگر جدیدی به نام جهش تطبیقی جهت افزایش راندمان بهسازی معرفی می گردد. الگوریتم بهسازی ارائه شده در چند مثال متقارن-محوری مورد استفاده قرار گرفته، نتایج آن با روشهای دیگر مقایسه می شود. در این مثالها از متغیرهای طراحی پیوسته و غیرپیوسته استفاده می گردد.

واژه های کلیدی: شبیه سازی آهنگری، طراحی پیش فرم، بهسازی، الگوریتم ژنتیک

## ۱. مقدمه

فرآیند تولید یک قطعه با اعمال نیروی ضربه ای یا پیوسته از یک پیش فرم را، که با تغییر شکل جهت دار آن برای کسب خواص مکانیکی مطلوب همراه است، آهنگری می نامند. با پیچیده تر شدن شکل قطعات احتمال پیدایش عیوبی چون چروکیدگی و پرنکردن قالب افزایش می یابد. طراح اغلب می تواند با تغییر مناسبی در شکل ماده اولیه، شکل قالبهای پیش فرم، دمای اولیه ماده و قالب، سرعت شکل دهی و ضریب اصطکاک از پیدایش این عیوبها جلوگیری نماید.

گذشته از روشهای ارزشمند تجربی، برای تعیین شکل ماده اولیه و قالبهای پیش فرم می توان به دو روش مبتنی بر شبیه سازی فرآیند تغییر شکل اشاره کرد. روش اول، موسوم به روش ردیابی پس رو<sup>۱</sup>، مبتنی است بر حدس زدن شکل ماده در هر مرحله از فرآیند تدریجی شکل دهی، در حالی که هندسه نهایی و شرایط فرآیند

مقاله در تاریخ ۱۳۸۲/۳/۱۷ دریافت شده و در تاریخ ۱۳۸۳/۳/۲۳ به تصویب نهایی رسیده است.

مهرداد پورسینا استادیار گروه مکانیک دانشکده فنی و مهندسی دانشگاه شهرکرد،  
[poursina@eng.sku.ac.ir](mailto:poursina@eng.sku.ac.ir)  
جمشید پرویزیان استادیار دانشکده مهندسی صنایع دانشگاه صنعتی اصفهان،  
[japa@cc.iut.ac.ir](mailto:japa@cc.iut.ac.ir)  
حسن خادمی زاده استادیار دانشکده مهندسی مکانیک دانشگاه صنعتی اصفهان،  
[hkhademyza@cc.iut.ac.ir](mailto:hkhademyza@cc.iut.ac.ir)  
کارلوش آنتونیو دانشیار دانشکده مهندسی مکانیک دانشگاه پورتو پرتغال،  
[antonio@fe.up.pt](mailto:antonio@fe.up.pt)

مشخص باشد. ایده اصلی این روش ردیابی مسیر تغییر شکل مواد در جهت وارون است [1]. این روش توسط کوبایاشی و همکاران [2,3] در چندین فرآیند آهنگری توسعه یافت. سپس ژائو [4] با استفاده از معیار پیچیدگی شکل برای جدا کردن ماده از قالب در مسیر تغییر شکل معکوس مواد این روش را مورد استفاده قرار داد. او توسط یک تابع ریاضی پیچیدگی شکل ماده را اندازه گیری کرد و در مسیر تغییر شکل معکوس مواد در هر مرحله، گره ای را از قالب جدا نمود که بیشترین کاهش را در مقدار این تابع داشته باشد. با وجود دست آوردهای قابل توجه آن، این روش به پاسخی یکتا منجر نمی گردد چرا که مسیر تغییر شکل مواد در جهت پس رو منحصر به فرد نبوده، پدیده تماس ماده با قالب نیز معکوس پذیر نمی باشد [5]. از طرف دیگر روش ردیابی پس رو فقط می تواند شکل ماده اولیه را مشخص کند و در مورد شکل قالبهای پیش فرم کمکی به طراح نمی کند [6]. نهایتاً پیش فرمی که با این روش مشخص می شود را لزوماً نمی توان در یک فرآیند آهنگری واقعی با استفاده از ابزارهای معمولی و هزینه قابل قبول ایجاد کرد.

رهبرد دوم، که به روش معکوس<sup>۲</sup> معروف است، بر تکنیکهای بهینه سازی مبتنی است. یک مساله معکوس در حقیقت یک مساله بهینه سازی است که هدف از آن مشخص کردن پارامترهای فرآیند است به نحوی که مقادیر متغیرهای حالت در محصول نهایی تابع هدف مشخصی را کمینه کنند. در این روش فرآیند شکل دهی با حل معادلات حرکت به صورت مستقیم شبیه سازی می گردد. با

<sup>2</sup>Inverse Techniques<sup>1</sup>Backward Tracing Method

که در آن  $\mathbf{V}$  میدان سرعت،  $\mathbf{K}$  ضریب تجانس ماده،  $\mathbf{m}$  شاخص حساسیت به نرخ کرنش و  $\dot{\mathbf{E}}_{ij}^p$  نرخ کرنش ویسکوپلاستیک می باشد [15]:

$$\dot{\mathbf{E}}_{ij}^p = \frac{1}{2} (\text{grad}(\mathbf{V}) + \text{grad}(\mathbf{V}^t)) \quad (3)$$

که در آن بالا نویسنده  $t$  نمایانگر ترانهاده  $v$  است.  $\dot{\mathbf{E}}$ ، کرنش معادل، در معادله (۲) به شکل زیر تعریف می شود:

$$\dot{\mathbf{E}}^p = \sqrt{\frac{3}{2}} \left( \dot{\mathbf{E}}_{ij}^p \cdot \dot{\mathbf{E}}_{ij}^p \right)^{\frac{1}{2}} \quad (4)$$

همچنین تنش های انحرافی،  $\mathbf{S}_{ij}$ ، و میانگین،  $\sigma_m$  به شکل زیر تعریف می شوند [1]:

$$\mathbf{S}_{ij} = \sigma_{ij} - \delta_{ij} \sigma_m, \quad \sigma_m = \frac{1}{3} \sigma_{ii} \quad (5)$$

شکل ۱ تصویر نمادین یک فرآیند آهنگری را نشان می دهد که در آن  $n$  و  $t$  به ترتیب بردارهای عمود و مماس بر سطح قالب می باشند. مرز ماده،  $\partial\Omega$ ، به دو ناحیه مختلف تقسیم شده است. یکی ناحیه  $\partial_c\Omega$  که در آن ماده و قالب در تماس هستند و ناحیه دیگر  $\partial_f\Omega$ ، سطح آزاد ماده می باشد. در ناحیه تماس ماده با قالب فرض می شود اصطکاک از قانونی هم آهنگ با قانون نورتون - هوف تبعیت می کند [5]:

$$\tau = f_s = -\alpha K \Delta \mathbf{V}_t \left| \Delta \mathbf{V}_t \right|^{p-1} \quad (6)$$

که در آن  $\alpha$  بستگی به نوع تماس،  $p$  ضریب حساسیت به سرعت مماسی نسبی و  $\Delta \mathbf{V}_t$  سرعت مماسی نسبی بین قالب و ماده می باشد:

$$\Delta \mathbf{V}_t = \left[ (\mathbf{V} - \mathbf{V}_{die}) \cdot \mathbf{t} \right] \mathbf{t} \quad (7)$$

که در آن  $\mathbf{V}_{die}$  سرعت قالب است.

معادله تعادل (حرکت) ماده، صرف نظر از جملات اینرسی، روی دامنه  $\Omega$  با مرز  $\partial\Omega$  عبارت است از:

$$\sigma_{ij,j} = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} = 0 \quad (8)$$

و شرایط مرزی به صورت زیر داده می شوند:

$$(\mathbf{V} - \mathbf{V}_{die}) \cdot \mathbf{n} = 0 \quad \text{on} \quad \partial_c\Omega \quad (9)$$

$$\sigma_{ij} \cdot \mathbf{n}_j = 0 \quad \text{on} \quad \partial_f\Omega \quad (10)$$

## ۲-۲ الگوریتم تماس<sup>۳</sup>

برای اعمال قید نفوذناپذیری ماده در قالب، در سطح تماس ماده و ابزار، می توان از دو رهبرد متفاوت استفاده کرد. رهبرد اول بر روشهای ریاضی مانند روش جریمه، ضرایب لاگرانژ یا روش توسعه یافته لاگرانژ مبتنی است و رهبرد دوم بر روشهای ابتکاری. در این مقاله از یک روش ابتکاری برای ترمیم قیود نقض شده استفاده می -

تعیین مقدار تابع هدف و با استفاده از روشهای معمول بهینه سازی می توان نسبت به اصلاح متغیرهایی چون زاویه دیواره های قالب یا شعاع گوشه های آن، همچنین پارامترهای شکل پیش فرم تصمیم گرفت.

از میان روش های مختلف بهینه سازی، کوزیاک و تامسپون [7] روش سیمپلکس<sup>۱</sup> را جهت کمینه سازی نیروی اکستروژن مورد استفاده قرار دادند. ری [8] در سال ۱۹۹۴ با استفاده از الگوریتم ژنتیک یک فرآیند شکل دهی چند مرحله ای را بهینه نمود و آنتونیو و دورادو [9] از الگوریتم ژنتیک برای بهسازی شکل اولیه ماده در آهنگری و تعیین نیروی فرآیند اکستروژن استفاده کردند. همچنین از روش های بهینه سازی مبتنی بر مشتق گیری در حل مسایل بهینه سازی شکل در فرآیندهای شکل دهی استفاده شده است. [10-13]

در مقاله حاضر یک الگوریتم ژنتیک برای بهینه سازی ارائه شده است که در آن معادلات تغییر شکل به روش اجزاء محدود حل می - شوند. برخی مزایای استفاده از این الگوریتم را می توان چنین برشمرد [14]:

- امکان استفاده از پارامترهای پیوسته یا گسسته وجود دارد.
- نیازی به محاسبات وقت گیر مشتق تابع هدف نیست.
- در طول حل امکان استفاده از انواع اطلاعات از قبیل عددی، تجربی و توابع تحلیلی وجود دارد، جستجو برای یافتن نقطه بهینه، در دامنه قابل قبول، همزمان از چند نقطه شروع می شود و در نتیجه، به جای یک جواب بهینه، یک دسته جواب ایجاد می - گردد. از این رو می توان انتظار داشت که با احتمال زیادی نقطه بهینه مطلق یافته شود.
- عملگر جهش تطبیقی<sup>۲</sup> که در این مقاله معرفی شده می تواند از هدر رفتن جواب های مطلوب در حین عمل جهش جلوگیری کند.

## ۲. تحلیل مکانیکی مساله آهنگری

### ۲-۱ معادلات مکانیکی بنیادی

در فرآیند آهنگری داغ در مقایسه با کرنش پلاستیک می توان از کرنش الاستیک صرف نظر نمود. همچنین تغییرات دما تأثیر زیادی بر جریان مواد ندارد. از این رو می توان از فرمولاسیون سیال همدمای استفاده نمود. در این مقاله فرض می شود ماده همسانگرد و غیر قابل تراکم بوده [1]:

$$\text{div}(\mathbf{V}) = 0 \quad (1)$$

از قانون ویسکوپلاستیک نورتون-هوف تبعیت می کند [5]:

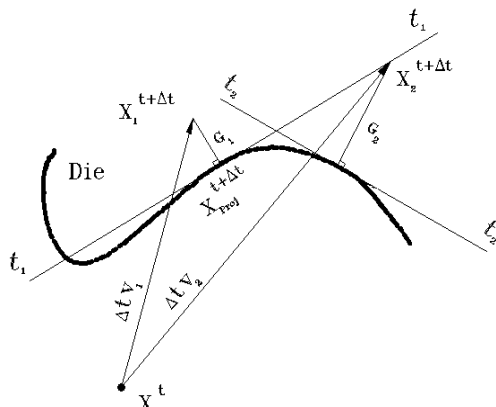
$$\mathbf{S}_{ij} = 2K \left( \sqrt{3} \dot{\mathbf{E}} \right)^{m-1} \dot{\mathbf{E}}_{ij}^p \quad (2)$$

<sup>1</sup>Simplex Optimization Algorithm

<sup>2</sup>Adaptive Mutation

<sup>3</sup>Contact

شود. جزئیات این روش در [16] داده شده است. به طور خلاصه، فرض کنید  $X^t$  مختصات یک گره مرزی در زمان  $t$  باشد که در گام زمانی بعدی،  $\Delta t$ ، در قالب فرو رفته و مختصات جدید آن  $X^{t+\Delta t}$  خواهد شد.



شکل ۲. روش تصویر اصلاح شده در الگوریتم تماس.

### ۳. فرمولاسیون طراحی بهینه<sup>۱</sup>:

مهمترین خواسته یک طراح قالب‌های آهنگری به دست آوردن قطعه‌ای بدون عیب در پایان فرآیند است. شکل دقیق قطعه، پرشدگی قالب، چروکیدگی و خواص مکانیکی مطلوب و یکنواخت هرکدام می‌توانند بر سالم یا معیوب بودن قطعه مؤثر باشند؛ همچنین تعداد مراحل شکل‌دهی و انرژی لازم می‌توانند بر قیمت قطعه اثر بگذارند. هدف بهینه‌سازی می‌تواند کاهش هزینه لازم برای تولید قطعه و یا افزایش ویژگی‌های مطلوب آن باشد. - متغیرهای بهینه‌سازی عمدتاً پارامترهای هندسی شکل ماده اولیه و قالب، دمای شکل‌دهی و روانکارهای مورد استفاده می‌باشند.

تاکید این مقاله بر تعیین شکل بهینه اولیه ماده برای دو تابع هدف دقت شکل نهایی و حذف عیب چروکیدگی می‌باشد. تابع هدفی که فاصله شکل به دست آمده از شکل مطلوب را کمینه می‌کند به صورت زیر تعریف می‌شود [5]:

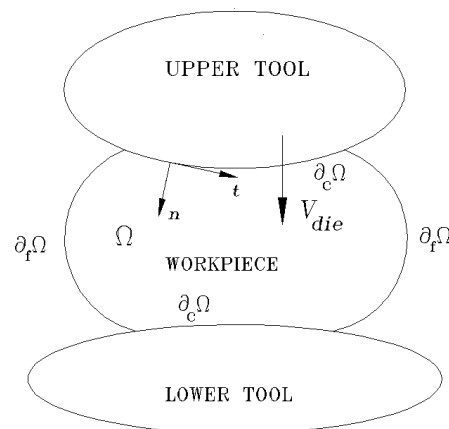
$$\Phi_{\text{shape}} = \int_{\partial\Omega} \|x - \Pi_{\text{des}}(x)\| ds \quad (13)$$

در رابطه فوق  $\Pi_{\text{des}}(x)$  شکل مطلوب قطعه و  $x$  شکل بدست آمده در فرآیند شبیه‌سازی است.

برای پیش‌گیری از چروکیدگی می‌توان بسته به شرایط محیط چروکیده توابع هدف مناسبی انتخاب نمود. برای نمونه، اگر چروکیدگی در ناحیه‌ای است که انتظار می‌رود هندسه همواری داشته باشد اختلاف شدید مختصات هندسی در گره‌های مجاور می‌تواند چروکیدگی موضعی را نشان دهد:

$$\Phi_{\text{fold}} = \{ \|x_{\text{max}} - x_{\text{min}}\|, x_{\text{min}} \leq x \leq x_{\text{max}}, x \in \partial\Omega_{\text{fold}} \} \quad (14)$$

توابع (۱۳) و (۱۴) را می‌توان با تغییر پارامترهای هندسی که شکل ماده اولیه را توصیف می‌کنند کمینه نمود.



شکل ۱. نمای عمومی فرآیند فورجینگ.

در ابتدا این نقطه بر سطح قالب عمود خواهد شد تا نقطه  $X_{\text{Proj}}^{t+\Delta t}$  به دست آید. سپس فاصله بین این نقطه و نقطه عمود شده بر سطح قالب در جهت عمود بر این سطح محاسبه می‌شود:

$$G_i = X_i^{t+\Delta t} - X_{\text{Proj}}^{t+\Delta t} \quad (11)$$

از آنجا که این نقطه باید در جهت  $n$  به اندازه‌ای حرکت کند تا به سطح قالب برسد در تکرار بعدی سرعت در جهت عمودی را معلوم و برابر مقداری تعیین می‌گردد که نقطه به سطح قالب برگردد:

$$V^n = -\frac{G_i}{\Delta t} \quad (12)$$

اما به برنامه اجازه داده می‌شود که سرعت مماسی،  $V_t$ ، را با حل معادلات تعادل محاسبه کند. پس از محاسبه سرعت مماسی دو حالت وجود دارد:

الف- اگر سرعت مماسی برابر با صفر باشد یعنی نقطه دقیقاً روی سطح قالب قرار دارد و نیاز به محاسبات بیشتر نمی‌باشد و برنامه به گام زمانی بعدی می‌رود.

ب- اگر سرعت مماسی برابر صفر نباشد نقطه روی خط مماسی  $t_1 - t_2$  (شکل ۲)، حرکت کرده دارای مختصات جدید  $X_2^{t+\Delta t}$  می‌شود. با توجه به شکل ۲، به سادگی می‌توان فهمید که آیا نقطه مورد نظر درون قالب را ترک کرده یا دوباره در قالب فرو رفته است. در حالت اول نیازی به ادامه عملیات نمی‌باشد و برنامه به گام زمانی بعدی می‌رود. در غیر این صورت، نقطه دوباره بر سطح قالب تصویر می‌شود و تکرار ادامه می‌یابد. قابل توجه آنکه در این روش معادلات تعادل کاملاً برآورده می‌شوند در حالی که در روش‌های ابتکاری مشابه با تصویر کردن نقطه، حل معادلات تعادل برای تعیین سرعت مماسی ادامه نمی‌یابد [17].

<sup>1</sup>Optimal Design Formulation

الگوریتم ژنتیک یک روش بهینه‌سازی است که معمولاً می‌تواند به نقطه بهینه مطلق همگرا شود چرا که در این روش، فرآیند جستجو همزمان از چند نقطه متفاوت شروع می‌گردد. تعداد این نقاط جمعیت اولیه را نشان می‌دهد. هر یک از این نقاط نشانگر یک حل برای مساله است که در علم ژنتیک به کروموزم<sup>۳</sup> معروف است و به صورت یک رشته نشان داده می‌شود. این رشته توسط یک کد فرمت<sup>۴</sup> تعریف می‌شود. با محاسبه تابع برازندگی<sup>۵</sup> تعریف شده میزان تطبیق هر یک از جوابها با خواسته مساله تعیین می‌شود. رشته‌هایی به جمعیت بعدی راه پیدا می‌کنند که تطبیق بیشتری با محیط دارند یا به عبارت دیگر تابع برازندگی مقدار بزرگتری برای آنها محاسبه کرده است.

در این مقاله از الگوریتم ژنتیکی استفاده می‌شود که توسط استراتژی نخه‌گرا پشتیبانی می‌گردد. در این استراتژی رشته‌هایی که دارای تطبیق خوبی با محیط هستند به طور مستقیم و بدون تغییر به جمعیت بعدی راه پیدا می‌کنند.

#### ۱-۴. تابع برازندگی و کد فرمت

پس از معرفی کردن متغیرهای طراحی و دامنه جستجو که خصوصیات فیزیکی<sup>۶</sup> جمعیت را بیان می‌کند، حلهای متفاوت توسط یک کد فرمت مناسب که به آن ژن نمونه<sup>۷</sup> می‌گویند ارائه می‌گردد. ایجاد کد فرمت اولین قدم در الگوریتم ژنتیک است. در این مقاله از یک کد دودویی<sup>۸</sup> استفاده گردیده، برای هر متغیر طراحی می‌توان تعداد بیت دلخواهی در نظر گرفت. قدم دوم تعریف تابع برازندگی است که بسته به تابع هدف و قیود مساله معرفی خواهد شد. از آنجا که محاسبات حساسیت برای منظور کردن توابع قیود انجام نمی‌پذیرد لازم است با استفاده از روش جریمه با افزودن قیود،  $\Gamma_j(\mathbf{b})$ ، به تابع هدف،  $\Phi(\mathbf{b})$ ، از نقض آنها جلوگیری نمود. به این ترتیب می‌توان مساله بهینه‌سازی (۱۶) را به شکل زیر نوشت:

$$\text{Min. } f(\mathbf{b}) = F_{\max} - \Phi(\mathbf{b}) - \sum_{j=1}^{N_g} \Gamma_j(\mathbf{b}) \quad (17)$$

که در آن:

$$\Gamma_j(\mathbf{b}) = \begin{cases} 0 & \text{if } C_j(\mathbf{b}) \leq 0 \\ \xi [C_j(\mathbf{b})]^\eta & \text{if } C_j(\mathbf{b}) > 0 \end{cases}$$

که در آن  $\xi$  و  $\eta$  اعداد ثابت و  $F_{\max}$  یک عدد اختیاری مثبت است به گونه‌ای که از منفی شدن تابع برازندگی جلوگیری کند.  $\Phi(\mathbf{b})$  در (۱۶) معرفی گردیده است و نمایانگر اندازه‌ای از چروکیدگی، اختلاف فاصله از شکل نهایی و انرژی تغییر شکل است.

گفتنی آنکه در نواحی چروکیده مقادیر کرنش و نرخ کرنش به طور قابل توجهی بزرگتر از دیگر نواحی ماده است. از این رو بیشتر توابع هدفی که جهت برطرف کردن پدیده چروکیدگی مورد استفاده قرار می‌گیرند به گونه‌ای مقدار کرنش یا نرخ کرنش را در نواحی چروکیدگی اندازه‌گیری می‌کنند. نویسندگان در مقاله مستقلی توابع هدف متفاوتی را که می‌توان برای کاهش چروکیدگی به کار برد مورد بررسی قرار داده‌اند [18].

انرژی موردنیاز برای انجام فرآیند از دو قسمت تشکیل می‌شود؛ یکی انرژی لازم برای تغییر شکل ماده و دیگری انرژی هدر رفته به علت اصطکاک بین ماده و قالب [5]:

$$\Phi_{\text{ene}} = \Phi_{\text{def}} + \Phi_{\text{fric}} = \int_{t=0}^{t=\text{end}} \left[ \int_{\Omega_t} K(\sqrt{3}\dot{\epsilon})^{m+1} d\Omega + \int_{\partial\Omega_t} \alpha K \|\Delta \mathbf{V}_t\|^{p+1} ds \right] dt \quad (15)$$

برای پیشگیری از همگرایی به یک نقطه بهینه موضعی از انرژی تغییر شکل فرآیند، عامل اول در طرف راست معادله (۱۵)، به عنوان تابع مرتب سازی<sup>۱</sup> استفاده خواهد شد. به عبارت دیگر چون جواب مساله منحصر به فرد نمی‌باشد به کمک این تابع جوابی انتخاب می‌شود که کمترین انرژی را جهت تغییر شکل نیاز داشته باشد. با داشتن توابع هدف و قیود می‌توان مساله معکوس یافتن بهترین شکل برای قطعه خام اولیه را به شکل یک مساله کمینه‌سازی تعریف کرد:

$$\text{Min. } \Phi(\mathbf{b}) = \lambda_1 \Phi_{\text{shape}} + \lambda_2 \Phi_{\text{fold}} + \lambda_3 \Phi_{\text{def}} \quad (16)$$

برای یافتن بردار متغیرهای طراحی  $\mathbf{b}$  با شرایط:

$$C_j(\mathbf{b}) \leq 0, \quad j=1, \dots, N_g$$

و

$$\underline{\mathbf{b}} \leq \mathbf{b} \leq \bar{\mathbf{b}}$$

در رابطه فوق  $\underline{\mathbf{b}}$  و  $\bar{\mathbf{b}}$  حدود بالا و پایین بردار متغیرهای طراحی  $\mathbf{b}$  و  $C_j$  و  $N_g$  نشانگر قیود و تعداد قیود مساله و  $\lambda_1$ ،  $\lambda_2$  و  $\lambda_3$  ضرایب وزنی هستند.

#### ۴. الگوریتم ژنتیک

الگوریتم ژنتیک یک تکنیک جستجو است که از ترکیب تئوری داروین<sup>۲</sup> و یک ساختمان تصادفی اطلاعات ایجاد شده است. اگرچه این روش اولین بار توسط هالند [19] معرفی شد اما ایده اصلی آن به کارهای رچنبرگ [20] برمی‌گردد. گلدبرگ [21] و میخالویچ [22] نیز سهم زیادی در پیشرفت این روش دارند.

<sup>1</sup>Regularization Function

<sup>2</sup>Darwin

<sup>3</sup>Chromosome

<sup>4</sup>Code Format

<sup>5</sup>Fitness Function

<sup>6</sup>Phenotype

<sup>7</sup>Genotype

<sup>8</sup>Binary

$$z_i = \begin{cases} u_i \Leftarrow \bar{S}_j \in U & \text{if } \text{Unif}(0,1) \leq P_i^{\text{cross}} \\ v_i \Leftarrow \bar{S}_j \in L & \text{if } \text{Unif}(0,1) > P_i^{\text{cross}} \end{cases} \quad (18)$$

**حذف و اضافه:** این عملگر شبیه بودن رشته‌ها را کنترل می‌کند. به این ترتیب کمک شایانی به افزایش تنوع رشته‌ها، که رمز رسیدن به جواب بهینه مطلق است، می‌شود. در ابتدا رشته‌های حاصل از عمل تقاطع به جمعیت اولیه اضافه شده، جمعیت حاصل براساس تابع برازندگی مرتب می‌شود.

سپس رشته‌هایی که دقیقاً شکل همدیگر هستند مشخص و فقط یکی از آنها در جمعیت باقی می‌ماند. سپس به جای هر رشته حذف گشته رشته جدیدی به صورت تصادفی، با انتخاب تابع  $\text{Unif}(0,1)$ ، جایگزین می‌گردد.

**جهش:** برای افزایش هر چه بیشتر تنوع رشته‌ها و جلوگیری از همگرایی به یک بهینه موضعی تعدادی رشته به جمعیت جدید اضافه می‌شود. پس از محاسبه برازندگی رشته‌های اضافه شده و مرتب کردن آنها، دو باره تعدادی از رشته‌ها که دارای کمترین برازندگی هستند از جمعیت خارج می‌شود و تعداد رشته‌ها به حالت اولیه باز می‌گردد. جهش مورد استفاده در این مقاله کاملاً با جهش کلاسیک، که در آن فقط تعداد معدودی از ژنهای رشته‌های انتخابی تغییر می‌کنند، متفاوت است. در این جا دو روش متفاوت برای جهش استفاده می‌شود:

۱- **جهش ضمنی:**<sup>۲</sup> رشته‌های جدید به صورت تصادفی تولید و به جمعیت اضافه می‌گردد. در تولید نسلهای بعدی این رشته‌ها، شبیه به آنچه در جهش کلاسیک رخ می‌دهد، با رشته‌های قدیمی ترکیب می‌شود.

۲- **جهش تطبیقی:** این جهش شامل سه مرحله می‌باشد. در گام اول یک رشته به صورت تصادفی، به کمک تابع  $\text{Unif}(0,1)$ ، انتخاب می‌شود. در گام دوم اگر رشته انتخاب شده متعلق به گروه غیرنخبه بود از جهش ضمنی و در غیر این صورت از جهش تطبیقی استفاده می‌شود. برای جهش تطبیقی ابتدا نیاز به انتخاب یک متغیر طراحی جهت انجام عمل جهش است. این متغیر طراحی به صورت تصادفی انتخاب می‌شود. در سومین گام ژنهای این متغیر طراحی با توجه به درصد اهمیت آنها احتمال تغییر دارند. مهمترین و کم اهمیت‌ترین ژن‌ها به ترتیب ژن سمت چپ و راست هر متغیر طراحی است (شکل ۴).  $P_m$  احتمال جهش در ژن  $i$  ام از سمت چپ در هر متغیر طراحی را نشان می‌دهد:

$$P_m(i) = \frac{1}{2i} \sum_{j=1}^{N_{\text{bit}}} \frac{1}{2j}, \quad i = 1, \dots, N_{\text{bit}} \quad (19)$$

در رابطه فوق  $N_{\text{bit}}$  نشانگر تعداد ژن مورد استفاده در هر متغیر طراحی را نشان می‌دهد. شکل ۵ فلوچارت ترتیب عمل کردن

## ۴-۲. عملگرهای الگوریتم ژنتیک

الگوریتم ژنتیک مورد استفاده شامل چهار عملگر انتخاب، حذف و اضافه، تقاطع و جهش است که توسط استراتژی نخبه‌گرا پشتیبانی می‌شود. بنابراین رشته‌های مطلوب همواره در جمعیت‌های بعدی نیز وجود خواهند داشت و عملگرها بر روی آنها هیچ گونه عملی انجام نمی‌دهند. ایده نخبه‌گرایی بر دو سیاست اصلی مبتنی است: (۱) انتخاب والدین براساس برازندگی (۲) حذف رشته‌های با برازندگی کم.

همچنین برای جلوگیری از تغییر رشته‌های با برازندگی مطلوب در طی جهش، عملگر جهش جدیدی به نام جهش تطبیقی معرفی می‌گردد. عملگرهای ژنتیکی در زیر به اختصار تعریف شده‌اند:

**انتخاب:** این عملگر شامل دو گام است. در گام اول، جمعیت براساس تابع برازندگی مرتب شده، به دو دسته نخبه،  $U$ ، و غیر نخبه،  $L$ ، تقسیم می‌شود. جمعیت نخبه و غیر نخبه به ترتیب رشته‌های با برازندگی خوب و بد را تشکیل می‌دهند. تعداد رشته‌های موجود در گروه نخبه در اطلاعات ورودی به برنامه تعیین می‌گردد. از اینجا والدین انتخاب می‌شوند تا به عملگر تقاطع بروند. یکی از والدین از گروه نخبه و دیگری از گروه غیرنخبه انتخاب می‌شود. این دو انتخاب مجزا و تصادفی بر اساس تابع توزیع تصادف یکنواخت،  $\text{Unif}(0,1)$ ، صورت می‌پذیرد. در گام دوم، عملگر انتخاب فقط به رشته‌هایی که دارای برازندگی خوبی هستند اجازه ورود به نسل بعدی  $P^{t+1}$  را می‌دهد.

رشته‌هایی که بعد از عمل جهش تولید می‌شوند جایگزین رشته‌ها با برازندگی پایین می‌شوند.

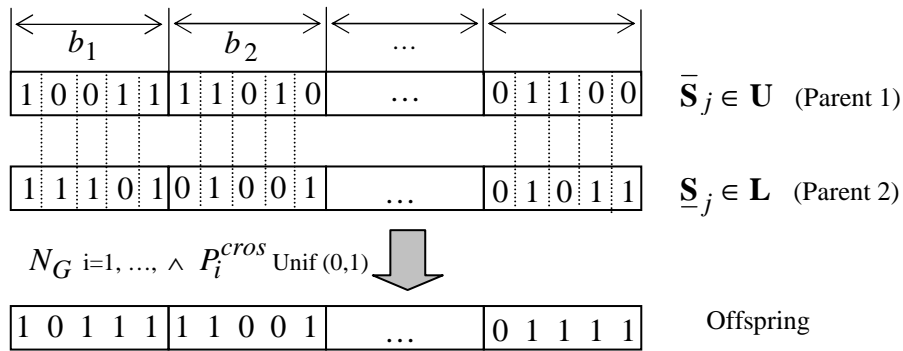
**تقاطع:** در این عملگر تولید مثل توسط والدینی که قبلاً توسط عملگر انتخاب تعیین شده‌اند صورت می‌پذیرد. رشته ایجاد شده (فرزند) توسط این عملگر دارای ژن از هر دو والدین خود می‌باشد. عمل تولید مثل به روش تقاطع یکنواخت پارامتری<sup>۱</sup> [23] صورت می‌پذیرد.

شکل ۳ چگونگی عمل تقاطع و ایجاد یک رشته جدید را توصیف می‌کند. بسته به اینکه رشته تولید شده متمایل به کدام یک از والدین خود باشد  $0 < P_i^{\text{cross}} < 1$  انتخاب می‌شود. برای مثال اگر این عدد  $0.5$  باشد یعنی رشته تولیدی از والدین خود سهم یکسان داشته باشد.

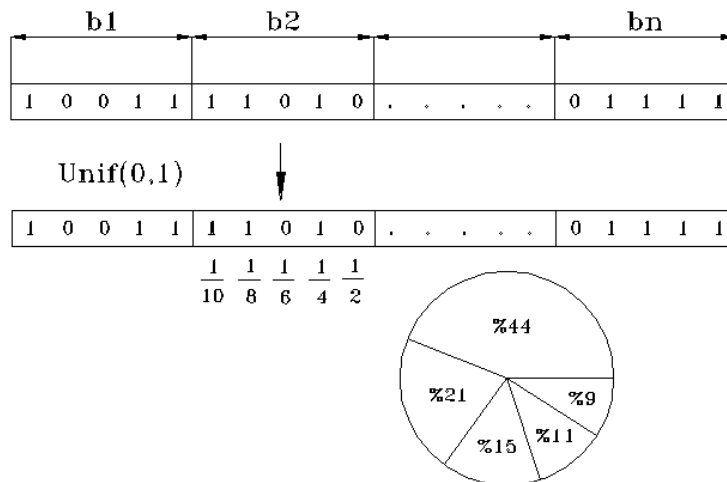
برای تولید هر ژن از رشته جدید،  $Z_i$ ، ابتدا به کمک تابع  $\text{Unif}(0,1)$  یک عدد اتفاقی انتخاب می‌شود. اگر این عدد از  $P_i^{\text{cross}}$  کوچکتر یا با آن برابر بود این ژن،  $u_i$ ، از رشته‌ای که متعلق به گروه نخبه است،  $U$ ، انتخاب و در غیر این صورت از گروه دیگر،  $L$ ، انتخاب می‌گردد:

<sup>2</sup>Implicit Mutation

<sup>1</sup>Parameterized Uniform Crossover



شکل ۳. روش در عملگر تقاطع تقاطع یکنواخت پارامتری



شکل ۴. عملگر جهش تطبیقی بر روی متغیر طراحی دوم و درصد احتمال تغییر در هر ژن

جدول ۱ تعداد جمعیت،  $N_{pop}$ ، تعداد جمعیت گروه نخبه،  $N_e$ ، تعداد رشته جهت عملگر جهش  $N_m$ ، و تعداد بیت مورد استفاده جهت کد کردن متغیرهای طراحی هندسی  $N_{bit}^g$  و متغیر اصطکاک  $N_{bit}^f$  را نشان می‌دهد. شایان گفتن آنکه در فرآیند بهسازی هرگاه متوسط تابع برازندگی برای ۹ رشته با بیشترین مقدار تابع برازندگی در ۵ نسل متوالی ثابت بماند و یا کاهش یابد برنامه متوقف خواهد شد.

جدول ۱. مقادیر پارامترهای الگوریتم ژنتیک

پارامترها	$N_{pop}$	$N_e$	$N_m$	$N_{bit}^g$	$N_{bit}^f$
مقادیر	۱۵	۵	۵	۵	۳

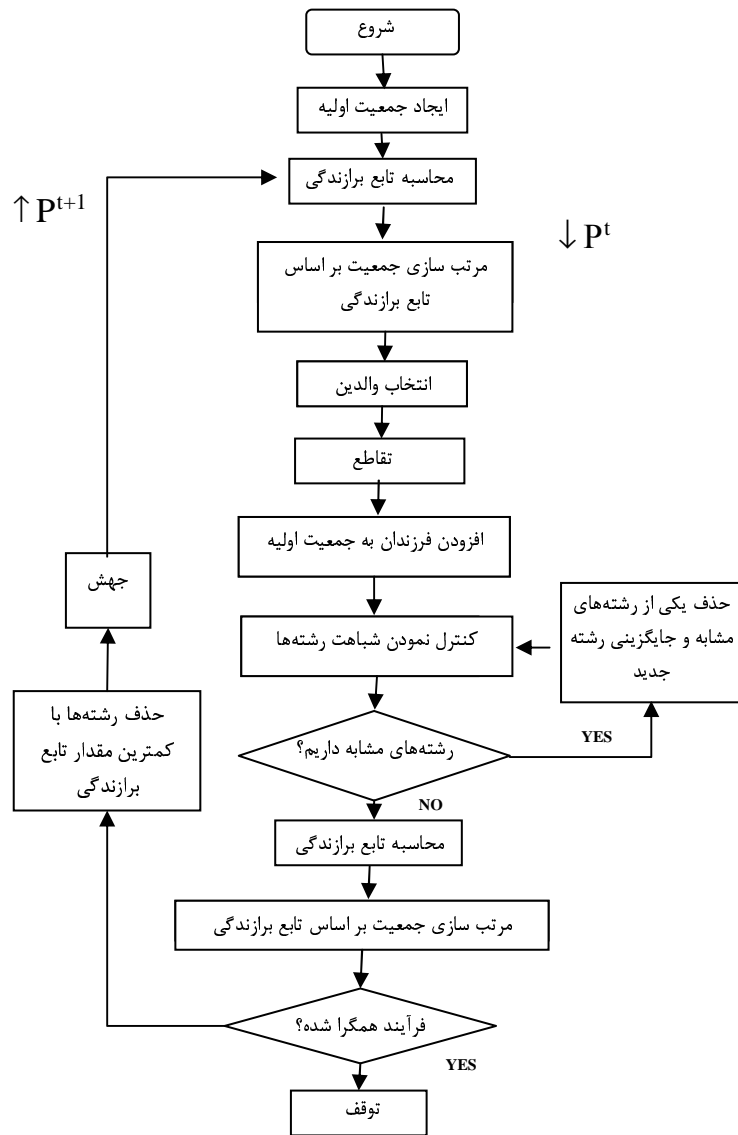
۵-۱. کله زنی یک استوانه توپر

کله زنی یک قطعه استوانه‌ای توپر یک مسأله معیار علمی برای آزمون روش توسعه‌یافته است [24]. قطعه دارای ارتفاع ۳ میلی‌متر و شعاع ۱٫۵ میلی‌متر می‌باشد. با تکیه بر تقارن محوری مسأله، فقط یک چهارم قطعه را شبیه‌سازی می‌کنیم. در کله زنی یک استوانه بین

عملگرهای ژنتیکی، که تا اینجا توصیف گردیدند، را نشان می‌دهد. می‌توان دید که اولین مرحله در الگوریتم ژنتیک ایجاد یک جمعیت اولیه بصورت تصادفی با استفاده از تابع تصادف یکنواخت است. در پایان جهت همگرایی و توقف برنامه بایستی معیاری تعریف شود. در این برنامه میانگین تابع برازندگی برای درصد مشخصی از جمعیت که دارای بهترین برازندگی هستند محاسبه می‌شود. به این ترتیب اگر در تعداد مشخصی از تولید نسل‌های جدید این میانگین افزایش نیابد برنامه متوقف خواهد شد. در غیر این صورت برنامه به کار خود ادامه می‌دهد.

۵. چند مثال

در این بخش دو مثال برای نشان دادن کارایی الگوریتم ژنتیک در بهسازی فرآیند آهنگری ارائه خواهد شد. رفتار ماده و قانون اصطکاک در معادله‌های (۲) و (۶) داده شده است. در این روابط  $p=0.0$  و  $m=0.431, K=5.578$  است. ضریب اصطکاک  $\alpha$  در مثال اول برابر 0.4 و در مثال دوم بین 0.1 تا 0.5 متغیر است و به عنوان بصورت یک متغیر طراحی وارد مسأله می‌شود.



شکل ۵. فلوجارت الگوریتم بهسازی ژنتیکی.

اختلاف فاصله نقاط روی مرز آزاد جسم از خط عمودی به عنوان تابع هدف معرفی می‌گردد و در حین پروسه بهینه‌سازی این اختلاف فاصله به کمترین مقدار ممکن کاهش می‌یابد. شایان ذکر است محل خط عمودی با توجه به حجم ثابت بودن فرآیند محاسبه می‌گردد. انرژی شکل‌دهی به عنوان تابع مرتب‌سازی مورد استفاده قرار خواهد گرفت. به این ترتیب، تابع هدف به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$\Phi(\mathbf{b}) = \lambda_1 \Phi_{\text{shape}} + \lambda_3 \Phi_{\text{def}} \quad (21)$$

بعد از تولید ۴۲ نسل و با استفاده از جهش تطبیقی فرآیند همگرا شده، مقدار بهینه متغیرهای طراحی به دست می‌آید:

$$\mathbf{b}_{\text{opt}}^T = [1.7, 1.62, 1.56, 1.49, 1.43, 1.42] \text{ mm} \quad (22)$$

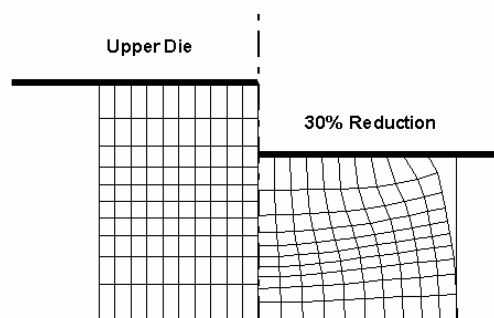
دو قالب مسطح، به علت وجود اصطکاک بین ماده و قالب، قطعه به شکل بشکه در خواهد آمد. شکل ۶ این پدیده را بعد از ۳۰٪ کاهش در ارتفاع نشان می‌دهد. در این مثال هدف از بهینه‌سازی تعیین شکل اولیه ماده به‌گونه‌ای است که محصول کله زنی یک قطعه استوانه‌ای با دیواره‌های قائم باشد. برای معرفی بردار متغیرهای طراحی،  $\mathbf{b}$ ، دیواره آزاد ماده اولیه، شکل ۷، با توابع بی-سپلین<sup>۱</sup> با شش نقطه کنترل به فواصل مساوی در امتداد قائم توصیف می‌شود. مختصات شعاعی ۶ نقطه کنترلی به عنوان بردار متغیرهای طراحی تعریف می‌شود:

$$\mathbf{b}^T = [r_1, r_2, r_3, r_4, r_5, r_6] \quad (20)$$

<sup>۱</sup>b-spline

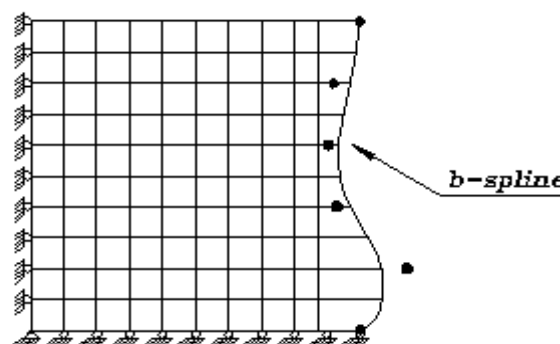
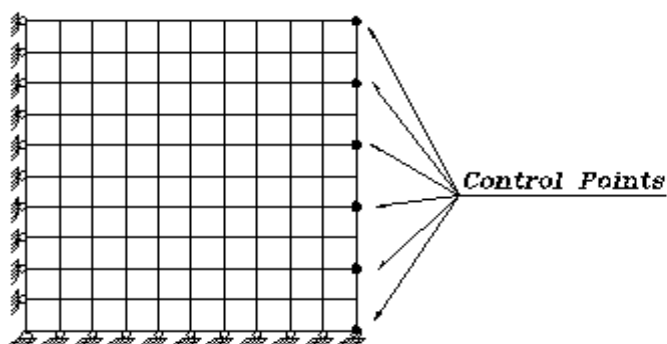
می‌دهد. با توجه به این شکل قطعه نهایی دارای دیواره‌های خارجی قائم می‌باشد و پدیده بشکهای شدن به چشم نمی‌خورد. نتایج حاصل از این روش با نتایج داده شده در [5] و [24] که با استفاده از روشهای مشتق‌گیری بدست آمده است قابل مقایسه می‌باشد. خاطر نشان می‌شود اگرچه با استفاده از الگوریتم ژنتیک زمان بیشتری جهت حصول نتایج مورد نیاز است اما نیازی به محاسبات وقت‌گیر مشتق تابع هدف نیست.

در شکل ۱۰ می‌توان اثر جهش تطبیقی در همگرا شدن سریعتر مسأله را مشاهده نمود. در صورت استفاده از جهش ضمنی نیاز به تولید ۵۰ نسل جهت محاسبه نتایج فوق می‌باشد در حالی

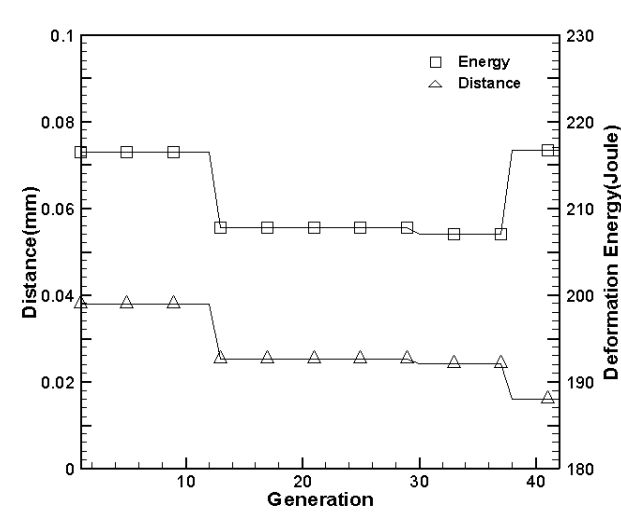


شکل ۶. کله‌زنی قطعه استوانه‌ای شکل توپر: ماده اولیه و قطعه نهایی.

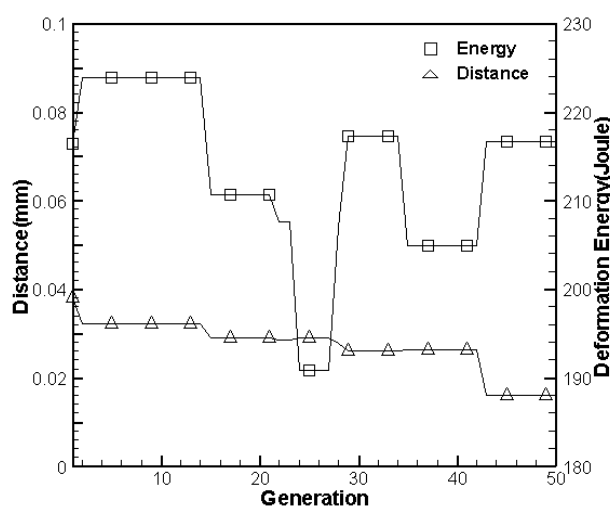
سیر تکاملی اختلاف فاصله و انرژی تغییر شکل با استفاده از جهش تطبیقی و جهش ضمنی در شکل‌های ۸-الف و ۸-ب داده شده است. شکل بهینه ماده اولیه و همچنین قطعه نهایی را شکل ۹ نشان



شکل ۷. توصیف دیواره آزاد قطعه استوانه‌ای شکل توسط توابع بی-سپلین و نقاط کنترلی



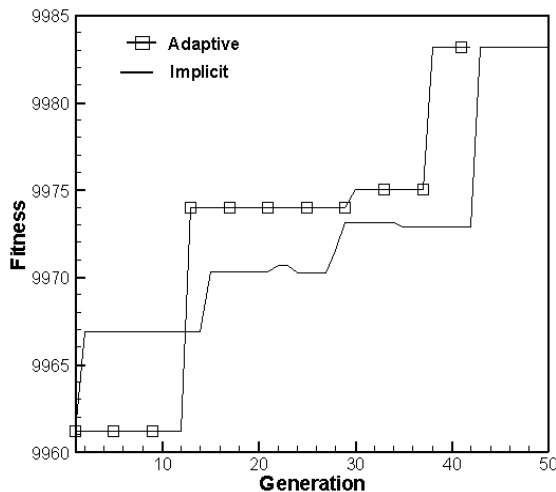
(الف)



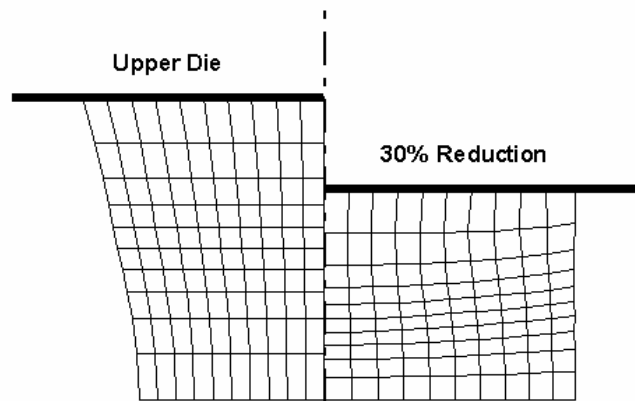
(ب)

شکل ۸. الف- سیر تکاملی فاصله و انرژی تغییر شکل با استفاده از جهش تطبیقی ب- سیر تکاملی فاصله و انرژی تغییر شکل با استفاده از جهش ضمنی

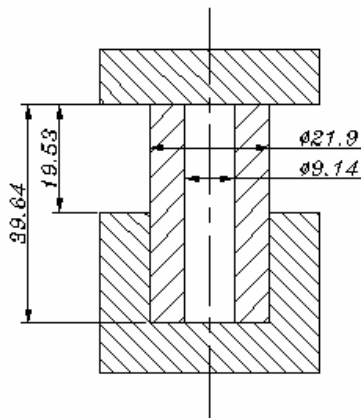




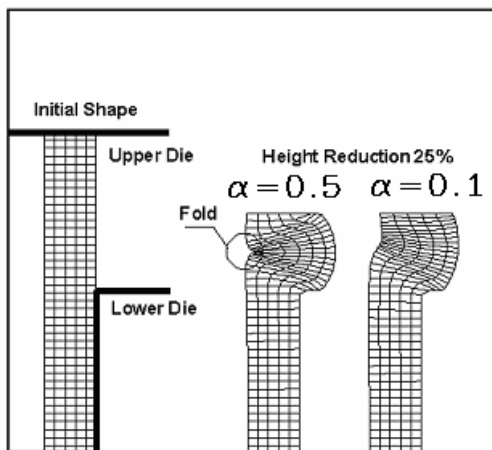
شکل ۱۰. سیر تکاملی تابع برازندگی با استفاده از جهش تطبیقی و جهش ضمنی.



شکل ۹. طرح بهینه کلهزنی قطعه استوانه‌ای شکل: ماده اولیه و قطعه نهایی.



شکل ۱۱. نمای عمومی قالب و ماده اولیه (ابعاد بر حسب میلی‌متر).



شکل ۱۲. پدیده چروکیدگی و اثر ضریب اصطکاک.

شکل بهینه ماده اولیه و همچنین قطعه نهایی بدون عیب در شکل ۱۳ داده شده است. سیر تکاملی اختلاف فاصله و انرژی شکل‌دهی

که در این مثال فقط با تولید ۴۲ نسل جواب مطلوب محاسبه گردید.

## ۲-۵. کلهزنی استوانه توخالی

این مسأله از منبع شماره ۲۵ انتخاب گردیده است. ابعاد قالب و قطعه بر حسب میلی‌متر در شکل ۱۱ نشان داده شده است. در این مثال نیز از تقارن محوری مسأله استفاده کرده، فقط نیمی از آن را شبیه‌سازی می‌کنیم.

چروکیدگی در شعاع داخلی سیلندر بعد از ۲۵٪ کاهش در ارتفاع قطعه آشکار می‌شود. شکل ۱۲ پدیده چروکیدگی و اثر ضریب اصطکاک ( $\alpha$ ) بر روی آن را نشان می‌دهد. شعاع داخلی سیلندر به کمک توابع بی-سپلین با ۶ نقطه کنترل با فواصل مساوی در امتداد قائم توصیف می‌گردد. مختصات شعاعی این نقاط به عنوان متغیرهای پیوسته هندسی و ضریب اصطکاک به عنوان متغیر هفتم تعریف می‌شود.

شایان یادآوری آنکه ضریب اصطکاک یک متغیر طراحی گسسته می‌باشد. به این ترتیب، بردار متغیرهای طراحی به شکل زیر تعریف می‌شود:

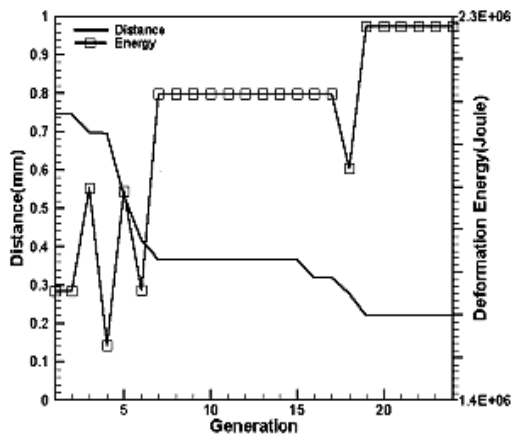
$$b^T = [r_1, r_2, r_3, r_4, r_5, r_6, \alpha] \quad (23)$$

هدف از بهینه‌سازی حذف پدیده چروکیدگی در شعاع داخلی قطعه نهایی و تبدیل این ناحیه به یک خط راست است. با توجه به معادله (۱۵) و با در نظر گرفتن انرژی شکل‌دهی به عنوان تابع مرتب‌سازی تابع هدف عبارت است از:

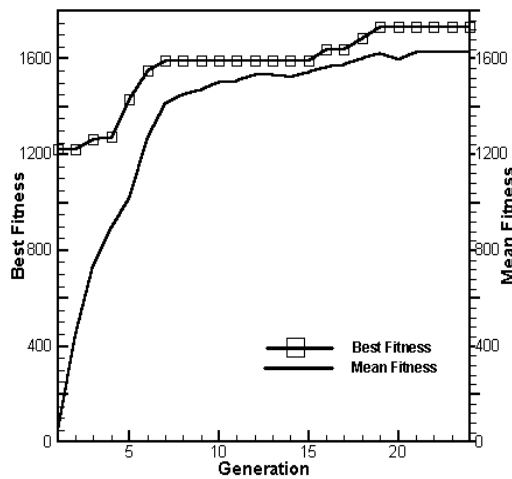
$$\Phi(b) = \lambda_2 \Phi_{\text{fold}} + \lambda_3 \Phi_{\text{def}} \quad (24)$$

بعد از تولید ۲۴ نسل، فرآیند همگرا می‌شود و مقدار بهینه متغیر-های طراحی به دست می‌آید:

$$b_{\text{opt}}^T = [1.57, 1.57, 2.07, 1.57, 1.57, 1.57, 0.5] \quad (25)$$



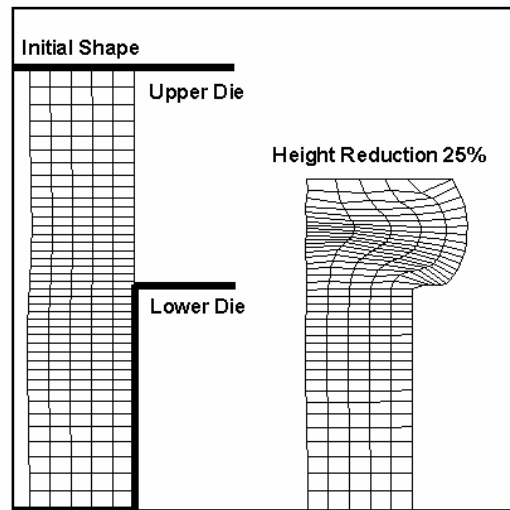
(الف)



(ب)

شکل ۱۴. الف- سیر تکاملی فاصله و انرژی تغییر شکل ب- سیر تکاملی بهترین و متوسط مقدار تابع برازندگی.

در شکل ۱۴-الف داده شده است. میانگین تابع برازندگی و بهترین مقدار تابع برازندگی نیز در شکل ۱۴-ب داده شده است.

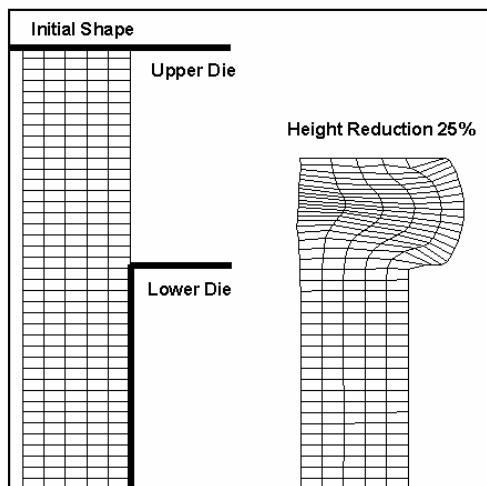


شکل ۱۳. طرح بهینه قطعه استوانه‌ای شکل و حذف عیب چروکیدگی در قطعه نهایی.

همان‌گونه که در شکل ۱۳ دیده می‌شود قطعه نهایی بدون عیب می‌باشد اما در عمل نمی‌توان شکل پیشنهاد شده را به سادگی تولید کرد. برای رفع این عیب می‌توان فرآیند بهینه‌سازی را مجدداً این بار فقط با دو متغیر طراحی، یکی نسبت شعاع خارجی به شعاع داخلی سیلندر،  $R_o/R_i$  و دیگری ضریب اصطکاک،  $\alpha$ ، تکرار کرد. دامنه تغییرات  $2.4 \leq R_o/R_i \leq 8.6$  و  $0.1 \leq \alpha \leq 0.5$  می‌باشد. پس از ۱۲ تولید نسل، فرآیند به  $R_o/R_i = 8.6$  و  $\alpha = 0.5$  همگرا می‌شود، (شکل ۱۵). هرچند در این حالت حجم قطعه پیش‌فرم بیشتر خواهد شد در عوض ساخت آن ساده و امکان‌پذیر است.

### ۶. نتیجه‌گیری

بهسازی فرآیند آهنگری، از طریق شکل بهتر قطعه پیش‌فرم، به کمک شبیه‌سازی فرآیند شکل‌دهی و تغییر پارامترهای هندسی می‌تواند به نتایج قابل قبولی منجر شود. حجم زیاد محاسبات شبیه‌سازی یک مانع جدی برای توسعه روش‌هایی است که بر محاسبات حساسیت متکی بوده، بر پیچیدگی و حجم محاسبات می‌افزایند. روش‌های جستجوی اتفاقی، مانند الگوریتم ژنتیک، اگر به تکنیک‌هایی برای تسریع همگرایی مجهز شوند می‌توانند چشم‌اندازهای استفاده از این الگوریتم‌ها را در حل مسأله‌های واقعی روشن‌تر کنند. در این مقاله روش جدیدی مبتنی بر الگوریتم ژنتیک، که با ایده نخبه‌گرایی پشتیبانی می‌گردد، ارائه و در حل مسایل نمونه به کار رفته است. عملگر جدید جهش تطبیقی باعث افزایش سرعت همگرایی می‌گردد و مانع از بین رفتن رشته‌هایی می‌شود.



شکل ۱۵. طرح بهینه قطعه استوانه‌ای شکل و حذف عیب چروکیدگی در قطعه نهایی با استفاده از دو متغیر طراحی (ضریب اصطکاک و نسبت شعاعها).

[12] Sousa L.C., Castro C.F., António C.A.C. and Santos A.D. (2002), "Inverse Methods Applied to Industrial Forging Processes", Int. J. Forming Processes, Vol. 4, pp. 463-479.

[13] Castro, C.F., Sousa, L.C., Antonio, C.A.C. and César de Sá, J. (2001), "An efficient algorithm to estimate optimal perform die shape parameters in forging", Engineering Computations, Vol. 18, No. 7/8, pp. 1057-1077.

[14] Randy, L., Haupt Sue and Haupt, E. (1998), *Practical Genetic Algorithms*, John Wiley & Sons.

[15] Bonet, J., Wood, R.D. (1997), *Nonlinear Continuum mechanics for Finite Element Analysis*, Cambridge University Press.

[16] Boroomand, B., Parvizian, J. and Pishavar, A.R. (2002), "Contact Modeling in Forging Simulation", Journal of Materials Processing, Vol. 125/126, pp. 583-587.

[17] Surdon, G. and Chenot, J.L. (1987), "Finite Element Calculation of Three-Dimensional Hot Forging", International Journal for Numerical Methods in Engineering, 24, pp. 2107-2117.

[18] Poursina, M., Parvizian, J., "Folding defects in forged parts", Proceedings of the 8th Int. Conf. on Numerical Methods in Industrial Forming Processes, Columbus, Ohio, U.S.A., June 13 - 17, 2004.

[19] Holland, J.H. (1975), *Adaptation in Natural and Artificial Systems*, The University of Michigan Press, Ann Arbor, MI, U.S.A.

[20] M.E.M.El-Sayed and C.K. Hsiung, "Optimum structural design with parallel finite element analysis". Computers and Structures, Vol. 40.no. 6. PP. 1469-1474, 1991.

[21] Goldberg, E.D. (1989), "Genetic Algorithms in Search Optimization and Machine Learning", Addison-Wesley, Reading, MA, U.S.A.

[22] Michalewicz, Z. (1992), "Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs", Springer, Berlin/Heidelberg.

[23] Spears, W.M. and DeJong, S.K. (1991), "On the Virtues of Parametrized Uniform Crossover", in: R.K. Belew and L.B. Booker (eds) "Proceedings of Fourth International Conference on Genetic Algorithms", Morgan Kaufmann, pp. 230-236.

[24] Srikanth, A. and Zabarar, N. (2000), "Shape optimization and preform design in metal forming processes", Comput. Methods Appl. Mech. Engrg, Vol. 190, pp. 1859-1901.

[25] César de Sá, L. Costa Sousa and M.L. Madureira, "Simulation model for hot and cold forging by mixed methods including adaptive mesh refinement", Engineering Computations, Vol. 13, n°2/3/4, pp. 339-360 (1996).

که مطابقت بیشتری با محیط دارند. مسأله بهینه‌سازی شکل برای مسائل آهنگری چند مرحله‌ای با کمک روش‌های جستجو همچنان دست‌نخورده باقی مانده است.

تجزیه و تحلیل حساسیت بر روی پارامترهای ورودی الگوریتم ژنتیک می‌تواند اثر هر یک از این پارامترها را بر روی همگرایی برنامه بررسی کند. با توجه به طولانی بودن اجرای برنامه نویسندگان در مقاله‌های بعدی به بحث و بررسی در این مورد می‌پردازند.

### مراجع

[1] Kobayashi, S., Oh, S.I. and Altan, T. (1989), *Metal Forming and the Finite Element Method*, Oxford University Press.

[2] Kang, B.S., Kim, N. and Kobayashi, S. (1990), "Computer-Aided Preform Design in Forging of an Airfoil Section Blade", Int. J. Mach. Tools Manuf., Vol. 30, pp. 43-52.

[3] Kang, B.S. and Kobayashi, S. (1991), "Preform design in ring rolling processes by the three-dimensional finite element method", Int. J. Mach. Tools. Manuf., Vol. 31, pp. 139-151.

[4] Zhao, G., Wright, E. and Grandhi, R.V. (1995), "Forging preform design with shape complexity control in simulating backward deformation", Int. J. Mach. Tools Manuf., Vol. 35, pp. 1225-1239.

[5] Fourment, L., Balan, T. and Chenot, J.L. (2001), *Manufacturing systems processes*, chapter 5, C.R.C. Press, pp. 1-54.

[6] Zhao, G., Huff, R., Hutter, A. and Grandhi, R.V. (1997), "Sensitivity analysis based preform die shape design using the finite element method", J. Materials Engineering and Performance, Vol. 6, pp. 303-310.

[7] Kusiak, J. and Thompson, E.G. (1989), "Optimisation techniques for extrusion die shape design", Numerical Method in Industrial Forming Processes, Thompson, Wood, Zienkiewicz, Samuelsson (eds), Balkema/ Rotterdam / Boston, pp. 569-574.

[8] Roy, S. (1994), *An Approach to Optimal Design of Multi-Stage Metal Forming Processes By Micro Genetic Algorithms*, Ph.D. Dissertation, Ohio State University, U.S.A.

[9] António, C.A.C. and Dourado, N.M. (2002), "Metal forming process optimisation by inverse evolutionary search", Journal of Materials Processing Technology, Vol. 121, pp. 403-413.

[10] Badrinarayanan, S., Zabarar, N. (1996), "Sensitivity analysis for the optimal design of forming processes", Comp. Meth. Appl. Mech. Eng., Vol. 129 (4), pp. 319-348.

[11] Fourment, L. and Vieilledent, D. (2000) "Shape Optimization For Metal Forging Problems: Determination of an Objective Function For Flow Defects", European