نشریه بین المللی علوم مهندسی، شماره ۱، جلد۱۷، بهار ۱۳۸۵، صفحه ۵۱- ۴۷
دانشگاه علم و صنعت ایران

تشخیص کارایی، کارایی ضعیف و ناکارایی واحدهای تصمیم‌گیرنده با اجرای برنامه خطی مستقل از مقدار عدد غیر ارشمیدسی اپسیلن

محمدرضا علیرضائی، ابوالفضل کشوری و مسعود خلیلی

چکیده: یکی از مهمترین مسائل موجود در مدلهای CCR و BCC انتخاب یک مقدار عددی مناسب برای عدد غیرارشمیدسی ε است. در سال ۲۰۰۰ یک بازه اطمینان کلی برای عدد غیر ارشمیدسی ε در مدلهای DEA به صورت [0,ε*] ارائه شد و نشان داده شد که با انتخاب ε در این بازه، شدنی بودن مدل مضربی CCR و BCC و کراندار بودن مدل پوششی آن برای همه واحدها تضمین می‌شود. در این مقاله نشان می‌دهیم که انتخاب ε به طور دلخواه در بازه اطمینان کلی با اینکه شدنی بودن مدل مضربی CCR و BCC و کراندار بودن مدل پوششی آن را برای همه واحدها تضمین می‌کند ولی به تشخیص درست واحدهای کارا و ناکارا منجر نمی‌شود و مدلی ارائه می‌کنیم که بدون وابستگی به انتخاب مقدار عددی برای ε با حل یک مساله برنامه ریزی خطی، واحدهای کارا، کارای ضعیف و ناکارا را می‌توان از هم تفکیک کرد.

واژه‌های کلیدی: تحلیل پوششی داده‌ها، عدد غیر ارشمیدسی، بازه اطمینان کلی

۱. مقدمه

تحلیل پوششی داده‌ها (DEA) روشی مبتنی بر برنامه‌ریزی ریاضی است که اندازه‌ای از میزان کارایی یک واحد تصمیم گیرنده (DMU) در مقایسه با واحدهای تصمیم گیرنده مشابه که خروجی‌های مشابه را با ورودی‌های مشابه تولید می‌کنند، به دست می‌دهد.

چارنز، کوپر و رودز [1] این روش را با تعمیم روش دو ورودی و یک خروجی فارل [2] به واحدهای با ورودی‌ها و خروجی‌های چندگانه ارائه کردند و مدل ریاضی آنها به مدل CCR معروف شد. شکل اولیه این مدل نمی‌توانست واحدهای کارا و کارای ضعیف را از هم تشخیص دهد. با گسترش مطالعات در این زمینه دو روش اصلی برای رفع این مشکل ایجاد شد که روش اول بر پایه محدود کردن وزنهای u و v مدل CCR استوار بوده و روش دوم با افزودن واحدهای فرضی با ورودی‌ها و خروجی‌های فرضی به واحدهای مشاهده شده عمل می‌کند. دیسون و تاناسولیس [3] نمونه‌ای از روش اول و تاناسولیس و آلن [4] نمونه‌ای از روش دوم ارائه کردند.

چارنز، کوپر و رودز [5] محدودیتهای $U \geq 0$ و $V \geq 0$ را با قیود $U \geq \varepsilon$ و $V \geq \varepsilon$ جایگزین کردند که در آن ε یک عدد بینهایت کوچک غیر ارشمیدسی است و بدین ترتیب مشکل از لحاظ تئوری حل شد اما در عمل انتخاب مقدار عددی مناسب برای ε به مساله مهمی تبدیل شد زیرا اگر ε از یک مقدار معین بزرگتر انتخاب شود مدل مضربی CCR/ε نشدنی و مدل پوششی آن بی‌کران می‌شود. علی و سیفورد [6] یک کران بالا برای ε ارائه کردند که در سال ۲۰۰۰ با ارائه یک مثال نقض توسط محرابیان و همکاران رد شد [7] و به جای آن یک بازه اطمینان کلی برای ε ارائه شد که با انتخاب ε در این بازه فرم مضربی مدل CCR/ε شدنی و فرم پوششی آن کراندار می‌شود.

در این مقاله نشان می‌دهیم که با انتخاب ε بطور دلخواه در بازه اطمینان کلی نمی‌توان واحدهای کارا و ناکارا را به درستی تشخیص داد و باید برای هر واحد، مدل را با چند ε مختلف اجرا کرد. برای رفع این مشکل مدلی ارائه می‌کنیم که با استفاده از آن بدون وابستگی به انتخاب مقدار عددی برای ε با حل یک مساله برنامه-ریزی خطی برای هر واحد، واحدهای کارا، کارای ضعیف و ناکارا را می‌توان تشخیص داد. سپس تاثیر خطای تلورانس ماشین را روی مدل فوق بررسی می‌کنیم. در ادامه مدل CCR/ε و مدل جدید را

نسخه اصلی مقاله در تاریخ ۱۳۸۲/۱۲/۲۷ واصل، و پس از بازنگریهای لازم، در تاریخ ۱۳۸۳/۹/۴ به تصویب نهایی رسیده است.
سرپرستی داوری‌ها توسط دبیران تخصصی، دکتر فاطمی قمی و دکتر آریانژاد صورت گرفته و مقاله توسط ایشان برای چاپ توصیه شده است.

دکتر محمدرضا علیرضائی، استادیار دانشکده ریاضی، دانشگاه علم و صنعت ایران. mralirez@iust.ac.ir
ابوالفضل کشوری، دانشجوی کارشناسی ارشد دانشکده ریاضی، دانشگاه علم و صنعت ایران. abkeshvari@gmail.com
مسعود خلیلی، دانشجوی دکتری دانشکده ریاضی، دانشگاه علم و صنعت ایران. Khalili26@yahoo.com

برای داده‌های واقعی مربوط به نیروگاه‌های برق اجرا می‌کنیم. در آخر، مقاله با یک نتیجه‌گیری از بخش‌های فوق خاتمه می‌یابد.

۲. اشکال در تشخیص واحدهای کارا و ناکارا با انتخاب اپسیلن در بازه اطمینان کلی

در این بخش مدل مضربی و پوششی CCR را ارائه می‌نمائیم. مباحث مشابه برای مدل BCC نیز برقرار است. سپس نشان می‌دهیم که انتخاب ε به طور دلخواه در بازه اطمینان کلی با اینکه به شدنی بودن مدل مضربی CCR و BCC و کراندار بودن مدل پوششی آن برای همه واحدها منجر می‌شود ولی ممکن است به تشخیص درست واحدهای کارا و ناکارا منجر نشود.

فرض می‌کنیم n واحد تصمیم گیرنده داریم که هر کدام شامل m ورودی و s خروجی است. ماتریس $m\times n$ متشکل از ورودی‌ها را با X و ماتریس $s\times n$ متشکل از خروجی‌ها را با Y نشان می‌دهیم. همچنین، x_{ij} مقدار ورودی iام و y_{rj} مقدار خروجی rام واحد تصمیم گیرنده j را نشان می‌دهد. x_j و y_j نیز به ترتیب نمایانگر بردارهای ورودی و خروجی واحد jام هستند. فرم مضربی و پوششی مدل CCR برای محاسبه کارایی واحد p در زیر آمده است که در آن ε یک عدد بینهایت کوچک غیر ارشمیدسی است.

فرم مضربی مدل CCR

$$\begin{aligned} Max\ & UY_p \\ st\ & VX_p=1, \\ & UY_j-VX_j\le 0,\ j=1,\dots,n \\ & U\ge\varepsilon* \\ & V\ge\varepsilon* \end{aligned}$$

فرم پوششی مدل CCR

$$\begin{aligned} Min\ & \theta-\varepsilon(\mathbf{1}s^p+\mathbf{1}s^i) \\ st\ & \theta X_p-X\lambda-s^i=0, \\ & Y\lambda-s^p=Y_p, \\ & \lambda\ge 0, \\ & s^i\ge 0,\ s^p\ge 0 \end{aligned}$$

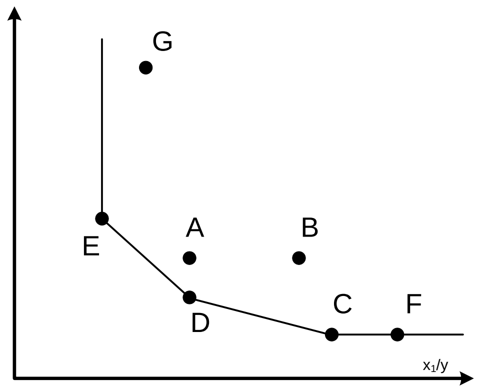
محرابیان و همکاران (۲۰۰۰) [7] با ارائه مدل برنامه ریزی خطی که در زیر نشان داده شده است، یک بازه اطمینان کلی برای ε ارائه دادند که با انتخاب ε در این بازه فرم مضربی مدل CCR/ε شدنی و فرم پوششی آن کراندار می‌شود.

$$\begin{aligned} Max\ & \varepsilon_p \\ st\ & VX_p=1, \\ & UY_j-VX_j\le 0,\ j=1,\dots,n \\ & U\ge\varepsilon* \\ & V\ge\varepsilon* \end{aligned}$$

بازه اطمینان کلی به صورت $[0,\varepsilon^*]$ محاسبه می‌شود که در آن $\varepsilon^*=\min\{\varepsilon_1^*,\varepsilon_2^*,\dots,\varepsilon_n^*\}$.

مثال زیر را در نظر بگیرید که شامل هفت واحد تصمیم گیرنده بوده و هر کدام دو ورودی و یک خروجی دارد.

DMU	X_1	X_2	Y_1
A	4	3	1
B	7	3	1
C	8	1	1
D	4	2	1
E	2	4	1
F	10	1	1
G	3	7	1



شکل فوق مرز فارل متناظر با این مثال را نشان می‌دهد. از مرز فارل مشهود است که واحدهای C، D و E کارا، واحد F کارای ضعیف و واحدهای A، B و G ناکارا هستند. بازه اطمینان کلی برای این مثال به صورت بازه [0, 0.09] به دست می‌آید. مدل CCR/ε را با چند ε در این بازه برای واحد C اجرا می‌کنیم. نتایج زیر بدست می‌آید:

	ε< 0.08	ε=0.08	ε=0.085	ε=0.088	ε=0.09
Z C	1	1	0.98	0.944	0.92

می‌دانیم که واحد C کارا است ولی مقادیر تابع هدف به ازای بعضی از مقادیر ε در این بازه کمتر از یک است. لذا با انتخاب ε به طور دلخواه در این بازه نمی‌توان واحدهای کارا و ناکارا را به درستی تشخیص داد. برای مثال اگر ε=0.085 انتخاب شود جواب مدل CCR/ε در مورد واحد C اشتباه خواهد بود. در بخش بعدی این مشکل را با ارائه یک مدل مستقل از مقدار عددی ε رفع می‌کنیم.

۳. مدل مستقل از مقدار عددی اپسیلن

در بخش قبل دیدیم که انتخاب ε به طور دلخواه در بازه اطمینان کلی ممکن است نتیجه اشتباهی در بازه کارایی و ناکارایی واحدهای تصمیم گیرنده به دست دهد. در این بخش ابتدا قضیه‌ای را در مورد

واحدهای کارای ضعیف بیان و اثبات می‌کنیم، بعد با استفاده از آن یک مدل مستقل از ε ارائه می‌دهیم که با استفاده از آن بدون وابستگی به انتخاب مقدار عددی برای ε واحدهای کارا، کارای ضعیف و ناکارا را می‌توانیم از هم تفکیک کنیم.

قضیه: با صرف نظر کردن از خطای تلورانس ماشین، مدل CCR/ε برای یک واحد کارای ضعیف فقط در حالت ε = 0، Z=1 را نتیجه می‌دهد.

برهان: فرض کنید دو واحد A و B داریم که A کارا و B کارای ضعیف است یعنی یا $y_A = y_B$ و $x_A < x_B$ یا $y_A > y_B$ و $x_A = x_B$ که در آن x_A و x_B به ترتیب بردارهای ورودی و y_A و y_B به ترتیب بردارهای خروجی واحدهای A و B هستند و علامت < (>) برداری است یعنی اینکه حداقل یک اندیس i (r) موجود است به طوریکه $x_{iA} < x_{iB}$ $(y_{rA} > y_{rB})$. قضیه را برای حالت اول اثبات می‌کنیم و حالت دوم بطور مشابه اثبات می‌شود.

مدل CCR/ε را برای واحد B می‌نویسیم:

$$
\begin{aligned}
Max\ & Z = \sum U_r Y_{rB} \\
st\ & \sum V_i X_{iB} = 1 \\
& \sum U_r Y_{rA} \le \sum V_i X_{iA} \\
& \sum U_r Y_{rB} \le \sum V_i X_{iB} \\
& U_r \ge \varepsilon \\
& V_i \ge \varepsilon
\end{aligned}
$$

می‌خواهیم نشان دهیم که هیچ ε > 0 وجود ندارد که $z = 1$ را نتیجه دهد. از برهان خلف استفاده می‌کنیم. فرض کنیم ε>0 موجود باشد. یعنی $u_r > 0$ و $v_i > 0$ موجود باشد که $z = 1$ را نتیجه دهد. از اینکه B کارای ضعیف است داریم:

$$
x_A < x_B, y_A = y_B \Rightarrow \begin{cases} \sum v_i x_{iA} < v_i x_{iB} \\ \sum u_r y_{rA} = \sum u_r y_{rB} \end{cases}
$$

$$
\begin{aligned}
& z = \sum u_r y_{rB} = \sum u_r y_{rA} \le \sum v_i x_{iA} \\
& \sum v_i x_{iA} < \sum v_i x_{iB} = 1 \\
& \Rightarrow z < 1
\end{aligned}
$$

که با فرض تناقض دارد. پس برای یک واحد کارای ضعیف هیچ جواب بهینه به طوریکه $u_r > 0$ و $v_i > 0$ و $z = 1$ باشد، موجود نیست.

در قضیه فوق دیدیم که مدل CCR/ε برای یک واحد کارای ضعیف تنها وقتی که ε=0 است Z=1 را نتیجه می‌دهد به عبارت دیگر برای هر ε>0، Z<1 بدست می‌آید. از همین نکته استفاده کرده و مدلی مستقل از مقدار عددی ε ارائه می‌دهیم.

مدل زیر را در نظر بگیرید:

$$
\begin{aligned}
Max\ & Z_p = \varepsilon \\
st\ & VX_p = 1 \\
& UY_p = 1 \\
& UY_j - VX_j \le 0,\ j = 1,\dots,n \\
& U \ge \varepsilon \mathbf{1} \\
& V \ge \varepsilon \mathbf{1} \\
& \varepsilon \ge 0
\end{aligned}
$$

در این مدل ε را به عنوان یک متغیر در نظر گرفته‌ایم. اگرجواب بهینه این مدل برای واحد p اکیدا بزرگتر از صفر باشد، چون قید $UY_P=1$ برقرار است و V≥ε>0 و U≥ε>0، آنگاه واحد p کارای قوی است. اگر جواب بهینه برابر با صفر باشد آنگاه با استفاده از قضیه قبل نتیجه می‌گیریم که واحد p کارای ضعیف است و اگر مدل نشدنی باشد آنگاه واحد p ناکارا است و در واقع قید $UY_P=1$ باعث می‌شود که مدل برای یک واحد ناکارا نشدنی شود. با اجرای این مدل روی داده‌های مثال فوق نتیجه زیر بدست می‌آید.

DMU	Z
A	Infeasible
B	Infeasible
C	0.083
D	0.166
E	0.166
F	0
G	Infeasible

همانطور که انتظار داریم، واحدهای A، B و G ناکارا، واحد F کارای ضعیف و واحدهای C، D و E کارا هستند. مدل پیشنهادی فوق را می‌توان به عنوان مکمل مدل CCR به کار برد. بدین ترتیب که ابتدا مدل CCR را اجرا می‌کنیم. واحدهایی که جواب بهینه آنها کمتر از یک باشد ناکارا هستند. فرض کنید **S** مجموعه واحدهایی باشد که جواب بهینه آنها یک است. مدل فوق را برای واحدهای عضو **S** اجرا می‌کنیم در ضمن دسته قیود $UY_j - VX_j \le 0,\ j = 1,\dots,n$ را فقط برای واحدهای عضو **S** تشکیل می‌دهیم. در این حالت مدل فوق همواره شدنی است. اگر جواب بهینه آن اکیدا بزرگتر از صفر باشد واحد مربوطه کارای قوی است و اگر برابر با صفر باشد کارای ضعیف است.

در ادامه مقاله تاثیر خطای تلورانس را روی مدل فوق بررسی می‌کنیم.

۴. تاثیر خطای تلورانس

میزان خطای تلورانس در یک برنامه محاسباتی، عددی است که اعداد کوچکتر از آن توسط حل کننده صفر تلقی می‌شود. به عبارت دیگر اگر میزان تلورانس برابر δa باشد آنگاه هر عدد در بازه (a - δa

$(a + \delta a$, برابر با a فرض می‌شود. حل‌کننده‌های مسائل برنامه ریزی خطی تلورانس‌های مختلفی را در مراحل مختلف حل مساله درنظر می‌گیرند، که دو نمونه از آنها که در بیشتر حل‌کننده ها مشترک است عبارتند از:

الف: تلورانس بهینگی، میزان دقت در یافتن جواب بهینه را تنظیم می‌کند.

ب: تلورانس شدنی بودن، مشخص می‌کند که متغیرهای پایه‌ای یک مساله تا چه اندازه می‌توانند از کرانهایشان خارج شوند و مساله شدنی بماند.

معمولا این تلورانس‌ها در بازه $(10^{-9}, 10^{-4})$ قابل تنظیم بوده و مقدار پیش‌فرض آن 10^{-6} است. اگر داده‌های مربوط به یک مجموعه از واحدهای تصمیم گیرنده به گونه‌ای باشد که طول بازه اطمینان کلی برای آن در حد تلورانس و یا کمتر باشد ممکن است مدل فوق و مدل CCR/ε و حتی مدل دو فازی نتوانند جوابی درست ارائه نمایند. برای رفع این مشکل می‌توان تلورانس را کم کرد. اگر مؤثر نبود می‌توان داده‌های ورودی و خروجی مربوط به واحدها را بر یک عدد بزرگ تقسیم کرد. با این کار طول بازه اطمینان کلی افزایش یافته و جواب بهینه مدل فوق از حوزه تلورانس خارج شده و جواب درست بدست می‌آید.

در مثال زیر تاثیر تلورانس در جواب بهینه مدل فوق و روش مقابله با آن نشان داده شده است. این مثال شامل سه واحد است که هر کدام دو ورودی و دو خروجی دارند.

DMU	X_1	X_2	Y_1	Y_2
A	1397736	616961	6785798	1594957
B	855509	385453	2505984	545140
C	1397800	616961	6785798	1594957

جواب بهینه مدل CCR برای واحد B کمتر از یک و برای واحدهای A و C برابر با یک است لذا B ناکارا است و با توجه به داده ها A کارا و C کارای ضعیف است. با اجرای مدل پیشنهادی روی داده‌های مربوط به واحدهای A و C نتایج زیر بدست می‌آید.

Tolerance	Z_A	Z_C
$T = 10^{-6}$	1.193e-7	1.193e-7
$T = 10^{-9}$	1.193e-7	0
$T = 10^{-6}$, Data / 104	1.193e-4	0

با توجه به محاسبات فوق وقتی تلورانس برابر با 10^{-6} است جواب برای واحد C اشتباه بدست می‌آید چون این واحد کارای ضعیف است و باید $Z_C = 0$ باشد. این اشکال به دلیل تاثیر خطای تلورانس ایجاد شده است و با کاهش آن یا تقسیم همه داده ها بر یک عدد بزرگ رفع اشکال رفع می‌شود. همانطور که در جدول فوق دیده می‌شود وقتی که تلورانس ماشین را تا 10^{-9} کاهش دهیم یا وقتی که داده ها را بر 10^4 تقسیم کنیم $Z_C = 0$ بدست می‌آید. در بخش بعد مدل پیشنهادی فوق را روی داده‌های مربوط به نیروگاه‌های برق اجرا می‌کنیم

۵. اجرای مدل پیشنهادی روی داده‌های واقعی مربوط به نیروگاه‌ها

داده های بکار رفته در این بخش مربوط به کاری است که برای ارزیابی عملکرد نیروگاه‌های مختلف بخاری، گازی و آبی انجام شده است [۸]. در این کار هر نیروگاه شامل دو ورودی شرایط تولید (PRD) و تعداد پرسنل (PER) و سه خروجی ضریب عملکرد (UPF)، ضریب تولید (CAB) و ضریب آمادگی (AF) است. در این بخش مدل پیشنهادی را روی داده های مربوط به نیروگاه‌های بخاری اعمال می‌کنیم. البته داده های مربوط به واحد اول را کمی تغییر داده‌ایم تا واحدی با کارایی ضعیف نیز در مجموعه واحدها موجود باشد. حال بدون اینکه مقداری برای ε انتخاب کنیم ابتدا مدل CCR معمولی را برای واحدهای مذکور اجرا می‌کنیم. واحدهایی که مقدار تابع هدف مدل CCR برای آنها کمتر از یک است، ناکارا هستند و واحدهایی که مقدار تابع هدف مدل CCR برای آنها برابر با یک است، کارا یا کارای ضعیف هستند که برای تشخیص این دو از هم مدل پیشنهادی را به عنوان مکمل مدل CCR به کار می‌بریم و مدل را برای واحدهایی که مقدار بهینه برابر با یک دارند تشکیل داده و آن را اجرا می‌کنیم. اگر مقدار بهینه این مدل برای یک واحد صفر شد آن واحد کارای ضعیف و اگر مقدار بهینه آن برای یک واحد بزرگتر از صفر شد آن واحد کارای قوی است. مقادیر داده ها به همراه نتایج حاصل از اجرای مدل پیشنهادی در زیر آمده است.

جدول ۱. و خروجی‌های مربوط به ۱۸ نیروگاه بخاری

نیروگاه	PRD	PER	UPF	CAB	AF
ST-01	1.06	0.333	88.54	64.35	89.72
ST-02	1.06	0.333	89.76	71.10	89.72
ST-03	1.07	0.400	89.96	55.62	85.68
ST-04	1.02	0.700	89.13	82.95	90.43
ST-05	1.07	0.998	78.32	75.99	75.57
ST-06	1.14	0.550	73.36	73.81	61.04
ST-07	1.05	0.750	90.22	79.65	89.97
ST-08	1.21	0.516	79.87	76.38	65.97
ST-09	1.19	0.525	77.21	39.98	82.94
ST-10	1.23	0.363	73.34	45.05	88.88
ST-11	1.24	0.612	78.34	84.61	76.11
ST-12	1.48	1.563	74.54	37.50	69.03
ST-13	1.03	4.150	89.39	83.34	77.90
ST-14	1.15	3.320	83.36	66.38	81.33
ST-15	1.23	1.007	67.05	92.80	76.81
ST-16	1.19	0.959	80.40	81.21	87.87
ST-17	1.28	0.937	68.84	74.42	77.00
ST-18	1.29	0.694	70.38	73.13	57.07

جدول ۲. به اجرای مدل CCR

نیروگاه	Z_{CCR}
ST-01	1.0000
ST-02	1.0000
ST-03	0.9878
ST-04	1.0000
ST-05	0.8732
ST-06	0.8806
ST-07	0.9833
ST-08	0.8843
ST-09	0.8103
ST-10	0.9087
ST-11	0.9227
ST-12	0.5763
ST-13	0.9949
ST-14	0.8295
ST-15	0.9277
ST-16	0.8391
ST-17	0.7149
ST-18	0.7494

جدول ۳. به اجرای مدل پیشنهادی

نیروگاه	$Z_{NEW\ MODEL}$
ST-01	0.0000
ST-02	0.0039
ST-04	0.0038

۶. نتیجه گیری

در این مقاله مدلی ارائه شد که با استفاده از آن بدون وابستگی به انتخاب مقدار عددی برای ε با حل یک مساله برنامه‌ریزی خطی برای هر واحد، واحدهای کارا، کارای ضعیف و ناکارا را می‌توان تشخیص داد. خطای تلورانس ماشین روی مدل فوق بررسی گردید و دو راهکار برای مقابله با آن پیشنهاد شد. همچنین مدل پیشنهادی بر روی داده‌های مجموعه ای از نیروگاه‌های برق اجرا گردید. با توجه به مطالب گفته شده با استفاده از مدل پیشنهادی می‌توانیم نتایج مطمئن‌تری را با هزینه اجرای کمتری بدست آوریم.

مراجع

[1] Charnes A., Cooper W. W. and Rhodes E., "*Measuring the Efficiency of Decision Making Units*", European Journal of Operation Research, Vol. 2, No.6, 1978, pp. 429-444.

[2] Farrell M. J., "*The measurement of productive efficiency*", Journal of Royal Statistical Society, Ser. A, 1957, III pp. 253-290.

[3] Dyson R. G., Thanassoulis E., "*Reducing weight flexibility in data envelopment analysis*", Journal of Operational Research Society, 1988, 39, pp. 563-576.

[4] Thanassoulis E., Allen, R., "*Simulating weights restrictions in data envelopment analysis by means of unobserved DMUs*", Management Science, 1998, 44, pp. 586-594.

[5] Charnes A., Cooper W. W. and Rhodes E., "*Short Communication: Measuring the Efficiency of Decision Making Units*", European Journal of Operation Research, 1979, pp. 339.

[6] Ali A. I., and Seiford L. M., "*Computational accuracy and infinitesimals in Data Envelopment Analysis*", INFOR, Vol. 31, No 4, 1993, pp. 290-297.

[7] Mehrabian S., Jahanshahloo G. R., Alirezaei M. R., and Amin G. R., "*An Assurance Interval for the Non-Archimedean Epsilon in DEA Models*", Operations Research, Vol. 48, No. 2, 1998, pp. 344-347.

[۸] علیرضائی محمدرضا، و علمدار نصرت‌الله، "*ارزیابی عملکرد نیروگاه‌های بخاری، گازی و آبی و تعیین کارایی تکنیکی آنها به کمک تحلیل پوششی داده‌ها*"، مجله علمی پژوهشی علوم پایه دانشگاه آزاد اسلامی، شماره ۳۵ و ۳۶ ، سال ۱۳۷۹.