

## مکان‌یابی بهینه ایستگاه‌های بازرسی در خطوط تولید متوالی (سریالی)

### جمشید پرویزیان و احسان ملیحی

**چکیده:** در این مقاله یک الگوی اصلاح‌شده برای جایابی بهینه‌ی ایستگاه‌های بازرسی در یک خط تولید متوالی ارائه شده، به روش الگوریتم ژنتیک حل‌گشته است. در الگوی ارائه‌شده در هر ایستگاه بازرسی تنها به بررسی مشخصاتی اکتفا می‌شود که در مراحل تولید پس از آخرین ایستگاه بازرسی پیشین ایجاد شده و یا تغییر یافته‌اند. اصلاح انجام‌شده مستلزم این فرض است که کلیه قطعاتی که از یک ایستگاه بازرسی به مرحله بعدی خط تولید وارد می‌شوند سالم هستند. افزون بر این، در این الگو قطعاتی که در ایستگاه بازرسی معیوب تشخیص داده می‌شوند می‌توانند بسته به نوع عیب، از خط تولید خارج شده، یا پس از اصلاح به خط تولید بازگردند. در صورتی که اصلاح مورد نظر مستلزم انجام عملیات مجدد باشد این قطعات به مرحله‌ی تولیدی پس از آخرین ایستگاه بازرسی پیشین ارجاع می‌شوند. در غیر این صورت، عملیات تعمیر در خارج از خط تولید صورت پذیرفته سپس قطعه به مرحله بعدی خط تولید وارد می‌شود. فرض‌هایی که در توسعه این الگو در نظر گرفته شده منجر به افزایش درجه غیر خطی مساله، به ویژه در مسایل با ابعاد بزرگ می‌شود. به همین دلیل از الگوریتم ژنتیک به عنوان یکی از مهم‌ترین روش‌های ابتکاری در حل این مدل استفاده شده است. مثال‌های ارائه شده به خوبی قابلیت الگوی ارائه شده در این مقاله را در مقایسه با سایر الگوها نشان می‌دهند.

**واژه‌های کلیدی:** خطوط تولید متوالی، تخصیص ایستگاه بازرسی، الگوریتم ژنتیک

#### ۱. مقدمه

کارآیی هر سیستم تولیدی تابعی پیچیده از عواملی چون سیاست‌های بازرسی، کارآیی و چگونگی عملکرد تک‌تک ایستگاه‌های کاری، اندازه‌ی بافرهای به کارگرفته شده در تولید و سایر سیاست‌های عملیاتی می‌باشد. در عمل روش‌های مختلفی برای افزایش بازده نهایی سیستم وجود دارد که از موثرترین آنها سیاست‌های بازرسی می‌باشد. تحقیقات در زمینه سیاست‌های بازرسی را می‌توان به دو شاخه‌ی عمده تقسیم کرد: ۱- بهینه‌سازی پارامترهای بازرسی در یک ایستگاه بازرسی و ۲- تخصیص بهینه‌ی ایستگاه‌های بازرسی در سیستم تولیدی [1]. فعالیت‌های انجام‌شده در شاخه‌ی اول به وفور در ادبیات کنترل کیفیت آماری مورد استناد قرار گرفته است [2]. در این شاخه هدف عبارت است از یافتن اندازه‌ی بهینه‌ی نمونه، تواتر بهینه‌ی نمونه‌برداری، و برقراری تعادل بهینه میان هزینه‌های بازرسی و هزینه‌های کیفیت.

در دیگر شاخه، هدف همانا یافتن روش‌های توزیع بهینه ایستگاه‌های بازرسی در خطوط تولید است [3]. فعالیت‌های بازرسی می‌توانند نه تنها بر کیفیت محصول نهایی که بر هزینه آن نیز تاثیر قابل توجهی داشته باشند. کیفیت می‌تواند حاصل انجام به‌جا و مناسب فعالیت بازرسی باشد. با این حال، انجام این فعالیت‌ها قیمت نهایی محصول را افزایش می‌دهد. در سیستم‌های تولید متوالی (سریالی)، که در آن عملیات تولیدی در یک زنجیره‌ی گسسته و دنبال هم بر روی قطعه صورت می‌پذیرد، قطعه ممکن است در اثر انجام نادرست هر یک از فرآیندهای تولید به یک قطعه نامنطبق تبدیل شود. اگر از حرکت این قطعه نامنطبق (ناسالم) در ادامه خط جلوگیری نشود انجام عملیات بعدی بر روی قطعه معیوب و نهایتاً تحویل آن به مشتری هزینه‌های مضاعفی را بر تولید تحمیل می‌کند. این قطعه معیوب حتی می‌تواند باعث اشکالاتی در خط تولید و ماشین‌آلات شود که منجر به توقف خط تولید گردد. فعالیت‌های بازرسی در مراحل مختلف خط تولید می‌توانند از تحمیل چنین هزینه‌هایی پیشگیری کنند. در مقابل، بازرسی خود مستلزم پرداخت هزینه‌های مربوط می‌باشد. از این رو با تعیین نقطه سربه‌سر بین هزینه‌های ایجادشده در اثر انجام فعالیت بازرسی در مکان مناسب و یا عبور قطعات معیوب به مراحل بعدی تولید می‌توان جای مناسب را برای انجام بازرسی با هدف دستیابی به کمترین هزینه یافت.

نسخه اصلی مقاله در تاریخ ۱۳۸۲/۴/۱۷ واصل و پس از بازنگریهای لازم، در تاریخ ۱۳۸۳/۸/۱۸ به تصویب نهایی رسیده است.  
دکتر جمشید پرویزیان، استادیار دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی اصفهان. Japa@cc.iut.ac.ir  
احسان ملیحی، کارشناس ارشد مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی اصفهان. Ehsan.malihi@gmail.com

نامنطبق می‌تواند تعمیر شده، یا برای کار مجدد به مرحله‌ای از خط تولید بازگردد و یا به ضایعات تبدیل شود [8]. برگشت قطعه برای کار مجدد باعث غیرخطی شدن مساله می‌شود. اگر از کار مجدد صرف‌نظر گردد قضیه ارائه‌شده در این مقاله نشان می‌دهد که حل بهینه در یک نقطه حدی واقع می‌شود به گونه‌ای که مسأله حداقل دارای یک جواب ۰-۱ است. برای حل مساله از روش برنامه‌ریزی صحیح مختلط ۰-۱ استفاده شده‌است. در مدل دوسابنی و یان [9] تنها تعداد معدودی ایستگاه بازرسی قابل دسترسی است و نرخ تولید توسط نرخ بازرسی کنترل می‌شود. این مدل بر مبنای هزینه بازرسی برای پیدا کردن نسبتی از قطعات که در یک ایستگاه باید بازرسی شوند با استفاده از روش برنامه‌ریزی پویا حل شده‌است.

در مدل راز و بریکر تصمیم‌گیری در باره رد یا قبول قطعات تولید شده لازم است بر اساس حدود مشخص روی احتمال وجود قطعات سالم در میان قطعات رد شده و یا معیوب در میان پذیرفته شده انجام پذیرد [10]. در این مدل میزان این حدود به عنوان قیودی برای مسأله بهینه‌سازی در نظر گرفته می‌شود بدون آنکه هزینه خطا در چند ایستگاه متوالی بازرسی غیر کامل در تابع هدف منظور گردد. استفاده از روش شاخه و کرانه مانع آن است که تصمیم‌گیری در هر ایستگاه بتواند از ایستگاه‌های پسینی تاثیر بپذیرد. با ساختاری مشابه، در مقاله دیگری راز و کاسپی امکان وجود یک ایستگاه تعمیر برای اصلاح قطعات معیوب و بازگرداندن آنها به خط را بررسی کردند. در این الگو قطعات معیوب هیچگاه برای کار مجدد به مراحل پیشینی ارجاع نمی‌شوند [11].

راز و همکاران به حل مسأله تعیین سیاست بهینه بازرسی، با هدف مشخص کردن اینکه چه محصولاتی در چه بخشی از تولید باید بازرسی شوند، پرداخته‌اند [12]. در این تحقیق، ماشین آلات تولیدی به صورت اتفاقی موجب عدم انطباق محصولات می‌شوند و محموله‌های تولیدی از لحاظ مقدار در محدودیت قرار دارند.

روزنکرانز و همکاران به بررسی مسأله مکان‌یابی ایستگاه‌های بازرسی در حالت شبکه‌ای پرداخته‌اند. کاهش هزینه‌های بازرسی و جریمه‌های ناشی از عدم وجود بازرسی در تابع هدف مورد توجه قرار گرفته‌است [13]. یان‌هانگ‌چو [14] مدلی مشابه با مدل یام و مک‌دوئل [8] برای سیستم‌های تولید چندمرحله‌ای ارائه کرده‌است. در این مطالعه از روش‌های ابتکاری برای حل مدل استفاده شده است.

امونز و رابین اویتر از مسأله مکان‌یابی ایستگاه‌های بازرسی و تخصیص فعالیت‌های بازرسی در سیستم‌های تولیدی چندمرحله‌ای به عنوان یکی از مهمترین مسائلی که در حوزه سیستم‌های بازرسی مطرح می‌شود نام برده‌اند [15]. آنها با روشی ابتکاری سعی کرده‌اند با نزدیک شدن به نقطه‌ی سر به سر میان هزینه‌های ناشی از وجود فعالیت‌های بازرسی در یک نقطه از خط تولید و هزینه‌های ناشی از عدم انطباق قطعات به دلیل نبود بازرسی مکان مناسب استقرار فعالیت‌های بازرسی را پیدا کنند.

مدل‌های متعددی برای تعیین مکان مناسب و بهینه فعالیت‌های بازرسی در خطوط تولید گسترش یافته‌اند. در هر یک از این مدل‌ها تنها بخشی از واقعیت فرآیند بازرسی مورد توجه قرار گرفته، با در نظر گرفتن فرض‌های ساده‌کننده و توجه خاص روی یک صفت ذاتی فرآیند، مدل ساخته شده‌است.

لیندزی و بیشاپ مدلی را برای تعیین مکان ایستگاه‌های بازرسی ارائه کردند [4]. در این مدل فرض شده‌است که در هر ایستگاه همه قطعات مورد بازرسی قرار می‌گیرند. از روش برنامه‌ریزی پویا برای حل مسأله با هدف کمینه کردن مجموع هزینه‌های بازرسی و تولید از دست‌رفته استفاده شده‌است. تولید از دست‌رفته حاصل انجام نادرست عملیات تولیدی است. آنها اثبات کردند که اگر قطعات به شکل منفرد، و نه انبوه، مورد بازرسی قرار گیرند بازرسی بهینه در هر ایستگاه دارای سطح ۱۰۰ درصد و یا صفر خواهد بود. چرا که نقش بازرسی تشخیص موارد معیوب است و مسؤلیتی در قبال مشکلات کیفیت ندارد. در نتیجه بازرسی بر مبنای نمونه‌گیری نمی‌تواند قابل قبول باشد. این نتیجه بعداً توسط وایت [5] و بریتنی [6] تأیید شد.

وایت در مقاله مستقلی دو مدل برای یک سیستم تولید متوالی ارائه نمود که در آنها، پس از هر ایستگاه تولیدی، می‌تواند یک ایستگاه بازرسی بدون خطا وجود داشته باشد. مسأله به شکل یافتن کوتاه‌ترین مسیر در یک شبکه مستقیم مدل شده‌است [7]. در هر ایستگاه، تراز بازرسی ۱۰۰ یا صفر است. تفاوت دو مدل در محدودیتی است که بر تعداد ایستگاه‌های بازرسی اعمال گشته‌است. فرض شده که قطعات معیوب هر مرحله قابل یا غیرقابل تعمیر هستند. هزینه‌ها شامل یک بخش ثابت، یک بخش متغیر برای هر قطعه، هزینه‌ی قابل انتظار عملیات به هدر رفته روی قطعات مردود، هزینه دورریزی و جریمه ناشی از عبور قطعات معیوبی است که در ایستگاه بازرسی شناسایی نشده‌اند.

جمع بندی جامعی از تحقیقات انجام شده در این زمینه توسط راز ارائه شده‌است [3]. وی نشان داد که در مدل‌های مختلفی که برای بازرسی ارائه شده همه جنبه‌های پیچیده مساله منظور نگردیده‌است. به علاوه ساختار چند مرحله‌ای مسأله، انگیزه استفاده مکرر از روش برنامه‌ریزی پویا برای حل آن بوده‌است. با این حال، برنامه ریزی پویا مستلزم آن است که خروجی یک مرحله تنها به تصمیم‌گیری در همان مرحله و خروجی ناشی از تصمیم‌گیری در مرحله بلافاصله قبل یا بعد از آن بستگی داشته باشد. به علاوه، در این روش فرض می‌شود که وابستگی بین دو مرحله را می‌توان کاملاً در یک بردار حالت نشان داد. در نتیجه، حل مدلی که در آن هزینه و نرخ خطای فرآوری و بازرسی ثابت نبوده، یا به کل مسیری که محصول طی می‌کند بستگی داشته باشد، به این روش مشکل خواهد بود.

کار مجدد به عنوان یکی از سیاست‌های اساسی در ایستگاه‌های بازرسی بر روی قطعه نامنطبق می‌تواند باعث بازگشت قطعه به خط تولید شود. از این رو در مدل ارائه شده توسط یام و مک‌دوئل قطعه

مدل یام و مک‌دونل مبنای بسیاری از مطالعاتی است که برای جایابی بهینه‌ی ایستگاه‌های بازرسی صورت گرفته‌است. در تحقیق حاضر تغییراتی در این مدل صورت گرفته که آن را به واقعیت نزدیک‌تر کند از جمله قطعات ورودی به اولین ایستگاه تولیدی پس از هر ایستگاه بازرسی سالم فرض می‌شوند چرا که تنها قطعاتی از یک ایستگاه بازرسی عبور نمی‌کنند که دارای مشخصات نامنطبقی باشند که در فاصله دو ایستگاه ایجاد شده‌اند. علاوه بر این، در این مقاله قطعاتی که نیاز به کار مجدد دارند نه به ایستگاه تولیدی پیشین بلکه به اولین مرحله تولیدی پس از آخرین بازرسی پیشین برمی‌گردند. در اینجا هر ایستگاه نه فقط به ایستگاه‌های پیشین، که به ایستگاه‌های پس از خود نیز می‌تواند وابسته باشد چرا که برخی قطعات برای کار مجدد از مراحل پسینی به یک ایستگاه بازمی‌گردند. همچنین در ساخت مدل، بر اساس یافته‌های لیندزی و بیشاپ [4]، وایت [5] و یام و مک‌دونل [8] تنها به یافتن جواب بهینه‌ای پرداخته شده که در آن در یک ایستگاه بازرسی همگی یا هیچکدام از قطعات بازرسی می‌شوند. بنابراین تنها می‌توان انتظار جواب‌های صفر و یا صد در صد بازرسی را برای هر ایستگاه تولیدی داشت. با توجه به غیرخطی بودن مدل، به جای روش‌های برنامه‌ریزی پویا، شاخه و کرانه، و یا برنامه‌ریزی صحیح از الگوریتم ژنتیک برای حل مسأله استفاده شده است. در مثال‌های ارائه شده کارایی الگو و روش حل در مقایسه با الگوی مبنا نشان داده شده، نتایج حاصل با مدل یام و مک‌دونل مقایسه شده‌است.	$R_{j3}$ هزینه های اضافی بازگشت هر قطعه برای انجام کار مجدد
	$S_j$ هزینه دور ریز قطعات در ایستگاه بازرسی $j$ ام
	$f_{j1}$ کسری از قطعات رد شده که نیاز به تعمیر دارند.
	$f_{j2}$ کسری از قطعات رد شده که نیاز به کار مجدد دارند.
	$f_{j3}$ کسری از قطعات رد شده که به ضایعات تبدیل می‌شوند.
	$I_j$ هزینه بازرسی هر قطعه در مرحله $j$ ام
	$P_j$ هزینه فرآیند هر قطعه در مرحله $j$ ام
	$R$ درآمد حاصل از فروش هر واحد محصول
	$C$ جریمه حاصل از تحویل قطعه معیوب به مشتری
	$tdr$ نرخ معیوب خروجی از خط تولید

### ۳. مدل بازرسی

در سیستم‌های تولید متوالی محصول یا خروجی هر مرحله، به استثناء آخرین مرحله، خوراک یا ورودی مرحله بعدی، به استثناء اولین مرحله، می‌باشد. یک سیستم تولید متوالی چند مرحله‌ای شامل مجموعه‌ای از مراحل تولیدی است که قطعات در واحدهای مجزا در خط تولید حرکت می‌کنند.

بعد از هر ایستگاه تولیدی می‌تواند یک ایستگاه بازرسی و یا یک ایستگاه تولیدی دیگر وجود داشته‌باشد. یک قطعه در هر مرحله از خط متوالی می‌تواند بسته به انطباق با مشخصات لازم در آن مرحله، منطبق و یا نامنطبق باشد. معمولاً احتمال وجود یک یک قطعه نامنطبق در هر مرحله معلوم فرض می‌شود. در هر مرحله از بازرسی نیز احتمال رد کردن قطعات سالم (خطای نوع یک) و پذیرش قطعات معیوب (خطای نوع دو) نیز معلوم فرض می‌شود. قطعاتی که در یک ایستگاه بازرسی رد می‌شوند می‌توانند به ضایعات تبدیل شده و یا برای عملیات تعمیر، تعویض یا کار مجدد ارسال گردند. ضایعات می‌توانند به دورریز تبدیل شده یا به فروش برسند که در هر حال از خط تولید خارج می‌شوند. در عملیات تعمیر و تعویض، با انجام اصلاحاتی روی قطعه، عیب ایجاد شده بر طرف گشته، قطعه، با تحمیل هزینه اضافی، به مرحله تولیدی بعد ارسال می‌شود. در مدل اولیه‌ای که برای بازرسی در سیستم تولید متوالی ارائه شده (شکل ۱)، قطعاتی که نیاز به کار مجدد دارند به عملیات قبل از بازرسی وارد می‌شوند و پس از انجام دوباره فرآیند وارد ایستگاه بازرسی می‌گردند. در حالی که در مدل اصلاح شده قطعاتی که نیاز به دوباره کاری دارند به اولین ایستگاه عملیاتی بعد از آخرین بازرسی وارد می‌شوند (شکل ۲).

مجموع قطعات سالم و معیوب با نرخ  $w_{j1} + w_{j2}$  از مرحله  $j-1$  ام وارد مرحله  $j$  ام می‌شوند. در بدبینانه‌ترین حالت، تمام قطعاتی که در اثر انجام فرآیند  $j$  ام معیوب می‌شوند از قطعات سالم وارد شده به

متوسط نرخ قطعات منطبق وارد شده به ایستگاه تولیدی  $j$  ام  $w_{j1}$

متوسط نرخ قطعات نامنطبق وارد شده به ایستگاه تولیدی  $j$  ام  $w_{j2}$

احتمال تبدیل یک قطعه منطبق به یک قطعه نامنطبق به علت ایجاد یک خرابی در ایستگاه تولیدی  $j$  ام  $\epsilon_j$

نرخ ورود قطعات منطبق به ایستگاه بازرسی  $j$  ام  $v_{j1}$

نرخ ورود قطعات نامنطبق به ایستگاه بازرسی  $j$  ام  $v_{j2}$

متغیر تصمیم‌گیری؛ درصدی از قطعات ورودی به یک ایستگاه بازرسی که در آن ایستگاه بازرسی می‌شوند.  $d_j$

متوسط نرخ رد قطعات سالم در ایستگاه بازرسی  $j$  ام  $u_{j1}$

متوسط نرخ رد قطعات معیوب در ایستگاه بازرسی  $j$  ام  $u_{j2}$

احتمال رد قطعه سالم در ایستگاه بازرسی  $j$  ام  $\alpha_j$

احتمال پذیرش قطعه معیوب در ایستگاه بازرسی  $j$  ام  $\beta_j$

هزینه تعمیر قطعات سالم رد شده  $R_{j1}$

هزینه تعمیر قطعات معیوب رد شده  $R_{j2}$

$$w_{j+1,1} = v_{j1} - u_{j1} + f_{j1}u_{j1} + d_j \left( \sum_{m=j+1}^n f_{m,2} \cdot u_m \cdot x_{m,j} \right) \quad (8)$$

$$x_{m,j} = \begin{cases} 1 & \text{for } d_m = d_j = 1, \\ & m, j = \min|m-j| \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (9)$$

که در آن  $m$  اولین ایستگاه عملیاتی پس از آخرین ایستگاه بازرسی است و  $j$  اولین ایستگاهی است که در آن بازرسی انجام می‌شود. نرخ قطعات معیوبی که در ایستگاه بازرسی  $j$  ام شناسایی نمی‌شوند و وارد ایستگاه عملیاتی  $j+1$  ام می‌گردند برابر است با:

$$w_{j+1,2} = v_{j2} - u_{j2} \quad (10)$$

بنا به فرض، قطعات معیوبی که در یک ایستگاه بازرسی شناسایی نمی‌شوند در دنباله جزء قطعات سالم در نظر گرفته می‌شوند. چون عیوب ایجاد شده در یک بلوک تنها در ایستگاه بازرسی متعاقب آن بازرسی می‌شوند قطعاتی که در ایستگاه مورد نظر به اشتباه به عنوان سالم پذیرفته می‌شوند تنها در صورتی ممکن است به عنوان نامنطبق شناخته‌شوند که در یکی از ایستگاه‌های تولیدی بعدی در آنها عیبی ایجاد شود و در ایستگاه‌های بازرسی متناظر شناسایی شوند و یا در ادامه خط، به اشتباه، در یکی از ایستگاه‌های بازرسی به عنوان نامنطبق رد شوند. بنابراین اگر  $d_j = 1$ ، احتمال آنکه قطعاتی که قبل از ایستگاه بازرسی  $j$  ام نامنطبق شده‌اند و در ایستگاه بازرسی مربوطه شناسایی نشده‌اند، همچنان در ادامه خط تولید در بین قطعات سالم باقی بمانند برابر است با:

$$\prod_{k=j+1}^n (1 - \varepsilon_k) * \prod_{k=j+1}^n (1 - \alpha_k \cdot d_k) \quad (11)$$

تعداد قطعات معیوبی که در آخرین مرحله در میان قطعات سالم فقط دارای عیوبی هستند که در فاصله بین دو ایستگاه بازرسی  $j$  ام و ایستگاه بازرسی قبل از آن به وجود آمده‌اند را می‌توان از رابطه زیر به دست آورد:

$$w_{j+1,2} * \prod_{k=j+1}^n (1 - \varepsilon_k) * \prod_{k=j+1}^n (1 - \alpha_k \cdot d_k) \quad (12)$$

بنابراین، نرخ معیوب خروجی از کل خط برابر است با نرخ معیوب خروجی از آخرین بلوک بازرسی به اضافه‌ی مجموع نرخ قطعات معیوبی که پس از هر ایستگاه بازرسی با قطعات سالم خروجی از آن ایستگاه مخلوط شده‌اند و تا آخرین مرحله از قطعات سالم جدا نشده‌اند:

$$tdr = w_{n+1,2} + \sum_{j=1}^n [d_j (w_{j+1,2} * \prod_{k=j+1}^n (1 - \varepsilon_k) * \prod_{k=j+1}^n (1 - \alpha_k \cdot d_k))] \quad (13)$$

قابل ذکر آنکه  $P_0$  و  $\varepsilon_0$  به ترتیب هزینه‌ی ماده خام و احتمال وجود ماده خام نامنطبق قبل از ورود به خط تولید است. سایر پارامترها در

این ایستگاه می‌باشند نه از قطعاتی که در مراحل قبلی معیوب شده‌اند.

در صورتی که مراحل تولیدی بین دو ایستگاه بازرسی را یک بلوک بازرسی بنامیم، در مدل ارائه‌شده در این مقاله هر ایستگاه بازرسی فقط مشخصه‌های تولیدشده در بلوک قبلی‌اش را بازرسی می‌کند. در مقایسه، هر ایستگاه می‌تواند به بازرسی تمام مشخصات محصول تا این مرحله بپردازد [8]. از این رو در مدل حاضر مجموع قطعاتی که وارد ایستگاه بازرسی می‌شوند،  $v_{j1} + v_{j2}$ ، شامل قطعات واقعاً منطبق،  $w_{j1}$ ، و قطعات نامنطبقی که در بازرسی قبلی سالم تلقی شده‌اند،  $d_{j-1}w_{j2}$ ، در نظر گرفته می‌شوند:

$$v_{j1} = (1 - \varepsilon_j)[w_{j1} + d_{j-1}w_{j2}] \quad (1)$$

$$v_{j2} = w_{j1} + w_{j2} - v_{j1} = \varepsilon_j w_{j1} + [1 - d_{j-1}(1 - \varepsilon_j)]w_{j2} \quad (2)$$

اگر  $d_{j-1} = 0$ ، یعنی در ایستگاه  $j-1$  بازرسی انجام نشده‌باشد در این صورت:

$$v_{j1} = (1 - \varepsilon_j)w_{j1} \quad (3)$$

$$v_{j2} = \varepsilon_j w_{j1} + w_{j2} \quad (4)$$

نرخ قطعاتی که در ایستگاه  $j$  ام بازرسی می‌شوند  $(w_{j1} + w_{j2})d_j$  می‌باشد. از این تعداد، برخی از قطعات منطبق به اشتباه رد می‌شوند که متوسط تعداد این قطعات برابر است با:

$$u_{j1} = \alpha_j v_{j1} d_j \quad (5)$$

تعداد قطعات نامنطبقی که در این ایستگاه شناسایی می‌شوند عبارت است از:

$$u_{j2} = (1 - \beta_j)v_{j2}d_j \quad (6)$$

بنابراین مجموع قطعات مردود در ایستگاه  $j$  ام برابر است با:

$$u_j = u_{j1} + u_{j2} \quad (7)$$

از مجموع قطعات رد شده، تعداد  $f_{j1} \times u_j$  پس از آن که تعمیر و یا تعویض شدند، مشروط بر آنکه عملیات تعمیر یا تعویض بدون خطا انجام گرفته‌باشد، در مرحله بعدی به جریان قطعات منطبقی که به ایستگاه  $j+1$  ام می‌رود افزوده می‌گردند. همچنین تعداد  $f_{j3} \times u_j$  قطعه نیز به عنوان ضایعات در این ایستگاه از خط خارج می‌شود. تعداد  $f_{j2} \times u_j$  قطعه برای انجام کار مجدد به اولین ایستگاه عملیاتی بعد از آخرین ایستگاه بازرسی ماقبل افزوده می‌شوند. در اینجا فرض می‌شود احتمال نامنطبق شدن قطعات در فرآیند کار مجدد با این احتمال برای قطعات در فرآیند اولیه برابر است. بنابراین نرخ ورود قطعات منطبق به ایستگاه  $j+1$  ام برابر است با:

به این ترتیب، مدل جایابی بهینه‌ی ایستگاه‌های بازرسی در یک خط تولید متوالی با متغیرهای تصمیم‌گیری  $d_j, j=1, \dots, n$ ، به شکل زیر داده می‌شود:

کمینه کنید

$TC$

را تحت محدودیت های

$$w_{j+1,1} = v_{j1} - u_{j1} + f_{j1}u_j +$$

$$d_j \left( \sum_{m=j+1}^n f_{m,2} u_m \cdot x_{m,j} \right), \quad j=1, \dots, n$$

$$w_{j+1,2} = v_{j2} - u_{j2}, \quad j=1, \dots, n$$

$$w_{n+1,1} + w_{n+1,2} = 1 \quad \text{or} \quad w_{01} = 1$$

#### ۴. روش حل با رویکرد الگوریتم ژنتیک

الگوریتم ژنتیک یک تکنیک به‌ترساز برای توابع تعریف‌شده روی دامنه‌ی محدود می‌باشد که برای اولین بار توسط جان هالند در سال ۱۹۷۵ تحت عنوان تطابق در سیستم‌های طبیعی و مصنوعی مطرح و به دلیل الگوبرداری از مراحل تکامل طبیعی به روش ژنتیک موسوم شد. امروزه این رویکرد یکی از مناسب‌ترین رویکردهای ابتکاری در حل مسایل غیرخطی به حساب می‌آید. از آنجا که مسأله جایابی ایستگاه‌های بازرسی شدیداً غیرخطی است، استفاده از روش‌های ابتکاری برای حل مدل از اعتبار قابل توجهی برخوردار می‌باشد [14, 15, 16, 17].

استفاده از الگوریتم ژنتیک نه تنها باعث کاهش زمان حل در مسائل با ابعاد بزرگ می‌شود بلکه این امکان را به‌وجود می‌آورد که هرگونه تغییر و محدودیتی را بتوان به راحتی در مدل اعمال کرد. ساختار الگوریتم ژنتیک که در این مقاله از آن استفاده شده، در شکل ۳ نشان داده شده‌است. در الگوریتم به‌کار گرفته‌شده برای حل مدل، هر کروموزوم بیانگر خط تولید می‌باشد که در آن یک ژن نماینده یک ایستگاه تولیدی است. از آنجا که هدف تعیین "بودن" و یا "نبودن" ایستگاه بازرسی پس از یک ایستگاه تولیدی است هر ژن می‌تواند مقدار صفر (نبودن ایستگاه) یا یک (بودن ایستگاه) را اتخاذ کند. به عنوان مثال رشته ۱۰۰۰۱۱۰۱۰۰ بیانگر وجود ایستگاه بازرسی پس از ایستگاه‌های تولیدی اول، پنجم، ششم و هشتم در یک خط تولید سریالی ده ایستگاهی می‌باشد. تابعی که به عنوان معیار برازندگی کروموزوم‌ها در نظر گرفته شده همان تابع هدفی است که در معادله ۱۹ به آن اشاره شده است. برای پوشش‌دادن فضای جواب از عملگرهای تقاطعی و جهشی برای تولید هر نسل از نسل قبلی استفاده شده است. در عملگر تقاطعی دو کروموزوم به صورت اتفاقی از جمعیت به عنوان والدین انتخاب شده، از یک نقطه به صورت

مکان‌یابی بهینه ایستگاه های بازرسی در خطوط تولید متوالی (سریالی)

این مرحله صفر می‌باشند. بنابراین می‌توان  $w_{0,2}$  را بدون هیچ کاستی برابر صفر فرض کرد. در نتیجه نرخ ورود قطعات به خط تولید  $w_{0,1}$  می‌باشد. همچنین  $d_0$  و  $d_{n+1}$  برابر صفر فرض می‌شوند. با نوشتن معادلات (۸-۱۰) برای هر ایستگاه عملیاتی، محدودیت‌های مسأله تعریف می‌شوند. برای تعیین بهترین وضعیت ایستگاه‌های بازرسی ضمن آنکه این قیود برقرار می‌شوند لازم است تابع هزینه کمترین مقدار را داشته‌باشد. این تابع علاوه بر هزینه تولید و بازرسی برای هر مرحله، شامل هزینه‌های کار مجدد، تعویض و تعمیر، جریمه و همچنین هزینه دورریز یا در آمد حاصل از فروش ضایعات بازرسی می‌باشد.

هزینه (درآمد) حاصل از فروش  $w_{n+1}$  قطعه سالم و  $tdr$  قطعه معیوب (هزینه شکست خارجی) برابر است با:

$$TC(1) = -R \times w_{n+1,1} + (C - R) \times tdr \quad (14)$$

مجموع هزینه‌های تعمیر و تعویض در همه ایستگاه‌های بازرسی برابر است با:

$$TC(2) = \sum_{j=1}^n f_{j1} R_{j1} u_{j1} + \sum_{j=1}^n f_{j2} R_{j2} u_{j2} \quad (15)$$

مشابه آنچه در بالا گفته شد هزینه‌های کار مجدد و ضایعات به ترتیب برابرند با:

$$TC(3) = \sum_{j=1}^n f_{j2} R_{j3} u_{j1} + \sum_{j=1}^n f_{j2} R_{j3} u_{j2} \quad (16)$$

$$TC(4) = \sum_{j=1}^n f_{j3} S_j u_{j1} + \sum_{j=1}^n f_{j3} S_j u_{j2} \quad (17)$$

به این ترتیب، هزینه شکست داخلی از جمع معادلات (۱۵) و (۱۶) و (۱۷) به دست می‌آید. هزینه بازرسی در کل خط برابر است با:

$$TC(5) = \sum_{j=1}^n I_j d_j (w_{j1} + w_{j2}) \quad (18)$$

که در آن  $d_j (w_{j1} + w_{j2})$  تعداد قطعه‌ی بازرسی‌شده در ایستگاه بازرسی  $j$  ام است.

با داشتن هزینه‌ی فراوری، می‌توان از جمع هزینه‌های شکست خارجی، شکست داخلی، بازرسی و فراوری تابع هزینه را به‌دست آورد:

$$TC = TC(1) + TC(2) + TC(3) + TC(4) + TC(5) + TC(6) \quad (19)$$

که در آن هزینه‌ی فراوری،  $TC(6)$ ، برابر است با:

$$TC(6) = \sum_{j=1}^n P_j (w_{j1} + w_{j2}) \quad (20)$$

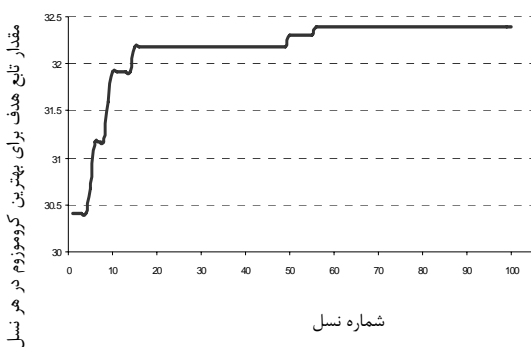
آخرین محدودیتی که لازم است به مدل اضافه نمود روی اولین نرخ ورود،  $w_{01}$ ، یا آخرین نرخ خروج،  $w_{n+1,1} + w_{n+1,2}$ ، است:

$$w_{01} = 1 \quad \text{or} \quad w_{n+1,1} + w_{n+1,2} \leq 1 \quad (21)$$

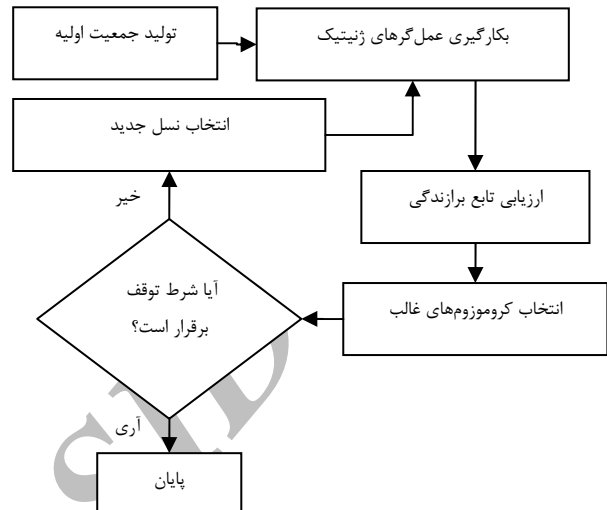
دومین ایستگاه بازرسی تمام قطعات رد شده، به ضایعات تبدیل می‌شوند. و در سومین ایستگاه ۵۰٪ از قطعات رد شده به ضایعات تبدیل شده، ۵۰٪ تحت عملیات دوباره‌کاری قرار می‌گیرند. در آمد حاصل از هر قطعه سالم ۱۰۰ واحد پول و جریمه حاصل از هر قطعه نامنطبق که از خط تولید خارج می‌شود ۱۵۰ واحد پول در نظر گرفته شده‌است. وقتی که محدودیتی روی ورود مواد اولیه به خط اعمال کنیم ( $w_{01} = 1$ ) جواب بهینه مطابق آنچه در جدول ۲ آمده، خواهد شد. نتایج حاصل از مدل حاضر در این جدول با نتایج یام مقایسه شده‌است. این مقایسه نشان می‌دهد که روش حاضر به نقاط بازرسی مشابهی می‌انجامد که این می‌تواند به اطمینان از صحت الگوریتم به‌کاررفته کمک نماید. بر اساس جواب بهینه‌ی مدل حاضر، بازده فرآیند، که نشانگر ضایعات آشکارشده‌ی خط تولید است و می‌تواند به شکل  $((w_{4,1} + w_{4,2}) / w_{0,1})$  تعریف شود، از مقدار ۸۸/۹۵ که در الگوی اولیه به‌دست آمده به ۸۸/۷۷ تغییر می‌یابد. در عوض مقدار سود حاصل با بیش از ۱۰ درصد افزایش به ۵۳/۶ واحد پول در برابر تولید یک واحد کالا در واحد زمان تغییر می‌یابد. این بهبود عمدتاً ناشی از کاهش هزینه‌های بازرسی مجدد روی قطعاتی است که یک بار در طول خط بازرسی شده‌اند. مقایسه جواب‌ها همچنین نشان می‌دهد افزایش تعداد قطعات نامنطبق در پایان خط در مدل جدید در برابر کاهش قابل توجه هزینه‌ها ناچیز است.

۲.۵. مثال زیر توانایی الگوریتم و روش حل ارائه‌شده را در حل مسائل با ابعاد بزرگ نشان می‌دهد. اطلاعات اولیه مدل برای یک خط تولید با ۱۰ ایستگاه کاری در جدول ۳ نشان داده شده‌است. جدول شماره ۴ می‌تواند برای مقایسه میان جواب‌های بهینه در دو حالت استفاده شود (وقتی که درآمد حاصل از خروج قطعه سالم ۱۰۰ و جریمه قطعه ناسالم ۱۵۰ واحد پول فرض شود). در نمودار ۱ همگرایی جستجو در فضای جواب به سمت جواب بهتر بعد از ۱۰۰ تکرار با کاربرد بیش از ۲۰۰۰ عملگر ژنی برای مثال ۲ نشان داده شده‌است.

نمودار ۱. همگرایی الگوریتم ژنتیک به سمت جواب بهینه



تصادفی شکسته می‌شوند و فرزندان از ترکیب قسمتی از یک والد و قسمت نامتناظری از والد دیگر به‌وجود می‌آیند، شکل ۴. به این ترتیب، هر یک از کروموزوم‌ها ارزیابی و بهترین آن‌ها در هر تکرار انتخاب و برای ایجاد نسل بعدی به‌کار گرفته می‌شود.



شکل ۳. الگوریتم ژنتیک به‌کار گرفته شده

0	0	1	0	1	1	0	0	0	1	والد اول
1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	والد دوم
1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	فرزند اول
0	0	1	0	1	1	1	0	1	0	فرزند دوم

شکل ۴. عملگر تقاطع

برای جلوگیری از یکسان‌شدن جمعیت از عملگر جهش استفاده می‌شود. در اینجا یک کروموزوم انتخاب شده، به صورت تصادفی یکی از ژن‌های آن تغییر می‌کند.

0	0	1	0	1	1	0	0	0	1	والد
0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	فرزند

شکل ۵. عملگر جهش

تعداد تکرارهای این الگوریتم با آزمایش‌های متفاوت طوری تعیین می‌شود که نسل‌های بعدی نتوانند کاهش بیشتری در تابع هزینه ایجاد کنند. به دیگر سخن، تعداد نسل‌هایی که هر بار مورد ارزیابی قرار می‌گیرند چنان خواهد بود که طی چند نسل متوالی تابع هزینه مقدار ثابتی داشته‌باشد.

۵. مثال‌ها

۱.۵. داده‌ی اتخاذشده در این مساله در جدول ۱ آمده است [۸]. در اولین بازرسی ۲۰٪ از قطعات رد شده تحت عملیات تعمیر قرار گرفته، ۳۰٪ دوباره کاری شده، و ۵۰٪ به ضایعات تبدیل می‌شوند. در

جدول ۱. داده مثال اول

مرحله کاری	۰	۱	۲	۳
هزینه بازرسی		۱	۱	۱
هزینه فرآیند		۱۰	۲۰	۵
هزینه تعمیر قطعات منطبق		۵	۰	۰
هزینه تعمیر قطعات نامنطبق		۲۰	۰	۰
هزینه دوباره کاری		۲	۰	۳
هزینه ضایعات		۰	-۲	۴۰
درصد تعمیرات		۰/۲	۰	۰
درصد دوباره کاری		۰/۳	۰	۰/۵
درصد ضایعات		۰/۵	۱	۰/۵
خطای آلفا		۰/۰۲	۰/۰۵	۰/۰۱
خطای بتا		۰/۰۱	۰/۱	۰/۰۱
احتمال تولید قطعه‌ی معیوب	۰/۰۵	۰/۰۵	۰/۱	۰

۶. نتایج

الگوی ارائه شده در این مقاله، در مقایسه با الگوهای پیشین که برای تعیین محل بهینه ایستگاه‌های بازرسی در یک خط تولید متوالی پیشنهاد شده بودند، با آنچه در عمل صورت می‌پذیرد هم-خوانی بیشتری دارد، چرا که در هر ایستگاه بازرسی تنها به بازرسی مشخصاتی می‌پردازد که پس از آخرین ایستگاه بازرسی پیشین ایجاد شده‌اند. افزون بر این، استفاده از الگوریتم ژنتیک می‌تواند شرایط غیر خطی حاصل برای تطبیق با شرایط فیزیکی پیچیده‌تر را تسهیل نماید. الگوریتم ارائه شده برای استفاده در مسایل هرچند بزرگ به راحتی قابل تعمیم است. این الگو امکانات وسیعی در هر مرحله از خط برای آگاهی از وضعیت خط تولید و تعیین هزینه‌های ناشی از تولید در اختیار مدیریت تولید قرار می‌دهد.

جدول ۲. مقایسه بین جواب بهینه در مدل اولیه (یام ۱۹۸۷) و مدل اصلاح شده

مدل حاضر			مدل اولیه			مرحله
$W_{j2}$	$W_{j1}$	تصمیم	$W_{j2}$	$W_{j1}$	تصمیم	
	۱/۰۰۰۰			۱/۰۰۰۰		۰
۰/۰۵۰۰	۰/۹۸۵۱	بازرسی شود	۰/۰۵۰۰	۰/۹۸۵۱	بازرسی شود	۱
۰/۰۰۱۰	۰/۹۹۴۱		۰/۰۰۱۰	۰/۹۴۰۶		۲
۰/۰۹۹۵	۰/۸۹۵۷	بازرسی شود	۰/۰۹۴۲	۰/۸۹۷۶	بازرسی شود	۳
۰/۰۰۱۰	۰/۸۸۶۸		۰/۰۰۰۹	۰/۸۸۸۶		آخر
۵۳/۶۰۰۰			۴۸/۲۲۴۷			مقدار تابع هدف
۸۸/۷۷۶۷			۸۸/۹۵۰۰			بازده (%)
۰/۲۸۷۵			۰/۱۰۱۲			درصد معیوب

جدول ۳. داده‌ی مثال ۲

مرحله کاری	۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
هزینه بازرسی		۰/۱	۰/۱	۰/۱	۰/۲	۰/۳	۰/۳	۰/۳	۰/۳	۰/۳	۰
هزینه فرآیند		۰	۳	۳	۵	۵	۱۰	۱۰	۱۰	۵	۵
هزینه تعمیر قطعات منطبق		۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
هزینه تعمیر قطعات نامنطبق		۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
هزینه دوباره کاری		۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
هزینه ضایعات		-۱	-۱	-۵	-۵	-۸	-۱۰	-۱۲	-۱۵	-۱۵	۰
در صد تعمیرات		۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰

ادامه جدول از صفحه قبل											
در صد دوباره کاری		۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
در صد ضایعات		۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱
خطای آلفا		۰/۰۱	۰/۰۱	۰/۰۱	۰/۰۲	۰/۰۲	۰/۰۲	۰/۰۲	۰/۰۳	۰/۰۳	۰
خطای بتا		۰/۰۴	۰/۰۴	۰/۰۴	۰/۰۷	۰/۰۷	۰/۰۷	۰/۱	۰/۱	۰/۱	۰

جدول ۴. مقایسه بین جواب بهینه در مدل اولیه و مدل اصلاح شده

مدل حاضر			مدل اولیه			
$w_{j2}$	$w_{j1}$	تصمیم	$w_{j2}$	$w_{j1}$	تصمیم	مرحله
۰/۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰		۰/۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰		۱
۰/۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰		۰/۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰		۲
۰/۰۰۵۰	۰/۹۹۵۰		۰/۰۰۵۰	۰/۹۹۵۰		۳
۰/۰۲۴۹	۰/۹۷۵۱		۰/۰۲۴۹	۰/۹۷۵۱		۴
۰/۰۲۴۹	۰/۹۷۵۱	بازرسی شود	۰/۰۰۱۷	۰/۹۵۵۶		۵
۰/۰۰۳۱	۰/۹۳۶۵		۰/۰۲۰۹	۰/۹۳۶۵	بازرسی شود	۶
۰/۰۱۰۳	۰/۹۲۹۳		۰/۰۰۴۲	۰/۹۰۷۷		۷
۰/۰۲۹۸	۰/۹۰۹۷		۰/۰۲۱۲	۰/۸۸۸۶		۸
۰/۰۳۹۹	۰/۸۹۹۷		۰/۰۳۱۰	۰/۸۷۸۸		۹
۰/۰۵۴۳	۰/۸۸۵۳	بازرسی شود	۰/۰۰۴۵	۰/۸۲۸۸	بازرسی شود	۱۰
۰/۰۰۰۰	۰/۸۸۳۶		۰/۰۰۶۲	۰/۸۳۷۱		آخر
۳۲/۴			۳۱/۳			مقدار تابع هدف
۳۵۷۱/۸۸			۳۳۲۹/۸۴			بازده (%)

### مراجع

[6] Britney R. R., "Optimal screening plans for non-serial production systems", Management science, 18, 1972, pp. 550-559.

[7] White L.S., "Shortest route models for the allocation of inspection effort on a production line", Management Science, 15, 1969, pp. 249-259.

[8] Yum B.J., & Mcdowell E.D., "Optimal inspection policies in a serial production system including scrap rework and repair: an MILP approach", International Journal of Production Research, 25 (10), 1987, pp.1451-1464.

[9] Bai D.S. & Yun H.J., "Optimal allocation of inspection effort in a serial multi-stage production system", Computers & Industrial Engineering, 30(3), 1996, pp. 387-396.

[1] Kim J. & Gershwin S.B., 2003, "Quality and Quantity Modeling of a Production Line", Massachusetts Institute of Technology, Workingpaper, <https://dspace.mit.edu/bitstream/1721.1/3918/2/IMST022.pdf>

[2] Wooddall W.H. and Montgomery D.C, "Research issues and ideas in statistical process control", Journal of Quality Technology, Vol. 31, No. 4, 1999, pp. 376-386.

[3] Raz T., "A survey of models for allocating inspection effort in multistage production systems", Journal of Quality Technology, 18 (4), 1986, pp. 239-247.

[4] Lindsay G.F., & Bishop A.B., "Allocation of screening inspection effort: a dynamic programming approach", Management Science, 10, 1965, pp. 342-352.

[5] White L.S., "The analysis of a single class of multistage inspection plans", Management Science, 12, 1966, pp. 685-693.



[14] Yung-Hung Chu, "A Study of Inspection Stations Allocation Problem of Production Systems", Master Thesis, Chung Yuan Christian University, 2001.

[15] Emmons H. & Rabinowitz G., "Inspection allocation for multistage deteriorating production systems", IIE Transactions, Vol. 34, No. 12, 2002, pp. 1031-1041(11).

[16] LEE J. and Unnikrishnan S., "Planning quality inspection operations in multistage manufacturing systems with inspection errors", International Journal of Production Research, Volume 36, Number 1, 1998, pp. 141 – 156.

[17] Saxena S., Chang C.M., Chow H.B., Lee J., "Evaluation of heuristics for inspection station allocation in serial production systems", Proceedings of the 22nd conference on Winter simulation, New Orleans, Louisiana, United States, 1990, pp. 919 – 922.

[10] Raz T. & Bricker D., "Sequencing of imperfect inspection operations subject to constraints on the quality of accepted and rejected units", International Journal of Production Research, 25(6), 1987, pp. 809-821.

[11] Raz T. and Kaspi M., "Location and sequencing of imperfect inspection operations in serial multi-stage production systems", International Journal of Production Research, 29(8), 1991, pp.1645-1659.

[12] Raz T., Herer Y.T. & GROSFELD-NIR A., "Economic optimization of off-line inspection", IIE Transactions, 32 (3), 2000, pp. 205-217.

[13] Rosenkrantz D.J., Giri K.T., & Ravi S.S., "Algorithms for Path-Based Placement of Inspection Stations on Networks", INFORMS Journal on Computing, Volume 12, Issue 2, 2000, pp. 136 –149.

Archive of SID